

ラッセルの記述の理論とタイプ理論の関係について

久木田 水生

1. 序 命題と実在との対応の原則

ラッセルは晩年の著作『自叙伝』および『私の哲学の発展』において、彼の「記述の理論」が、当時論理学や集合論において発見されていたパラドクスの解決の糸口になった、と述懐している。この発言は奇妙に聞こえるだろう。というのも、記述の理論は表示句の対象指示に関する問題の解決を目的としてたてられた理論であると考えられるのが一般的であり、パラドクスの解決とは直接関係がないように思われるからである。事実、記述の理論が展開された1905年の論文「表示について」では、ラッセルは種々の論理的・集合論的パラドクスにまったく触れていない。ラッセルがパラドクスを解決するのは、1908年の論文「タイプ理論に基づく数理論理学」において提唱された「タイプ理論」によってである。しかしながら、実際のところは、記述の理論とタイプ理論には密接な関係がある⁽¹⁾。その関係がどのようなものであるかを示すのが本論文の目的である。

記述の理論とタイプ理論は、実のところ、ある一つの意味論上の原則に基づいた存在論を異なる仕方で 記述の理論では日常言語の意味論的分析によって、タイプ理論では形式論理学の構文論によって 体現したものとみなすことができる。その意味論上の原則とは、「有意味な命題の構成要素はすべて、それぞれに対応する実在的な一つの対象をその意味として持つ」という原則である。これを対応の原則と呼ぶことにする。そしてこの原則に基づいてたてられ、記述の理論とタイプ理論の双方で採られている存在論とは、「存在するものは個体と概念のみであり、その他の対象はすべてこれらから構成される」という内包主義的・原子論的存在論である。

対応の原則は、ラッセルが数学と論理学に関する研究をしていた間(1900年頃から1920年頃まで)、常に持ちつづけられていたものである。対応の原則に相当する主張には、例えば次のようなものがある。

何であれ、思考の対象になり得るもの、あるいは何らかの真または偽の命題に生じ得るもの、あるいは一つと数え得るもの、そういうものを私は項と呼ぶ。[...] 単位、個体、そして存在者という語を私はその同義語として用いる。最初の二つは、どんな項も一つであるということ、三番目のものはどんな項も存在を持つ、つまり在る

ということを強調している。(PoM, p. 43)

私たちが理解できるすべての命題(つまり真偽の判断が出来る命題のみならず、私たちがそれについて考えることが出来るすべての命題)において、すべての構成要素は私たちがそれに対して見知りを持つことが出来る実在の対象である。(OD, p. 56)

命題の構成要素は対応する事実の構成要素と同じものである。(PLA, p. 248)

興味深いのは、この同じ原則が、『数学の原理』の頃と「表示について」以降では、まったく正反対ともいえる存在論を生み出しているということである。『数学の原理』の頃のラッセルは強い実在論を採っていた。「表示について」以降では、『数学の原理』では実在するものとして受け容れていた対象の多くを、「論理的虚構」として斥けてしまう。この変化の焦点の一つは、集合の取り扱いにある。一言で言えば、集合のような外延的・複合的な対象も一つの実体として認めるのが『数学の原理』の立場であり、集合を単一の実体として認めず、より基本的な存在者(個体と性質)から構成されたものと見なすのが「表示について」以降の立場である。この内包主義的原子論的存在論はまた、タイプ理論の基礎にもなっている。

以下、第2節では、『数学の原理』から「表示について」にいたるまでに、ラッセルの存在論がどのように変化したかということ、そしてその変化が対応の原則とどのように関わっていたかということを論じる。第3節では、タイプ理論と対応の原則の関わりを論じる。第4節では、記述の理論とタイプ理論が、それぞれどのような仕方で、同じ一つの存在論と関わりを持っているかということを明らかにする。

2. 記述の理論と対応の原則

1903年の『数学の原理』から1905年の「表示について」までに、ラッセルの存在論は大きく変化している。この変化はラッセルの命題についての見解の変化からの帰結である。『数学の原理』では対応の原則が最も素朴な形で採用されていた。つまりそこでは、私たちに理解可能な文のすべての構成要素が、そのままの形で、何らかの実在的な対象を指示していると考えられたのである。

しかしこのことは明らかな困難をもたらす。私たちの言語には、実在しないように思われる対象に言及する名辞が現れるが、しかしなお、その表現が理解可能であるということがあるからである。この困難は「表示句(denoting phrases)」について考えると明らかにな

る。表示句とは冠詞または数量詞(some、any、all、every など)と一般名詞を使って、何らかの対象に言及する語句のことである。例えば、「I have a dog」_⋈、「All men are mortal」_⋈、「The largest prime number would not be even」における、「a dog」_⋈、「all men」_⋈、「the largest prime number」_⋈が表示句である。この最後の例では、表示句に対応する対象が存在しない。このような名辞を「空名辞」と呼ぶことにしよう。空名辞を含んでいても、この文は明らかに理解可能であるし、真であるようにすら思える。このためラッセルは、『数学の原理』において、存在に「being」と「existence」の区別を設ける。「最大の素数」などの空名辞の対象は、何らかのもの「である」という意味で「being」は持つが、自存的な対象として「existence」を持つものではないと考えられた。かくして、およそあらゆる思考の対象が「being」を持つと考えられ、『数学の原理』は非常に豊かな存在者の領域を持つこととなった。

しかし表示句には、この説明では解決できないさらなる困難がある。それは表示句を含む同一性言明の問題である。ラッセルは「『ウェイヴァリー』の著者はスコットである(The author of *Waverley* is Scott)」という文を例に、この困難を説明している。表示句が対象を意味として持つならば、対応の原則により、この文は「スコットはスコットである」という文と同じことを表現していることになる。しかしこれは明らかに不合理である。というのも、「『ウェイヴァリー』の著者がスコットならば、スコットは『ウェイヴァリー』を書いた」という命題は、論理的に真なる命題であるが、「スコットがスコットならば、スコットは『ウェイヴァリー』を書いた」はそうではない。したがって「『ウェイヴァリー』の著者はスコットである」という命題と、「スコットはスコットである」という文は明らかに異なることを表現している。

もう一つ、それほど強く主張されているわけではないが、ラッセルは『数学の原理』の頃から、集合を独立した一つの対象として取り扱うことに対する抵抗感をしばしば表明している。その背景には、複数の対象(時には無限に多くの対象)からなる集合、あるいは対象の欠如である空集合を、一つのものとして把握することがいかにして可能であるのか、という問題があった。

これらの困難を解決するために、ラッセルは記述の理論を考え出した。記述の理論では、表示句が単独で何らかの対象を意味として持つ、という見解は捨てられ、表示句を含む文は、それを含まない文に分析されるようになった。

「表示について」では三種類の表示句が扱われている。それらは「some F」「all F's」「the F」という形の表示句である。これらの表示句によって指示される(ように思われる)対象について、ある性質Pを述べている文は次のように分析される。

- (1) $P(\text{some } F)$: $F(x)$ かつ $P(x)$ であるような x が少なくとも一つ存在する。
- (2) $P(\text{all } F)$: すべての x について $F(x)$ ならば $P(x)$ である。
- (3) $P(\text{the } F)$: $F(x)$ であるような唯一の x が存在し、かつ $P(x)$ 。

このように分析された後では、もはや表示句は現れない。したがって表示句の指示対象のような個別的な存在者を想定する必要もない。实在の側では、「 $F(x)$ 」や「 $P(x)$ 」などの述語に対応する、普遍的な概念があるばかりである。これらの分析方法は、表示句が空名辞であるか否かということに影響をうけない。つまり「現在のフランス国王は禿である」という文も「現在のイギリス国王は禿である」という文も、同様に(3)の方法で分析される。

さらにラッセルは、固有名詞として通常考えられている表現に関しても(3)と同じ分析を適用する。なぜならば、固有名詞でも、指示対象を欠くことはあるし、また異なる固有名詞が同一の対象を指す場合があるので、表示句とまったく同じ問題が生じるからである。例えば次の文について考えてみよう。

- (4A) ヴァルカンは太陽に最も近い惑星である。

この文は有意味であるように思われるし、もしも水星の軌道の内側に惑星があったならば、(4A)は真であっただろう。しかしながらそのような惑星は実際には存在しなかった。このように私たちの言語は、存在しないものに対しても名前を付けて、それを名指すことが出来るのである。『数学の原理』では、ヴァルカンのような対象は *being* を持つが *existence* を持たないのだ、と説明された。しかし「表示について」では(4A)は次のように分析される。

- (4B) x y [(x はヴァルカンである) z {(z はヴァルカンである) (x は z と同一である)} (y は太陽である) z {(z は太陽である) (y は z と同一である)} (x は y に最も近い惑星である)] .

ここではもはやヴァルカンという個別的な対象は現れていない。(4B)に対応の原則を適用すると、实在の側で対応しているのは、「 \dots はヴァルカンである」、「 \dots は太陽である」、「 \dots は \dots に最も近い惑星である」、「 \dots は \dots と同一である」という普遍的な概念ばかりである。注意しなければならないのは、「太陽」という、実在する対象を名指すように思われる固有名詞さえも、(4B)では消去されていることである。これは、ある固有名詞の対象

が実在するか否か、あるいはそれが実在することが知られているか否か、というような偶然的な状況に依存して命題の分析方法が左右されるということを守るためであろう。

かくして「表示について」以降は、ラッセルの意味論における存在者の対象領域は大幅にせばめられることになった。『数学の原理』では存在者としての地位を認められていた「現在のフランス国王」、「最大の素数」、「ヴァルカン」などの外延はもはや個別的な存在者としては存在しない。そればかりか、「現在のイギリス国王」、「『ウェイヴァリー』の著者」、「太陽」の外延までもが存在者としての資格を剥奪されることになったのである。記述の理論以降では、存在者として認められるのは、その時その時に感覚に与えられている、個別的なセンスデータと、そのセンスデータに帰属させられる性質のみである。言い換えれば、ラッセルは概念について、その外延が本質的であるという立場を放棄し、その内包のみが本質的であるという立場を採用したのである、この立場は、この後のラッセルの論理学と存在論を特徴付ける、もっとも基本的な信念のひとつになっている。

しかしながら、ラッセルはただ単に一方の極端から他方の極端に宗旨がえしたわけではない。この変化の根底には対応の原則という変わらない一つの原則が働いている。両者の相違の焦点は、私たちの言語において用いられる表示句や固有名詞には、指示対象を持つものと、持たないものがある　つまり非空名辞と空名辞がある　ように思われる、という事実と、「有意味な文の構成要素は、必ずその意味として実在の対象を持つ」という対応の原則との間の矛盾を、どのように調停させるかということである。『数学の原理』では、非空名辞に合わせて、あらゆる表示句や固有名詞に、それに対応する実在的对象が存在するという存在論が導かれていた。一方で「表示について」以降では、空名辞に合わせて、いかなる表示句も固有名詞も、独立の個体を指示するものではなく、命題の真の構成要素ではない、という立場が採られた。

3. タイプ理論と対応の原則

1908年の「タイプ理論に基づく数理論理学」で提唱された論理的タイプの理論は、当時発見されていた様々な論理的パラドクスを解決するために作られた理論である。しかしながら、ラッセルはこの理論が単にパラドクスを避けるためのアド・ホックな方便であるとは考えていない。彼はしばしばこの理論が、何かしら私たちの「(論理的)常識」に訴えるものであることを主張する(E. g. MLTT, p. 59. PM, p. 37, MPD, p. 61)。ラッセルは「(論理的)常識」という言葉で何を意味しているのかを明らかにしてはいない。しかし、ともかくパラドクスを解決するという以外に、タイプ理論がどのような動機・理由から主張されているのかを考察してみよう。

タイプ理論とは、述語にタイプという階層的な区別を設けることで、自己言及的な表現、あるいは循環的な表現 例え「 $F(F(x))$ 」などが現れないようにする理論である。最も下位のタイプに属する述語は、個体を値としてとる変項（個体変項）以外に変項を含まない述語である。変項が一つの場合、その述語はタイプ(0)の述語である。もしもその述語が個体変項を二つ含むならば、その述語のタイプは(0, 0)になる。タイプ(0)の変項（「タイプ t の変項」ということで「タイプ t の述語を値として取る変項」を意味することにする）を持つ述語は、タイプ((0))である。もしもその述語が、タイプ(0)の変項を二つ含んでいるならば、その述語はタイプ((0), (0))である。以下同様。タイプ t に属する述語に言及する述語は、タイプ t には属さない。したがってある述語がそれ自身に述語づけられるということは、タイプ理論の中では不可能になる。

以上はいわゆる「単純タイプ理論」の説明である。ラッセルのタイプ理論に特殊な点は、タイプの他にオーダーという区別を持ち込んだ点である。このようなタイプ理論は、現在では「分岐タイプ理論」と呼ばれている。以下で「タイプ理論」というときは分岐タイプ理論を指すことにする。タイプと同様、述語のオーダーは、再帰的に定義される。もしある述語が個体変項しか含んでいなければ、その述語のオーダーは1である。もしある述語が最高でオーダー1の変項（「オーダー n の変項」ということで「オーダー n の述語を値として取る変項」を意味することにする）を含んでいれば、その述語のオーダーは2である。以下同様。

例え「 x は青い」という述語（「 $B(x)$ 」とする）と「 x は空と同じ色を持っている」という述語（「 $B^*(x)$ 」とする）について考えよう。述語のタイプはそれが含む自由変項によって決まる。ここでは変項 x のタイプが0であるとしよう。そのときこれら述語のタイプはどちらも(0)である。しかしながら $B(x)$ と $B^*(x)$ のオーダーは異なる。というのも $B^*(x)$ が述べているのは正確には次のことだからである（ただし「 $C(x)$ 」は「 x は色である」という述語、「 s 」は空を指示する個体名であるとする）

(5) $F[C(F) F(s) F(x)]$.

もしも(5)に現れる束縛変項 F が、タイプ(0)の述語のすべてを値として取るのであれば、その中には $B^*(x)$ も含まれる。したがって $B^*(x)$ は $B^*(x)$ 自身に対する言及を含んでいるということになる。このような述語は「非述定的である (impredicative)」と呼ばれる⁽²⁾。

分岐タイプ理論では、一つの変項は、一つのオーダーの対象しか、その値として取ることは出来ない。 $B(x)$ は個体変項しか含んでいないので、オーダー1の述語である。 $B^*(x)$ は、

オーダー1の述語 $B(x)$ を値にとる変項 F を含んでいるので、オーダー2の述語である。従って $B^*(x)$ は F の値になることができない。このようにして $B^*(x)$ のような述語の非述定性は回避される。

ところで、ラッセルはなぜタイプの区別の他にオーダーの区別を導入する必要があったのだろうか。言い換えると、なぜ彼は述語が非述定性を持つことを禁じる必要があったのだろうか？ 一つには、ある種のパラドクスが非述定的な述語から生じるという問題があった。しかしすでに述べたように、ラッセルは彼の理論が単なるパラドクスを避けるためのアド・ホックな方便であることを否定している。ラッセルが非述定性を禁じたのには別な理由があった。

ラッセルは、分岐タイプ理論は「悪循環原理」という原理を実現するための理論であると述べている。そこで、ラッセルが分岐タイプ理論を採用した理由を明らかにするために、パラドクスの解決とは別の観点から悪循環原理を検討してみよう。この原理は「何らかの全体に言及することによって定義されるものは、その全体の一部であってはならない」ということを述べている。ラッセルによれば、非述定的な述語はこの原理に抵触する。というのも、ラッセルは、ある述語 F の意味が確定するのは、 F が述語づけられる可能性のある任意の対象 x について、 $F(x)$ の値が確定しているときである、と考えているからである。もしも述語 F が F 自身を値として持つような変項を含んでいるならば、 F の意味が確定する前に F の意味が確定しなければならない。これは、たとえば言えば「空と同じ色とはどのような色か？」と聞かれたのに対して「空と同じ色を持つものの色だ」と答えるようなものであろう。かくして私たちは循環に陥る。ラッセルはこのような循環は禁じられるべきであると考え、悪循環原理を要請した。

しかしながら、ラムジーやゲーデルは、このような循環が見せかけのものであると主張する⁽³⁾。彼らは、ある集まりの全体に言及している述語が、その集まりに含まれる対象によって、存在論的に先行されるという、ラッセルの考えを批判する。彼らによれば、述語は、その外延が確定しているときには確定しており、また外延の等しい述語は同一である。従って「 x は青い」も「 x は空と同じ色を持っている」も、表現は異なるが、同じ概念を表している。当然、この二つの述語（あるいはこれらの述語によって表される概念）の間に存在論上の優先順位の違いはないし、非述定的な述語には、いかなる循環的な性質もない。

「空と同じ色とはどういう色か？」という質問に対して、「空と同じ色のものの色だ」と答えたとしても、この答えが単なる言葉の上での説明ではなく、実際に「空と同じ色のもの」によって指示される対象を提示するのであれば、循環にはならない。

ラムジーとラッセルの違いは、一般言明についての彼らの考え方を見ると顕著である。

ラムジーは、「すべての自然数は偶数か奇数のどちらかである」という一般言明は、「0 は偶数か奇数のどちらかである」、「1 は偶数か奇数のどちらかである」、「2 は偶数か奇数のどちらかである」、等々の、個々の自然数についての個別的言明の連言に等しいと考えた。しかしラッセルはこれを否定する。ラッセルにとって一般言明は決して個別的な言明を列挙することによっては到達できないものであった。たとえ個々の自然数すべてについて、それが偶数か奇数のどちらかであることが確かめられたとしても（実際にはそんなことは不可能なのだが）、調べ終わった自然数が自然数のすべてであるということが言えなければ、その結果を一般化することは許されない⁽⁴⁾。

これと同様に、ラッセルにとっては、個別的な概念を指す「x は青い」という述語と、一般的な概念を含んでいる「x は空と同じ色を持っている」という述語は、それぞれ異なる概念を指示している。というも⁽⁵⁾に示されているとおり、後者にはxに当てはまる述語に対する一般化が含まれているからである。

私たちはここでも対応の原則が重要な役割を果たしていることを見出すことができる。ラムジーやゲーデルは、非述定性は単に言語の中だけの問題であり、現実存在する対象や概念の問題ではないと考えた。これに対してラッセルは、命題は世界の構造を忠実に反映するものであり、従って命題が非述定性を持つことを許すことが出来なかった。ラッセルが悪循環原理を提唱し、それに基づいてオーダーの区別を含んだタイプ理論を構築することになったのは、以上の理由による。

4. タイプ理論と記述の理論の関係

ここまでの議論で、私たちは、記述の理論とタイプ理論の両方の基礎で、対応の原則という意味論上の原則が重要な役割を果たしていることを見た。しかしこの二つの理論の関係は、ただ単に両者とも対応の原則からの帰結であるということに留まらない。対応の原則からの帰結というだけならば、『数学の原理』の存在論についても同じことがいえるということは、第2節で見たとおりである。記述の理論とタイプ理論との間にはもっと明白な共通点がある。それは「存在するものは個体と概念のみである」という存在論である。

ラッセルのタイプ理論において使用される記号には、論理結合子、量子子、個体を表す定項および変項、述語を表す定項および変項がある。それ以外の記号はすべてこれらの記号から、これらの記号の使用法に則して構成的に定義される。注意しなければならないのは、タイプ理論においては、そもそもは集合を指示する記号や表示句は現れない、ということである。

この点を記述の理論と比較してみよう。記述の理論は、表示句を含む文の抱える論理的

な困難を解消するような仕方で、その文を解釈する方法を与えている。例えば

(6A) 青い鳥はすべての人の近くにいる。

という文について考えてみよう。この文は、私たちの日常言語の文として、理解可能であるように思われる。従って何らかの仕方で、この文を有意味なものとして解釈する必要があるだろう。ただし「青い鳥」、「すべての人」という表示句が、それに対応する指示対象をその意味として持っている、という見解を採ることは出来ない(第2節参照)。そこでラッセルが考えついたのが、記述の理論であった。ここでは「青い鳥」のような表示句は、それ単独では意味を持たず、何らかの適切な文の中に置かれて、その文の意味に貢献することが出来ると考えられた。この考えに従って(6A)は次のように分析される。

(6B) $x \ y \{ (x \text{ は青い}) \ (x \text{ は鳥である}) \ \{ (y \text{ は人である}) \ (x \text{ は } y \text{ の近くにいる}) \} \}$.

この文の構成要素としては、論理結合子、量化子の他には「 x は青い」、「 x は鳥である」、「 x は人である」、「 x は y の近くにいる」という述語があるだけである。対応の原則によって、これらの述語に対応する概念は存在するが、しかし「青い鳥」のような実体は存在しない、と考えられた。

タイプ理論においても、これと同じ存在論が採られている。ただしタイプ理論においては、そもそも(6A)のような文は現れない。この文はタイプ理論の文法から見て、適格な文 (well-formed formula) ではないのである。タイプ理論では、個体名と述語を無定義概念とする基本的な道具立てから、まず(6B)が構成され、それから(6B)の略記として(6A)が導入される。かくして、タイプ理論においては、「青い鳥」のような記号は、それ単独では意味を持たず、従って青い鳥のような対象の存在も想定されない。

ひとたび(6A)のような文の意味が定義されたならば、私たちはあたかも「青い鳥」という対象が存在し、それが何らかの性質を持ったり、他の対象と何らかの関係を持ったりするように語ることができる。しかしここには、日常言語においてこのような仕方で語る習慣があり、このような語り方が出来た方が便利である、という以上の理由はない。青い鳥のような対象は、あくまでもより基本的な対象から構成された「論理的虚構」に過ぎないのである。

このように記述の理論とタイプ理論は、それぞれ異なる仕方で、ラッセルの原子論的存在論に結び付いている。その関係は以下のように要約することが出来る。まずラッセルは、

表示句の持つ様々な困難のゆえに、(6A)のような表示句を含む日常言語の文を、表示句が現れない(6B)のような形に解釈した。これが記述の理論である。それからラッセルは対応の原則に従って、「存在するものは、個体と概念のみである」という存在論に導かれた。再び対応の原則に従って(ただし今度は逆の方向へ向かって)、ラッセルはこの存在論に基づく形式的な論理体系を作った。これがタイプ理論である。タイプ理論においては、存在者を名指す記号としては、個体名と述語しか現れない。タイプ理論においては、そもそも(6A)のような文は現れないのであるが、しかし(6B)を意味するものとして(6A)が定義される。そのことによって、タイプ理論においても、集合や数などの対象を、「論理的虚構」としてではあるが、扱うことが可能になっている。

ただし「表示について」と『プリンキピア』がまったく同じ存在論をとっていたとまで主張することはできない。記述の理論ではもちろん述語の間にオーダーの区別がない。本論文が主張するように、高次のオーダーを持つ述語に対応する概念が実在的なものとして扱われていたとすれば、その存在論は記述の理論の存在論よりも相当複雑なものになる。この間のギャップを埋めるには、ラッセルがタイプ理論を採用する前に提唱していた「置き換え理論」を考察する必要があるが、本論文ではその問題には触れない、しかしこのギャップを認めてもなお、存在するものは個体と概念のみであるという観点は維持可能である。

5. 結び

タイプ理論の顕著な特徴は、それが構成的な構文論であるということである。タイプ理論は、個体名と個体の性質を表す述語を、最も基本的な記号として持っている。その他の記号は、これらの記号から明示的な規則に則って段階的に生成されていく。述語のタイプやオーダーは、タイプ理論のこの構成的な性質の帰結である。タイプ理論の構造は、そのままラッセルの内包主義的原子論的存在論を反映している。そしてこの存在論は、彼の記述の理論からの帰結に他ならない。

記述の理論とタイプ理論は、一見するとお互いにまったく独立の理論であり、その目的に関しても内容に関しても、共通するものはほとんどないように思われる。しかしながら、意味論と存在論におけるラッセルの対応の原則、そして彼の原子論的存在論の観点から見ると、記述の理論とタイプ理論が実は密接な関係を持っていたということが分かる。記述の理論は、対応の原則と日常言語に現れる表示句の使用法との間の不整合を調停するために、日常言語を分析して表示句が現れない形に解釈することを目指した。タイプ理論は、記述の理論によって分析された後の形式の文だけを持つような、形式的な論理体系を与え

る構文論として特徴付けられる。

そしてこの二つの理論の関係が認識されるならば、ラッセルが、パラドクスの解決への第一歩として記述の理論に言及している理由も理解されるだろう。同時にまた、タイプ理論が単にパラドクスを解決するためのアド・ホックな方便ではなく、私たちの「論理的常識」に訴えるものである、というラッセルの主張の意味も、いくらかは理解できる。タイプ理論は、悪循環原理という構成主義的なテーゼを忠実に実現しようとした理論であり、この原理はもちろんパラドクスを避けるために人為的に立てられた規約ではない。

ただしタイプ理論はそのままでは制約が厳しすぎて、数学の体系を十分に基礎付けることができなかった。そこでラッセルは「還元可能性の公理」という公理を導入して、この欠陥を救ったのであるが、これは結果的に悪循環原理が禁じた非述定的定義を可能にするものであった。この公理は集合を実在的な存在者として扱うことと同値である。つまり集合を個体的対象として扱うことが可能であれば、私たちはタイプ理論のなかで還元可能性の公理を証明することができる。逆に還元可能性の公理を前提することによって、私たちは実質的に集合というような存在者が存在するかのようには振舞うことができる。しかし私たちはこの公理がラッセルの存在論の何かを反映しているものと考えべきではない。この公理に関しては、ラッセルは、数学の重要な命題を導出することを可能にするという以外には正当化はない、と述べている。

このようなラッセルの態度は、数学を純粋な論理に還元し、そのことによって数学の確実性を保証するという論理主義の目的とは相容れないように思われる。しかしながら『プリンキピア』でのラッセルの論理主義は、実は一般に考えられるような還元主義ではなかった。ラッセルが『プリンキピア』で示したのは、どのような前提を立てれば数学の全体系が論理的に導出できるか、ということに過ぎない。パットナムはこのようなラッセルの立場を「もし - ならば主義 if-thenism」と呼んでいる。

したがって私たちは還元可能性公理抜きの方岐タイプ理論こそが彼の論理的な存在論を体現しているものだと見るべきだろう。この存在論は構成主義的かつ内包主義的なものであり、ラムジーやゲーデルなどの外延的实在論、集合論的实在論とはっきりとした対照をなすものである。

注

(1) グレゴリー・ランディニは記述の理論とタイプ理論の間の、このギャップを埋める「ミッシング・リンク」が、「置き換え理論」とであると指摘している。置き換え理論は、命題に現れる項を別な項に置き換える操作によって、命題関数を説明する理論である。置き換え理論は、記述の理論によって提案された、クラスなどの対象を存在者として前提する必要がないように命題を分析する方法を踏襲し、さらにその方法をパラドクスの解決へと結び付けた試みであり、タイプ理論の母体となった理論である。従ってこの理論

を介して見るならば、一見何の関係もないように思われる記述の理論とタイプ理論の間の連続性が明らかになる。Cf. Gregory Landini, *Russell's Hidden Substitutional Theory*. New York and Oxford: Oxford University Press. 1998. 337pp. P. v.

(2) ただしラッセルは、述語がそれ自身を含む全体に言及していなくても、なんらかの対象の全体に言及しているとき、その述語を非述定的な述語と呼んでいる。本論文中では、述語がそれ自身を含む全体に言及している場合にのみ、その述語が非述定性を持つという。

(3) Cf. Ramsey, "The Foundations of Mathematics." In D. H. Mellor (ed.), *Philosophical Papers*. Cambridge: Cambridge University Press. 1990. pp. 164-224. Gödel, "Russell's Mathematical Logic." In Benacerraf and Putnam (eds.), *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*. Second edition. Cambridge: Cambridge University Press. 1983. pp.447-469.

(4) Cf. PLA, pp. 234f.

文献

ラッセルの文献については次の略号を使用した。

PoM: *Principles of Mathematics*. Second edition. London: Routledge. 1992. 534pp.

OD: "On Denoting." In Russell, *Logic and Knowledge*. London and New York: Routledge. 1992. 382pp. pp. 41-56.

MLTT: "Mathematical Logic as Based on the Theory of Types." In *Logic and Knowledge*, pp. 57-102.

PM: Whitehead and Russell, *Principia Mathematica*. Vol. 1. Second edition. Cambridge: The Syndics of the Cambridge University Press. 1927. 674pp.

PLA: "Philosophy of Logical Atomism." In *Logic and Knowledge*, pp. 175-281.

MPD: *My Philosophical Development*. London, Sydney and Wellington: Unwin Hyman Limited. 1985. 207pp.