

下顎骨再建術を対象とした手術計画に重要な特徴量抽出手法の提案

永井 一希[†] 中尾 恵[†] 上田 順宏^{††} 今井 裕一郎^{†††} 桐田 忠昭^{††}
松田 哲也[†]

[†] 京都大学大学院情報学研究科 〒606-8501 京都市左京区吉田本町
^{††} 奈良県立医科大学口腔外科学講座 〒634-8521 奈良県橿原市四条町 840
^{†††} 洛和会音羽病院口腔外科 〒607-8062 京都府京都市山科区音羽珍事町 2
E-mail: †knagai@sys.i.kyoto-u.ac.jp

あらまし 患者個人の三次元医用画像を用いた手術計画が行われるようになり、手術計画立案の自動化が試みられている。人間による解釈が可能、かつ、一意に算出可能な特徴量を使用することにより、信頼性の高い手術計画を得ることが期待される。近年では、物事に潜むスパース性を利用した情報抽出技術としてスパースモデリングが注目を集めている。スパースモデリングの考え方をを用いることで、計画の立案に重要となる特徴量を客観的に抽出できることが期待されるが、その一つの Lasso 回帰では 1 通りの特徴量組しか得られない。本研究では、Lasso 解列挙を下顎骨再建計画に応用し、腓骨片数の決定に重要な低次元特徴量を複数組抽出するアルゴリズムを提案する。Lasso 解列挙を多クラス分類に拡張するために、各特徴量が推定に与える影響を指標化する評価値を導入する。提案手法により、実験に使用した 49 次元全ての特徴量を用いた場合と同等の推定性能を示す 7 次元の特徴組の抽出に成功した。

キーワード Lasso 解列挙, 特徴抽出, 多クラス分類, 下顎骨再建

Proposal of extraction method of important features in surgical planning for mandibular reconstruction

Kazuki NAGAI[†], Megumi NAKAO[†], Nobuhiro UEDA^{††}, Yuichiro IMAI^{†††}, Tadaaki KIRITA^{††},
and Tetsuya MATSUDA[†]

[†] Graduate School of informatics, Kyoto University
Yoshida Honmachi, Sakyo-ku, Kyoto, 606-8501, Japan
^{††} Department of Oral and Maxillofacial Surgery, Nara Medical University
Shijocho 840, Kashihara-shi, Nara, 634-8521, Japan
^{†††} Department of Oral and Maxillofacial Surgery, Rakuwakai Otowa Hospital
Otowachinjicho 2, Yamashina-ku, Kyoto, 607-8062, Japan
E-mail: †knagai@sys.i.kyoto-u.ac.jp

Abstract As implicit medical knowledge and experience are used to perform medical treatment, clarification of decision making is important for systematization of surgical procedures. We propose an extraction algorithm of low dimensional features which are important for determining the number of fibular segments in mandibular reconstruction by enumeration of Lasso solutions. To perform multi-class classification, we extend enumeration of Lasso solutions by using the evaluation function that indexes the contribution of the extracted features. Experiments showed that the extracted 7-dimensional features have the same estimation performance as using all 49-dimensional features.

Key words Enumeration of Lasso solutions, Feature extraction, Multi-class classification, Mandibular reconstruction

1. はじめに

医療技術の高度化が進む中、医師は医学知識と経験を駆使して、診断や手術などの医療行為を遂行している。例えば、患者自身の腓骨の移植による下顎骨の再建手術 [1] [2] では、再建に用いる腓骨片数と下顎骨切除領域への配置を決定する必要があるが、下顎骨の形状の多様性から様々な再建計画が考えられる。現状において、再建計画の立案は過去の症例の習熟に頼る部分が大きく計画ポリシーが個人の主観や経験に依存するため、品質の維持が難しい。そのため、手術手技の体系化とより客観的かつ低コストな手術計画システムが求められている。近年では、腓骨配置の自動化 [3] が試みられているが、研究者の洞察に基づいて指標を設計する方式 [4] は指標探索に時間を要することに加え、客観性に課題が残る。また、アルゴリズム内で自動算出された特徴量は解剖学的特徴に基づかず、既存知識との関係性を議論することが困難である。信頼性の高い手術計画を得るためには、人間による解釈が可能、かつ、一意に算出可能な特徴量を使用することが求められる。

一方で多くの分野で大量のデータが獲得・蓄積されるようになり、そこから本質的な情報の抽出を行う解析手法が求められるようになった。特徴抽出手法として、ランダムフォレスト [5] や Partial Least Squares (PLS) 回帰 [6] を用いた手法が知られている。ランダムフォレストは決定木を弱学習器とするアンサンブル学習のため過学習を起こしづらいが、ランダム性より特徴重要度が一意に定まらない。また PLS 回帰は多重共線性の問題を回避して少数の潜在変数でモデルを構築できるが、出力の推定に寄与しない特徴量が多く含まれる場合、推定精度が低下する。近年、データに普遍的に内在するスパース性を利用することで本質的な情報を抽出できるスパースモデリング [7] が注目を集めている。スパースモデリングの考え方を手術計画データに導入することによって、計画の立案に重要となる特徴量を客観的に抽出できる可能性がある [8]。データの適合と特徴量の選択を自動で行うために L_1 正則化が用いられ、その一つに Least absolute shrinkage and selection operator (Lasso) 回帰 [9] が知られている。一般に、類似した特徴量が存在する場合、同等の推定性能を持つモデルが複数存在するが Lasso 回帰では一つのモデルしか得られない。そこで、異なる特徴量組を用いたモデルを複数求める Lasso 解列挙 [10] が提案されている。これにより、Lasso 回帰では得られなかった特徴量を用いたモデルが得られるが、二値分類を対象としており多クラス分類には対応していない。

本研究では下顎骨再建術において用いられる腓骨片数は低次元特徴量 T_0 によって決定できるという仮説を置いている。Lasso 回帰を用いた場合、単純に重み大きい順に特徴量を選定するだけでは各次元で一通りの特徴量組しか得られない。これに対し、本研究は Lasso 解列挙の考え方を下顎骨再建計画に応用し、腓骨片数の決定に重要な低次元特徴量を複数組列挙することを目指している。これまでに 80 通りの再建計画例を対象に特徴量抽出を行ったが、そこで用いたアルゴリズムは同じ特徴量組の列挙を許しており、かつ、同じ特徴量組でも列挙さ

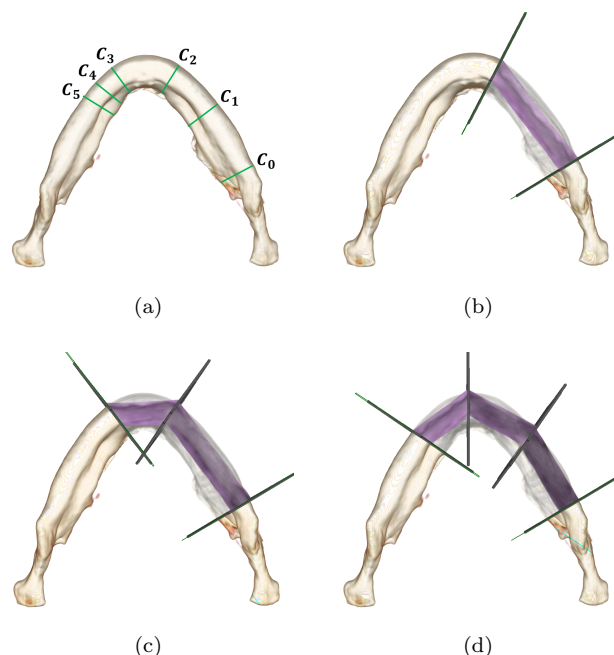


図 1: (a) 切除領域を定義する面, (b) 腓骨片が 1 本の再建例, (c) 腓骨片が 2 本の再建例, (d) 腓骨片が 3 本の再建例

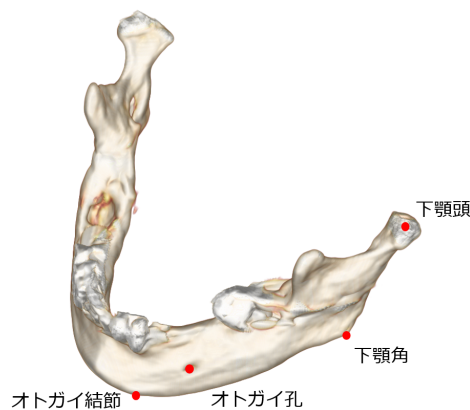


図 2: 解剖学的特徴点

れる順番によって異なる推定性能を示す可能性があった [11]。手術計画データ及び特徴量のさらなる増加に対応するために、推定性能の高い特徴量をより効率的に抽出できるアルゴリズムへと改良を試みた。本論文では、過去に下顎骨再建を受けた症例の三次元 CT 画像に基づいて医師によって定義された 232 通りの再建計画例を用いて提案手法の有効性を検証する。

2. 提案手法

2.1 手術計画データ

まず、本研究で使用する手術計画データについて説明する。最初に、過去に下顎骨再建術を受けた患者 29 名の頭部および下肢の三次元 CT 画像に対して医用画像処理ソフトウェアを用いて手動で関心領域を設定し、下顎骨領域および腓骨領域を抽出した。次に切除領域による違いを評価するために、医師の指導の下で図 1(a) に示す 6 種類の切断面を定義した。各切断面は下顎骨の解剖学的特徴に基づいて決定しており、 C_0 : 下顎枝、 C_1 : 正中と C_0 の中点、 C_2 : C_3

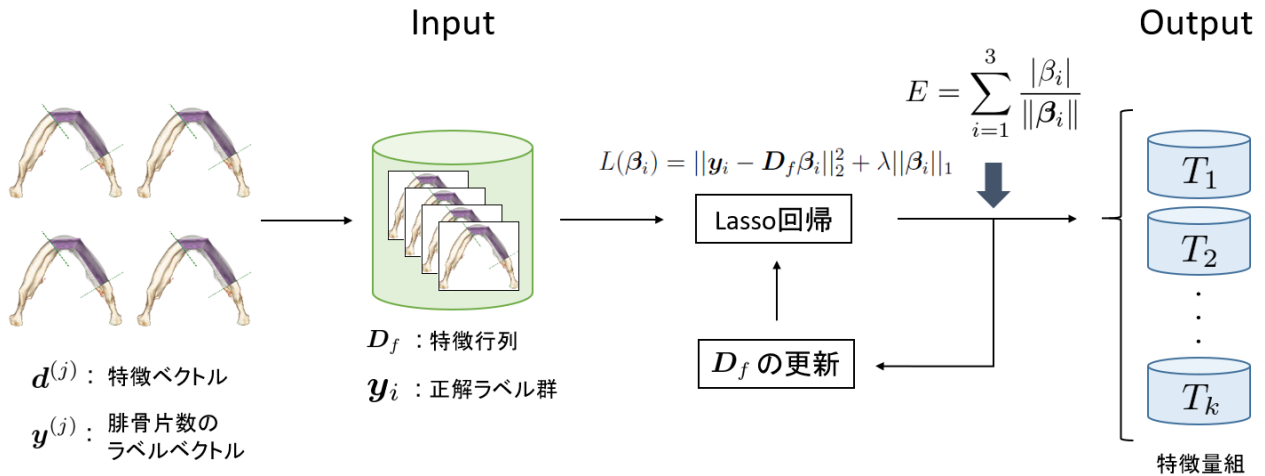


図 3: 提案手法における処理の流れ

の正中に関する対称点, C_3 : 正中と C_5 の中点, C_4 : C_3 と C_5 の中点, C_5 : オトガイ孔とした. これらの切断面を用いて, (C_0, C_2) , (C_0, C_3) , (C_0, C_4) , (C_0, C_5) , (C_1, C_2) , (C_1, C_3) , (C_1, C_4) , (C_1, C_5) の 8 種類の切除領域を各下顎骨データに対して設定した. 以上のようにして作成した計 232 例のデータに対し, 使用する腭骨片数が 1 本, 2 本, 3 本の場合を想定し, 1 名の医師により専門的見地から最適な腭骨片数とその配置を対話型の下顎骨再建計画システムを用いて決定し, 計 232 例の手術計画データを取得した. 図 1(b), (c), (d) に再建計画例を示す.

次に, 使用する特徴量について説明する. 本実験では, 過去 10 年間程度の臨床論文より解剖学的名称や医学用語として定義された指標を選定し特徴量として使用する. 座標系への依存を排除するため座標値そのものは用いず, 各特徴量は全て距離や角度とする. まず解剖学的特徴点として図 2 に示すように, 左右の下顎頭, 下顎角, オトガイ孔, オトガイ結節の 8 点を設定する. これらの特徴点から以下の 49 次元の特徴量が定義され, F_1, F_2, \dots, F_{49} とする.

- 前下顎下縁から下顎頭間ラインまでの距離 : 1 次元
- 前部下顎角 : 1 次元
- 後部下顎角 : 2 次元
- 下顎頭角 : 1 次元
- 解剖学的特徴点間の距離 : 28 次元
- 左右の切断点と解剖学的特徴点間の距離 : 16 次元

前下顎下縁から下顎頭間ラインまでの距離は下顎の下縁で最も前方に突出している点と左右の下顎頭を結ぶ線との距離として定義する. 前部下顎角は, 左右の下顎角とオトガイ結節を結ぶ線分のなす角で定義される. 後部下顎角は, 下顎角と下顎頭を結ぶ線分と下顎角とオトガイ結節を結ぶ線分のなす角で定義され, 左右に二つ存在する. 下顎頭角は, 左右の下顎頭と下顎角を結ぶ線分のなす角で定義される. また, 患者の下顎形態に関する情報をより多く特徴量として組み込むために, 解剖学的特徴点の全ての組み合わせ (${}_8C_2 = 28$ 通り) の距離を使用する. また, 左右 2 点の切断点と解剖学的特徴点の距離 ($2 \times 8 = 16$ 通り) を使用することで, 切断面を相対位置で表現し, 特徴量に

組み込む.

本実験では異なる単位系の値を特徴量として使用するため, 以下の手順で各特徴量を算出し正規化する.

- (1) 三次元 CT 画像上で解剖学的特徴点と切断点を目視で確認し, その三次元座標を手動プロットで取得して各特徴量を算出する
- (2) 各特徴量は算出後にそれぞれの特徴量内で最小値が 0, 最大値が 1 になるように正規化する

2.2 問題設定

本研究では下顎骨再建術において用いられる腭骨片数は低次元特徴量 T_0 によって決定できるという仮説に基づき, 高い推定性能を持つ低次元特徴量 T_0 を抽出することを目指している. 本目的に対して, Lasso 解列挙の考え方を下顎骨再建計画に応用し, 腭骨片数の決定に重要な低次元特徴量を複数組列挙するアルゴリズムを提案する. 過去に医師によって対話的に設計された手術計画データをトレーニングデータとし, 腭骨片数が 1 本, 2 本, 3 本の多クラス分類を行う. 二値分類を対象とする Lasso 解列挙を多クラス分類へ拡張するために, Lasso 回帰によって算出された特徴量の重みから各特徴量が分類に与える影響を指標化する評価値を導入する. 提案手法を用いて, 下顎骨の特徴や切除領域に基づいて定義された特徴量から計画の再現に有効な低次元特徴量の列挙を目的とする.

提案手法における処理の流れを図 3 に示す. まず症例 j に対し, 定義した 49 の特徴量を算出し特徴ベクトル $\mathbf{d}^{(j)} = [d_1, d_2, \dots, d_{49}]^T$ を作成する. さらに特徴ベクトルを行方向に並べることで特徴行列 $D_f = [\mathbf{d}^{(1)} \mathbf{d}^{(2)} \dots \mathbf{d}^{(232)}]^T$ を作成する. 次に本研究では腭骨片数の多クラス分類を行うが, 二値分類器を用いて多クラス分類を行う場合の手法の一つに one-versus-rest 法 [12] が知られている. 腭骨片数が 1 本, 2 本, 3 本の 3 クラス分類を行う場合, 症例 j に対し 3 次元ベクトル $\mathbf{y}^{(j)} = (y_1, y_2, y_3)$ を用いて以下のようにラベリングする.

- クラス 1 腭骨片数が 1 本の場合 : $\mathbf{y}^{(j)} = (1, 0, 0)$
- クラス 2 腭骨片数が 2 本の場合 : $\mathbf{y}^{(j)} = (0, 1, 0)$
- クラス 3 腭骨片数が 3 本の場合 : $\mathbf{y}^{(j)} = (0, 0, 1)$

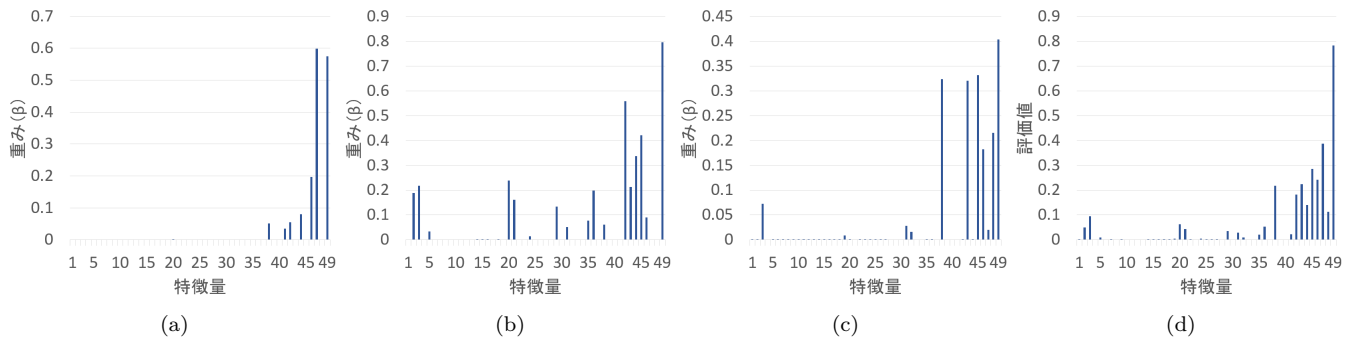


図 4: Lasso 回帰により抽出された重みおよび評価値の例, (a) 重み β_1 , (b) 重み β_2 , (c) 重み β_3 , (d) 評価値 E

各手術計画データに対しラベリングを行い、その後 y_i ごとに並べて正解ラベル群 $\mathbf{y}_i = [y_i^{(1)} y_i^{(2)} \dots y_i^{(232)}]^T$ ($i = 1, 2, 3$) を作成し、特徴行列 \mathbf{D}_f と合わせて入力データとする。 \mathbf{y}_i に対し Lasso 回帰を用いて 0, 1 の二値分類を行うと、回帰係数である β_i が算出される。本研究では、これらから後述する評価値 E を用いて特徴量組 T を抽出する。しかし、Lasso 回帰を一度適用するだけでは一組の特徴量組しか得られないため、抽出された T に基づき特徴行列 \mathbf{D}_f を更新して再度 Lasso 回帰を行う。これにより T を複数列举することが可能となる。

2.3 Lasso 解列举による特徴抽出

まず、前節で定義した y_1, y_2, y_3 に対して、二値分類を行う方法について説明する。各特徴量のスパースな重み付き線形結合によって正解ラベル群 \mathbf{y}_i を表現するために、重みベクトル $\beta_i = [\beta_1^{(i)} \beta_2^{(i)} \dots \beta_n^{(i)}]^T$ ($i = 1, 2, 3$) (n : 特徴量の次元数) に対し、目的関数を式 (1) で定義しこれを最小化することでスパースな重みベクトル β_i^* を得る [9]。本研究では β_i^* の算出に ADMM 法 [13] を用いた。

$$L(\beta_i) = \|\mathbf{y}_i - \mathbf{D}_f \beta_i\|_2^2 + \lambda \|\beta_i\|_1 \quad (1)$$

ここで λ は β_i のスパース性を制御するパラメータであり、正則化係数と呼ばれる。得られた $\beta_1^*, \beta_2^*, \beta_3^*$ と手術計画データの特徴ベクトル $\mathbf{d}^{(j)}$ の内積を計算し、最も大きな値となった $\hat{y}_i^{(j)}$ に対応するクラスが推定する腓骨片数となる。例えば、症例 j に対して計算すると $\hat{\mathbf{y}}^{(j)} = (0.1, 0.7, 0.3)$ が得られたとする。このとき、 $\hat{y}_2^{(j)}$ が最大になったことより推定された腓骨片数は 2 本となる。

次に、提案する特徴量を自動抽出するアルゴリズムについて説明する。このアルゴリズムでは Lasso 解列举を導入することで、Lasso 回帰では得られなかった特徴量を含む複数の特徴量組を列举することを試みる。Hara らの手法では Lasso 回帰により算出された各特徴量の重みの大きさに注目し特徴量組を抽出する。しかし本研究が対象とする多クラス分類では、図 4(a), (b), (c) の例に示すように、それぞれでスケールが異なる三つの重み $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ が得られ、各特徴量について得られた重みを比較できない。そこで、各特徴量が腓骨片数の多クラス分類に与える影響を指標化するために評価値 E を次式で定義する。

$$E = \sum_{i=1}^3 \frac{|\beta_i|}{\|\beta_i\|} \quad (2)$$

全ての特徴量に対し、式 (2) に基づいて評価を行う。図 4(d) に (a), (b), (c) より算出される評価値を例として示す。評価値 E が大きい特徴量ほど、多クラス分類を行う上で重要な特徴量であると考えられる。これにより特徴量間の比較が可能となる。評価値 E を特徴量抽出の指針として Lasso 解列举に導入することで多クラス分類に拡張し、評価値の大きさ上位 N 個の特徴量組を列举する枠組みが与えられる。

以上より、 N 次元特徴量を列举するアルゴリズムの流れは以下の通りとなる。

N 次元特徴量の列举アルゴリズム

STEP 1 特徴行列 \mathbf{D}_f に対し、式 (1) より、重みベクトル $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ と三つの目的関数値 $L(\beta_1), L(\beta_2), L(\beta_3)$ の和 Q を得る。

STEP 2 全ての特徴量に対し、式 (2) に基づき評価を行い、評価値 E の大きさ上位 N 個の特徴量組 T を得る。 (T, Q, \mathbf{D}_f) を解の候補として保持する。

STEP 3 保持する解の候補のうち、三つの目的関数値の和が最小のものを k 番目の解として出力する。

STEP 4 STEP 3 で出力した解の全ての特徴量 t に対し、以下の操作を行う。

(a) 特徴行列 \mathbf{D}_f から特徴量 t に対応する列を取り除き、新たに特徴行列 \mathbf{D}_f を作成する。

(b) 特徴行列 \mathbf{D}_f に対し、式 (1) より、重みベクトル $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ と三つの目的関数値 $L(\beta_1), L(\beta_2), L(\beta_3)$ の和 Q を得る。

(c) 全ての特徴量に対し、式 (2) に基づき評価を行い、評価値 E の大きさ上位 N 個の特徴量組 T を得る。 (T, Q, \mathbf{D}_f) を解の候補として保持する。

STEP 5 STEP 3, STEP 4 を繰り返す。

提案手法では、Lasso 回帰により抽出された特徴量に対し、特徴行列からその特徴量の情報を除いた特徴行列を新たな入力として Lasso 回帰および特徴量抽出を行う。この操作を繰り返すことで、重要な特徴量の組を複数出力することを実現している。

最後に、出力された N 次元の特徴量組 T を用いた推定方法について説明する。抽出された N 次元特徴量の情報のみを格納した特徴行列 $\hat{\mathbf{D}}_f$ を新たに作成し、再度 Lasso 回帰を行うことで $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3$ を算出する。これらと手術計画データの特徴ベクトルの内積を計算することで腓骨片数の推定を行う。推定結

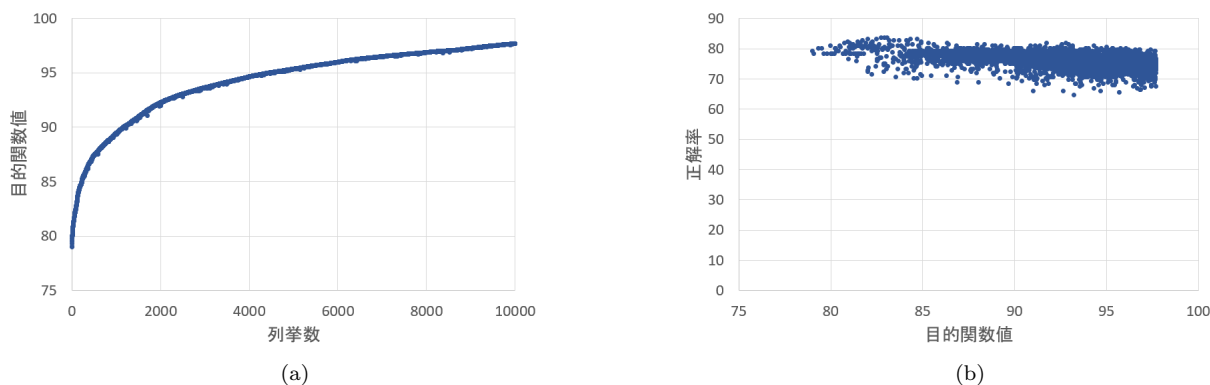


図 5: 提案手法の特性, (a) 列挙数と目的関数値の関係, (b) 目的関数値と正解率の関係

果が医師が決めた腓骨片数と一致する割合を正解率として特徴量組 T の推定性能を評価する。

3. 実験

本章では提案手法の有効性を検証するために、過去に下顎骨再建術を受けた患者 29 名の三次元 CT 画像を対象に特徴量の抽出と腓骨片数の推定に関する実験を行う。提案手法による特徴量抽出を試み、従来手法との比較を通して提案方法の有効性を示す。

3.1 目的関数値と正解率の関係

提案手法は、目的関数値の昇順に異なる特徴量組を列挙するアルゴリズムとなっている。このとき、列挙される特徴量組の目的関数値と正解率の間に負の相関があれば、推定性能の高い特徴量組を効率的に探索できるとみなせるため、列挙される特徴量組の目的関数値と正解率の関係を調査する。本調査では、4 次元特徴量を列挙する場合を想定し、列挙数を 10000 とした。

図 5(a) に提案手法によって 1 番目から 10000 番目に列挙された特徴量組とその目的関数値を示す。目的関数値の昇順に特徴量組が列挙されていることが確認される。次に目的関数値と正解率の関係を図 5(b) に示す。このとき目的関数値と正解率の相関係数は -0.40 となり負の相関となった。過去に提案したアルゴリズム [11] を用いた場合、相関係数が 0.14 だったことより本稿で提案した手法が効率良く探索を行えていることが確認される。

3.2 Lasso 解列挙による特徴抽出

本実験では、提案手法を用いて腓骨片数の分類問題において推定性能の高い低次元特徴量を複数組求めることを目的とする。提案手法の有効性を検証するために、以下の 2 条件において評価値 E に基づき抽出される N 次元特徴量のみを用いて腓骨片数を推定し正解率を求める。

条件 1 Lasso 回帰を一度適用した場合 (従来手法)

条件 2 提案手法を用いた場合

条件 1 では、Lasso 回帰を一度適用し、算出された重みベクトルより式 (2) に基づいて評価値 E を算出し、評価値の大きさの上位 N 個の特徴量組を得る。得られた特徴量組だけを用いて再度 Lasso 回帰を行い、推定を行った場合の正解率を算出して

N	条件 1 (従来手法)	条件 2 (提案手法)
1	58.62%	60.34%(2 組)
2	45.69%	75.86%(15 組)
3	64.66%	79.31%(2 組)
4	79.31%	83.62%(3 組)
5	79.31%	84.48%(7 組)
6	82.33%	85.78%(6 組)
7	82.33%	87.50%(1 組)

表 1: 提案手法と従来手法による正解率

比較する。条件 2 では N 次元特徴量を列挙するが、本実験では列挙する特徴量組の数を 10000 とした。このとき、複数の特徴量組が得られるが、最も正解率が高くなった特徴量組を選択し、条件 1 と比較する。抽出する特徴量次元は $N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ とする。正規化係数は数通りを試して正解率が最も良くなった値として、抽出を行う際は $\lambda = 1.0$, 推定を行う際は $\lambda = 10^{-5}$ を採用する。また前実験より 49 次元全ての特徴量を用いて推定した場合の正解率は 87.50% と得られており、合わせて比較を行う。

各特徴量次元に対して条件 1, 条件 2 より得られた特徴量組による正解率を表 1 に示す。条件 2 では最も高い正解率を示した特徴量組の数を同時に示す。 N がいずれの場合も、提案手法によって Lasso 回帰を用いて得られる特徴量組よりも推定性能の高い特徴量組が得られた。また提案手法を用いることで 49 次元全ての特徴量を用いて推定した場合と同等の正解率を示す 7 次元の特徴量組が得られた。

提案手法によって抽出された 87.50% の推定性能を持つ 7 次元特徴量を図 6 に示す。図は下側から見た下顎骨となっている。青点は解剖学的特徴点を示し、緑点および緑線は切断点および切断面を示す。赤の矢印は抽出された特徴量を示している。ここで F18 は右下顎頭と右オトガイ結節の距離、F25 は右下顎角と右オトガイ孔の距離、F38 は左切断点と左オトガイ孔の距離、F45 は右切断点と右下顎角の距離、F46 は右切断点と左オトガイ孔の距離、F47 は右切断点と右オトガイ孔の距離、F49 は右切断点と右オトガイ結節の距離である。医師との対話より再建計画を立案する際にオトガイ結節の位置は注視しているという意見をj得ているが、実際に右オトガイ結節で定義された特

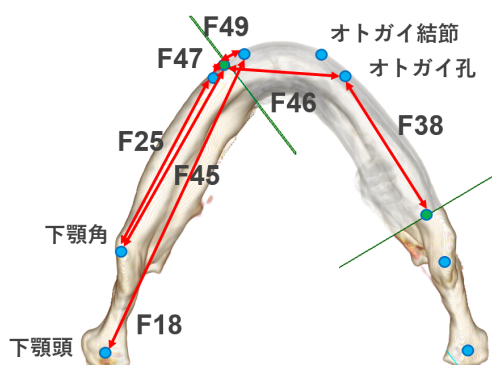


図 6: 抽出された 7 次元特徴量組

微量 (F49) が抽出されており、経験に概ね合致しているといえる。一方で、下顎頭の位置は考慮しないという意見も得ているが、右下顎頭で定義された特徴量 (F18) が抽出されている。これより本実験で使用した 49 の特徴量群には下顎の曲率などの形態的な特徴量が十分に含まれておらず、F18 で代替された可能性が示唆される。また、本実験では特徴量を算出する際に使用した 8 点の解剖学的特徴点と 2 点の切断点の座標情報は手動プロットで取得しており、その基準が定まっていない。そのため症例ごとに特徴量が一意に算出でき、かつ下顎の形態的な特徴を反映した特徴量群の検討が今後の重要な課題である。

4. おわりに

本研究では手術計画を決定する上で重要視される特徴量を抽出することを目的として、下顎骨再建計画における腓骨片数の決定に重要な低次元特徴量を Lasso 解列挙に基づいて複数組抽出するアルゴリズムを提案した。提案手法によって、過去 10 年間の臨床分野において参照されてきた解剖学的名称や医学用語で定義された 49 の特徴量を用いた場合と同等の推定性能を示す 7 次元特徴量の抽出に成功した。

今後の課題として、下顎骨の形態的な特徴量の追加による正解率の向上が挙げられる。また、他手法との比較実験を通して提案手法の有効性を確認していきたい。

謝辞

本研究は日本学術振興会 科学研究費補助金 基盤研究 (B) (課題番号: 19H04484) 及び 挑戦的研究 (萌芽) (課題番号: 18K19918) の助成による。

文 献

[1] A. F. Flemming, M. D. Brough, N. D. Evans, H. R. Grant, M. Harris, D. R. James, M. Lawlor and I. M. Laws, "Mandibular Reconstruction Using Vascularised Fibula", *Brit. J. Plastic Surg.*, Vol. 43, No. 4, pp. 403-409, Jul 1990.

[2] J. S. Brown, C. Barry, M. Ho, R. Shaw, "A New Classification for Mandibular Defects after Oncological Resection", *The Lancet Oncology*, Vol. 17, No. 1, e23-e30, Jan 2016.

[3] M. Nakao, S. Aso, Y. Imai, N. Ueda, T. Hatanaka, M. Shiba, T. Kirita and T. Matsuda, "Automated Planning with Multivariate Shape Descriptors for Fibular Transfer in Mandibular Reconstruction", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 64, No. 8, pp. 1772-1785, Aug 2017.

[4] M. Nakao, M. Hosokawa, Y. Imai, N. Ueda, T. Hatanaka, T. Kirita and T. Matsuda, "Volumetric Fibular Transfer Planning with Shape-based Indicators in Mandibular Reconstruction", *IEEE Journal of Biomedical and Informatics*, Vol. 19, No. 2, pp. 581-589, Mar 2015.

[5] L. Breiman, "Random forest", *Machine learning*, Vol. 45, No. 1, pp. 5-32, Oct 2001.

[6] P. Geladi, B.R. Kowalski, "Partial least squares regression (PLS) : a tutorial", *Analytica Chimica Acta*, Vol. 185, pp. 1-17, 1986.

[7] 田中 利幸, "圧縮センシングの数理", *IEICE Fundamental Review*, Vol. 4, No. 1, pp. 39-47, 2010.

[8] R. Kawasaki, M. Nakao, Y. Imai, N. Ueda, T. Hatanaka, M. Shiba, T. Kirita, T. Matsuda, "Sparse Shape Model for Fibular Transfer Planning in Mandibular Reconstruction", *38th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC)*, pp. 2508-2511, Aug 2016.

[9] R. Tibshirani, "Regression Shrinkage and Selection via the Lasso", *Journal of the Royal Statistical Society : Series B (Statistical Methodology)*, Vol. 58, No. 1, pp. 267-288, 1996.

[10] S. Hara and T. Maehara, "Enumerate Lasso Solutions for Feature Selection", *In Proceedings of the Thirty-First AAAI Conference on Artificial Intelligence*, 2017.

[11] 永井 一希, 中尾 恵, 上田 順宏, 今井 裕一郎, 畠中 利英, 松田 哲也, "Lasso 解列挙による下顎骨再建計画に重要な特徴量の抽出", 第 63 回システム制御情報学会 研究発表講演会論文集, pp. 456-461, 2019.

[12] U. Kressel, "Pairwise Classification and Support Vector Machines", *Advances in kernel methods: support vector learning*, The MIT Press, pp. 255-268, 1999.

[13] S. Boyd, N. Parikh, E. Chu, B. Peleato, and J. Eckstein, "Distributed Optimization and Statistical Learning via the Alternating Direction Method of Multipliers", *Foundations and Trends in Machine Learning*, Vol. 3, No. 1, pp. 1-122, 2011.