

# A Discrete Thought of the Chaos

(カオスに関する断想)

Tosiro Koga

*Professor Emeritus of Kyushu University*

## 1. はじめに

1997年3月14日、飛鳥において、カオス発見者である電気工学者 Prof. Yoshisuke Ueda の還暦を祝賀し、飛鳥カオス記念集会と称する学術的集会在催された。飛鳥は、古事記の上巻、序第二段、古事記撰録の発端によれば、天武天皇が天下を平定し、この地の清原の大宮で即位した後、博覧強記の稗田阿礼の口述を太安万侶に筆記させ、古事記編纂に到った事績によって、特別の印象を与えるところである [1].

電気化学の創始者といわれるノーベル賞科学者 S. Arrhenius は、その著書「史的に見たる科学的宇宙観の変遷」(1910)の第一章において、種々の国における宇宙の生成に関する自然民の伝説について論じている。その中に、日本の神話についてつぎのような興味深い叙述をしている。“通例無秩序の状態を名づけるのに希臘語のカオス (chaos) を用いるが、これは元来物質の至る処均等な分布を意味する。カントの宇宙開闢論もやはり、宇宙はその始め質点の完全に均等な渾沌的分布であったということから出発している。この原始状態は屢々、例えば日本の神話における如く、原始エーテルという言語で云い表わされる。その神話にはこうある。「天と地とが未だ互いに分かれていなかった昔には唯原始エーテルがあったのみで、それは恰も卵子のような混合物であった。清澄なものは軽いために浮かび上がって天となった。重いもの濁ったものは水中に沈んで而して地となった。」(文献 [3], p.203 の現代訳的引用)” この Arrhenius が引用した神話は日本書記の巻第一、神代上の冒頭の叙述であると考えられる [2]. 記紀いずれの日本神話においても、天地未分化の状態は、上述のようにカオスで形容できる。しかし、古事記の場合、わが国最初の歴史書として、当時の権力者、為政者の意向によってつくられたため、史実を表わすものではなく、神話とみるべきであるとされている。

カオス記念集会在催された地飛鳥において、今を去る 1200 年以上の昔、上述のように、カオスが引合に出されるような壮大な神話が編纂されるに到ったということは、偶然の符合とはいえ、一種の感慨を覚えることである。このたび、記念論文執筆の依頼を受け、タイトルを「カオスに関する断想」とした。かなり独断的で主観的な内容であることを記し、寛恕をお願いしたい。

## 2. カオスとの触れ合い

ここ 10 年くらいの間、夥しい数のカオスに関する学術書や啓蒙書が刊行され、今やカオスは常識となっている。20 年前、当然の事だが、私もカオスについて全くの素人の一人であった。しかし、常微分方程式に関するある程度の素養によって、非線形系の取り扱いに注意を要することは意識していた。その頃、現在イリノイ大学の物理学科におられる Prof. Y. Oono (大野克

嗣教授)に、1979年、それまでに発表された、流体力学関係を除いた、カオス関係の200件以上に及ぶ、同氏が調査され簡潔なコメントをつけられた、貴重な文献リストを頂いた。しかし、これらはすべて一見工学とは関係のない数学、物理学、化学の分野のジャーナルであった。工学関係のカオス元年ともいふべき Prof. Y. Ueda の業績を知ったのは1980年であった。

それがきっかけで本著者はカオスに関係のある文献をある程度集めた。文献 [4] には、「カオスについてはさまざまな出版物があるので、表面的宣伝に惑わされないよう、よいテキストや解説を参照していただきたい、」とコメントされており、森・蔵本氏の著書 [5] には、1985年頃までの古典的トピックスを解説した本として、[6, 7, 8, 9, 10] が推奨されている。

また、NOLTA'93 Hawaii に出席した折りに、ホノルルの書店で J. Gleick 著の CHAOS という非常に面白いノンフィクション小説を入手した。この本は、Prof. Ueda の監修により、大貫昌子女史によって日本語に翻訳されている。興味を惹いたのは、原著の末尾に掲げられた Notes on sources の中に、Poincare が、科学と方法の第4章において、カオスの可能性についてずばりと触れているが、その後忘れられたままであったこと、また、Poincare の後、力学系の研究を受け継いだ G. D. Birkhoff が M.I.T. においてカオスの発見者 E. Lorenz を教えていることが指摘されていたことである。これらの人々が目に見えない因果の糸で結ばれているような不思議さである。

振り返ってみると、Laplace による決定論的自然観の根底にあったのは、Newton 力学における予測可能性に対する明確な証明のないままの確信、つまり信仰であった。それは、煎じ詰めると、常微分方程式系の解の存在と初期条件に対する解の一意性についての無知によるものであったといえる。Poincare は、三体問題の研究と定量的解析の行き詰まりに端を発した位相幾何学的アプローチの創造によって、上述のような驚くべき洞察に達していたことになる。

しかし、Poincare が三体問題の近似的な解決を図って考え出した摂動論にも、限界のあることが Arnold によって解明された。これは Poincare 以来の天体力学上の成果であるといわれる。

1950年以降に発展した力学系の理論、カタストロフィ、フラクタル、カオスといった概念の確立、非線形科学の歴史の流れは、ときに急流をつくり、ときに目立たぬ層流の下に渦をつくりながら留まる場所がないようだ。カオスは20世紀における科学上の最大の成果の一つであり、カオスという概念の与えたインパクトは、ミクロの世界から宇宙の彼方の現象にまで及び、実に広大無辺である。これは文献の教えるところであって、ここで論じるまでもないことである。

### 3. カオスの研究に対するひとつの視点について

カオスの研究については、論文集 [9] から伺えるように、さまざまな視点からのアプローチが存在する。実は、1950年以前、つまりプールバキ流の数学が流行し、コンピュータサイエンスが盛んになる以前、わが国で岡村博 [11]、南雲道夫 [12]、福原満州雄 [13] 氏らにより、常微分方程式の研究が盛んに行われていた。興味深い結果として、岡村氏による正規型常微分方程式系が一意に解をもつための必要十分条件がある。それはつぎのように要約できる。

岡村の定理 [11] : 一般に  $n$  個の未知関数  $y_i(x)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) に関する連立1階常微分方程式

$$\frac{dy_i}{dx} = F_i(x, y_1, \dots, y_n) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

において関数  $F_i(x, y_1, \dots, y_n)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) は開集合  $D$  で定義されているとする。そして  $D$  の任意の点に対し、その点の近傍  $V$  があって、 $V$  の2点  $(x, y_1, \dots, y_n)$  および  $(x, z_1, \dots, z_n)$  に

対して、(そのような2点に対応してきまる  $(x, y_1, \dots, y_n, z_1, \dots, z_n)$  という点からなる  $2n+1$  次元空間の点集合を  $W$  とし、 $W$  において) 定義された連続的微分可能な関数

$$\Phi(x, y_1, \dots, y_n, z_1, \dots, z_n) = \Phi(x, y, z) \quad (2)$$

が存在して、つぎの不等式を満足するとする： $\Phi$  や  $F_i$  が定義されている範囲で常に、 $|y_1 - z_1| + \dots + |y_n - z_n| \geq 0$  にしたがって

$$\Phi(x, y, z) \geq 0 \quad (\text{符号同順序}) \quad (3)$$

かつ

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi(x, y_1, \dots, z_n)}{\partial x} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \Phi(x, y_1, \dots, z_n)}{\partial y_i} F_i(x, y_1, \dots, y_n) + \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial \Phi(x, y_1, \dots, z_n)}{\partial z_i} F_i(x, z_1, \dots, z_n) \leq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

そのとき、 $F_i$  が  $D$  で連続ならば、 $D$  の点  $(x_0, y_{10}, \dots, y_{n0}) = (x_0, y_0)$  を初期値として、それから右にでる解  $y_i(x)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) が一意的に存在する。逆に、 $F_i$  が  $D$  で連続で、 $D$  の各点  $(x, y)$  から右にでる解が一意的に決まるならば、(2),(3),(4) を満たす連続的微分可能な  $\Phi(x, y, z)$  が存在する。

ついであるが、周知の Lipschitz の条件は、解の存在と一意性のための十分条件であるが、必要条件ではない。また、Peano の定理は解の存在条件を与えるが、解の一意性を保証しない。このことが岡村氏の解の存在と一意性に関する研究の動機であったようである。

上記の岡村の定理と正規型非線形微分方程式系におけるカオスの存在条件との関係は一体どうなるのであろうか？ 何かがあるはずである。京都大学におられた Prof.H. Okamura は惜しいことに戦後間もなく若くして逝かれた。その後 50 年が経過した。

もしカオス解が存在するとすれば、対象とする領域内のある点において、解は存在するが、岡村の定理が主張するような関数  $\Phi(x, y, z)$  は存在しないと考えられる。厳密ではないが、 $\Phi(x, y, z)$  は局所的に Liapounov の関数に似ていて、一種の安定性を意味していると思われるからである。岡村の定理の弱点は、それが存在定理であって、問題の関数  $\Phi(x, y, z)$  を構成的に作るができないことにある。これは殊にコンピュータサイエンスの立場からは、致命的な難点であろう。言い換えれば、連続的力学系におけるカオスの存在に対する必要十分条件を求める問題が如何に難しいかが推察できる。常微分方程式論の最近 50 年に亘る発展について文献 [14] があったので、それを調べてみた。いろいろと興味のある結果が述べられてはいたが、結果は失望的であった。理論的アプローチの仕方がすっかり変わったので無理もないであろうが、力学系の理論は文献 [14] の範囲から除外されていたのである。工学の立場からも、カオスの存在条件を求める数学的問題の解決は望まれることである。

## 4. カオスへの道

Newton を産んだ英国では、1986年3月20日と21日にかけて、王立協会の主宰で「科学と社会における予測の可能性」と題する論議が行われた [15]。その初日に、Sir James Lighthill が、「最近認識されたニュートン力学の予測可能性の誤りについて」と題する講演を行っている [16]。これはカオスが英国の科学界にいかなるインパクト与えたかという観点から興味深い。Lighthill

は流体力学を主たる専門とする著名な応用数学者で、彼自身はカオスについて相当に勉強したようである。ちなみに、同じ1986年に刊行されたLighthillの流体力学に関する著書[17]を調べてみると、術語としてturbulenceと並べてchaosを同義に扱っているが、カオス自体については説明をしていない。

Lighthillは上の講演で、淡々と歴史的事実、振り子を用いたJ. Miles (1984)によるカオスの研究を参照した説明を行って、カオスの意義を明らかにし、地軸の反転現象がカオス的な現象であろうということに言及している。聴衆の中に、同じ1986年にH. Bruce StewartとともにNONLINEAR DYNAMICS AND CHAOSを著したJ.M.T. Thompsonがいて、質問を行っている。その中で、複雑に振る舞う力学系の例がthe famous Japanese dynamicist Hayashi (1964)によって描写されていることを、簡単な定性的表現で、引用している。

それからずっと後、1993年の8月に、Prof.Uedaから、同氏の著書THE ROAD TO CHAOSを頂いた[18]。その中の記述として、1961年に、つまり、E. N. Lorenzより早い時期に、確定的な2次元非線形振動系におけるカオス現象の認識がY. Uedaの脳裏に醸成されつつあったことは、カオス発見の歴史上、特記に値する。幸い、Y. Uedaの研究ノートが数学者として著名なRalph H. AbrahamとH. Bruce Stewartによって、詳細に吟味され、史実として確認された。このことを知ったとき、力学系の歴史を知り、数学者としての厳正さでカオスの重要性を認識している彼らの驚きは十分に想像できる。しかし、研究は発表されてはじめてpriorityが確立されるというルールともいうべき学術の世界の慣習に基づいて言えば、Y. Uedaの結果がもっと早く、1962-3年に、日の目を見ていたらと惜しまれる。

## 5. 科学的研究における創造性について

科学的研究における観点、問題の解決へのアプローチは個人によって多様であり、研究の意義についても個人によって認識がさまざまであることは歴史の教えるところである。これらはすべて人の大脳皮質における営みである。ひと度、人々の先入観念を打ち破るような創造的なアイデアが発表され、価値が認められると、それは人々の思考のモデルとして真似られ(学習され)、忽ちに伝わり、学問技術や芸術の進歩に貢献するのが大きな特徴である。オリジナリティが重んじられねばならない所以である。

例えば、今世紀前半に発展した量子力学の体系が挙げられる。歴史的に珍しく個性的な天才たちが輩出し、それぞれ異なったアプローチを行っていることは周知のとおりである。それは、若い人達にとって、古典物理と異なった新しい学問へと情熱を駆り立てるほどに魅力的なものであった。現在では、これらの人たち、Einstein, de Broglie, Bohr, Heisenberg, Schroedinger, Dirac, Pauliらの人間像に文献的に触れることができる。

上述のような多様性は、多分、人間の創造性の本質に起因するものであると思われる。尤も、非常に皮肉な見方をする人は、このことに関して、「群盲象を撫でるが如し」という比喻を持ち出すかも知れない。しかし、よく考えると、この比喻はどんな研究においても、研究の初期について凡そ当て嵌まるようである。新しい知識の創造に要する時間の長さの差はあれ、問題となっている対象の本質が掘り出され、全体像が見えてくるということが研究の進展といえよう。上述のように、これらの創造はすべて特定の個人の大脳皮質において閃くか、醸成されるものである。このような観点から、新知識の発見、新しい概念の確立といった創造と、後に続く研究とは、評価において厳密には区別されるべきであろう。例えば、上記の量子力学の形成において、Heisenbergの天才的アイデアが出た後、Max Bornとその弟子Pascual Jordanによって、Heisenbergの考えは数学的に行列形式によって矛盾なく表現できることが明らかにされた。し

かし、彼らが若い Heisenberg のオリジナリティを如何に尊重したかが、文献的に明確に認められる [19, 20, 21]. そのような事情の一端については文献 [21] にも述べられている.

ハンガリーが産んだ著名な物理化学者であり科学思想家である Michael Polanyi は、「創造的想像力」、「暗黙知の次元」などの論説を著し [23, 24], 人間の創造性のからくりについて鋭く突っ込んだ分析をしている. このような論説は重要な価値をもつものであると思われるが, しかし, 創造のための具体的に役立つようなノウハウを直ちに与えるとは限らないのが特徴で, Polanyi も言っているように, なかなか一般に理解して貰えないとのことである.

人間の創造性が育つためにはある種の精神的風土が必要であるように思われる. 例えば, Einstein, Heisenberg, Pauli, Schroedinger, Goedel, von Neumann といった人たちの名前をあげるだけでも, ユダヤ系の学者が如何に創造的な活動を行ってきたかが分かる. ユダヤ人たちが, 2000年の放浪に耐えて, アイデンティティを維持しつづけた執念に, 何か創造性の秘密を垣間見るような気がする [25].

## 6. むすび

おわりにささやかな希望を付け加えさせて頂きたい. カオスの概念が現れるや, 自然科学の殆どの領域において, その意義の解明が行われ, より深い研究が続けられている. 工学分野では, 電気回路の振動現象の研究に端を発して, 非常に早く, Y. Ueda によるカオスの発見がなされたが, カオスの工学的意義, 応用に関しては, まだ日が浅いという感じである. わが国で非線形問題の研究を推進する人たちの中から Engineering Chaos という用語が提案されている [26]. カオス的工学系としての連続力学系, 離散力学系, 制御系等に関する研究がこれからも大いに進展し, 数々のブレークスルーがなされることが期待される.

## 参考文献

- [1] 古事記, 倉野憲司校注, 岩波文庫, 30-001-1, p.342, 1993.
- [2] 日本書紀 (一) (坂本太郎・家永三郎・井上光貞・大野晋 校注), 岩波文庫, 30-004-1, p.528, 1996.
- [3] 寺田寅彦全集 文学篇, 第九巻, 岩波書店, 1951.
- [4] 金子邦彦: カオス, CML, 複雑系, 科学, 岩波書店, Vo.62, No.7, p.427, 1992.
- [5] 森肇, 蔵本由紀: 散逸構造とカオス, 岩波講座, 現代の物理学, 15, p.296, 1994.
- [6] S.N. Rasband: Chaotic Dynamics of Nonlinear Systems, John Wiley & Sons, p.225, 1990.
- [7] R.L.Devaney: An Introduction to Chaotic Dynamical Systems, Benjamin/Cumming, 1989.
- [8] J. Guckenheimer and P. Holmes: Nonlinear Oscillations, Dynamical systems, and Bifurcations of Vector Fields, 2nd Edition, Springer-Verlag, 1986.
- [9] P. Civitanovic: Universalitu in Chaos, 2nd Edition, Adam Hilger, 1986.
- [10] R.S. MacKay and J.D. Meiss: Hamiltonian Dynamical systems, Adam Hilger, 1987.

- [11] 岡村博：微分方程式序説，河出書房， p.130, 1950.
- [12] 南雲道夫：写像度と存在定理，数学集書， 5， 河出書房， p.94, 1948.
- [13] 福原満州雄：常微分方程式，岩波全書 No.116， 岩波書店， p.205, 1950.
- [14] 福原満州雄：常微分方程式の50年， I, II, 日本数学会誌， 数学， Vol. 34, No.2, p.164; Vol.34, No.3, p.262, 1982.
- [15] PREDICTABILITY IN SCIENCE AND SOCIETY, organized by Sir J. Mason, Proc. R. Soc. Lond. Vol.A407, 1-145, 1986.
- [16] Sir James Lighthill, The recently recognized failure of predictability in Newtonian dynamics, *ibid*, 35-50.
- [17] J. Lighthill, An Informal Introduction to Theoretical Fluid Mechanics, Clarendon Press, Oxford, p.xi+260, 1986.
- [18] Y. Ueda, The Road to Chaos, with the assistance of R. H. Abraham and H. B. Stewart, The Science Frontier Express Series, Aerial Press, Inc., P.O. Box 1360, Santa Cruz, CA 95061, p.x+223, 1992.
- [19] W.Heisenberg:Ueber quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen. Z.Phys.,Vol.33, p.879, 1925.
- [20] M.Born und P.Jordan: Zur Quantenmechanik. Z.Phys., Vol.34, p.858, Sept. 1925.
- [21] M.Born, W.Heisenberg und P.Jordan: Zur Quantenmechanik II. Z.Phys., Vol.35, p.557, Nov. 1925.
- [22] 松下眞一：巨星Pascual Joran（人と業績）をめぐって—彼の逝去を悼みながら—, 科学， 岩波書店， Vol.50, No.12, p.775, 1980.
- [23] マイケル・ポラニー著（慶伊富長訳）：創造的想像力，ハーヴェスト社， 1990.
- [24] マイケル・ポラニー著（佐藤啓三訳，伊東俊太郎序）：） 暗黙知の次元—言語から非言語へ—, 紀伊国屋書店， 1995.
- [25] 丸山工作：ユダヤの民， 科学， 岩波書店， Vol.58, No.2, p.118, 1988.
- [26] S. Oishi and T. Koga: Chaos as Challenging Area in Engineering Science —A Brief Introduction to Engineering Chaos — Trans. IEICE, Vol.E 73, No.6. pp.759 - 762, June 1990.