

粗度要素の抵抗および体積変化を考慮した $k-\epsilon$ モデルによる 乱流境界層の数値計算

正会員 丸 山 敬*

1. はじめに

建築物の耐風設計を行う場合、強風時の風速鉛直分布を決定することが必要となるが、地表面付近には乱流境界層が発達するので、その気流性状を予測しなければならない。このとき、市街地のように粗度要素が大きくなると、地表面の粗度形状や吹送距離による風速分布の変化が問題となる。

粗面上に発達する乱流境界層を数値計算によって求める場合、地表面境界の与え方が最も重要になる。地表面付近の気流性状を詳しく知りたいときには粗度形状を計算領域に再現する方法が考えられる。この場合、十分に発達した乱流境界層では境界層厚に比べて粗度高さが低いので、解析領域の細かな分割が要求され、境界層上部まで計算を行おうとすると計算量が多くなる。3次元計算を行えば粗度要素周りの空間的な気流性状を知ることができるが、計算量が膨大になって、各粗度要素の形状を変化させたり、流れ方向に計算領域を伸ばしてゆくには限度がある。現在の計算機の能力から見て、規則的な粗度配置を周期境界条件を用いて解き、高さ方向にせん断応力が一定であるような範囲の解析¹⁾が限界のように思われる。一方、粗度高さよりも上の情報が欲しいときや、境界層の発達の様子を知りたい場合には、粗度形状を計算領域に再現せずに地表面粗度をべき法則や対数法則で取り込む wall-boundary 条件が用いられることが多い²⁾。このとき、粗度はべき指数や粗度長、零面変位等のラフネスパラメーターによって与えられる。各粗度形状に対応するラフネスパラメータは、吹送距離が粗度高さに対して十分長く、境界層がほぼ平衡状態に達したと見なせるときの値として実験や観測により求められる。しかし、粗度高さに対して吹送距離が短い間はラフネスパラメーターの変化が大きいため、正確な計算を行おうとすると吹送距離方向に値を変化させる必要がある³⁾。また、粗度高さ以下の層、すなわちキャノピー内ではべき法則や対数法則が成り立たない⁴⁾ので、キャノピー内の気流性状を求めることができない。したがって、ラフ

ネスパラメーターの吹送距離による変化そのものを求めたり、市街地のように粗度要素が大きい粗面上に発達する乱流境界層を、キャノピー内の気流性状をも含めて求めるためには、粗度要素の影響をなんらかの方法でモデル化して計算に取り込む必要がある。

キャノピー内の気流性状に与える粗度要素の影響は森や林、農作物等、植物キャノピーにおいて数多く研究されている。Wilson ら⁵⁾は長さスケールを既知とした多方程式モデルによる予測を行い、Yamada⁶⁾は長さスケールの方程式を用いた2方程式乱流モデルを示した。また、鶴野ら⁷⁾はYamadaのモデルを $k-\epsilon$ モデルに変換し市街地キャノピーに適用した。これらの解析では方程式系を流体部分についてのみ解いており、粗度要素である植物や建物の体積変化を考慮していない。植物キャノピーのように単位空間あたりに存在する固体部分の割合が小さい場合には粗度要素の体積変化による影響は少ないが、市街地のように粗度要素の占める割合が大きくなると粗度要素の体積変化の影響が出てくると考えられ、それを取り扱える形で方程式系を与えた方がよい。村上ら⁸⁾、鈴木ら⁹⁾は粗度要素の体積変化をコントロール・ボリュームの考え方で取り込んだ $k-\epsilon$ モデルを導出し、クリーンルームの解析に用いた。また、平岡ら¹⁰⁾はナビエ・ストークス方程式に粗度要素の体積変化を考慮した時空間平均操作を行い、植物および都市キャノピー内での乱流モデルの考察を行った。

本報では、平岡ら¹⁰⁾による粗度要素の抵抗および体積変化を考慮した $k-\epsilon$ モデルが粗面上に発達する乱流境界層の解析に有効であることを示し、新たに導入されたモデル係数の最適値を実験結果との比較から求め、粗度形状による変化について考察した。

2. 乱流モデル

用いた乱流モデルはナビエ・ストークス方程式に時空間平均操作を施し¹¹⁾、Launder ら¹¹⁾による $k-\epsilon$ モデルの形に近似を行ったものである¹⁰⁾。粗度要素を含む2次元の流れ場における基礎方程式は以下のようになり、粗度要素の体積変化による流体部分の体積変化を取り扱える形で表される。

本論文は文献13)で発表した内容をもとに加筆修正した。

* 京都大学防災研究所 助手・工修

(1989年4月10日原稿受理, 1989年7月14日採用決定)

[連続の式]

$$\frac{\partial GU}{\partial x} + \frac{\partial GW}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

[平均流の輸送方程式]

$$G \frac{\partial U}{\partial t} = - \frac{\partial GUU}{\partial x} - \frac{\partial GUW}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ G \left(P + \frac{2}{3} k \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left(2 \nu_t \frac{\partial GU}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \nu_t \left(\frac{\partial GU}{\partial z} + \frac{\partial GW}{\partial x} \right) \right\} - GF_{rx} \dots\dots\dots (2)$$

$$G \frac{\partial W}{\partial t} = - \frac{\partial GUW}{\partial x} - \frac{\partial GWW}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ G \left(P + \frac{2}{3} k \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \nu_t \left(\frac{\partial GU}{\partial x} + \frac{\partial GW}{\partial z} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left(2 \nu_t \frac{\partial GW}{\partial z} \right) - GF_{rz} \dots\dots\dots (3)$$

[乱流エネルギーの輸送方程式]

$$G \frac{\partial k}{\partial t} = - \frac{\partial G Uk}{\partial x} - \frac{\partial G W k}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial G k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial G k}{\partial z} \right) + G(S - \epsilon + F_k) \dots\dots\dots (4)$$

[エネルギー消散率の輸送方程式]

$$G \frac{\partial \epsilon}{\partial t} = - \frac{\partial G U \epsilon}{\partial x} - \frac{\partial G W \epsilon}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial G \epsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial G \epsilon}{\partial z} \right) + G \frac{\epsilon}{k} (C_{1\epsilon} S - C_{2\epsilon} \epsilon + F_\epsilon) \dots\dots\dots (5)$$

ただし,

$$F_{rx} = C_{fx} U^2 a_x / 2, \quad F_{rz} = C_{fz} W^2 a_z / 2 \dots\dots\dots (6)$$

$$F_k = C_{\rho k} (U F_{rx} + W F_{rz}) \dots\dots\dots (7)$$

$$F_\epsilon = C_{\rho \epsilon} k^{3/2} / L \dots\dots\dots (8)$$

$$S = \frac{\nu_t}{G^2} \left\{ 2 \left(\frac{\partial GU}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial GU}{\partial z} + \frac{\partial GW}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial GW}{\partial z} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (9)$$

$$\nu_t = C_D k^2 / \epsilon \dots\dots\dots (10)$$

$$C_D = 0.09, \quad \sigma_k = 1.00, \quad \sigma_\epsilon = 1.30$$

$$C_{1\epsilon} = 1.44, \quad C_{2\epsilon} = 1.92 \dots\dots\dots (11)$$

とする。各変数および係数の意味は以下のとおりである。

- U : 単位流体体積あたりの x 軸方向時間平均風速
- W : 単位流体体積あたりの z 軸方向時間平均風速
- P : 単位流体体積あたりの時間平均圧力
- k : 単位流体体積あたりの時間平均乱流エネルギー
- ε : 単位流体体積あたりの時間平均エネルギー消散率
- t : 時間

$$a_x : \frac{\text{単位空間あたりの粗度要素の } x \text{ 軸方向見付け面積}}{\text{単位空間あたりの流体体積}} \dots\dots\dots (12)$$

$$a_z : \frac{\text{単位空間あたりの粗度要素の } z \text{ 軸方向見付け面積}}{\text{単位空間あたりの流体体積}} \dots\dots\dots (13)$$

G : 単位空間あたりの流体体積

L : 粗度要素の x 軸方向見付け幅

C_{fx} : 粗度要素の x 軸方向抵抗係数

C_{fz} : 粗度要素の z 軸方向抵抗係数

C_{ρk} : モデル係数=1.0

C_{ρε} : モデル係数

ν_t : 渦動粘性係数

ここで、F_{rx}, F_{rz}, F_k, F_εは粗度要素の存在により生じた項で、以下のようにモデル化する。F_{rx}, F_{rz}は粗度要素が流れから受ける抗力につり合うと考え、抵抗係数 C_{fx}, C_{fz}および式(12), (13)で定義する a_x, a_zを用いて式(6)のように与える。F_kは粗度要素が流れから受けるエネルギーに比例すると考え、式(7)のように与える。このとき、粗度要素が振動や音を発生することなく、流れに対して行った仕事がすべて k に変わるならば C_{ρk}=1.0 である。F_εは粗度要素の存在に起因する ε の生成項で、ここでは、村上ら⁸⁾, 鈴木ら⁹⁾にならって、式(8)のように粗度形状を代表する長さスケール L を含んだモデル化を行い^{付録2}, L として粗度要素の x 軸方向見付け幅をとる。

3. 解析領域および計算方法

Fig.1 に示すようなラフネス上に発達する乱流境界層を解析対象とし、領域 ABCDEF について計算を行った。図において AB の部分は滑面、BC の部分が粗面で、x 軸を粗面の風上側前縁から流れ方向に、z 軸を床面から鉛直上方にとる。計算は SMAC 法によって行い、変数は staggered mesh 系に取り、時間に関して 2 次精度の Adams-Bashforth スキーム、空間に関して 2 次精度の中心差分(ただし、k, ε に関して移流項は風上差分)を用いた。床面付近のメッシュ分割および変数配置の詳細を Fig.2 に、解析領域全体のメッシュ分割を Fig.3 a に示す。

風上境界 AF において U および k は実験値を流入側の仮想セルの値として与えた。W, ε については、W = 0.0, ε = k^{3/2} C_D^{3/4} / xz とした。ただし、k はレイノルズ応力 -u'w' の測定値より、k = -u'w' / √C_D として求

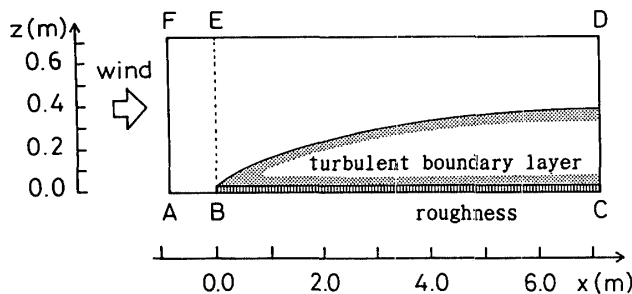


Fig.1 Region of calculation

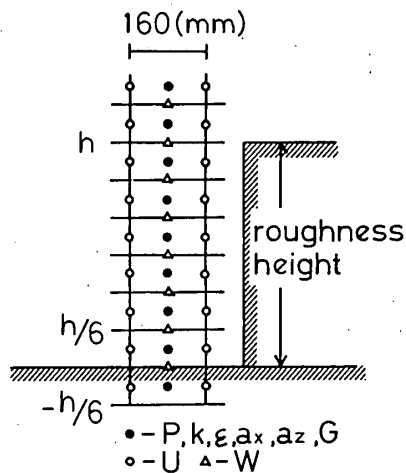


Fig. 2 Detail of mesh discretization near ground

めた。ここで、 κ はカルマン定数で0.4とする。上方境界DEFにおいて $P=0.0$ 、それ以外の変数は z 軸方向の勾配が1つ内側のセルの値と変わらないように上方仮想セルの値を与えた。床面境界ABCでは $W=0.0$ 、 $\partial U/\partial z$ はべき法則(べき指数1/7)が成り立つように、他の変数は $\partial/\partial z=0.0$ となるように下方仮想セルの値を与えた。また、床面第1セルで $\epsilon=k^{3/2}C_{\rho E}^3/\kappa z$ とした。風下境界CDでは各変数に対して $\partial/\partial x=0.0$ となるように流出側仮想セルの値を与えた。また、 $a_z=0.0$ 、 a_x 、 G については実験で用いた粗度形状に対応するように与えた。 C_{fx} 、 C_{fz} 、 $C_{\rho k}$ 、 $C_{\rho E}$ はキャノピー内で z 軸方向に変化する可能性があるが、今回の計算では簡単のため z 軸方向に一定とし、 $C_{fz}=0.0$ 、 $C_{\rho k}=1.0$ とした。また、従来の $k-\epsilon$ モデルに現れるモデル係数は式(11)に示す粗度要素の無い場合の標準的な値を用いた。以上の条件のもと、モデル係数 C_{fx} および $C_{\rho E}$ を変化させて計算を行い、実験結果を最も良く近似するときの値を求めた。なお、粗度要素の存在しない場所では $C_{\rho E}=0.0$ とする。

後述の粗度形状 case B に対応する計算結果を Fig. 3 b~f に示す。図より、境界付近で各計算結果の変化は滑らかであることが分かる。計算領域については風上側に滑面を、風下側に粗面をそれぞれ約7 m 伸ばした場合の計算結果とほとんど差が無かった。また、差分メッシュについては x および z 軸方向の分割幅を半分にした場合の計算結果との差も小さく、全体のパターンもほぼ同じであった。これらの結果から、使用した境界条件、解析領域および差分メッシュが妥当であると判断した。

4. 実験結果との比較

Fig. 4 に示すような形状をもつ4種類のラフネスを用いて風洞実験を行った。各ラフネスの形状および粗度が存在する場所での a_x 、 G の値を Table 1 に示す。実験方法は文献4)と同じで、流れ方向の静圧勾配が零になるように天井高を調節し、基準風速 U_0 は約10 m/s と

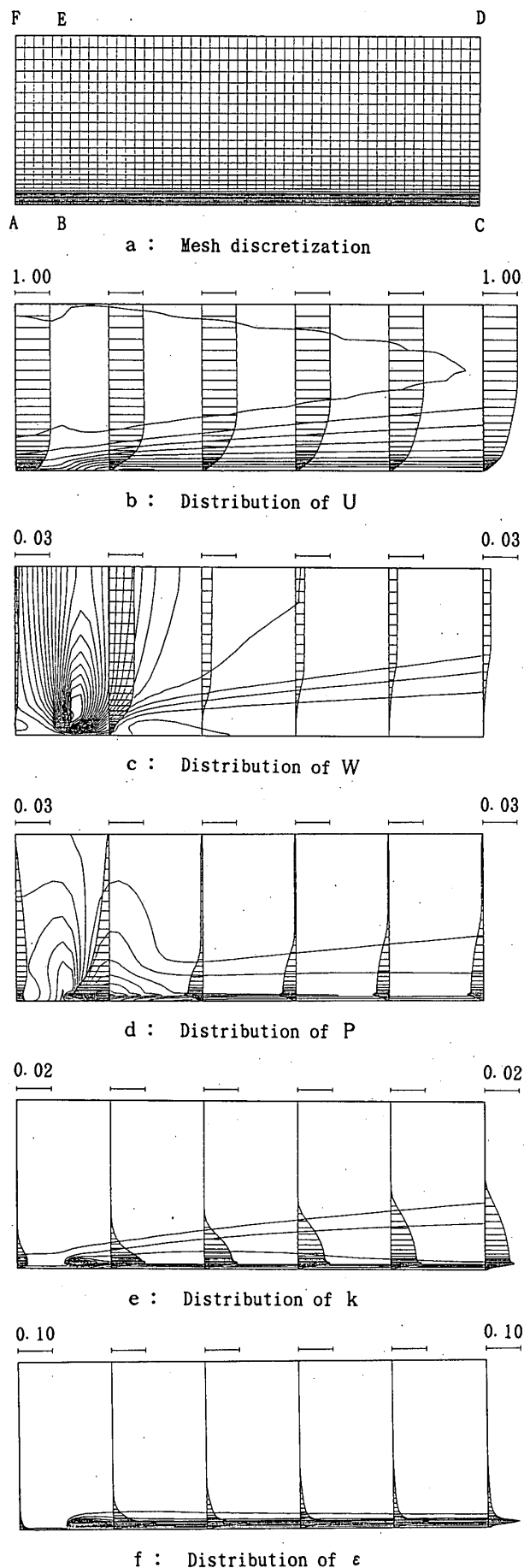


Fig. 3 Calculation results of case B; $a_x=4.76$, $a_z=0.00$, $G=0.875$, $C_{fx}=1.75$, $C_{fz}=0.00$, $C_{\rho k}=1.00$, $C_{\rho E}=2.50$.

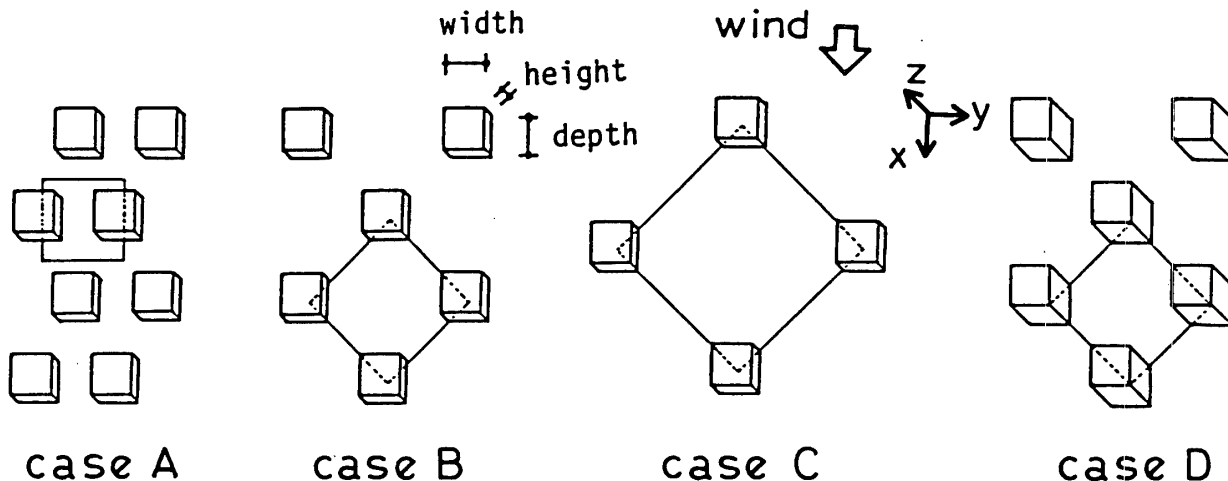


Fig. 4 Configuration of roughness

した。風上側には風洞床面が約 8.9 m 続き、ラフネス風上前縁で乱流境界層が約 15 cm 発達した。座標系は Fig. 1, 4 に示すとおり計算領域と対応するようにとる。キャノピー内では乱れや流れの 3 次元性が大きいので、主に粗度高さ h 以上で X 型熱線風速計を用いた測定を行った。キャノピー内の気流性状については乱れおよび風向変化による誤差を抑えるため、タンデム型熱線風速計を用い、 $x=6.15$ m 付近において測定を行った。文献 4) に示されるように気流性状は粗度高さの約 1.5 倍以下で 3 次元性を示すので、計算結果との対応を取るため $z=2h$ 以下では、粗度要素に対する相対位置を変えて複数の位置で測定を行い、各高さにおける時空間平均値を求めた。 k の値は $-\overline{u'w'}$ の測定結果より $k = -\overline{u'w'}/\sqrt{C_D}$ として求めた。ただし、キャノピー内では k に関して空間変動を含んだ実験データを得ることが難しく、計算結果と比較できるような測定値は求められなかった。

各ラフネスに対して C_{rx} および C_{pe} を変化させて計算を行い、計算結果が実験結果と最も良く合うように C_{rx} および C_{pe} の値を選んだときの U および k の x 軸方向の変化を Fig. 5 a~d に示す。図中実験値は U_0 を用いて無次元化してある。図より、粗度高さ以上の U および k の計算結果は、case B, C, D で k が実験値よりもやや小さくなるが、各吹送距離において実験値をほぼ再現していることが分かる。また、キャノピー内の測定が行われた $x=6.15$ m 付近の U の分布を見る限り、計算結果は実験結果と良く合い、各ラフネスに対して床面付近から境界層上部まで境界層内の分布を良く再現している。

U の分布にべき法則をあてはめ、べき指数 α の吹送距離方向の変化を調べると、Fig. 6 のようになる。図より、 α の値は吹送距離方向に減少し、風速分布形状が変化するが、計算結果より求めた α の変化は実験結果にほぼ対応している。このように、本報で示した解析手法

Table 1

case	width = L (m)	height = h (m)	depth (m)	a_x (1/m)	G
A	0.03	0.03	0.03	11.11	.750
B	0.03	0.03	0.03	4.76	.875
C	0.03	0.03	0.03	1.96	.944
D	0.03	0.06	0.03	4.76	.875

は粗面上に発達する乱流境界層内の気流性状や風速分布の吹送距離方向の変化の予測に対して有効である。

5. 考察

前章では本解析手法の有効性が示されたので、次に粗度形状とモデル係数の関係について考察する。調べたラフネスの種類が多くないので広範囲の粗度形状に対する議論はできないが、今回用いた千鳥状配置正方形断面の粗度ブロック、4 種類について検討する。

5.1 抵抗係数 C_{rx} について

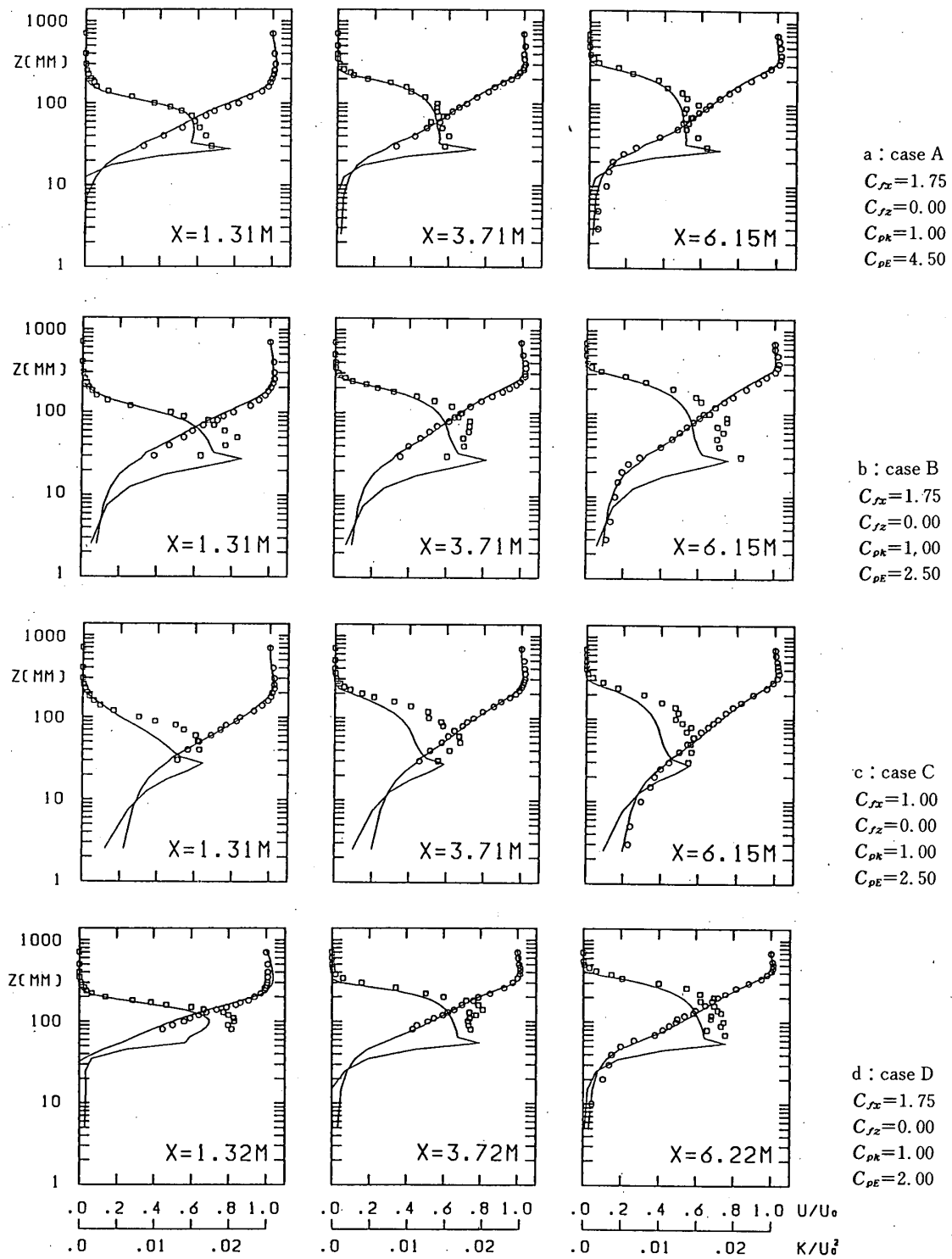
本解析で C_{rx} は、各差分格子点高さでの水平面内時空間平均風速に対する抵抗係数として、粗度要素の流れ方向見付け面積をもとに定義されている。実験結果との比較により得られた C_{rx} を a_x に対して描くと Fig. 7 のようになる。case C の 1.00 を除くと、他はすべて 1.75 となり、この値は乱流中の 2 次元独立正方形角柱の持つ抵抗係数の測定値¹²⁾と同じである。case A, B, D で変化がないこと、case C のみ小さくなることから C_{rx} の値は粗度要素のアスペクト比よりも粗度要素間隔に依存し、粗度要素間隔がある程度離れてくると小さくなる事が分かる。

5.2 粗度を代表する長さスケールについて

いま、式 (8) を

$$F_E = \frac{k^{3/2}}{(L/C_{pe})} \dots \dots \dots (14)$$

と書換え、新たに L/C_{pe} が粗度を代表する長さスケールと考えると、 $1/C_{pe}$ は粗度を代表する長さスケールが粗度要素の x 軸方向見付け幅の何倍であるかを表して



いる。Fig. 8 に示すように、case B よりも case D のほうが $1/C_{\rho \epsilon}$ の値が大きいことから粗度要素の配列形状が同じ場合には、粗度を代表する長さスケールは粗度要素のアスペクト比に依存し、細長いほうが大きくなることが分かる。また、立方体粗度ブロックによる case A, B, C の変化より、粗度要素の形状が同じ場合には、粗度要素間隔がある程度離れていると粗度を代表する長さスケールはほぼ一定になるが、粗度要素間隔が狭くなる

と、それにつれて小さくなることが分かる。

6. まとめ

本報では粗度要素の抵抗および体積変化を考慮した $k-\epsilon$ モデルを用いて、粗面上に発達する 2次元乱流境界層内の気流性状を数値計算により求めた。計算結果が乱流境界層内の気流性状や風速分布の吹送距離方向の変化を比較的良く再現することを、実験結果との比較により明らかにし、本報で示した解析手法が粗面上に発達する

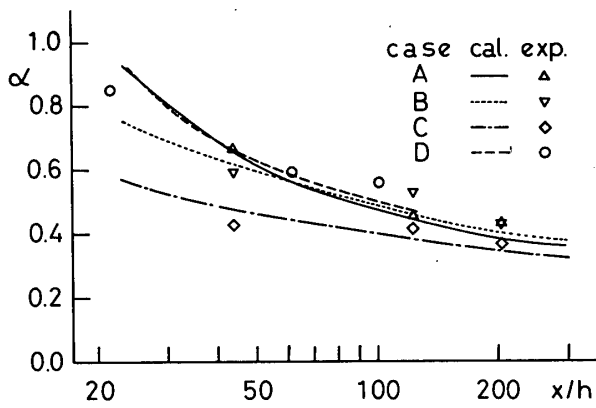


Fig. 6 Variation of α with fetch

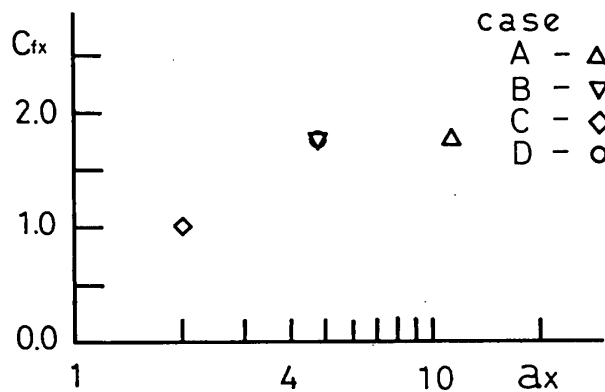


Fig. 7 Variation of C_{fx} with α_x

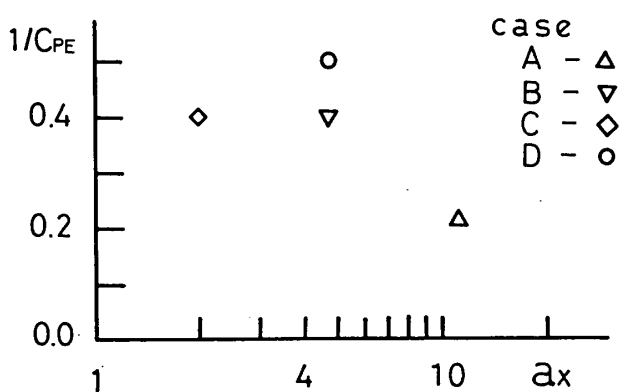


Fig. 8 Variation of $1/C_{PE}$ with α_x

乱流境界層に対して有効であることを示した。このとき、今回用いた千鳥状配置正方形断面の粗度ブロックに対して以下のことが分かった。

- 1) 従来の $k-\epsilon$ モデルに現れるモデル係数は粗度要素の無い場合の標準的な値を用いることができる。
- 2) 粗度形状が変化しなければモデル係数の値をキャノピー内で高さ方向に一定とすることができる。
- 3) 抵抗係数の最適値の範囲は約 1.00~1.75 であり、その値は粗度要素間隔に依存し、粗度要素間隔がある程度離れてくると小さくなる。
- 4) 粗度要素の存在により生じる ϵ の生成項のモデル化の際に導入された長さスケールの最適値の範囲は、粗度要素の流れ方向見付け幅の約 0.22~0.50 倍であり、

その値は粗度要素のアスペクト比に依存し、細長いほうが大きくなる。また、粗度要素の形状が同じ場合には、粗度要素間隔がある程度離れているとほぼ一定になるが、粗度要素間隔が狭くなるにつれて小さくなる。

今回の計算において、キャノピーよりも上部の気流性状の再現性はほぼ確認できた。一方、キャノピー内における気流性状に関して詳細な検討が必要かもしれないが、粗度要素を含む時空間平均値の解析という観点からすれば、おおよその値を求めることができれば十分なので、詳しい解析は LES 等を用いた 3 次元計算に譲った方が良いと考える。

今後 3 次元計算や風洞実験によって市街地等、複雑な粗度形状に対するモデル係数の評価を行ってゆきたい。

なお、本研究の一部は文部省科学研究費の援助を受けて行われたものである。

謝 辞

モデル化および数値計算を行うに当たり、京都大学助手平岡久司氏から有用な意見を数多くいただいた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 村上周三・持田 灯・日比一喜：Large Eddy Simulation による街区周辺の流れ場の解析，生産研究，Vol. 40, No. 1, pp. 3-8, 1988. 1.
- 2) 坂本雄三・松尾 陽：2 方程式モデルによる乱流境界層の数値実験，日本建築学会大会学術講演梗概集，pp. 177-178, 1976. 10.
- 3) 丸山 敬：粗面上に発達する乱流境界層の $k-\epsilon$ モデルによるシミュレーション，第 3 回生研 NST シンポジウム講演論文集，pp. 79-85, 1988. 2.
- 4) 丸山 敬・石崎潑雄：市街地キャノピー内の時空間平均風速の鉛直分布に関する実験的研究（千鳥状に配置した立方体粗度要素による検討），日本建築学会構造系論文報告集第 394 号，pp. 60-65, 1988. 12.
- 5) Wilson, N. R. and R. H. Shaw：A higher order closure model for canopy flow, Journal of Applied Meteorology, Vol. 16, pp. 1197-1205, 1977.
- 6) Yamada, T.：A numerical model study of turbulent airflow in and above a forest canopy, Journal of the Meteorological Society of Japan, Vol. 60, No. 1, pp. 439-454, 1982.
- 7) 鶴野伊津志・植田洋匡・若松伸司・中村 晃：乱流モデルによる夜間都市境界層の形成機構の検討，衛生工学研究論文集，Vol. 24, pp. 125-137, 1988.
- 8) 村上周三・加藤信介・B. E. ロンダー・鈴木啓泰：層流型クリーンルーム内の気流性状・汚染質拡散性状に関する研究（その 6），生産研究，Vol. 40, No. 1, pp. 67-70, 1988. 1.
- 9) 鈴木啓泰・村上周三・加藤信介・B. E. ロンダー：層流型クリーンルーム内の気流性状・汚染質拡散性状に関する研究（その 7）-グレーチング圧力損失の k, ϵ への影響を考慮した改良型 2 方程式モデル，空気調和・衛生工学学会学術講演会講演論文集，pp. 717-720, 1988. 9.

- 10) 平岡久司・丸山 敬：植物群落内および都市キャノピー内での乱流モデルの考察（抵抗物体の体積変化を考慮した解法について）第4回生研 NST シンポジウム講演論文集, pp. 89-96, 1989. 2.
- 11) Launder, B. E. and D. B. Spalding : Lecture in Mathematical Models of Turbulence, 1972, Academic Press.
- 12) 桂 順治：長方形建物に加わる風圧力に関する基礎的研究, 京都大学博士論文, p. 62, 1976. 9.
- 13) 丸山 敬：粗面上に発達する乱流境界層の $k-\epsilon$ モデルによるシミュレーション（その2：粗度による抵抗を考慮した計算）, 第4回生研 NST シンポジウム講演論文集, pp. 97-103, 1989. 2.

付 録

1 時空間平均操作

本報で用いた空間平均 $\langle \rangle$ は次式で定義され, 平均化操作は粗度要素を含む空間 V_0 に対して行われる。

$$\langle f \rangle = \frac{1}{V_0} \int H(x-x') f(x') dx' \dots\dots\dots (a1)$$

ここで, $H(x)$ は V_0 で十分滑らか, $|x| \rightarrow \infty$ で $H(x) \rightarrow 0$ となるようなフィルター関数, V_0 は V_0 内の流体体積である。 $x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z$, x_i 軸方向の風速の瞬間成分を $u_i, U_i = U, U_i = V, U_i = W$, 圧力の瞬間成分を p とし, $\bar{}$ が時間平均を表すとすれば, 風速および圧力の時空間平均値は以下のように表され, 境界層上部の基準風速 U_0 および空気密度 ρ を用いて無次元化した形で取り扱う。

$$U_i = \langle \bar{u}_i \rangle / U_0 \dots\dots\dots (a2)$$

$$P = \langle \bar{p} \rangle / \rho U_0^2 \dots\dots\dots (a3)$$

k および ϵ についても同様に,

$$k = \frac{1}{2} \left\{ \underbrace{\langle \bar{u}_i' \bar{u}_i' \rangle}_{\textcircled{1}} + \underbrace{\langle \bar{u}_i' \bar{u}_i' \rangle}_{\textcircled{2}} \right\} \frac{1}{U_0^2} \dots\dots\dots (a4)$$

$$\epsilon = \nu \left\{ \underbrace{\left\langle \frac{\partial \bar{u}_i'}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{u}_i'}{\partial x_j} \right\rangle}_{\textcircled{3}} + \underbrace{\left\langle \frac{\partial \bar{u}_i'}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{u}_i'}{\partial x_j} \right\rangle}_{\textcircled{4}} \right\} \frac{L_0}{U_0^3} \dots\dots\dots (a5)$$

とし, U_0 および基準長さ L_0 を用いて無次元化した形で取り扱う。ここで, ' は時間平均からの変動, $\bar{}$ は空間平均からの変動, 添字 i, j は 1, 2, 3 とし, 式中添字の繰り返しについては縮約をとる。

2 ϵ の生産項のモデル化

式 (a4), (a5) の $\textcircled{1}, \textcircled{3}$ 項は, 空間変動成分による項であり, 粗度要素の存在により生じる。 $\textcircled{2}, \textcircled{4}$ 項は時間変動成分による項である。粗度要素が存在する場合には, 平均流から式 (a4) の $\textcircled{2}$ 項で表される時間変動成分の乱れを経て粘性消散により熱に変わるエネルギーの流れと, 平均流から一旦式 (a4) の $\textcircled{1}$ 項で表される空間変動成分の乱れになり, 時間変動成分の乱れを経て粘性消散により熱に変わるエネルギーの流れが存在する。このうち, 粗度要素の存在による ϵ の生産項 F_ϵ のモデル化において重要となるのは後者である。生産項 F_ϵ が空間変動成分の乱れから時間変動成分の乱れに供給されるエネルギーに起因するとし, 空間変動成分の乱れのスケールが粗度形状を代表する長さスケールに相当するとみなしてモデル化を行うと, 式 (8) のようになる。一方, 村上らが行った床グレーチングの解析^{9), 10)} では床グレーチング内の特徴長さスケール L' を用いて $F_\epsilon = C_{pe}(k^{3/2}/L' - \epsilon)$ のように与え, C_{pe} が床グレーチング部のみで大きな値を取るとした。これは, 床グレーチング部で $\epsilon = k^{3/2}/L'$ という拘束条件を与えていることになり, 式 (8) のモデル化とは異なる。なお, 詳しい考察は参考文献 10) を参照されたい。

SYNOPSIS

UDC : 624. 042. 4. 4 : 551. 551

NUMERICAL CALCULATION OF TURBULENT BOUNDARY LAYER USING REFINED $k-\epsilon$ MODEL IN CONSIDERATION OF DRAG AND VOLUME CHANGE OF ROUGHNESS ELEMENTS

by TAKASHI MARUYAMA, Res. Assoc., Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., Member of A.I.J.

Turbulent flows in and above the roughness elements are studied using a refined $k-\epsilon$ turbulence model. The model is derived from the Navier Stokes equations by the time space averaging operations in consideration of the drag and volume change of roughness elements. The coefficients introduced in the model are examined by the experimental data. The drag coefficient and the length scale which show good agreements between the calculations and the experimental results were obtained for some roughness configurations.