

数理解析研究所講究録 2092

RIMS 共同研究 (公開型)

解析的整数論とその周辺

京都大学数理解析研究所

2018年11月

数理解析研究所講究録は、京都大学数理解析研究所の共同利用研究集会および共同研究の記録として1964年に刊行が開始されました。当研究所が全国共同利用研究所として発足した翌年のことでしたが、以来半世紀、毎年数十巻を刊行し、2016年には第2000巻が刊行されるに至りました。第1巻から第2000巻までに収録された論文数は29,265編、総頁数は342,960頁という膨大なものであり、最先端の数学・数理科学分野の研究状況を伝えるのみならず、我が国の数学・数理科学の発展の歴史を留める文献として、他に類例を見ない論文集となっています。

講究録の内容は当研究所のウェブサイトおよび京都大学の学術情報リポジトリにおいても公開され、年間の総アクセス数は1,380,032回（2017年度）を数えるなど、多数の方にご利用いただいています。

講究録の使用言語は論文著者の判断に任されていますが、結果的に日本語が多用されていることが特徴の一つとなっています。その結果、講究録は、数学・数理科学の広い領域における最先端の専門知識に母国語でアクセスできるものとして、近年の英語化の流れの中で、重要な文献となりつつあります。

当研究所の共同利用事業に参加し講究録の論文を執筆していただいた多数の方々に対し、講究録を大きく成長させていただいたことを深く感謝いたしますとともに、これからも、当研究所の国際共同利用・共同研究拠点(*)としての活動にご参加いただき、講究録の発展にご協力いただけますよう心よりお願い申し上げます。

*数理解析研究所は2018年11月13日、共同利用・共同研究拠点の認定が廃止され、新しく国際共同利用・共同研究拠点に認定されました。

RIMS Kôkyûroku 2092

*Analytic Number Theory
and Related Areas*

October 30 ~ November 1, 2017

edited by Yasutsugu Fujita

November, 2018

Research Institute for Mathematical Sciences

Kyoto University, Kyoto, Japan

This is a report of research done at the Research Institute for Mathematical Sciences,
an International Joint Usage/Research Center located in Kyoto University.
The papers contained herein are in final form and will not be submitted for publication elsewhere.

講究録

Kôkyûroku

RIMS Kôkyûroku was started in 1964 as the proceedings of symposia, colloquia and workshops supported by RIMS, the Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University. It was the next year of the establishment of RIMS as one of the Nationwide Cooperative Research Centers. For half a century since then, several dozen volumes have been issued each year, and the 2,000th volume was issued in 2016. The volumes of Kôkyûroku from the 1st through the 2,000th, containing enormous 29,265 articles and 342,960 pages, not only deliver the latest research activities in mathematics and mathematical sciences but also constitute valuable and incomparable collections of articles that pass down history of progress of mathematics and mathematical science in Japan.

Articles in Kôkyûroku are available on the websites of RIMS and Kyoto University Research Information Repository. They are very frequently accessed on the internet, with a total of as many as 1,380,032 accesses in 2017.

The authors choose the languages to write articles, and many are written in Japanese, which is one of the characteristics of Kôkyûroku. As a result, Kôkyûroku is regarded as a significant and important literature which allows easy access to the latest specialized knowledge in the large fields of mathematics and mathematical sciences written in native language for Japanese readers, while more and more research papers are being written in English in recent years.

We are deeply grateful to many of those who have participated in cooperative research activities of RIMS and greatly developed Kôkyûroku. We heartily ask for your continuous participation in research activities at RIMS as an International Joint Usage/Research Center(*) and your warm support and cooperation for the fruitful development of Kôkyûroku.

* RIMS was certified as an International Joint Usage/Research Center on Nov. 13, 2018.

まえがき

この講究録は、2017年10月30日（月）から11月1日（水）にかけて京都大学数理解析研究所において開催された研究集会「解析的整数論とその周辺（Analytic Number Theory and Related Areas）」の報告集です。海外からの講演者5名を含む24名すべての講演者の報告が実際の講演順にまとめられています。

本研究集会で発表された内容は、様々なゼータ関数や L 関数、連分数展開、超越数論、不定方程式論、素数分布論など、解析数論の諸分野に及びます。82名に上る参加者の間で活発な議論が交わされ、解析数論関連分野の研究者にとって有意義な交流の場となりました。本研究集会が、解析数論のさらなる発展の一助となることを確信しています。

本研究集会の申請から開催に至るまで、あらゆる場面で石川秀明氏、神谷諭一氏および見正秀彦氏より貴重な助言をいただきました。開催中は11名の方々が快く座長を引き受けて下さり、会場整備や懇親会の際には大学院生を中心とする若手研究者が手伝って下さいました。海外からの講演者の招聘に際しては松本耕二氏および小松尚夫氏にご尽力いただきました。松本耕二氏および大野泰生氏には科研費からの補助をいただきました。最後に、京都大学数理解析研究所には、財政面のみならず、研究集会の申請から講究録の刊行に至るまで長きにわたって多大なるお力添えをいただきました。

お忙しい中で丁寧に原稿を執筆して下さいました講演者および参加者の皆様と合わせまして、上に挙げた方々に心より感謝の意を表します。

2018年6月
藤田 育嗣

Preface

This volume of “RIMS Kôkyûroku” is the proceedings of the workshop “Analytic Number Theory and Related Areas” held at Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University, from October 30 to November 1, 2017. All the contributions from the 24 speakers, containing 5 overseas researchers, are included in the order of the talks.

The topics discussed in the talks here covered a wide range of fields in analytic number theory, such as various kinds of zeta-functions and L -functions, continued fraction expansions, transcendental number theory, Diophantine equations and distribution of primes. The 82 participants lively discussed with one another, which provided a fruitful forum for the researchers studying analytic number theory. I believe that this workshop greatly helps the development of analytic number theory.

I would like to deeply thank the speakers for their giving us exceptional talks and contributions, and the participants for their taking an active part in discussion.

June, 2018
Yasutsugu Fujita

解析的整数論とその周辺

京都大学数理解析研究所の共同研究事業の一環として、下記のように研究集会を開催しますので、ご案内申し上げます。なおこの集会は JSPS 科研費 25287002, 16H06336, 16K05079 などにより一部助成を受けております。

代表者 藤田 育嗣 (日本大学 生産工学部)

副代表者 見正 秀彦 (東京電機大学 情報環境学部)

記

日時：2017年10月30日(月)9:50～11月1日(水)16:20

場所：京都大学数理解析研究所4階420号室

京都市左京区北白川追分町(市バス農学部前または北白川にて下車)



プログラム

10月30日(月)

9:50～10:00 Opening

10:00～10:30 門田 慎也 (名古屋大学)

G_2 型単純 Lie 代数に付随するゼータ関数の特殊値について
(joint work with Takuya Okamoto and Koji Tasaka)

10:40～11:20 Ade Irma Suriajaya (理化学研究所)

Some improvements in estimates related to the distribution of zeros of the derivatives of the Riemann zeta function and Dirichlet L -functions
(partly joint work with Hirotaka Akatsuka)

11:30～12:00 宮川 貴史 (名古屋大学)

Banres 2重ゼータ関数および Hurwitz 型多重ゼータ関数の平均値

13:15～13:45 和山 裕嗣 (東北大学)

t 多重ゼータ値のある関係式族について

13:55～14:25 梅澤 瞭太 (名古屋大学)

荒川・金子ゼータ関数の類似とある種の多重ゼータ関数について

14:35～15:15 山崎 義徳 (愛媛大学)

Schur 多重ゼータ関数について
(joint work with Maki Nakasuji and Ouamporn Phuksuwan)

15:30～16:10 斉藤 朝輝 (公立はこだて未来大学)

p 進体上の連分数アルゴリズムと Lagrange の定理
(joint work with Jun-ichi Tamura and Shin-ichi Yasutomi)

16:20～17:00 安富 真一 (東邦大学)

p 進簡約格子と高次元 p 進連分数
(joint work with Asaki Saito and Jun-ichi Tamura)

10月31日(火)

9:30～10:00 田沼 優佑 (慶應義塾大学)

Hecke-Mahler 級数とその導関数の値の代数的独立性
(joint work with Taka-aki Tanaka)

10:10～10:40 塩川 宇賢 (慶應義塾大学)

カーヘン定数に関する数の無理測度
(joint work with Daniel Duverney)

- 10:55 ~ 11:25 大音 智弘 (筑波大学)
Construction of T -numbers in positive characteristic
- 11:35 ~ 12:05 金子 元 (筑波大学)
Smooth number の b 進展開における digit について
(joint work with Yann Bugeaud)
- 13:30 ~ 14:10 浜畑 芳紀 (岡山理科大学)
Dirichlet series with periodic coefficients in function fields
- 14:20 ~ 14:50 宮崎 隆史 (群馬大学)
二つの有限整数パラメータを持つ寺井の指数方程式について
- 15:05 ~ 15:55 Mihai Cipu (Institute of Mathematics of the Romanian Academy)
A new approach to the study of $D(-1)$ -quadruples
(joint work with Nicolae Ciprian Bonciocat and Maurice Mignotte)
- 16:05 ~ 16:55 Andrej Dujella (University of Zagreb)
Triples which are $D(n)$ -sets for several n 's
(joint work with Nikola Adzaga, Dijana Kreso and Petra Tadic)
- 17:45 ~ 19:45 京都大学内の「カンフォーラ」にて懇親会

11月1日(水)

- 9:30 ~ 10:05 Su Hu (South China University of Technology)
On hypergeometric Bernoulli numbers and polynomials
(partly joint work with Takao Komatsu and Min-Soo Kim)
- 10:15 ~ 10:50 小松 尚夫 (Wuhan University)
Convolutions of generalized Stirling numbers and degenerate Bernoulli polynomials and poly-Cauchy polynomials
(partly joint work with Paul Thomas Young)
- 11:05 ~ 11:35 遠藤 健太 (名古屋大学)
Hurwitz ゼータ関数の区間 $(0, 1)$ における実零点について
(joint work with Yuta Suzuki)
- 11:45 ~ 12:15 武田 渉 (京都大学)
The distribution of relatively r -prime lattice points
- 13:30 ~ 14:00 鈴木 雄太 (名古屋大学)
素数と平方数の和の短区間中の分布について
- 14:10 ~ 14:55 Gediminas Stepanauskas (Vilnius University)
Mean values of products of multiplicative functions
(joint work with Jonas Šiaulyš)
- 15:05 ~ 15:35 Sumaia Saad Eddin (名古屋大学)
On the logarithmic derivatives of Dirichlet L -functions at $s = 1 + it_0$, where $t_0 \geq 0$
(joint work with Kohji Matsumoto)
- 15:45 ~ 16:20 桂田 昌紀 (慶應義塾大学)
複素 1 変数正則 Eisenstein 級数に付随する漸近展開 : Weierstraß 楕円関数と $\zeta(2k+1)$ に関する Ramanujan 公式への応用
(joint work with Takumi Noda)

Analytic Number Theory and Related Areas*

Date : October 30 (Mon) 9:50 – November 1 (Wed) 16:20, 2017

Place : Room 420, Research Institute for Mathematical Sciences (RIMS)
Kyoto University, Kyoto, JAPAN

Organizers : Yasutsugu Fujita (Nihon University)
Hidehiko Misho (Tokyo Denki University)



Program

October 30 (Mon)

- 9:50 ~ 10:00 Opening
- 10:00 ~ 10:30 **Shin-ya Kadota** (Nagoya University)
On the special values of the zeta function associated with simple Lie algebra G_2 type
(joint work with Takuya Okamoto and Koji Tasaka)
- 10:40 ~ 11:20 **Ade Irma Suriajaya** (RIKEN)
Some improvements in estimates related to the distribution of zeros of the derivatives
of the Riemann zeta function and Dirichlet L -functions
(partly joint work with Hirotaka Akatsuka)
- 11:30 ~ 12:00 **Takashi Miyagawa** (Nagoya University)
Mean values of the Barnes double zeta-function and the Hurwitz multiple
zeta-functions
- 13:15 ~ 13:45 **Hirotsugu Wayama** (Tohoku University)
On certain family of relations among t -MZVs
- 13:55 ~ 14:25 **Ryota Umezawa** (Nagoya University)
An analog of the Arakawa-Kaneko zeta function and certain multiple zeta functions
- 14:35 ~ 15:15 **Yoshinori Yamasaki** (Ehime University)
On Schur multiple zeta functions
(joint work with Maki Nakasuji and Ouamporn Phuksuwan)
- 15:30 ~ 16:10 **Asaki Saito** (Future University Hakodate)
Continued fraction algorithms and Lagrange's theorem in the p -adic number field
(joint work with Jun-ichi Tamura and Shin-ichi Yasutomi)
- 16:20 ~ 17:00 **Shin-ichi Yasutomi** (Toho University)
On p -reduced lattice and multidimensional p -adic continued fraction algorithms
(joint work with Asaki Saito and Jun-ichi Tamura)

October 31 (Tue)

- 9:30 ~ 10:00 **Yusuke Tanuma** (Keio University)
Algebraic independence properties of the values of Hecke-Mahler series and its
derivatives
(joint work with Taka-aki Tanaka)
- 10:10 ~ 10:40 **Iekata Shiokawa** (Keio University)
Irrationality exponents of numbers related with Cahen's constant
(joint work with Daniel Duverney)

* This workshop is partially supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers 25287002, 16H06336, 16K05079.

- 10:55 ~ 11:25 **Tomohiro Ooto** (University of Tsukuba)
Construction of T -numbers in positive characteristic
- 11:35 ~ 12:05 **Kaneko Hajime** (University of Tsukuba)
On the digits in the base- b expansion of smooth numbers
(joint work with Yann Bugeaud)
- 13:30 ~ 14:10 **Yoshinori Hamahata** (Okayama University of Science)
Dirichlet series with periodic coefficients in function fields
- 14:20 ~ 14:50 **Takafumi Miyazaki** (Gunma University)
On Terai's exponential equation with two finite integer parameters
- 15:05 ~ 15:55 **Mihai Cipu** (Institute of Mathematics of the Romanian Academy)
A new approach to the study of $D(-1)$ -quadruples
(joint work with Nicolae Ciprian Bonciocat and Maurice Mignotte)
- 16:05 ~ 16:55 **Andrej Dujella** (University of Zagreb)
Triples which are $D(n)$ -sets for several n 's
(joint work with Nikola Adzaga, Dijana Kreso and Petra Tadic)
- 17:45 ~ 19:45 Reception party at *Camphora* on the campus of Kyoto University

November 1 (Wed)

- 9:30 ~ 10:05 **Su Hu** (South China University of Technology)
On hypergeometric Bernoulli numbers and polynomials
(partly joint work with Takao Komatsu and Min-Soo Kim)
- 10:15 ~ 10:50 **Takao Komatsu** (Wuhan University)
Convolutions of generalized Stirling numbers and degenerate Bernoulli polynomials
and poly-Cauchy polynomials
(partly joint work with Paul Thomas Young)
- 11:05 ~ 11:35 **Kenta Endo** (Nagoya University)
Real zeros of Hurwitz zeta-function in the interval $(0, 1)$
(joint work with Yuta Suzuki)
- 11:45 ~ 12:15 **Wataru Takeda** (Kyoto University)
The distribution of relatively r -prime lattice points
- 13:30 ~ 14:00 **Yuta Suzuki** (Nagoya University)
On the sum of a prime and a square in short intervals
- 14:10 ~ 14:55 **Gediminas Stepanauskas** (Vilnius University)
Mean values of products of multiplicative functions
(joint work with Jonas Šiaulyš)
- 15:05 ~ 15:35 **Sumaia Saad Eddin** (Nagoya University)
On the logarithmic derivatives of Dirichlet L -functions at $s = 1 + it_0$, where $t_0 \geq 0$
(joint work with Kohji Matsumoto)
- 15:45 ~ 16:20 **Masanori Katsurada** (Keio University)
Asymptotic expansions for a class of holomorphic Eisenstein series: applications to
Weierstraß' elliptic function and Ramanujan's formula for $\zeta(2k + 1)$
(joint work with Takumi Noda)

解析的整数論とその周辺
RIMS 共同研究（公開型）報告集

2017年10月30日～11月1日
研究代表者 藤田 育嗣 (Yasutsugu Fujita)

目次

1. On the special values of the zeta function associated with simple Lie algebra type G_2	-----	1
門田 慎也 (Shin-ya Kadota)	名古屋大学 (Nagoya U.)	
岡本 卓也 (Takuya Okamoto)	北里大学 (Kitasato U.)	
田坂 浩二 (Koji Tasaka)	愛知県立大学 (Aichi Pref. U.)	
2. リーマンゼータ関数とディリクレ L 関数の導関数の零点の分布	-----	9
Ade Irma Suriajaya	理化学研究所 (RIKEN)	
3. Barnes 2重ゼータ関数および Hurwitz 多重ゼータ関数の平均値	-----	15
宮川 貴史 (Takashi Miyagawa)	名古屋大学 (Nagoya U.)	
4. l 多重ゼータ値のある関係式族について	-----	24
和山 裕嗣 (Hirotsugu Wayama)	東北大学 (Tohoku U.)	
5. 荒川・金子ゼータ関数の類似と ある種の多重ゼータ関数について	-----	32
梅澤 瞭太 (Ryota Umezawa)	名古屋大学 (Nagoya U.)	
6. Schur 多重ゼータ関数について	-----	42
山崎 義徳 (Yoshinori Yamasaki)	愛媛大学 (Ehime U.)	
7. p 進数体上の連分数アルゴリズムとその周期性	-----	55
斉藤 朝輝 (Asaki Saito)	公立はこだて未来大学 (Future U. Hakodate)	
田村 純一 (Jun-ichi Tamura)	津田塾大学 (Tsuda College)	
安富 真一 (Shin-ichi Yasutomi)	東邦大学 (Toho U.)	

8.	Multidimensional p -adic continued fraction algorithms	-----	63
	安富 真一 (Shin-ichi Yasutomi)	東邦大学 (Toho U.)	
	斉藤 朝輝 (Asaki Saito)	公立はこだて未来大学 (Future U. Hakodate)	
	田村 純一 (Jun-ichi Tamura)	津田塾大学 (Tsuda College)	
9.	Algebraic independence properties of the values of Hecke-Mahler series and its derivatives	-----	75
	田沼 優佑 (Yusuke Tanuma)	慶應義塾大学 (Keio U.)	
10.	IRRATIONALITY EXPONENTS OF NUMBERS RELATED WITH CAHEN'S CONSTANT	-----	88
	塩川 宇賢 (Ikata Shiokawa)	慶應義塾大学 (Keio U.)	
11.	Construction of T -numbers in positive characteristic	-----	92
	大音 智弘 (Tomohiro Ooto)	筑波大学 (U. Tsukuba)	
12.	On the digits in the base- b expansion of smooth numbers	-----	97
	Yann Bugeaud	U. Strasbourg / CNRS	
	金子 元 (Hajime Kaneko)	筑波大学 (U. Tsukuba)	
13.	Dirichlet series with periodic coefficients in function fields	-----	104
	浜畑 芳紀 (Yoshinori Hamahata)	岡山理科大学 (Okayama U. Sci.)	
14.	二つの有限整数パラメータを持つ寺井の指数方程式について	-----	111
	宮崎 隆史 (Takafumi Miyazaki)	群馬大学 (Gunma U.)	
15.	A NEW APPROACH TO THE STUDY OF $D(-1)$ -QUADRUPLES	-----	122
	Mihai Cipu	Simion Stoilow Inst. Math. Romanian Aca.	
16.	On Diophantine m -tuples and $D(n)$ -sets	-----	130
	Nikola Adžaga	U. Zagreb	
	Andrej Dujella	"	
	Dijana Kreso	U. British Columbia	
	Petra Tadić	Juraj Dobrila U. Pula	

1 7.	ON SOME RESULTS OF HYPERGEOMETRIC BERNOULLI NUMBERS AND POLYNOMIALS (PARTLY JOINT WORK WITH TAKAO KOMATSU AND MIN-SOO KIM)	-----	138
	Su Hu		South China U. Tech.
1 8.	Degenerate Bernoulli polynomials and poly-Cauchy polynomials	-----	146
	小松 尚夫 (Takao Komatsu)		Wuhan U.
1 9.	Hurwitz ゼータ関数の区間 (0, 1) における実零点と その挙動について	-----	160
	遠藤 健太 (Kenta Endo)		名古屋大学 (Nagoya U.)
	鈴木 雄太 (Yuta Suzuki)		"
2 0.	THE DISTRIBUTION OF RELATIVELY R-PRIME LATTICE POINTS	-----	165
	武田 渉 (Wataru Takeda)		京都大学 (Kyoto U.)
2 1.	素数と平方数の和の短区間中の分布について	-----	178
	鈴木 雄太 (Yuta Suzuki)		名古屋大学 (Nagoya U.)
2 2.	Distributions of additive functions on shifted primes	-----	191
	Gediminas Stepanauskas		Vilnius U.
2 3.	A survey on the evaluation of the values of Dirichlet L - functions and of their logarithmic derivatives at $1 + it_0$	-----	200
	Sumaia Saad Eddin		名古屋大学 (Nagoya U.)
2 4.	ASYMPTOTIC EXPANSIONS FOR A CLASS OF GENERALIZED HOLOMORPHIC EISENSTEIN SERIES: APPLICATIONS TO WEIERSTRASS' ELLIPTIC FUNCTION AND RAMANUJAN'S FORMULA FOR $\zeta(2k + 1)$	-----	212
	桂田 昌紀 (Masanori Katsurada)		慶應義塾大学 (Keio U.)
	野田 工 (Takumi Noda)		日本大学 (Nihon U.)