

ヒンジ接合を有する正 $2N$ 角形骨組を用いた展開構造物

DEPLOYABLE STRUCTURE USING REGULAR $2N$ -GONAL FRAMES WITH REVOLUTE JOINTS

和多田 遼 — *1,2 大崎 純 — *3

Ryo WATADA — *1,2 Makoto OHSAKI — *3

キーワード：
展開構造物, 骨組メカニズム, 正多角形骨組, ドーム型構造物

Keywords:
Deployable structure, Frame mechanism, Regular polygonal frame, Dome-shaped structure

Deployable structures are presented using regular $2N$ -gonal frames, which have $2N$ bars connected with two types of inclined revolute joints. Series expansion method shows that the frames satisfy a necessary condition for finite mechanism. The frame can be folded to a state where all bars are aligned to a rod, if the cross-section of all bars is an isosceles triangle whose vertex angle is π/N and the axes of the revolute joints are directed to the intersection of lateral faces of two adjacent bars. As an application, a dome-shaped structure that can be folded into a rod is proposed.

1. はじめに

展開構造は、特定の自由度方向に対して、部材のひずみを生じることなく全体の形状を大きく変化させるメカニズム構造であり、環境や用途に適応するため、あるいは運搬時のコスト低減のため、多くの工業製品に応用されている。とりわけ、正多角形状の展開構造は、建築分野においては開閉屋根や仮設構造に、また宇宙構造分野においては人工衛星の部品の開閉機構等に用いられている。

3次元の展開構造を構成する場合、相対並進変位のみ拘束し、任意の軸回りの相対回転変位に対して自由なピン接合からなる構造が考えられるが、得られる3軸回転自由の接合部からなる展開構造はメカニズムの数が多くなるため、単純で制御しやすい展開機構を備えた実用的な展開構造物を構成するのは困難である。既往の3次元

展開構造物の多くは、2本の部材の間を1軸まわりに回転自由なヒンジ接合 (revolute joint) でつないだはさみ型の平面機構 (シザーズ) の組み合わせにより構成される。シザーズの組合せで曲面を構成する場合、一般に部材長を不変に保つ幾何学的整合性を満足する必要があるため、実現できる形状は限定される。Gantes¹⁾は、展開の前後は部材にひずみが生じず、展開途中は弾性ひずみの発生を許容する双安定性を有するジオデシック半球の展開構造を提案した。川口・佐藤²⁾はこれをさらに拡張し、完全に球形のシェルターの製作が可能であることを示した。

また、他の代表例として、部材同士をある1軸まわりに回転可能なヒンジで接続した展開構造が提案されている。Chen et al.³⁾は、ヒンジ接合で環状に接続された部材からなる spatial linkage の一種として、6本の正三角形断面を有する部材とヒンジからなる骨組を提案し、その骨組が正六角形状の状態からひずみを生じずに棒状に収納可能な有限変形メカニズムを持つことを、環状の特性により陽に導かれる適合条件から示した。Ohsaki et al.⁴⁾は、任意のヒンジ軸を持つ骨組のメカニズムを求める問題が、下界定理に基づく骨組の極限解析問題と同等とみなせ、最適化問題を解くことで微小変形時にひずみの生じないメカニズムを求められることを示した。しかし、その手法では、得られたメカニズムの有限変形特性は判断できない。

メカニズムの有限変形特性を分類する手段として、メカニズムの次数⁵⁾による分類手法が提案されている。この分類において、線形解析より得られる微小変形メカニズムの次数は1、有限変形メカニズムの次数は無量大で表される。Watada and Ohsaki⁶⁾は、任意方向のヒンジ軸を持ち、次数が少なくとも1以上のメカニズムモード (微小変形メカニズムモード) を一つ持つことが線形解析により確認されている骨組において、そのメカニズムの次数がより高次であった

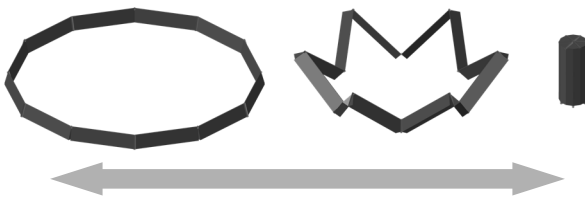


図1 棒状折り畳み可能な正 $2N$ 角形状骨組

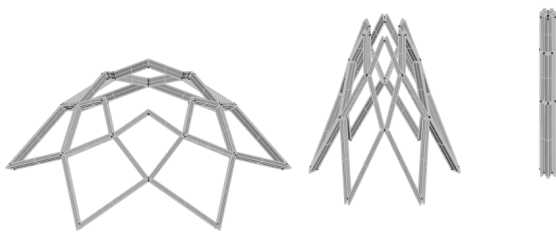


図2 棒状に収納された状態から展開するドーム型骨組

*1 京都大学大学院工学研究科建築学専攻 工修
(〒615-8540 京都市西京区京都大学桂)

*2 (株)竹中工務店

*3 京都大学大学院工学研究科建築学専攻 教授 博士 (工学)

*1 Dept. of Archi. and Architectural Eng., Kyoto Univ., M. Eng.

*2 Takenaka Corporation

*3 Prof., Dept. of Archi. and Architectural Eng., Kyoto Univ., Dr. Eng.

めの条件を級数展開法から導いた。この条件は、有限メカニズムであるための必要条件である。

本研究では、図1に示すように2N本の同一部材を正多角形状に並べ、ヒンジ接合でつなげた骨組をシステムティックに製作する方法を提案する。なお、本骨組は正方形(N=2)の場合はBennet linkage⁷⁾として、正六角形(N=3)の場合はBricard linkage³⁾の一種として、それぞれ報告されている。本報では、ヒンジ軸の角度を特定の幾何学的な条件で定めた場合、骨組が持つメカニズムは有限メカニズムであるための必要条件を満足し、かつ正2N角形状の状態から全ての部材が一本の棒状に折り畳まれる変形過程をたどることを、級数展開法および逐次増分解析により示す。さらに、提案する正多角形の展開構造を図2のように積層することで、一直線上に収納された状態から展開するドーム型構造物を開発する。

2. 二等辺三角形断面を有する正2N角形骨組

2.1 概要

頂角が $\theta = \pi/N$ の二等辺三角形を底面とする三角柱を考える。ここに、Nは2以上の整数とする。また、三角柱の3つの側面のうち、両端の二等辺三角形の底辺を含む側面を部材の下面、他の2つの側面を部材の立面とし、以下のように骨組モデルを製作する。

- 三角柱の端部を図3のように下面に直交する2つの平面で切除した部材を2N本準備する。各部材の2つの立面のうち、面積が大きいほう、すなわち正多角形状に配置したとき外側を向く面を外側立面、もう一方の面を内側立面とする。
- 2N本の部材を図4のように正多角形状に並べ、反時計回りに部材1, ..., 2Nとする。部材番号を図4に()で示す。
- 部材1と部材2の間を、両部材の外側立面が交差する稜線位置でヒンジ接合する。同様に、部材2と部材3の間を、両部材の内側立面が交差する稜線位置でヒンジ接合する。ここでは、簡便のためヒンジの大きさは無視できるものとする。以下、外側立面の稜線位置と内側立面の稜線位置に交互にヒンジを設け、

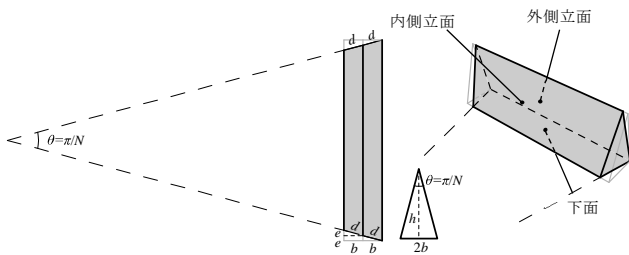


図3 二等辺三角形を底面を持つ三角柱から作成した部材

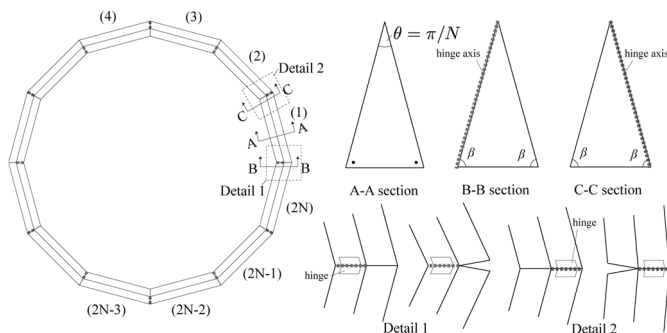


図4 二等辺三角形断面を有する正2N角形骨組

2N本全ての部材を環状につなげて骨組を製作する。ヒンジ位置を図4に示す。

上記の方法で構成した各部材の下面は全て同一平面上にある。また、各部材間の接触面も二等辺三角形になる。よって、各ヒンジと各部材の下面が存在する平面がなす角度は全て同一である。この角度を β とする。以下、 β とNの関係を導く。各部材断面の二等辺三角形の底辺の長さを $2b$ とおく。このとき、二等辺三角形の高さを h 、外側立面(または内側立面)の平行な2本の辺の長さの差を e とおくと、 h および e はそれぞれ

$$h = b / \tan(\theta/2) \quad (1)$$

$$e = b \tan(\theta/2) \quad (2)$$

で表される。よって、部材間の接触面である二等辺三角形の底辺の長さを $2d$ とすると、 d は次式で表される。

$$d = \sqrt{b^2 + e^2} \quad (3)$$

ヒンジ角度 β は $\beta = \arctan(h/d)$ より求められる。式(1)-(3)より h, e, d を消去すると、 β は b によらず、 $\theta = \pi/N$ のみを用いて次式で

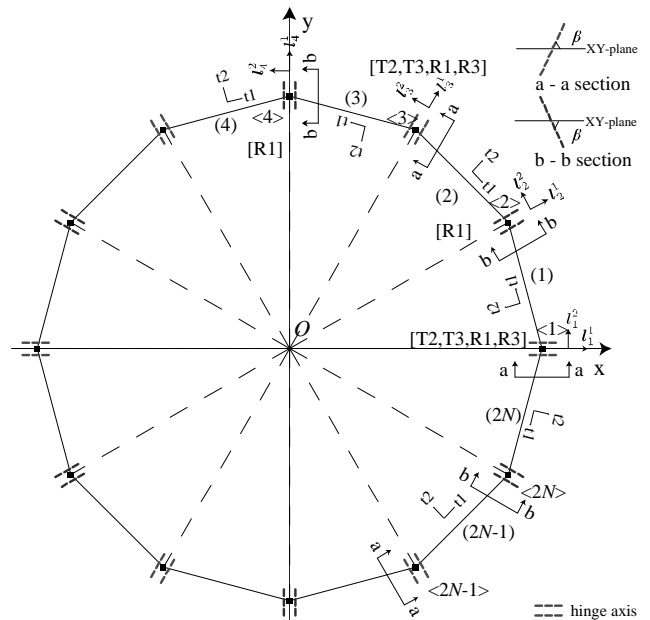


図5 正2N角形骨組の骨組メカニズムモデル(全体)

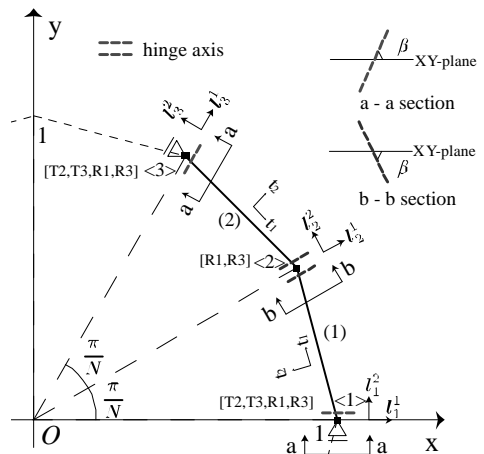


図6 正2N角形骨組の骨組メカニズムモデル(部分モデル)

定まる。

$$\beta = \arctan \left\{ \frac{1 / \tan \left(\frac{\theta}{2} \right)}{\sqrt{1 + \left\{ \tan \left(\frac{\theta}{2} \right) \right\}^2}} \right\} = \arctan \left\{ \frac{1}{\tan \left(\frac{\pi}{2N} \right) \sqrt{1 + \left\{ \tan \left(\frac{\pi}{2N} \right) \right\}^2}} \right\} \quad (4)$$

2.2 骨組メカニズムによるモデル化

図4の骨組は、部材間のヒンジ位置に仮定の節点を考えれば、図5に示す $2N$ 個の節点、 $2N$ 本の部材、および $4N$ 個のヒンジを持つ骨組メカニズムとしてモデル化できる⁶⁾。ここに、 $\langle \cdot \rangle$ は節点番号、 (\cdot) は部材番号を表す。また、 $\mathbf{l}_k^1, \mathbf{l}_k^2, \mathbf{l}_k^3$ は節点 k の局所座標軸ベクトルであり、 \mathbf{l}_k^3 が対称軸(z 軸)方向、 \mathbf{l}_k^1 が $2N$ 個の節点と同一平面上の点 O から節点 k へ向かう方向とし、 $\mathbf{l}_k^2 = \mathbf{l}_k^3 \times \mathbf{l}_k^1$ を満足するように定める。この局所座標系に対する各節点の拘束自由度を、並進成分はT1, T2, T3, 回転成分はR1, R2, R3とし、図5中に[]で示す。

ここで、図4の各位置におけるヒンジを図5のモデルでは節点の両側に置き、節点の \mathbf{l}_k^1 まわりの回転拘束R1を与えている。このような節点とヒンジの付加は、対称性を明確にするためであり、実際に製作するときには一つのヒンジと拘束条件を削除する。この操作で自由度および変形特性が変わらないことは、模型によって確認している。なお、以下の検討では図5の点 O から各頂点までの長さは1とする。

モデルの対称性から、図5のモデルの $1/N$ 部分を取り出した図6に示す部分モデルを考える。図6のモデルに級数展開法(series expansion method⁶⁾)を適用する。本手法では、節点と部材で変位の自由度を独立して設定し、各部材での節点と部材の変形の適合条件 $\mathbf{G}(\mathbf{W}) = \mathbf{0}$ を導く。ここに、 \mathbf{W} は節点および部材の変位自由度を合わせた変位ベクトルである。また、 $\mathbf{G}(\mathbf{W})$ は各部材端位置での節点と剛体と仮定された部材の適合条件を表すベクトルであり、一般化ひずみとも考えられる。図6は節点数 $n_0 = 3$ 、部材数 $m_0 = 2$ 、ヒンジ数 $h = 4$ 、拘束条件数 $c = 10$ からなるため、本モデルの変位ベクトル \mathbf{W} の成分数 n は $n = 6n_0 + 6m_0 = 30$ であり、また適合条件ベクトル $\mathbf{G}(\mathbf{W})$ の成分数 m は $m = 12m_0 - h + c = 30$ である。 $\mathbf{G}(\mathbf{W})$ は \mathbf{W} の非線形関数で表されるが、骨組が有限メカニズムであることは $\mathbf{G}(\mathbf{W}) = \mathbf{0}$ を満たす非零の \mathbf{W} が存在することと同値である。なお、図6の部分モデルにおいて、図5に示す全体モデルから節点2の拘束条件に局所座標軸 \mathbf{l}_2^3 まわりの回転拘束R3を追加している。これは、文献⁶⁾で示される手法の適用条件 $m = n$ を満足させるためである。追加した回転拘束が得られるメカニズムに影響を与えないことは、以降に示す逐次増分解析で別途確認している。

2.3 級数展開法による高次メカニズム項の算定⁶⁾

図6の部分モデルを対象として、級数展開法を用いた骨組メカニズムの高次メカニズム項の算定を行い、本骨組が1つの少なくとも4次以上の微小変形メカニズムを持つことを示す。これは、本骨組が1自由度の有限メカニズムを持つための必要条件である。また、4次までのメカニズムの高次項を考慮することで、逐次増分解析によらない手法でもメカニズム経路を高精度で推定できることを示す。

はじめに、 $2N = 12$ の場合を考える。このとき、ヒンジ角度 β は

式(4)より 1.3002rad である。適合条件の線形近似式の行列 $\Gamma = \left[\frac{\partial \mathbf{G}_i}{\partial \mathbf{W}_j} \Big|_{\mathbf{W}=\mathbf{0}} \right]$ を特異値分解した結果、 $u = \text{rank}(\Gamma) = 29$ より、 $p = n - u = 1$ 個の微小変形モードと $q = m - u = 1$ 個の一般化自己釣合モードを持つことを確認した。このモデルに、級数展開法⁶⁾を用いた高次のメカニズム判定法を4次項まで適用し、本モデルが1個の少なくとも4次以上のメカニズムを持つことを確認した。ゆえに本モデルは有限メカニズムであると推定される。また、同手法から骨

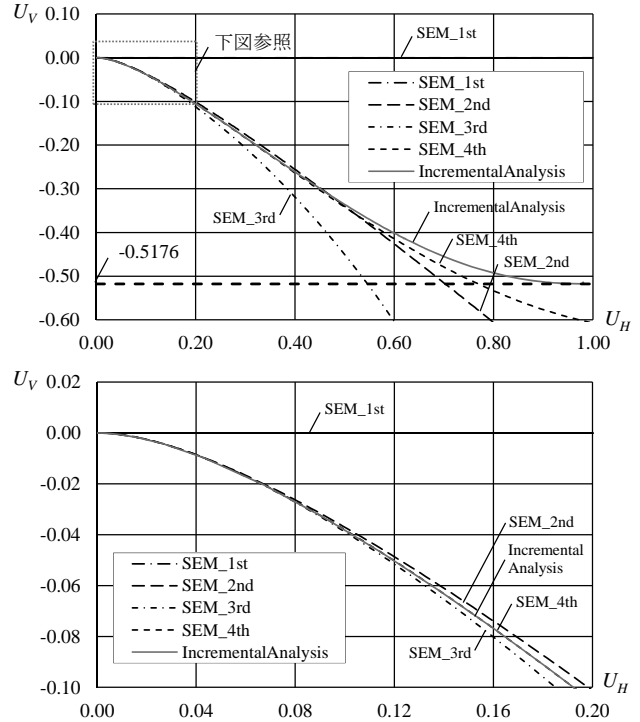


図7 メカニズム次数による解の精度
(上: 全体, 下: $U_H = 0$ 近傍)

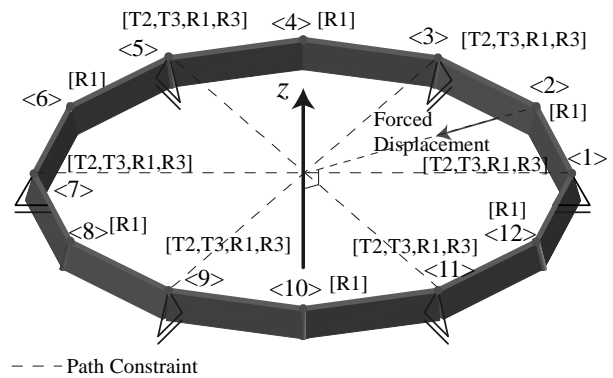


図8 正12角形骨組の逐次増分解析用モデル

表1 級数展開法により得られた4次までのメカニズム各項

	\mathbf{W}'	\mathbf{W}''	\mathbf{W}'''	$\mathbf{W}^{(4)}$
$U_H / \sqrt{U_H^2 + U_V^2}$	1.0000	-0.6549	-0.9999	-0.4313
$U_V / \sqrt{U_H^2 + U_V^2}$	0.0000	-0.7557	-0.0165	0.9022
$\sqrt{U_H^2 + U_V^2}$	0.0963	0.1971	0.0519	0.0576

組のメカニズム経路が次式の級数形式で得られる。ここに ξ は経路パラメータ、 $(\cdot)'$ は ξ に関する微分を表す。

$$W = W'\xi + W''\xi^2/2! + W'''\xi^3/3! + W''''\xi^4/4! + \dots \quad (5)$$

得られたメカニズム経路について、式(5)における1次項 W' から4次項 W'''' までに含まれる節点2の I_2^1 方向変位 U_H と I_2^2 方向変位 U_V の成分比を表1に、 U_H と U_V の関係を図7に示す。ここに、式(5)の ξ に関する1次項のみを考慮したものを"SEM_1st"、同様に2次項まで、3次項まで、および4次項まで考慮したものをそれぞれ"SEM_2nd"、"SEM_3rd"、および"SEM_4th"とする。"SEM_1st"は微小変形メカニズムモードを表しており、 $0 \leq U_H \leq 1$ の全範囲で $U_V = 0$ が成立し、経路の非線形性を考慮できない。これは、表1において1次項 W' に含まれる鉛直変位 U_V の成分比が0であることから確認できる。2次以上の項を考慮することで、経路の非線形性が表現されることが図7から確認できる。

2.4 逐次増分解析によるメカニズム経路の確認

前節で扱った $2N=12$ の正 $2N$ 角形骨組モデルが有限メカニズムであることを、逐次増分解析により数値的に確認する。検証は図5の全体モデルに対して行う。部材断面を描画した解析モデルを図8に示す。図8中の各部材は、図5の線要素とヒンジからなるモデルに、二等辺三角形断面を図5の線要素が各断面の頂点に位置するように描画したものである。ここに、図4の各部材の立面交差部稜線位置のヒンジは、各断面頂部の線要素と節点間のヒンジで表される。

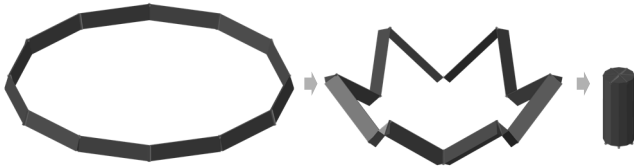


図9 逐次増分解析により求めた正12角形骨組のメカニズム経路

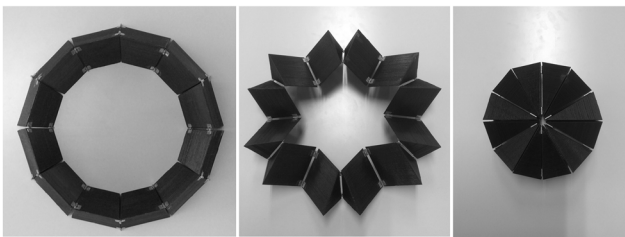


図10 模型写真

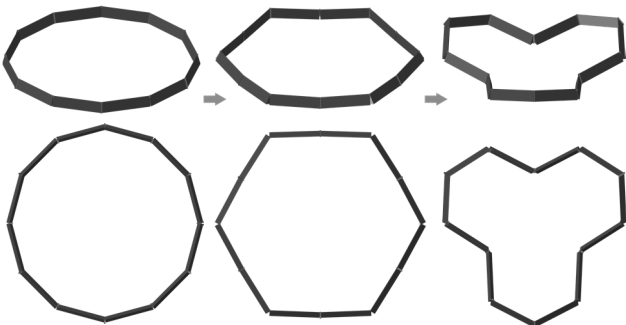


図11 支持条件の不足による対称性の変化

図8の節点1, ..., 12の拘束条件は図5と同じとし、各節点の両側に設けるヒンジ角度 β は前節と同じ値を用いる。また、外力として、節点2の $-I_2^1$ 方向に並進の強制変位を与える。解析には、Abaqus Ver 6.14⁹⁾を用い、ヒンジはコネクタ要素でモデル化する。なお、解析の安定化のため、節点1と部材1端部の間のヒンジには微小量の回転剛性を与える。

図8のモデルの逐次増分解析で得られた変形図(メカニズム図)を図9に示す。図9より、初期の環状から、変形が進むにつれて部材が折り畳まれ、最終的に全ての部材の頂角が z 軸に重なるように棒状に重なることが確認できる。この解析により得られたメカニズム経路における節点2の水平変位と鉛直変位の関係を、図7に実線

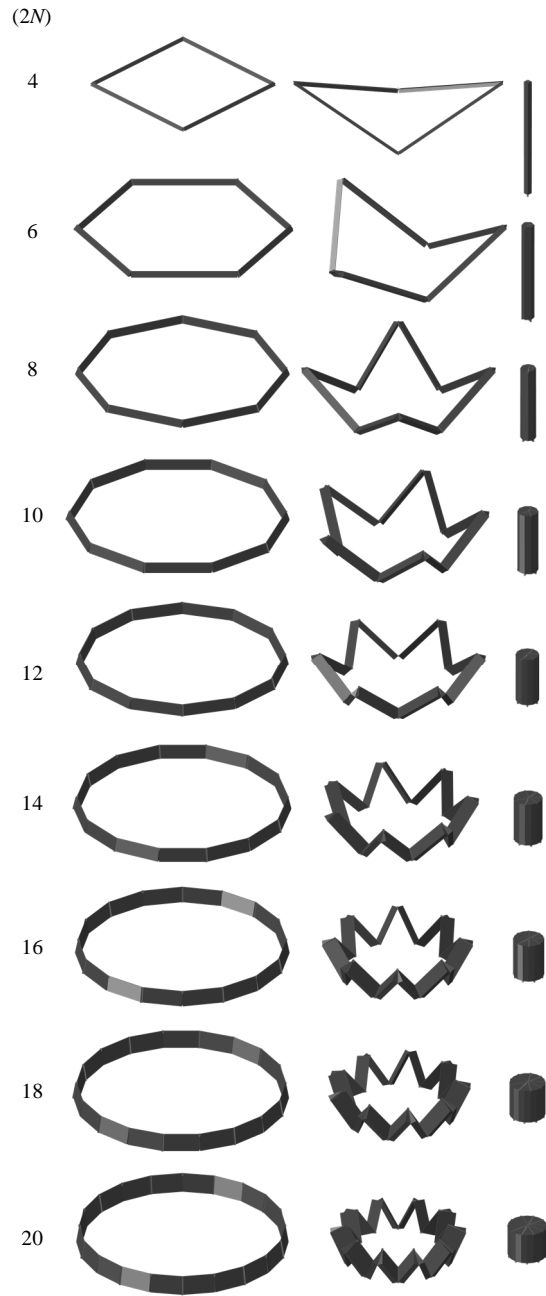


図12 逐次増分解析により求めた正 $2N$ 角形骨組のメカニズム経路

で示す。本モデルの経路は非線形性を持ち、初期状態において勾配 $\partial U_V / \partial U_H = 0$ であるが、その後勾配は減少する（絶対値が大きくなる）。最終点 $U_H = 1$ に近づくにつれて、勾配は再び 0 に漸近する。また U_V の絶対値は正 12 角形の一辺の辺長 0.5176 に収束していることから、本モデルが棒状に重なっていることが確認できる。さらに、級数展開法により得られた経路は、考慮する次数を大きくするほど、増分解析により求めた経路に近い結果を推定できていることが分かる。とくに、メカニズムの 4 次項まで考慮した "SEM_4th" は、 $0 \leq U_H \leq 0.5$ の範囲で増分解析による経路に近い結果を高精度に推定でき、級数展開法の有効性が確認された。なお、本手法は 5 次以上のさらに高次の項の算定にも拡張が可能であり、その場合メカニズム経路の推定精度はより向上すると予測される。

同骨組の模型写真を図 10 に示す。図 10 より、製作した模型が図 9 と同様の変形経路をたどり棒状に畳まれることが確認できる。

2.5 支持条件がメカニズムに与える影響

モデルの支持条件がメカニズム経路に与える影響について考察するため、図 8 に示す支持条件のうち、奇数番号の節点の拘束自由度から R3 を除いたモデルを考える。このモデルに対し、同様に逐次増分解析を行った結果、本骨組は途中まで図 9 と同じ経路を辿ったが、図 11 に示すように、途中で経路の対称性が変化し、棒状に畳まれた形状へ辿り着かなかった。このように、本骨組は支持条件が不足するとメカニズム経路の途中で対称性が変化する。

2.6 骨組の部材数 $2N$ がメカニズムに与える影響

正 $2N$ 角形骨組の部材数 $2N$ がメカニズムに与える影響を確認する。はじめに、前節で調べた $2N = 12$ の他に、 $2N = 8, 10, 16$ について、図 6 の部分モデルに級数展開法を適用した結果、これらの骨組が有限メカニズムの必要条件を少なくとも 3 次まで満足することを確認した。よって、任意の $2N$ に対しても、本骨組は $2N = 12$ と同様に有限メカニズムを持つと予測される。

$2N = 4, 6, \dots, 20$ の各形状に対して、図 8 に示した正 12 角形骨組と同様の拘束条件を与えた骨組を考え、逐次増分解析によりメカニズム経路を求めた結果を図 12 に示す。同図より、 $2N = 4, 6, \dots, 20$ の全ての $2N$ について、 $2N = 12$ の場合と同様に環状から棒状に折り畳めることを確認した。なお、図 12 中の $2N = 4$ および $2N = 6$ の骨組は既往の研究^{3,7)}により、図 4 に示す節点の並進拘束を設けずとも、剛体モードを除き 1 自由度の有限メカニズムを有することが知られている。

3. 正 $2N$ 角形骨組の積層によるドーム型骨組の構成

前述の正 $2N$ 角形骨組を鉛直方向に複数個積層したドーム型の骨組を考える。以下では、例として、図 13 に示すような $2N = 12$ の場合を考える。

ドーム型骨組の構成方法を図 14 に示す。正 $2N$ 角形骨組のメカニズム経路上のある点における形状を z 軸方向に反転したもの（以下、単位ユニットとする）を、ドームの最下段に配置する。その上に、単位ユニットを z 軸まわりに π/N 回転させ、対称軸を中心に縮小したものをドームの二段目として組み合わせる。このとき、図 14 に示す各位置の最下段骨組の上側節点と二段目骨組の下側節点の位

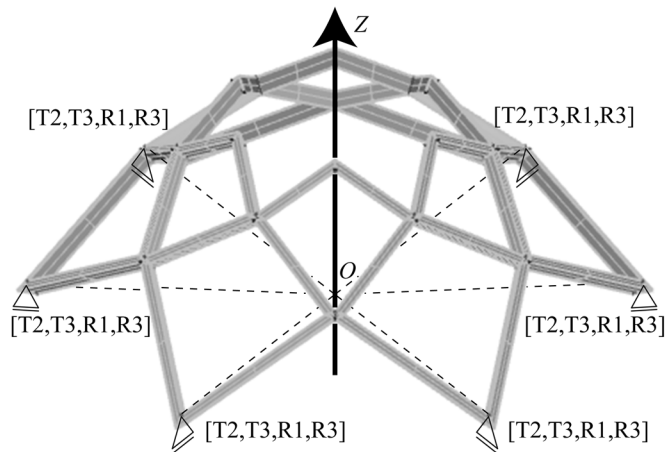


図 13 正 12 角形骨組を積層して構成するドーム型骨組

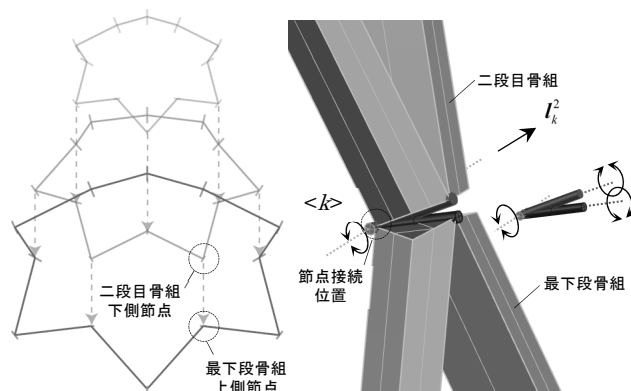


図 14 ドーム型骨組の構成方法

図 15 接合部イメージ

置が一致するようにし、図 15 に示すような I_k^2 まわりの回転のみ自由のヒンジ接合で接続する。これを繰り返すことで、多層の骨組からなるドーム形状の骨組を構成する。本骨組の最下段の単位ユニットの下側の N 個の節点には、図 13 中に [] で示される支持条件を与える。

本ドーム型骨組が有限メカニズムを持つことを、前節同様に逐次増分解析で確認した。解析モデルの初期形状を図 16(a)に、変形途中および最終の形状を図 16(b),(c)にそれぞれ示す。図 16 より、本骨組は全ての部材が最終的に棒状に折り畳まれるメカニズム経路を持つことを確認した。

本ドーム型骨組は、各部材に図 17(a)に示す軸伸縮機構を設ければ、棒状に折り畳まれたのち、図 17(b)に示すようにさらに縮小するメカニズム機構を持たせることができる。この性質は、例えば仮設構造物等への適用を想定した場合、運搬性をより高める効果を持つ。

4. まとめ

本報で得た結論を以下にまとめる。

- ①頂角が $\theta = \pi/N$ の二等辺三角形断面を有する $2N$ 本の等長部材からなり、環状の状態から棒状に畳まれた状態へ変形するメカニズムを持つ $2N$ 角形骨組を構成する手法を開発した。一般の $2N$ に対して、本手法により作成される骨組が、有限メカニズムであるための必要条件を満足し、かつ上記の変形過程を持つことを、 $2N = 4, 6, \dots, 20$ の全ての正 $2N$ 角形骨組について数値的に確認し

た。

- ②正 $2N$ 角形骨組のメカニズム経路上の中間形状を単位ユニットとし、鉛直方向に積層したドーム型骨組を開発した。本骨組はドーム型の初期形状から、全部材が一本の棒状に折り畳まれた形状まで変形するメカニズム経路を持つ。また、単位ユニットあたりの部材数 $2N$ 、積層させる段数、および各段の初期形状は前述の規則を満たす範囲で任意に定められるため、さまざまな形状のドーム型骨組を構成することが可能である。さらに、各部材に軸伸縮機構を設けることにより、本骨組に直線状に畳まれた後さらに収縮する機能を与えることができる。この性質は、展開前後の空間に占める体積比が重視される展開構造において有利な性質である。
- ③展開構造物の部材、節点およびヒンジによるモデル化手法、級数展開法による有限メカニズムの検証法と近似経路の算定法、および逐次増分解析によるメカニズム経路の算定法を組み合わせた展開構造物の検討システムを開発した。本報で用いたこれらの一連の検討システムは、閉じた環状のリンケージで一般に用いられる例えは³⁾適合条件の陽な定式化手法と異なり、本報の正 $2N$ 角形骨組のみでなく、一般の骨組メカニズムにも適用可能である。

なお、本文中に示した骨組の製作方法の説明において、部材断面の太さは考慮されているが、説明を簡便にするため、ヒンジの大きさは零として扱った。実構造物の製作時には、ヒンジの大きさは無視できない場合が考えられるが、このような実構造物の製作時においても、ヒンジの軸回りの大きさ等を考慮し、展開可動時にヒンジ軸と干渉する部分をあらかじめ部材から切削しておくなどの配慮をすることで、本文中に述べたメカニズムを持つ骨組を実構造物として実現可能である。

参考文献

- 1) Gantes C. J. : Deployable Structures: Analysis and Design, WIT Press, 2001.
- 2) 川口健一, 佐藤拓人 : シザーズ骨組を用いた展開式球形シェルターの制作に関する基礎的研究, 日本建築学会技術報告集, 第 22 巻, 第 50 号, pp.53-56, 2016. 2.
- 3) Chen Y., You Z. and Tarnai T. : Threefold-symmetric Bricard linkages for deployable structures, Int. J. Solids Struct., 42, 2287-2301, 2005.
- 4) Ohsaki M., Tsuda S. and Miyazu Y. : Design of linkage mechanism of partially rigid frames using limit analysis with quadratic yields functions, Int. J. Solids and Struct., Vol.88-89, pp.68-78, 2016.
- 5) Tarnai T. : Higher-order infinitesimal mechanisms, Acad. Sci. Hung., 102(3-4), pp.363-378, 1989.
- 6) Watada R. and Ohsaki M. : Series expansion method for determination of order of 3-dimensional bar-joint mechanism with arbitrarily inclined hinges, Int. J. Solids and Struct., published online, doi : 10.1016/j.ijsolstr.2018.02.012, 2018.
- 7) Hunt K. H. : Kinematic Geometry of Mechanisms, Clarendon Press, Oxford, 1978.
- 8) Dassault Systemes : Abaqus User's Manual Ver. 6.14, 2014.

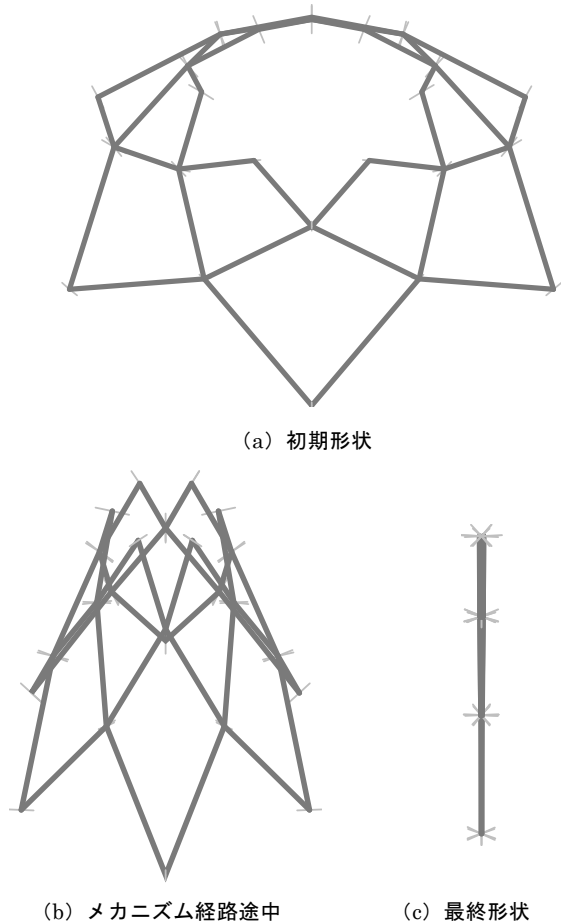


図 16 逐次増分解析によるドーム型骨組メカニズムの経路解析 ($2N=12$)

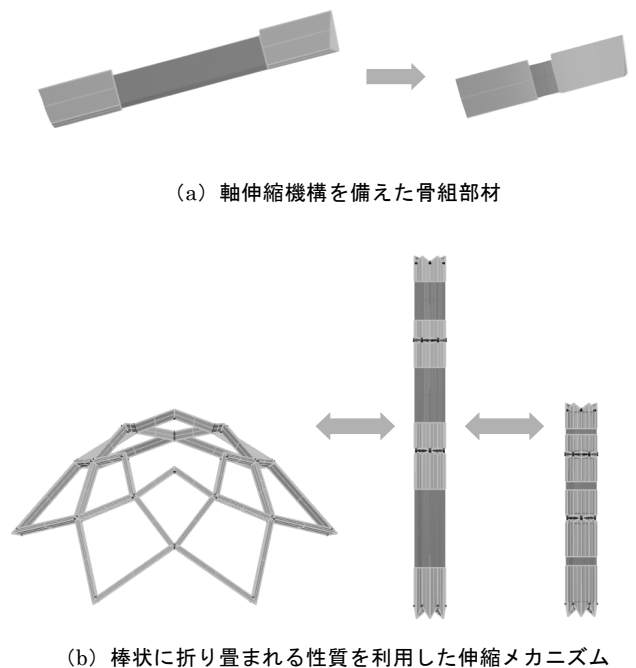


図 17 軸伸縮機構の追加