

〈論 文〉

## Aggregative game における参入の非効率性に関するノート

大 川 隆 夫\* / 岡 村 誠\*\*

### I はじめに

固定的な参入費用が存在し、生産量決定が行われる寡占状況の下で、von Weizsäcker (1980), Perry (1984), Mankiw and Whinston (1986), Suzumura and Kiyono (1987) は過剰参入定理を示した。この定理によると、自由参入均衡では既存企業と参入者の間の戦略的代替性（戦略的補完性）が優勢な場合、経済厚生観点からすると過剰な（過少な）数の企業が市場に参入する。この定理が示唆するのは、参入が過剰か否かは、戦略的相互作用の性質のみに依存することである。

過剰参入定理の拡張がその後行われてきた<sup>1)</sup>。しかしながら、「クールノー競争において、なぜ戦略的相互作用のみが、参入が過剰かどうかを決定するのか」という問いに答える研究は見当たらない。本稿では、aggregative game（各プレイヤーの利得が、「自身の戦略」と「全プレイヤーの戦略の総計」で構成される関数で表されるゲーム）を用いて、この問いを研究する<sup>2)</sup>。クールノー競争はこの aggregative game に含まれる。

まず、各プレイヤーの利得の総和および追加的便益から成る社会厚生関数を定義する。そして、(i) 次善の参入規制および (ii) 自由参入の二つのレジームを考慮する。参入規制のもとでは、社会計画者はプレイヤー数の決定しか行えず、各プレイヤーの戦略的行動には干渉できない。各プレイヤーは、プレイヤー数を所与とし、自身の利得を最大化する。自由参入のレジームでは、各プレイヤーによって2段階ゲームが行われる。第1段階において、各プレイヤーは第2段階に参加するか否かを決定する。そして第2段階で、プレイヤーは、プレイヤー数を所与とし、自身の利得を最大化するように戦略を決定する。

本稿では以下のことを示す。参入が過剰か否かは (i) 参入者による直接的貢献、(ii) 既存プレイヤーと参入者の間の戦略的相互作用の効果、(iii) 全体の努力水準の効果（全体の努力水準の変化による既存プレイヤーの利得への影響）、および (iv) 追加的便益への影響の四つの要因に依

---

\* 責任著者 立命館大学経済学部教授

\*\* 学習院大学経済学部特別客員教授

1) 過剰参入の妥当性を調べるために、Besley and Suzumura (1992) は課税を、Suzumura (1992) は研究開発活動を考慮した。Kühn and Vives (1995) は、過剰参入の場合、垂直統合は参入規制と同様の効果があることを示した。Ohkawa et al. (2005) は、企業の異質性を考慮し、市場が効率的な企業の種類を選択できない可能性を分析した。

2) Aggregative game を最初に用いたのは、Dubey et al. (1980) である。Corchón (1994, 1996) と Cornes and Hartley (2000, 2002) は、プレイヤー数が固定された場合の Aggregative game におけるナッシュ均衡の存在と一意性を分析した。

存する。自由参入均衡においては一番目の要因が消えるため、一般的には残りの三つの要因によって参入の過剰又は過少が決まる。クールノー競争の場合は、三番目と四番目の要因が相殺されるので、二番目の要因が参入の過剰か否かを決定する。

## II 過剰参入に関する一般定理

本稿では、(i) 次善の参入規制および(ii) 自由参入の二つのレジームを検討する。参入規制の方策においては、社会計画者が、同一なプレイヤーとの2段階意思決定ゲームを解く。第1段階では、社会計画者が経済厚生を最大化するよう参入者の数を決定する。第2段階で、各プレイヤーが自身の利得を最大化するよう自身の努力レベルを設定する。自由参入のレジームでは、第1段階において各プレイヤーがゲームに参加するか否かを定める。そして第2段階で、プレイヤー数( $n$ )を所与としながら、各プレイヤーは自身の利得を最大化するよう自身の努力レベルを設定する。いずれのレジームにおいても、各プレイヤーは第2段階において固定参入費用を負担する。

Dubey et al. (1980) の集計公理 (aggregation axiom) に従い、プレイヤー $i$ の利得を次式のように表す。

$$u^i = u(x_i, X), \quad (1)$$

$x_i$  はプレイヤー $i$ の努力水準、 $X (\equiv \sum_{i=1}^n x_i)$  は全体の努力水準を表している<sup>3)</sup>。各プレイヤーの利得関数に対する仮定は以下の通りである。

仮定：

- (i)  $u(x_i, X) \in C^2$ ;
- (ii)  $u(0, X) < 0$ ;
- (iii)  $u_1(x_i, X) > 0$  and  $u_2(x_i, X) < 0$ ;
- (iv)  $u_{11}(x_i, X) + u_{21}(x_i, X) < 0$ ;
- (v)  $[u_{11}(x_i, X) + u_{21}(x_i, X)] + n[u_{12}(x_i, X) + u_{22}(x_i, X)] < 0$ .

仮定(ii)は参入費用があることを示している。仮定(iv)と(v)は各プレイヤーの利得最大化のための2階条件が満たされることを保証している。

社会計画者には、一般化された社会厚生関数( $W$ )があるとす。この関数は次式(2)のように、参入したプレイヤーの利得の総和および追加的便益 $v(X)$ から構成されている。

3) 各プレイヤーは、Koçkesen et al. (2000) が示したように、独立した選好を持っている。Koçkesenらは、相互依存型の選好を持つプレイヤーが一定数存在する aggregative game を分析し、ナッシュ均衡において、こうしたプレイヤーの方が独立型の選好を持つプレイヤーよりも大きな利得を得ることを示した。

$$W = \sum_{i=1}^n u^i + v(X), \quad (2)$$

後ろ向き帰納法によって、2段階意思決定ゲームの完全ナッシュ均衡を導き出すことにする。第2段階において、プレイヤー数 $n$ を所与とし、各プレイヤーは、いずれのレジームのもとでも次の最大化問題に直面する。

$$\max_{x_i} u(x_i, X).$$

各プレイヤーがナッシュ予想を持つと仮定すると、1階条件は次式(3)で表される。

$$u_1(x_i, X) + u_2(x_i, X) = 0, \quad (3)$$

下付き数字は偏導関数であることを表している。対称均衡(すなわち、 $x_i = x$ )を考慮すると、式(3)の1階条件は次式(4)のように書き直すことができる。

$$u_1\left(\frac{X}{n}, X\right) + u_2\left(\frac{X}{n}, X\right) = 0. \quad (4)$$

式(4)を $X$ と $n$ について微分すると次式(5)が得られる。

$$\frac{dX}{dn} = \frac{x(u_{11} + u_{21})}{(u_{11} + u_{21}) + n(u_{12} + u_{22})} > 0, \quad (5)$$

これは、仮定(iv)と(v)によって準競争性が成立することを示している<sup>4)</sup>。また、式(4)より次式(6)も導き出せる。

$$\frac{dx}{dn} = -\frac{x(u_{12} + u_{22})}{(u_{11} + u_{21}) + n(u_{12} + u_{22})}. \quad (6)$$

式(6)の値が負(正)である場合、Mankiw and Whinston (1986)の言う「ビジネス縮小効果(business-stealing effect)」(「ビジネス拡大効果(business-augmenting effect)」)が成立する。なお、ビジネス縮小効果(ビジネス拡大効果)が成立する場合、かつその場合に限り、戦略的代替性(戦略的補完性)が優勢となる<sup>5)</sup>。プレイヤー数 $n$ について、第2段階のナッシュ均衡は、式

4) 準競争性については、Ruffin (1971) および Okuguchi (1973) を参照。

5) 仮定(v)と式(3)より、次の関係が導き出せる。

$$\operatorname{sgn}\left(\frac{\partial^2 u^i}{\partial x \partial X_{-i}}\right) = \operatorname{sgn}(u_{21} + u_{22}) = \operatorname{sgn}\left(\frac{dx}{dn}\right)$$

上式では、 $X_{-i} = X - x_i$ である。Bulow et al. (1985)によると、上式の左にある交差偏導関数の値が負(正)の場合、かつその場合に限り、戦略的代替性(戦略的補完性)がみられる。

(5) および (6) より, プレイヤー数  $n$  の関数として,  $(x(n), X(n))$  と表される。

次に, 第1段階の問題を考える。自由参入のレジームにおいては, 次式 (7) のような参入・退出に関する調整過程を考える。

$$\frac{dn}{dt} = \sigma u(x(n), X(n)), \quad (7)$$

この式での  $\sigma$  は, 調整速度を表す正の定数である。第1段階において, 潜在的な参入プレイヤーは, 正の利得が得られるならばゲームに参加する。式 (7) より, 自由参入均衡でのプレイヤー数  $n^{FE}$  は次式 (8) により決定される。

$$u(x(n^{FE}), X(n^{FE})) = 0^{6)} \quad (8)$$

すると, 式 (2) の社会厚生は,  $n$  の関数となる。

$$W(n) = n \cdot u(x(n), X(n)) + v(X(n)).$$

参入規制のレジームのもとでは, 社会計画者の最大化問題は次式 (9) のように表される。

$$\max_n W(n). \quad (9)$$

式 (9) を  $n$  について微分すると次式 (10) が得られる。

$$W'(n) = u(x(n), X(n)) + n \cdot u_1(x(n), X(n)) \frac{dx}{dn} + n \cdot u_2(x(n), X(n)) \frac{dX}{dn} + v'(X) \frac{dX}{dn}. \quad (10)$$

式 (10) は, 経済厚生に対する参入の影響が4つの項から成っていることを示している。最初の項は参入者の利得で, これを「直接的貢献」と呼ぶ。二番目の項は既存プレイヤーの利得の変化を表す。これが起こるのは, 一定の全体努力水準に対して, 参入が各プレイヤーの努力水準を変化させるためである。これを「戦略的相互作用の効果」と呼ぶ。三番目の項は既存プレイヤーの利得の総和の変化を表す。これが起こるのは, 参入によって全体の努力水準が変化するためである。これを「全体努力水準の効果」と呼ぶ。四番目の項は単に追加的便益を表しており, 「参入の追加的影響」と呼ぶ。さて, ここで, 自由参入均衡で評価される式 (10) の右辺の正負を調べてみる。自由参入均衡では, 式 (8) により第1項が消去されるので, 残りの3つの項によって参入が過剰か否かが決まる。

[過剰参入に関する一般定理] 自由参入均衡において, 既存プレイヤーが受ける影響 (戦略的相互

6) 自由参入均衡の存在および一意性の証明については, Ohkawa and Okamura (2005) を参照。

作用の効果および全体努力の効果)と追加的影響の総和が負(正)であるならば、プレイヤー数は社会的に過剰(過少)である。

この命題が意味するのは、戦略的相互作用それ自体では、aggregative game において参入が過剰かまたは過少かを決定しないということである。式(10)より、次の系(A)が得られる。

系(A)

$n^{FE} \cdot u_2(x(n^{FE}), X(n^{FE})) + v'(X(n^{FE})) = 0$  とすると、戦略的代替性(戦略的補完性)により、自由参入均衡において過剰(過少)な参入が起こる。

### Ⅲ クールノー競争

Mankiw and Whinston (1986) と Suzumura and Kiyono (1987) は、長期クールノー均衡において、参入が過剰か否かは、戦略的效果のみに依存することを示した。

前述の系(A)に基づいて、なぜ戦略的相互作用のみが参入の過剰性(過少性)を決定するのかを説明することにする。aggregative game の特殊な例としてクールノー競争を考えてみよう。クールノー競争では、プレイヤーは企業に相当し、プレイヤーの努力は生産量に対応する。各企業の利得とは利潤のことである。クールノー競争ゲームは、次のように表すことができる。

$$u^i = u(x_i, X) = p(X)x_i - c(x_i) - F,$$

ここで、 $X$ は総生産量、 $p(X)$ は逆需要関数(右下がり曲線)、 $x_i$ は各企業の生産量、 $x_i(c)$ は凹の費用関数、 $F$ は固定費用である。追加的便益は消費者余剰であり、次のように表せる。

$$v(X) = \int_0^X p(s)ds - p(X)X.$$

対称均衡において  $u_2(x, X) = p'(X)x$ 、 $v'(X) = -p'(X)X$  となるため、次式(11)が得られる。

$$n \cdot u_2(x(n), X(n)) + v'(X(n)) = p'(X)X - p'(X)X = 0. \quad (11)$$

式(11)は、クールノー競争における自由参入均衡では、価格低下による産業全体の利潤の減少(式(10)の三番目の項)が、それに対応する消費者余剰の増加(式(10)の四番目の項)によって完全に相殺されることを示している。式(11)を考慮すると、式(10)を次式(12)のように変換できる。

$$W'(n) = u(x(n), X(n)) + n \cdot u_1(x(n), X(n)) \frac{dx}{dn}. \quad (12)$$

式 (12) は、Mankiw and Whinston (1986) の式 (2), そして Suzumura and Kiyono (1987) の式 (28) に相当する。前述の系 (A) より, 自由参入均衡において参入が過剰か否かは, 戦略的相互作用の効果 (式 (12) の二番目の項) のみに依存することが分かった。

#### IV 結論

本稿では, 「クールノー競争において, なぜ戦略的相互作用のみが, 参入が過剰かどうかを決定するのか」という問題を検討した。その際に, クールノー競争を包含する Aggregative game を用いて考察を行った。

本稿において次のことを証明した。参入が過剰か否かは (i) 参入者による直接的貢献, (ii) 既存プレイヤーと参入者との間の戦略的相互作用の効果, (iii) 既存プレイヤーの利得に対する全体の努力水準の効果, および (iv) 全体努力の変化による追加的便益への影響の四つの要因に依存する。自由参入均衡においては一番目の要因が消えるため, 一般的には残りの三つの要因によって参入の過剰度が決まる。そして, クールノー競争の場合は, 二番目の要因のみによって参入の過剰度が決まる。これは, 三番目と四番目の要因が完全に相殺されるためである。

#### 参考文献

- Besley, T. and Suzumura, K. (1992), "Taxation and Welfare in an Oligopoly with Strategic Commitment", *International Economic Review* 33, pp. 413-31.
- Bulow, J. I., Geanakoplos, J. D. and Klemperer, P. D. (1985), "Multimarket Oligopoly: Strategic Substitutes and Complements", *Journal of Political Economy* 93, pp. 488-511.
- Corchón, L. (1994), "Comparative Statics for Aggregative Games: The Strong Concavity Case", *Mathematical Social Sciences* 28, pp. 151-65.
- Corchón, L. (1996), *Theory of Imperfectly Competitive Markets*, Springer-Verlag, Berlin.
- Cornes, R. and Hartley, R. (2000), "Joint Production Games and Share Functions", University of Nottingham Discussion Paper no. 00-23.
- Cornes, R. and Hartley, R. (2002), "Aggregative Games and Public Economics", mimeo.
- Dubey, P., Mas-Colell, A. and Shubik, M. (1980), "Efficiency Properties of Strategic Market Games", *Journal of Economic Theory* 22, pp. 339-62.
- Koçkesen, L., Ok, E. A. and Sethi, R. (2000), "Evolution of Interdependent Preference in Aggregative Games", *Games and Economic Behavior* 31, pp. 303-10.
- Kühn, K.-U., and Vives, X. (1999), "Excess Entry, Vertical Integration, and Welfare", *Rand Journal of Economics* 30, pp. 575-603.
- Mankiw, N. G. and Whinston, M. D. (1986), "Free Entry and Social Inefficiency", *Rand Journal of Economics* 17, pp. 48-58.
- Ohkawa, T. and Okamura, M. (2005), "Social Inefficiency in Aggregative Games with Entry", *Working Paper No. 05-01* (Ritsumeikan University).
- Ohkawa, T., Okamura, M., Nakanishi, N. and Kiyono, K. (2005), "The Market Selects the Wrong Firms in the Long Run", *International Economic Review* Volume 46, pp. 1143-1165.
- Okuguchi, K. (1973), "Quasi-Competitiveness and Cournot Oligopoly", *Review of Economic Studies* 40, pp. 145-48.
- Perry, M. K. (1984), "Scale Economies, Imperfect Competition and Public Policy", *Journal of Industrial Economics* 32, pp. 313-33.

- Ruffin, R. J. (1971), "Cournot Oligopoly and Competitive Behavior", *Review of Economic Studies* 38, pp. 493-502.
- Suzumura, K. (1992), "Cooperative and Non-Cooperative R&D in an Oligopoly with Spillover", *American Economic Review* 82, pp. 1307-20.
- Suzumura, K. and Kiyono, K. (1987), "Entry Barriers and Economic Welfare", *Review of Economic Studies* 54, pp. 157-67.
- von Weizsäcker, C. C. (1980), "A Welfare Analysis of Barriers to Entry", *Bell Journal of Economics* 11, pp. 399-420.