

Ueber die Erklärungshypothesen der Cepheidenerscheinung.

Von

Toshima Araki.

(Eingegangen am 23. Juli 1924)

Auszug.

Unter den Cepheiden wollen wir in dieser Abhandlung im allgemeinen die kurzperiodischen Veränderlichen verstehen, deren Lichtwechsel man auf eine Ursache anders als "Bedeckung" zurückführen muss. Im ersten Abschnitte sind die verschiedenen Auffassungen hinsichtlich der Cepheidenerscheinungen von vielen Astronomen bis zu der Pulsationshypothese Shapleys geschichtlich skizziert. Es sind im zweiten Abschnitte alle heutzutage bekannten Eigentümlichkeiten der Cepheiden zusammengestellt; sie sind auch statistisch untersucht. Im dritten Abschnitte ist die Rede von der Pulsationstheorie Eddingtons und von der heutigen Entwicklung des Cepheidenproblems. Im letzten Abschnitte ist die "Exzentrischkern"-Hypothese von Prof. Shinjo erläutert, deren wesentlicher Gesichtspunkt darin besteht, dass der Uranfang eines Sternes im allgemeinen der Meteoritenschwarm ist, dass ein der die grösste Rolle in der Entwicklungsgeschichte des Sternes spielenden Elemente die Rotationsbewegungsgrösse des uranfänglichen Schwarmes sein muss, deren verschiedener Grössenordnung nach die verschiedenen Gattungen des Sternsystems entstehen, und dass infolgedessen unter den einer mittelmässiger Rotationsgrösse unterworfenen Systemen ein solches, in dem der Zusammenziehungskern exzentrisch entsteht, dem Cepheiden-systeme entspricht.

EINLEITUNG.

Der Versuch, auf der Grundlage der Untersuchungen über die veränderlichen Sterne ein System der ins Geheimnis des Lebensverlaufs des Sternes eindringenden Forschung zu konstruieren, scheint mir nicht nur den im allgemeinen herrschenden Neigungen, sondern auch in der Tat den schon zu glänzen beginnenden Brennpunkten der heutigen Astrophysik anzugehören; auf diesem Gebiete der Untersuchungen

sind die Verdienste der Professoren Plummer, Shapley, Guthnick, Ludendorff und von Peter Hagen u. a. sehr gross; vor allem scheint Prof. Ludendorff neuerdings besonders in dieser Richtung seine Kraft zu verwenden.

Sehr wichtig ist es ja in der Tat, die Erscheinung der Lichtänderung als den Anhalt zu benutzen, mit dessen Hilfe man in das Geheimnis des physischen Zustandes eines Sternes eindringen kann; und zwar scheint für die physikalische Untersuchung des Gigantensterns die der Veränderlichen der einzig mögliche Weg zu sein, denn man ist heute imstande, nicht nur mit Sicherheit zu glauben, dass alle Cepheiden sich im aufsteigenden Aste der Entwicklungsgeschichte des Sterns befinden, sondern auch mit grosser Wahrscheinlichkeit zu vermuten, dass die meisten der langperiodischen Veränderlichen auch zu solchen gehören, während fast alle visuellen Doppelsterne im Gegensatz dazu sich innerhalb des Gebietes der Zwergsterne zerstreuen.

Was die Untersuchung der langperiodischen Veränderlichen betrifft, so mag man hier bildlich es so ausdrücken, dass ihre Morgenröte jetzt erst zu erscheinen beginne; hingegen hat die Untersuchung von kurzperiodischen Veränderlichen, besonders von den Cepheiden im enge en Sinne, neuerdings um des Umstandes willen einen ungeheuren Aufschwung genommen, dass sie seit dem Anfange dieses Jahrhunderts einer der vornehmsten Brennpunkte des astrophysikalischen Interesses geblieben ist, weswegen viele Astrophysiker nicht nur sich angestrengt haben, reichliche Beobachtungserfolge zu liefern und auf grund derselben feierliche statistische Gesetzmässigkeiten aufzustellen, sondern auch zahlreiche verschiedenartige Erklärungshypothesen ihrer Erscheinung angeboten haben.

Die so verschiedenartig vorgeschlagenen zahlreichen Erklärungshypothesen eingehend zu betrachten und es zu entscheiden, welche Hypothese am besten der Wahrheit nahe liege, muss deshalb meiner Meinung nach für sich allein schon sehr interessant sein. Diese Abhandlung ist einerseits in solcher Absicht geschrieben, aber andererseits auch darum, weil die Entscheidung über den physischen Zustand der zu den Gigantensternen vom F, G, K spektralen Typus gehörenden Cepheiden meines Erachtens eine wichtige Rolle in der Entwicklungslehre des Sternes spielen muss.

Aufsätze, in denen in bezug auf die Erklärung dieser Erscheinung mehr oder weniger Meinungen enthalten sind, finden sich schon am Ende des letzten Jahrhunderts; aber wir dürfen auch die mit grossem Eifer gemachten Bestreitungen dieses Problems dafür halten, die seit dem

Vorbringen der Pulsationshypothese von Shapley stattgefunden haben, die im Jahre 1914 zuerst geäußert wurde; namentlich ist der Aufsatz Shapleys selber ein epochmachender.

Es soll deswegen in dieser Abhandlung die Arbeit in folgende vier Abschnitte eingeteilt werden, nämlich:

- A. Geschichtliche Skizze der Erklärungsversuche der Erscheinung bis zu der Pulsationshypothese Shapleys.
- B. Zusammenstellung der Eigentümlichkeiten der Cepheiden.
- C. Die Pulsationstheorie Eddingtons und die Entwicklung des heutigen Cepheidenproblems.
- D. Die "Exzentrischkern"-Hypothese von Prof. Shinjo.

A

Geschichtliche Skizze der Erklärungsversuche der Erscheinung bis zu der Pulsationshypothese Shapleys.

1. Seit im Jahre 1894 BÉlopolsky⁽¹⁾ in Pulkowa in seinen spektroskopischen Untersuchungen über δ Cephei Erfolg gehabt hat, sind viele derartige Forschungen in bezug auf andere Cepheiden von vielen Astronomen ausgeführt worden; und da ihre Ergebnisse alle die mit Lichtwechsel gleichperiodischen Schwankungen der spektralen Linien zeigten, wurde der Gedanke, dass die Cepheiden auch Doppelsternsysteme sein müssen, von den meisten der Astronomen geglaubt und zwar fand diese Gleichheit der beiden Perioden so genau statt, dass man die Helligkeitsänderungen auf die Bahnbewegung zurückführte.

Welche physische Ursache des Lichtwechsels liegt dann dem Doppelsternsysteme zugrunde? Eine Zusammenstellung der betreffenden Hypothesen gab Hagen in seiner Abhandlung.⁽⁴⁹⁾ Da schon in ihnen jedoch alle möglichen Arten der Erklärungen als Doppelsternsysteme mehr oder weniger im Keime vorhanden zu sein scheinen, so halten wir es für nicht wertlos, sie etwas eingehend zu skizzieren.

1. Erklärungen der Erscheinungen als eine durch gegenseitige Annäherung beider Komponenten verursachte Lichterregung.

2. A. W. Roberts⁽²⁾ schlug gleich nach der Mitteilung der Bahnelemente BÉlopolskys von δ Cephei die Annahme vor, dass die beiden Komponenten des Doppelsterns sich im Periastron zu grösserer Helligkeit erregen.

In der Tat gehören damals nur die Bedeckungssterne zu den Veränderlichen, deren Ursache sicher festgestellt war; er äusserte sich,

um die kontinuierliche Helligkeitsänderung von δ Cephei zu erläutern, folgendermassen: "however large the component bodies, and however small the orbit, the variation would not be continuous. There would be comparative constancy when the companion was in quadrature. But such periods have not been noticed by any observer." Und er zeigte, dass die Erscheinung des Sternes δ Cephei sich keineswegs auf geometrische Bedeckung, vielmehr auf physische Lichterregung müsse zurückführen lassen. Die im Vergleich mit der des übrigen spektroskopischen Doppelsterns ziemlich grössere Exzentrizität berücksichtigend, erwähnte er schliesslich: "in such an orbit it is evident that at and near apastron, the heat which falls upon the companion star will be nine times less than at periastron. It is but reasonable to suppose that as the companion passes from apastron to periastron some considerable increase in temperature will take place."

Was steilen Anstieg zum Maximum des Lichtes betrifft, so schrieb er: "The amount of heat transferred from the primary body to the secondary will depend on the capacity for heat of the secondary body. It is also in accordance with the laws of conduction—and we find the laws exemplified each day in the maximum and minimum hours of daily temperature—that the heat of the fainter star will not reach its maximum till after the star has passed periastron, the heat continuing to accumulate until the quantity of heat which escapes from the star is greater than that which enters it. And the minimum point will not be reached at apastron passage, but at some point further on, where the amount of inflowing heat equalized the outflowing. After this point is passed the companion will increase rapidly, the rapidity depending on the eccentricity of the orbit, as it is now nearing periastron."

Es ist also selbstverständlich, dass er denjenigen für den dunkleren Begleiter hielt, der um mehrere Grössenklassen anwachse und so das Helligkeitsmaximum verursache; aber auch nun noch beschränkte er nicht die ganze Ursache der Lichterregung auf den Begleiter, sondern zeigte auch die Möglichkeit der Teilnahme des Hauptsterns daran; denn er sagt: "The changes produced by the proximity of the two stars would not be confined to the fainter one alone. There would be action and interaction, tidal currents, and a different set of conditions, mechanical and chemical, would be in operation at each periastron passage."

3. Wenn nun der dunklere Begleiter die hauptsächliche Rolle in der Lichterregung spielt, so muss sich die Duplizität der Linien im Spektrum nachweisen lassen; das ist aber nicht der Fall bei δ Cephei.

Diese Sachlage bemerkend, modifizierte L. A. Eddie die obige Hypothese derart in seiner kurzen Note,⁽³⁾ dass der Begleiter als der Träger der Lichtänderung nicht dunkler als der Hauptstern, sondern derjenige sein muss, der um einen dunklen d. h. kalten Körper unläuft, und infolgedessen der letztere die Helligkeit des leuchtenden Begleiters weder durch Addierung zu seiner Temperatur noch durch Kombination mit seiner Strahlung, wie Roberts es behaupt, zunehmen lassen; und er neigte dazu, die Ursache des Lichtwechsels auf "tidal disturbances and bodily tides in the bright member excited upon its closer approach to the ruling dark body at and near periastron" zurückzuführen.

4. Die Rollenvertauschung beider Komponenten, d. h. die Einführung des Gedankens, dass die Lichterregung auf dem helleren Hauptstern durch den dunklen Begleitstern verursacht wird, soll nach Hagens Aufzählung⁽⁴⁹⁾ der Hypothesen von Schwarzschild zuerst vollzogen worden sein, dessen originale Schrift (Publikation der Kuffner-Sternwarte, 5 C. 125) unglücklicherweise nicht in meinen Besitz gelangt ist und deren Inhalt ich deshalb nicht näher studieren kann.

5. Im Jahre 1904 suchte R. H. Curtiss⁽⁴⁾ in seiner Untersuchung von W Sagittarii die Ursache der Lichterregung auf die Flut erzeugenden Kraft des Begleiters zurückzuführen, indem er von dem Darwin'schen Ausdrucke¹ für Gezeitenpotential ausgehend und unter einigen plausiblen Voraussetzungen die Grösse der Flut erzeugenden Kraft abschätzte.

Aber er hielt schliesslich seine Erklärung der Erscheinungen für unbefriedigend und machte in derselben Schrift auch über die Widerstandsmaterie eine Bemerkung dahingehend, dass es auch leicht sei, eine vermutliche Erklärung für die Lichts- und Geschwindigkeitskurven (von W. Sgittarii) auf der Annahme aufzubauen, dass das System durch ein widerstehendes Mittel umhüllt werde, dessen Einwirkung auf die Vorderseite des Sterns eine Aufhelligkeit zur Folge habe.....

6. Im Jahre 1907 hat S. Albrecht⁽⁶⁾ einen Zusammenhang zwischen den Lichts- und Geschwindigkeitskurven bei zehn Cepheiden mit besserer Genauigkeit gefunden, als es bis dahin für möglich gehalten war, das heisst die Tatsache, dass die Helligkeitsmaxima und -minima dem negativen und positiven Geschwindigkeitsmaximum beinahe entsprechen. Diese Tatsache schien zu der sogenannten Widerstandshypothese zu passen; darum hat sie Loud zu seiner Hypothese geführt.

7. Aber bevor wir dieses erwähnen, wird es passend sein, eine von R. E.

1 $V = \frac{3}{2} \frac{m}{r^3} \rho^2 (\cos^2 z - 1/3)$

DeLury⁽¹⁴⁾ vorgeschlagenen Erklärung mitzuteilen, in der er die durch die Annäherung des Begleiters verursachte Lichterregung auf die Konvektionenströmungen zurückzuführen sucht, um sie mit Albrechts Tatsache übereinstimmen zu lassen. Er erörterte folgendermassen von seinem eigenen Standpunkte des Sonnenoberflächenforschers aus: "It is supposed that the star is a body condensing under the action of gravity and developing great quantities of heat which give rise to rapid radial convection currents bearing masses of hot gases from within and cooler and condensed materials back to the interior, and that, in the absence of disturbing agents, a "kinetic equilibrium" is established resulting in a steady and practically constant total emission of light by the star. Since the radiation from the star depends on the velocity and character of its convection currents, any change in these convections causes a change in the heat and light emitted. Consequently, to account for the variations in the light of some stars, it is assumed that there are changes in the convection currents of the stars caused by the changing action of disturbing agents."

Da das wahre Verhalten der Konvektionenströmungen freilich sehr kompliziert ist, so führte er ausser dem "Primary effect" noch auch "induced effect due to the primary effect" ein, um die Flexibilität der Erklärung zu vergrössern.

Die sogenannten "disturbing agents" führte er auf die Bahnbewegung des Begleiters zurück, d. h. er machte die Voraussetzung, dass "the phenomena exhibited by variable stars are caused by changes in their convection currents resulting from the changing action of satellites," und er erörterte, wie folgt: "The action of satellite changes in magnitude and direction when its orbit is eccentric, and in direction only when the orbit is circular. If the satellite revolves in an eccentric orbit the changes in the currents probably do not respond immediately to the increasing attraction of the satellite and do not decrease proportionately with the lessening of the attraction. In other words it takes an appreciable time for changes in the velocity and character of the convections to become established; and in addition to this there is the induced effect following each change....."

In dieser Auffassung DeLurys kann man eine Aehnlichkeit mit dem später zu erwähnenden Gedanken von Guthnick erkennen.

*II. Erklärungen der Erscheinungen als eine durch
Einwirkungen des widerstehenden Mittels verursachte Erleuchtung.*

8. Gegenüber dem Versuch, die Lichterregung durch die Annäherung

beider Komponenten zu erklären, steht eine andere Doppelsternhypothese, nämlich die Widerstandshypothese (oder Mediumhypothese). Die früher erwähnte Bemerkung von Curtiss verwerfend, konstruierte F. H. Loud⁽⁷⁾ eine Art Widerstandshypothese, welche folgendermassen lautet: ein Doppelsternsystem laufe um seinen Schwerpunkt in einem zu diffundierenden Mittel um, dessen Widerstandswirkung die Vorderseite des umlaufenden Körpers zu glänzen verursache, und da keine Doublirung der spektralen Linien sich nachweisen lasse, so müsse eine der Komponenten relativ zum Mittel ruhig bleiben und zwar die Hauptkomponente; der Begleiter sei also der leuchtende.

Er wollte die unsymmetrische Lichtkurve dadurch erklären, dass wegen der Anziehungskraft zwischen beiden Komponenten die Gezeitenwirkungen nicht nur der gleichperiodischen Rotations- und Umlaufsbewegungen des Begleiters bedürfen, sondern auch dieselben Zustände gegenüber den Widerstandswirkungen zu behalten suchen, aber die letzteren die Verkürzung der Umlaufperiode fördern und dieselben den ersteren darin derart überlegen sind, dass die Rotation wenig und zwar nur ein wenig langsamer als die Umlaufsbewegung sei.

9. Indem gegenüber nicht nur der Loud'schen sondern auch im allgemeinen einer derartigen Widerstandshypothese J. C. Duncan⁽⁹⁾ unter der Voraussetzung, dass die Widerstandskraft R zur Bahnbewegungsgeschwindigkeit V linear proportionell sei, d. h. $R=hV$, wo h eine Konstante bedeutet,

und dass die von Tisserand gewiesene mechanische Formel: $\delta a/a = -2ht$ auch da gelte, wo h ebenso dieselbe Bedeutung wie oben hat und a , δa die Semi-Majorachse der Bahn bzw. ihre Variation im Zeitverlauf t bedeuten, eine durch Beobachtungen keineswegs nachzuweisende grosse Periodenverkürzung der Cepheiden behauptete, konnte er die Dichtigkeit des widerstehenden Mittels bis zu einem keine oben gezeigte Periodenverkürzung hervorrufenden Grade dadurch herunter-

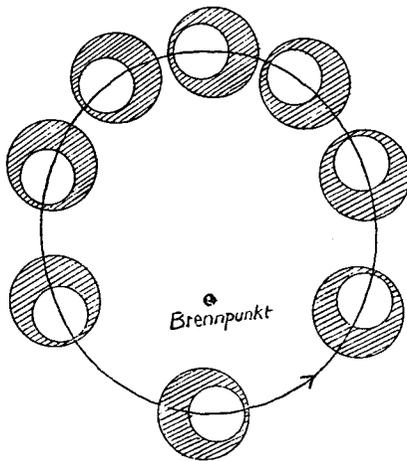


Fig. 1. Duncan, 1908.

ziehen, dass er anstatt der Erhitzung der Vorderseite des Sternes den stärker auf der nachfolgenden als auf der vorangehenden Seite des

Sternes wirkenden Absorptionseinfluss der ungleichförmigen Atmosphäre einführt, die nach ihm durch Reibung am Mittel zurückgetrieben werden soll. Zudem hielt er das widerstehende Mittel für ruhig relativ zum dunkleren Begleiter. Figur 1 ist die Zeichnung Duncans, die den Vorgang veranschaulicht.

10. Campbell erörterte in seiner "Second catalogue of spectroscopic binary stars"⁽¹⁵⁾ die Schwierigkeit aller oben erwähnten Hypothesen als Erklärungen der Erscheinungen folgendermassen: "It is difficult to conceive that the secondary influences directly the luminosity of the primary through tidal surgings or otherwise, for the eccentricities in some of the systems are rather small; and in Algol systems of even shorter periods and comparable eccentricities (according to Duner, Roberts and Hartwig) there has been observed no direct photometric influence of the secondary upon the primary, not accounted for by the geometry of an eclipse", und betonte auch gegen die Widerstandshypothese "The efficiency of a resisting medium, causing the advancing face of a star to be rendered more luminous by virtue of collisions, or by virtue of the absorbing atmosphere being swept back to the opposite hemisphere, is doubtful; for it would appear that the presumably smaller secondary, traveling with much greater speed than the primary, should show some trace of any bombardment effects in the system."

Aber auch jetzt schlug er noch keine neue Erklärung vor und war nur der Meinung, dass "It is reasonably certain that all Cepheid-Geminid variables are spectroscopic binary systems".

11. In seiner Monographie "Les Céphéides"⁽¹⁷⁾ arbeitete M. Luizet eine Erklärung der Erscheinungen eingehend aus und behauptete eine Widerstandshypothese. Er glaubte wie Duncan und Loud, dass "les changements d'éclat ne sauraient résider dans les corps eux-mêmes, mais qu'elles doivent être, au contraire, d'origine extérieure et intimement liées à leur mouvement orbital".

Er zeigte also, dass, wenn man zwei Voraussetzungen, nämlich:

- i) Die Epochen des Maximums und des Minimums der Helligkeit stimmen mit denen, wo die positive und negative Radialgeschwindigkeiten maximal seien, überein, und
 - ii) Die Radialgeschwindigkeiten der Cepheide seien maximal, wenn der hellere Körper durch den Knotenpunkt der Bahn passiere,
- bestehen lässt, so könne man von sechs Elementen des Sternensystems ausser der Periode noch drei, nämlich die Exzentrizität e , die Epoche T des Periastrondurchganges des helleren Körpers gezählt von der der maximalen Helligkeit und den Abstand ω des Periastrons von der

Knotenlinie, berechnen; und er tat es wirklich bei 12 Cepheiden; 5 von diesen Cepheiden haben die spektroskopisch bestimmten Elemente. Die Uebereinstimmung beider Elemente scheint höchstens vom Grad der Genauigkeit der Albrecht'schen Gesetzmässigkeit zu sein.

Ueber die kurze Methode dieser Bahnelementenberechnung Luizets aus der Lichtkurve schrieb später F. Henroteau,⁽⁴⁰⁾ der die Duncan'sche Hypothese als richtig annahm.

12. Nach den Erörterungen Luizets ist die Lösung folgendermassen. Wenn man die Inklination i der Bahnebene von 85° bis 45° voraussetzt, so "on peut admettre d'après cela que l'orbite d'une Céphéide est 30 à 40 fois plus petite que celle de Mercure et 5 fois plus grande que celle de la Lune", und er schätzte die Masse typischer Cepheide für ungefähr 4 bis 10 mal so gross als Jupiter; freilich können wir diese Grössenordnung vergrössern, denn er nahm $2a$ anstatt $(a_1 + a_2)$ im Kepler'schen Gesetz $(a_1 + a_2)^3 / P^2(m_1 + m_2) = \text{Konstante}$ an und er benutzte zu a den spektroskopischen Folg, so dass man seinen Wert von $m_1 + m_2$ mit einem Korrektionsfaktor $\left(\frac{m_1 + m_2}{2m_1}\right)^3$ multiplizieren muss, um den wahren Wert desselben zu bekommen; wenn wir also $m_1 = 10m_2$ voraussetzen, so beträgt der Korrektionsfaktor etwa 150, welcher eine mit der Sonnenmasse vergleichbare Grössenordnung der Cepheiden geben kann.

Wie dem auch sei, wir dürfen jedenfalls sagen, dass die Auffassung Luizets hinsichtlich der Cepheidenmasse und folglich ihrer Flächenhelligkeit, die er für ungeheuer gross zu halten zwang, sehr unnatürlich sei. Es ist immerhin sehr interessant, dass er zu der Widerstandshypothese Louds sowie Duncans eine kosmogonische Erklärung hinzufügte. Er sagt: ".....nous pouvons supposer que, tandis que la nébuleuse originelle du Soleil s'est totalement condensée, la condensation de celles qui ont donné naissance aux Céphéides est moins complète, et que les corps composant ces systèmes doubles sont encore environnés de matière nébuleuse. S'il en est ainsi, la résistance qu'opposera ce milieu nébuleux aux mouvement orbital de ces corps aura pour effet d'élever leur température et, par suite, d'accroître leur éclat spécifique; et la face du corps brillant qui se trouve en avant sur la trajectoire sera plus lumineuse que la face opposée".

Dieser Grundgedanke Luizets vom Urnebel, den er vielleicht für ei en dünnen gasförmigen hielt, ist sehr interessant; denn wenn wir den Urnebel als etwas einem Meteoritenschwarme ähnliches können

gelten lassen, so werden wir ja sogleich die später zu erwähnende Hypothese des exzentrischen Kerns im Meteoritenschwarme, die von Prof. S. Shinjo vorgeschlagen ist, weiter entwickeln können.

Gegenüber der Frage "Comment se fait-il qu'une seule des composantes soit visible?" schlug er nur eine einfache Erklärung vor, die, wie folgt, lautet: "Si la nébuleuse originelle qui a donné naissance à la Céphéide, s'est condensée en deux corps de masses inégales, celui qui a la plus petite masse s'est refroidie plus rapidement que l'autre, et son éclat est maintenant trop faible pour être décelé avec les instruments dont nous disposons."

Schliesslich suchte er seine Hypothese zu stützen, indem er auf ihr beruhende Lichtkurven der Cepheiden berechnete und dieselben mit den Beobachtungen verglich.

III. Erklärungen der Erscheinungen als Oszillationen isolierter Sterne.

13. Die mit raschem Schwunge vermehrten Erfolge der spektroskopischen und photometrischen Beobachtungen machten indessen, wie später zusammengefasst wird, bei vielen Cepheiden besondere Singularitäten sowohl der Lichtänderungen wie solche der Radialgeschwindigkeitsschwankungen, die bei den von keiner Lichtänderung begleiteten spektroskopischen Doppelsternsystemen nicht der Fall sind, bekannt. Da man mit Recht geneigt war, zwischen den Antalgolsternen, unter welchen wir in dieser Abhandlung die sogenannten "Clustertypus-Veränderlichen" verstehen wollen, und den übrigen Cepheiden keine grundlegenden Unterschiede anzunehmen, so vermehrten sich besonders die photometrischen Singularitäten, die bei der ersteren Gruppe am häufigsten und am beträchtlichsten nachgewiesen sind.

Darum begannen einige Astronomen daran zu verzweifeln, die ganze Radialgeschwindigkeitsschwankung der Cepheiden auf die Kepler'sche Bewegung zurückzuführen. Es hat schon Ludendorff⁽¹⁸⁾ am Ende seines Aufsatzes von 1912 bemerkt: "Freilich kann man sich aus verschiedenen Gründen des Eindrucks kaum erwehren, dass die in den Spektren der δ Cephei-Sterne beobachteten periodischen Linienverschiebungen nicht durch Radialbewegungen der Sterne, sondern durch irgendwelche andere Ursachen hervorgerufen werden."

14. Andererseits führte H. C. Plummer⁽¹⁹⁾ im Jahre 1913 Harmonische Analysen von acht Lichtkurven der fünf Antalgol-Veränderlichen aus und behauptete von seinem Standpunkte aus die Possibilität des Vorhandenseins der Oszillationen der Atmosphäre des Himmelskörpers;

d. h. er sagte: "We know that variables of the δ Cephei type, when submitted to the test, have invariably proved to be spectroscopic binaries. It would be entirely reasonable to extend this fact to the Cluster type variables. The greater complexity of the curves in the latter class may be due to the natural struggle between forced and free oscillations associated with the shorter periods, much in the same way as terrestrial tides would probably be much simpler if the earth's rotation were slower". Da er damals die Cepheiden freilich für ein Doppelsternsystem hielt, so bestand sein Begriff der Oszillation in einer Art erzwungener Oszillation, wie z. B. Gezeitschwingung. Dieselbe Meinung zeigte er auch in seiner nächsten "Note on the Orbit of ζ Geminorum".⁽²⁰⁾

15. Eine mathematische Theorie der freien Oszillation des Himmelskörpers führte F. R. Moulton⁽¹¹⁾ schon im Jahre 1909 in bezug auf die Sonne aus. Den Lord Kelvin'schen Ausdruck von der Periode der harmonischen Oszillation von Ordnung n

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{2n+1}{2n(n-1)}} \sqrt{\frac{a}{g}},$$

wo, a und g den Radius bezw. die Gravitationsbeschleunigung auf der Oberfläche bedeuten, brauchend, erhielt er ihren Wert $3^h 8^m$ für $n=2$; auch zeigte er nach Lambs Untersuchungen, dass, wenn man als die kinetische Viskosität der Sonne die des Wassers von mässiger Temperatur annehme, so bedürfe es einer Zeitdauer von ungefähr 22×10^{14} Jahren, um die Amplitude der Oszillation zu $1/e=0.37$ ihres Anfangswertes zu verringern; die Oszillationen zweiter Ordnung seien also beinahe konservativ, wenn sie einmal durch irgendwelche Ursache hervorgerufen werden, während die Oszillationen dritter und weiterer Ordnungen durch innere Reibungen bald aufhören sollen.

Moulton nahm die Gestalt der schwingenden Sonne als eine konvergierende Reihe von Kugelfunktionen von Kolatitude ϕ an:

$$r = a [1 + p_0 + p_1 P_1(\phi) + p_2 P_2(\phi) + \dots],$$

wo p_0, p_1, p_2, \dots periodische Funktionen der Zeit t ; besonders p_0 ergibt eine reine dilatationale Oszillation, dagegen ist die von p_2 gegebene Oszillation derart charakterisiert, dass die Sonnengestalt eine prolata oder oblate Spheroid annimmt, je nachdem p_2 positiv oder negativ ist. Er erörterte etwas eingehend die Einflüsse solcher Oszillationen aufs Selbstpotential der Sonne, es handelt sich dabei jedoch nicht um unseren jetzigen Zweck.

Er zog auch aus dem Prinzip der Energieerhaltung und dem

Stefan'schen Gesetze Ausdrücke für die Temperatur T und für die Radiation H in der Form $f(p_0(t), p_1(t), \dots)$ heraus; und, in sie passende Zahlen einsetzend, schloss er wie folgt:

i) Eine Variation im scheinbaren Durchmesser der Sonne von $0''.1$ ($p_0 = 1/19200$) würde eine Aenderung ihrer Temperatur von 1500°C ergeben.

ii) Wenn die kinetische Energie der Oszillation sich vernachlässigen liesse, und wenn der maximale Wert von p_2 $1/70$ betrüge, was der Flachheit von $1/47$ oder der eines Viertels der des Jupiters entspricht, so würde sich eine Temperaturänderung der Sonne von 2200°C ergeben; natürlich in diesem Betrage lasse sich die der kinetischen Energie entsprechenden enthalten, welche man jedoch höchstens etwa als 600°C abschätzen könne, und die Temperaturänderung wegen p_2 betrage daher mindestens 1200°C .

iii) Was die Aenderung der Radiationsfähigkeit betrifft, könne man so schliessen: Unter dem Umstande (i) würde die Radiation beim Maximum des Halbmessers 2.56 fach grösser als die beim Minimum desselben sein, und unter dem Umstande (ii) würde es 2.6 betragen, d. h. beide Aenderungen wären etwas grösser als eine Sterngrössenklassen.

Er zeigte also, dass sowohl die dilatationalen als auch die gestaltlichen Oszillationen des Sternes Ursache seiner Lichtänderung sein können, dass, obgleich man solche nicht bei unserer Sonne nachweisen kann, es doch bei den anderen Sternen der Fall sein würde, d. h. die Irregularität des Bedeckungsveränderlichen vom β Lyrae-Typus liesse sich als solche erklären, und die kontinuierliche Lichtänderung der δ Cephei-Sterne sich hauptsächlich auf solche zurückführen.

Was die Ursache solcher Oszillationen betrifft, sagt er, es sei nicht unmöglich, dass, wenn ein Himmelskörper ins enge Doppelsternsystem zerbräche, ihre heftigen Aenderungen der Dimensionen sowie der Gestalten derartige Oszillationen hervorriefen, und auch dass der Zusammenstoss oder die Näherung desselben an andere es tun würde; und zwar da, wie oben erwähnt, die einmal hervorgerufenen Oszillationen beinahe permanent seien, so werde das Vorhandensein vieler solchen schwingenden Sterne in unserem Weltall keineswegs unverstänlich. "Consequently we may reasonably conclude that close binaries may be undergoing oscillations, and it is not unreasonable to suppose that single stars sometimes do also."

16. Die oben erwähnten Gedanken Ludendorffs, Plummer's und Moultens leiteten Shapley zu seiner Behauptung mit aller Gewalt von Pulsationen eines isolierten Sternes als Erklärung der Cepheidenerscheinung.

nungen. Die wesentlichen Punkte der Pulsationshypothese wollen wir nun hier geben. Der Aufsatz Shapleys⁽³⁴⁾ ist hauptsächlich die strenge Verreinerung aller Doppelsternerklärungen und ein Vorschlag der Aufnahme der Pulsationen eines einzigen Körpers an Stelle derselben.

Indem er das Angehören der sogenannten Cluster-Veränderlichen der Cepheidengruppe, Irregularitäten in ihren Lichtelementen, unregelmässige Aenderungen in ihren Lichtkurven und Aenderungen in Farbe sowie in spektralen Typen der Cepheiden sehr ausführlich erörterte, behauptete er, dass alle diese Sachlagen sich keineswegs ein Doppelsternsystem nahelegten.

Aber auch nun noch war sein vortrefflichster Gesichtspunkte der, dass er darauf Gewicht legte, dass alle Cepheiden keinen Zwergsternen, sondern Riesensternen angehören; d. h. wie er sagt, "There is one point, however, that has not been considered, which is of prime importance in the discussion of Cepheid phenomena. Russell and Hertzsprung have independently shown that the Cepheids are stars of small peculiar motions and small parallaxes, and hence of great absolute brightness. The former finds a mean absolute magnitude of -2.4 and the latter of -2.3 , that is, the average Cepheid (the spectrum is of solar type) is nearly 700 times as bright as the sun. It is reasonable to assume that the Cepheids and the sun have a comparable surface brightness. The average Cepheid, then, has a volume between fifteen and twenty thousand times as great as that of the sun."

Wenn die Cepheiden spektroskopische Doppelsterne wären, so müssten sie längs der Bahnen von durchschnittlichem Radius etwas um ein zehntel mal kleiner als der des Sternes selbst umlaufen, was jedoch eine schlechte Bedingung für alle Doppelsternhypothese sei. So schlug Shapley die harmonische radiale Pulsation eines einzigen Körpers vor.

Die wichtigste Oszillation sei die der Harmonik von zweiter Ordnung entsprechende. Von der Emden'schen Bezeichnung der Oszillationsperiode

$$T_n = 2\pi \left(\frac{R}{ng} \right)^{\frac{1}{2}},$$

was für die polytrope gasförmige Kugel der oben gegebenen Bezeichnung von Kelvin entspricht, ausgehend, berechnete er die durchschnittliche Dichtigkeit der Cepheiden mit Erfolg, wie folgt:

| Typus | Nr. Sterne | Durchschnittl. Periode | Durchschnittl. Dichtigkeit |
|-------|------------|---------------------------|-------------------------------|
| M | 3 | ^{Tage} 33 | 0.000006 |
| K | 9 | 18 | 0.000020 |
| G | 31 | 11 | 0.000056 |
| F | 31 | 6 | 0.000200 |
| A | 9 | 0.4 | 0.04 |
| B | 1 | 0.19 | 0.2 |

Die Grössenordnung dieser Dichtigkeiten schein etwas zu klein zu sein, aber wenn man die Meinung Ludendorffs und die Tatsache, dass es unter den langperiodischen Bedeckungsveränderlichen manche von der mit jenen vergleichbaren Dichtigkeit gibt, nachschlage, so dürfe man es zugeben.

17. Schliesslich ist die Auffassung der Cepheidenerscheinungen Shapleys folgendermassen: ".....the Cepheids without doubt are enormously large. Their small observed velocity variations, even if attributed altogether to motion in the line of sight and not at all to pressure-shifts, are not larger than might arise from a radial oscillation through but a small fraction of their mean diameters. In the central mass of the star the period of the supposed pulsation should, of course, be perfectly regular, but its effect need by no means be regular on the radiating surface.

"We may suppose that, because of the internal vibration, the photosphere of the star is periodically scattered or broken through by the rush of hotter gases from the interior. Maximum light and maximum velocity of approach would obviously be approximately synchronous, and their coincidence would naturally be independent of the direction of the observer in space. The essentially harmonic nature of the oscillation at the surface of the star would easily lend itself to interpretation as elliptic motion, though non-elliptic motion need not be unexpected, nor the anomalous behavior of certain spectral lines. In stars in which the initial disturbance is of recent origin, the presence of secondary oscillations could be expected, which would affect the light as well as the velocity."

B

Zusammenstellung der Eigentümlichkeiten der Cepheiden.

Bevor nun die Rede von den seitdem fortgeschrittenen Entwicklungen des Problems sein wird, scheint es nicht unwichtig, näher alle bis jetzt festgestellten statistischen und einzelnen Eigentümlichkeiten der Cepheiden zu betrachten.

1. *Cepheiden*:— Von den Bedeckungssternen abgesehen, deren Lichtwechsel sich rein geometrisch erleuchten lässt, scheint der Lichtwechsel aller kontinuierlichen regelmässigen kurzperiodischen Veränderlichen sich ganz auf dieselbe Ursache zurückführen zu lassen; die Klassifizierung derselben sowohl nach ihren Periodenlängen als auch nach den Gestalten ihrer Lichtkurve ist deshalb ganz unwesentlich oder rein formal.

Sehr natürlich scheint es also, unter den Cepheiden im weiteren Sinne fast sämtliche Veränderlichen zu verstehen, die in den Klassen C und E des Katalogs in "Geschichte und Literatur des Lichtwechsels u. s. w." von Müller und Hartwig, von den Sternen vom β Lyrae-Typus abgesehen, enthalten sind, und deren Anzahl auf rund 220 sich beläuft. Die Klasse VII von Guthnicks Klassifikationen⁽⁶²⁾ der veränderlichen Sterne wird auch alle diese Sterne umfassen.

Freilich werden wir es mit grosser Wahrscheinlichkeit vermuten können, dass der Lichtwechsel der langperiodischen Veränderlichen auch nicht durch eine ganz andere Ursache hervorgerufen werde, vielmehr die kurz- und langperiodischen Veränderlichen auf demselben Wege der Entwicklungsgeschichte des Sternes in engem Zusammenhang stehen müssen, weil wir den Fall des RV Tauri-Typus haben, der, wie Guthnick⁽⁶²⁾ sagt, wahrscheinlich als der Uebergang der beiden Gruppen gelten darf. Da aber die letztere in bezug auf ihren spektralen Typus nicht nur eine ganz andere Gruppe als die erstere bildet, sondern auch die periodischen Schwankungen sowie die unregelmässigen Aenderungen der Epochen des Maximums und andere Irregularitäten bei ihnen im allgemeinen sehr auffallend und häufig sind, so ist es selbstverständlich, dass die Bedingungen bei diesen Sternen etwas anders als bei den Cepheiden sein werden.

2. *Häufigkeit der Cepheiden im Periodengebiet*:— Die Statistik der 142 C-Sterne, die im oben erwähnten Katalog sich für ziemlich gut beobachtet halten lassen, mit Weglassung von 3 Sternen mit einer grösseren Periode als 50 Tage, lehrt uns dass 22.3% solcher Sterne im Gebiete der Perioden von 0.3 bis 0.6 Tagen, 39.6% im Gebiete von 3

bis 10 Tagen und die übrigen Cepheiden ausserhalb desselben sich befinden. Diese auffallende Tatsache scheint mit der wohlbekannten hinsichtlich der galaktischen Verteilung solcher Sterne zwischen den δ Cephei- und den Antalgolsternen eine ziemlich natürliche Verschiedenheit aufzustellen. Aber wir wollen auch nach Shapley⁽²⁴⁾ diese beiden Klassen als dieselben anerkennen, und zwar auch darum, weil man die Verschiedenheit zwischen denselben in Vergleich mit derjenigen zwischen den Cepheiden und den langperiodischen Veränderlichen für ganz unwichtig halten darf.

Zudem kann man auch viele anderen wichtigen Verwandtschaften der beiden Klassen erkennen; solche zeigt z. B. die Bemerkung Helle-
richs,⁽²⁵⁾ dass "Antalgolsterne (RR Lyrae), langperiodische δ Cephei-
Veränderliche (ι Carinae) und Veränderliche mit sehr kleiner Lichtwech-
selamplitude (ι Lacertae, β Cephei) in keiner Weise ein abweichendes
Verhalten von den eigentlichen δ Cephei-Sternen zeigen, was die Bezieh-
ung der Phasen des Lichtwechsels zu den spektroskopischen Erschei-
nungen betrifft."

Tafel I. Statistik von 139 Cepheiden.

| Periode | Mittl. Periode | Nr. Sterne | Mittl. Umfang d. Lichtwechs. | Spektraltypus | | | | |
|------------------|-------------------|------------|------------------------------|---------------|---|----|---|------------|
| | | | | A | F | G | K | M, N u. a. |
| < 1 ^d | 0.46 ^d | 38 | 0.88 | 5 | 8 | 2 | 1 | 2 |
| 1 bis 3 | 2.17 | 5 | 0.72 | | 3 | 1 | | |
| 3 " 5 | 4.10 | 21 | 0.81 | 1 | 8 | 7 | 2 | 2 |
| 5 " 7 | 5.95 | 19 | 0.85 | | 4 | 10 | 3 | |
| " 10 | 8.21 | 15 | 0.85 | | 5 | 4 | 3 | 1 |
| 10 " 15 | 12.3 | 14 | 0.96 | | 4 | 5 | | 1 |
| 15 " 20 | 17.0 | 14 | 1.11 | | 2 | 2 | 3 | 1 |
| 20 " 50 | 35.6 | 13 | 1.24 | | 2 | 3 | 6 | |

3. *Lichtkurve der Cepheiden*:— Der schnellere Aufstieg und der langsamere Abstieg der Helligkeitsschwankung sind von manchen Astronomen als eine der wesentlichen Eigentümlichkeiten der Cepheiden aufgezählt worden; sie betreffen jedoch nur die Häufigkeit der Gestalten der Lichtkurven der Cepheiden, und es wird keinen Grund haben, wie Hagen⁽⁴⁰⁾ es tat, die Sterne von ζ Geminorum-Typus von den übrigen seiner sogenannten Blinksternen unterzuscheiden, die nichts anders als

Cepheiden im weiteren Sinne zu bedeuten scheinen.

Freilich ist es aber auch nun noch, wie Ludendorff⁽⁵⁰⁾ sagt, sehr klar, dass die Gestalt der Lichtkurven bei den Untersuchungen solcher Sterne volle Betrachtung verdient. Um dieses Element übersichtlich zu kennzeichnen, betrachtete er ein Verhältnis $\mathcal{E} = (M - m) / P$, wo $M - m$ die Zeitdauer zwischen einem Minimum und dem darauf folgenden Maximum und P die Periode bedeutet, und er fand dann eine Beziehung zwischen \mathcal{E} und P , welche lautet: Unter den Cepheiden, deren Periode 1 Tag bis 30 Tagen betragen, kommen solche, bei denen $\mathcal{E} > 0.38$ ist, für alle Periodenwerte vor. Sterne mit $\mathcal{E} < 0.38$ fehlen gänzlich für gewisse mittlere Periodenlängen, nämlich von etwa 9 bis 13 Tagen, und je kleiner \mathcal{E} , um so grösser ist diese Lücke. Diese auffallende Beziehung ist auf einer Graphierung veranschaulicht (Fig. 2).

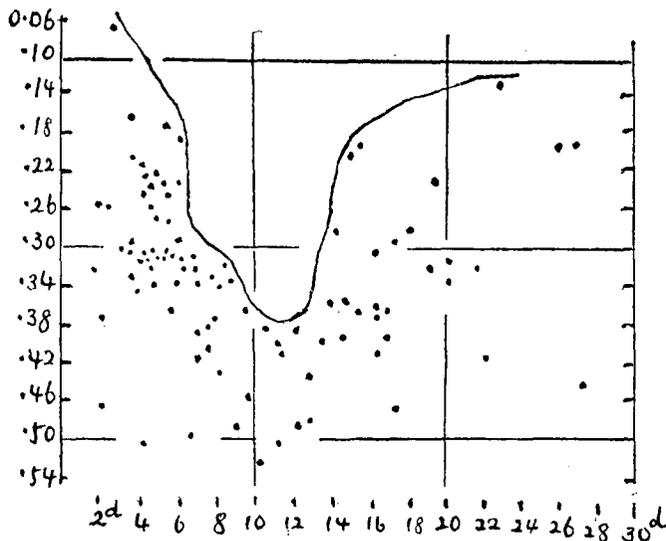


Fig. 2. Ludendorff.

Unter den Cepheiden, deren Periode kleiner als 1 Tag sind, kann man keine derartige auffallende Gesetzmässigkeit auffinden; aber es mag die Neigung herrschen, dass je länger die Periode ist, um so kleiner das Verhältnis \mathcal{E} ist, wie die Statistik über 38 solcher C-Sterne im Katalog von M. and H. es zeigt (Tafel II).

Tafel II.

| Nr. Sterne | Mittlere Periode | Mittlere \mathcal{E} |
|------------|------------------|------------------------|
| 3 | 0.16 | 0.41 |
| 9 | 0.35 | 0.28 |
| 10 | 0.46 | 0.18 |
| 13 | 0.57 | 0.14 |
| 3 | 0.94 | 0.44 |

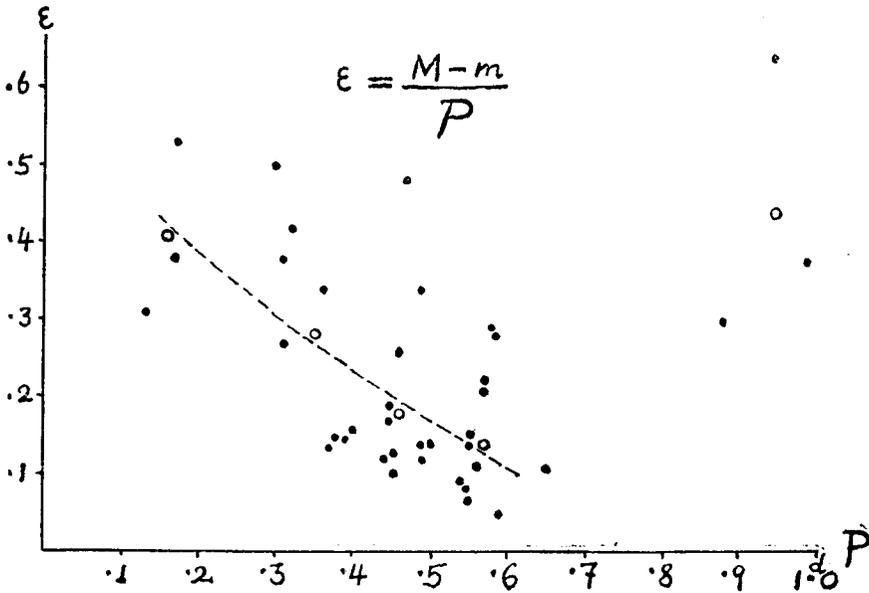


Fig. 3.

Diese vermutliche Gesetzmässigkeit ist in Figur 3 veranschaulicht; wenn man drei Sterne, deren Perioden länger als 0.8 Tag sind, weglässt, so scheint sie sich keineswegs auf blossen Zufall zurückführen zu lassen.

4. *Helligkeitsamplitude der Cepheiden*:— Die untere Grenze der Helligkeitsamplitude beruht selbstverständlich auf der Entdeckung der Veränderlichkeit. Trotz der verhältnismässig geringen Genauigkeit derselben kann man jedoch ein Vorhandensein ihrer Abhängigkeit von der Periode erweisen. Wenn man die mittleren Amplituden und die ihnen entsprechenden mittleren Perioden unter jeglicher Einteilung in Tafel I berechnet, so kann man die Abhängigkeit als eine angenäherte Linearität, abgesehen von den Cepheiden, deren Periode kleiner als ein Tag oder vielleicht als 0.7 Tag ist, erkennen.

Da diese Beziehung nur die durchschnittliche Periode und die dementsprechende durchschnittliche Amplitude des Lichtwechsels der Sterne, deren einzelnen Amplituden sehr abweichend sich zerstreuen, betrifft, so ist das Vorhandensein dieser Abhängigkeit linear oder etwas anders, z. B. wie Perrine⁽⁴²⁾ sagt, abrupt gegenüber den Cepheiden von Perioden, die länger als etwa 10 Tage sind, selbstverständlich sehr ungenau.

Trotz der Ungenauigkeit, da der Umfang des Lichtwechsels natürlich

eine Funktion von vielen Elementen ausser der Periode sein muss, ist es nicht unwahrscheinlich, dass das Durchschnittnehmen von so zahlreichen Sternen, dass die Einflüsse der anderen Elemente etwas sich neutralisieren mögen, eine verhältnismässig wahre Beziehung geben dürfte.

Ausserdem zeigt Perrine⁽⁴²⁾ eine Abhängigkeit des Umfanges des Lichtwechsels von der visuellen Magnitude, nämlich: je grösser die Magnitude sei, um so grösser sei der Umfang. Aber dies scheint nur eine scheinbare und keine wahre Beziehung zu sein, weil sie sich leicht durch die Tatsachen erklären lässt, wie Perrines Graphierung selbst es erklärt, dass die kleinere Amplitude die schlechtere Bedingung der Entdeckung der Veränderlichkeit bedeutet und dass die Sterne von 6 bis 10 Grössenklassen am zahlreichsten sind.

5. *Irregularitäten in der Lichtkurve*:— Dass die Regelmässigkeit der Lichtänderungen der Cepheiden nicht vollkommen ist, sondern in sehr häufigen Fällen kleine Irregularitäten und Aenderungen sowohl in ihren Elementen als auch in ihren Gestalten vorkommen, obgleich diese natürlich so klein sind, dass es sich um ein feines Photometer handelt, hat sich allmählich erweisen lassen. Diese Besonderheiten, die, wie Shapley^(24,27) eingehend aufzählte, ins besondere bei Antalgolsternen auffallen, bestehen hauptsächlich in regelmässigen oder unregelmässigen Schwankungen des Anfangspunktes des Anstiegs der Lichtänderung, sekularen Aenderungen der Periode, unregelmässigen Umgestaltungen der Lichtkurven von Periode zu Periode.

Ueber die Veränderlichkeit der Periode von δ Cephei haben Hertzprung⁽⁵²⁾ und Ludendorff⁽⁶⁵⁾ ausführliche Untersuchungen gemacht, die auf zahlreichen Beobachtungen von vielen Beobachtern seit 1785 Jahren beruhen. Und ihr Ergebnis zeigt, dass die Periode von δ Cephei jährlich ungefähr um 0.08 abnimmt. Es wird freilich sehr fraglich sein, ob dieser Wert ganz recht ist oder nicht, scheint doch die Verkürzung der Periode von δ Cephei wohl als sicher festgestellt betrachtet zu sein.

Den Stern ζ Geminorum untersuchte Guthnick⁽⁵⁸⁾ auf grund von Beobachtungen seit Argelander und zeigte, dass der Verlauf der mittleren Epoche der Maximalhelligkeit durch ein Sinusglied von 3^{er} Amplitude dargestellt werden kann, dessen Periode als rund 222 Jahre angenommen wurde. Aber er fand keine sekulare Aenderung der Periode.

Ausserdem sind die Cepheiden, deren Verlauf der mittleren Epoche des Maximums durch ein oder zwei Sinusglieder, d. h.

$$M = M_0 + P_0 E + A \sin(BE + C),$$

dargestellt werden kann, was bedeutet, dass ihre Periodenlänge eine

periodische Aenderung macht, neuerdings ziemlich zahlreich bekannt. Es lassen sich z. B. folgendermassen aufzählen:—

Tafel III.

| Stern | Mittlere Periode | Periodisches Glied | Bemerkungen |
|--------------|------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|
| XX Cyg | 0.1349 | $+0.00175\sin(0.0103E+22^\circ.6)$ | Blazko, A.N.216 s.108 |
| RV CrB | 0.3316 | $+0.095\sin(0.02308E)$ | Blazko, A.N.216 s.106 |
| RW Dra | 0.4429 | $+0.021\sin(3^\circ.83E+303^\circ)$ | Geschichte & Literatur |
| XZ Cyg | 0.4666 | $+0.002(E/100)^2$ $+0.0079\sin 2^\circ.927(E+41.5)$ $+0.0024\sin 5^\circ.854(E+1)$ | Blazko, A.N.216 s.112 |
| UW Ori | 0.5041 | $+0.07\sin(4^\circ.5E+18^\circ)$ | Geschichte & Literatur |
| RR Lyr | 0.5668 | $+0.0448\sin 0.0225(E+5500)$ $+0.0055\sin 0.111(E-1700)$ | Schütte, A.N.218 s.172 |
| RT Aur | 3.7282 | $+0.15\sin(0.55E+176^\circ)$ | Lacchini, A.N.214 s.213 |
| AY Sgr | 6.7443 | $+1.1\sin(18^\circ.71E+321^\circ)$ | Hoffmeister, A.N.218 s.325 |
| η Aql* | 7.1764 | $+0.14\sin(0.044E+304^\circ)$ | Luizet, A.N.163 s.361 |
| κ Pav | 9.0916 | $+0.43\sin(1^\circ.13E+36^\circ)$ | Geschichte & Literatur |
| ζ Gem | 10.1546 | $+3.1\sin(0.045E+123^\circ)$ | |
| RI Ori | 24.64 | $+6.\sin(15^\circ.7E+169^\circ)$ | Hoffmeister, A.N.218 s.316 |

* Eine ausführliche Untersuchung über die Periodenänderung machte C.C. Wylie.⁽⁷⁰⁾

6. *Spektraltypus der Cepheiden*:— Die Spektren der Cepheiden gehören meist zu F, G oder K Typen und zwar zeigen sie eine deutliche Neigung, dass es um so früher ist, je kürzer die Periode ist. Dies Verhalten erwähnt erklärungsweise die Statistik in Tafel I.

Die merkwürdigste und wichtigste Eigentümlichkeit des Spektrums der Cepheiden besteht in der Veränderlichkeit desselben in der Periode des Lichtwechsels, welche hauptsächlich von Shapley^(27,29) festgestellt worden ist. Diese Veränderlichkeit findet bei allen Fällen derart statt, dass das Spektrum bei der Maximalhelligkeit durchschnittlich um rund eine ganze Stufe der spektralen Klassen früher steht, als bei der Minimalhelligkeit; die Veränderung ist am grössten für η Aquilae und beträgt ungefähr 1.7 Stufenmass.

Die Erfolge Shapleys sind hier in Tafel IV zitiert; nur eine Angabe für den Stern ι Carinae ist die von Albrecht.⁽⁶¹⁾

Tafel IV.

| Name | Periode | Max. | Spekt. | Name | Periode | Max. | Spekt. |
|--------|---------------------|---------------------|--------|-------|---------------------|---------------------|--------|
| RS Boo | ^d 0.4 | ^m 9.2 | B8—F0 | X Sgr | ^d 7.0 | ^m 4.4 | F1—G5 |
| XZ Cyg | 0.5 | 8.7 | A0—A6 | U Aql | 7.0 | 6.2 | F6—G2 |
| RR Lyr | 0.6 | 6.8 | B9—F2 | η Aql | 7.2 | 3.7 | A8—G5 |
| SU Cas | 2.0 | 5.9 | A8—F5 | W Sgr | 7.6 | 4.3 | A8—G2 |
| TU Cas | 2.1 | 7.2 | F1—F8 | W Gem | 7.9 | 6.7 | F2—G1 |
| SZ Tau | 3.1 | 7.2 | A9—F7 | U Vul | 8.0 | 6.5 | F7—G5 |
| RT Aur | 3.7 | 5.1 | A7—G1 | S Sge | 8.4 | 5.5 | F4—G3 |
| SU Cyg | 3.8 | 6.2 | A6—F7 | Y Oph | 17.1 | 6.1 | F5—G3 |
| T Vul | 4.4 | 5.5 | A9—G1 | T Mon | 27.0 | 5.7 | F5—G2 |
| δ Cep | 5.4 | 3.5 | F0—G2 | ζ Car | 35.5 | 3.5 | F8—G9 |
| Y Sgr | 5.8 | 5.4 | F4—G4 | | | | |

Durch ein blosses Ueberblicken der Tafel können wir keine Beziehungen zwischen der Veränderung des Spektraltypus und der Periode (sowie der Amplitude) des Lichtwechsels vermuten; aber es mag auch etwa eine verhältnismässig grössere Veränderlichkeit des Typus bei den Cepheiden der mässigen Periode etwa von 3 bis 8 Tagen wahrscheinlich sein.

Zugleich mit der Aenderung des Spektraltypus wechselt auch die Farbe derart, dass dieselbe weisser bei dem Maximum als bei dem Minimum wird. Wenn auch diese Aenderung freilich nicht die unmittelbare Folge der Spektrumsänderung sein mag, weil das Spektrum mit der absorbierenden Atmosphäre, dagegen die Farbe hauptsächlich mit der ausstrahlenden Photosphäre des Sternes zusammenhängt, so ist es jedoch selbstverständlich, dass die beiden Aenderungen in enger Beziehung zueinander stehen.

Die Farbenänderung ist also im Einklang sowohl mit der von Wilkens u. a.^(5,36,43) nachgewiesenen Tatsache, dass die Amplitude des Lichtwechsels der Cepheiden ungefähr anderthalbmal grösser in dem photographischen als in dem visuellen Gebiete des Spektrums ist, als auch mit der erst von Albrecht^(6,21) aufgefundenen Verschiebung der Maximumintensität der Spektren, welche so vorhommt, dass "during the light period the point of maximum energy on the energy curve shifts

along the spectrum, moving toward the shorter wave lengths as the star approaches light maximum, and back again toward the longer wave lengths as light minimum is approached”.

In seiner Schrift hat Shapley⁽⁹⁸⁾ in bezug auf die photographischen und photovisuellen Amplituden dasselbe Verhalten bei den Cluster-Veränderlichen wie bei den isolierten Cepheiden, herausgezogen, indem er aus der durchschnittlichen photographischen Lichtkurve und der durchschnittlichen photovisuellen Lichtkurve, welche er von seiner sogenannten “composite color-curve” abgeleitet hat, ausgegangen ist. Die photographische und photovisuelle Amplitude betragen demnach 1.2 bzw. 0.7, daher ergibt sich das Verhältnis beider Grössen 1.7.

7. *a·sini* und *Massenfunktion*:— Wenn man die Radialgeschwindigkeitsschwankungen der Cepheiden der Bahnbewegung eines Doppelsternsystems zuschreibt, so wird man sofort aufgefordert, nicht wenige besondere Eigentümlichkeiten ihrer Bahnelemente zuzugeben, die bei den übrigen spektroskopischen Doppelsternsystemen nicht der Fall sind. Dies hat man schon von vorn herein einigermassen erkannt; es scheint hier aber auch sehr passend, zunächst die Zusammenstellung Ludendorffs⁽¹⁶⁾ zu zitieren.

Er untersuchte statistisch die damals bekannten Bahnelemente von 11 δ Cephei-Sternen mit folgenden Ergebnissen:—

Wenn man Y Ophiuchi als nur eine Ausnahme weglasse, so könne man sofort die grosse Aehnlichkeit der Bahnen erkennen, in bezug auf die Gesamtamplitude $2K$, die Exzentrizität e , den Abstand ω des Periastrons von aufsteigenden Knoten, die projektierte Halbmajorachse $a·sini$ und die Massenfunktion $f(m_1, m_2) = m_2^3 \sin^3 i / (m_1 + m_2)^2$. $a·sini$ und demgemäss auch die Massenfunktion seien sehr klein im Vergleich mit den der übrigen Doppelsterne, welche keine gleichzeitige Lichtänderung darbieten, und zudem zeige sich ein deutliches Anwachsen der ersteren mit der Periode. Wenn man, um den Einfluss der verschiedenen Werte der Neigung etwas auszugleichen, die Sterne der Länge der Periode nach in Gruppen zusammenfasse, freilich Y Ophiuchi wegen seiner grossen Abweichung dabei ausschliessend, so erhalte man je für die durchschnittliche Periode $P_0 = 4^d0, 5^d6, 7^d3, 9^d3$, jeder für sich 1.1, 1.4, 1.7, 1.9 Millionenkilometer als dementsprechende Werte $(a·sini)_0$.

Aus den Mittelwerten P_0 und $(a·sini)_0$ dann das zugehörige $f_0(m_1, m_2)$ berechnend, erhalte man die den obigen P_0 entsprechenden Werte derselben $0.0033\odot, 0.0035\odot, 0.0037\odot, 0.0032\odot$. Diese Werte stehen in so erstaunlich guter Uebereinstimmung, dass man dies unmöglich dem Zufall zuschreiben könne. Das Mittel aus den $f_0(m_1, m_2)$ sei $F(m_1, m_2) = 0.0034\odot$. Das sei

eine ganz andere Grössenordnung im Vergleich mit dem Werte von $F_0(m_1, m_2) = 0.17 \odot$ für diejenigen spektroskopischen Doppelsterne, welche nicht zugleich Veränderliche der δ Cephei Klasse sind, und zwar lasse es sich keineswegs durch irgendwelche unnatürliche Annahme, z. B., wie die allgemeine Kleinheit der Neigung der Bahn für die Cepheiden, erklären. Man müsse also hieraus schliessen, dass für die Masse der δ Cephei-Sterne eine Gesetzmässigkeit bestehe, welche wahrscheinlich das kleine Verhältnis der Masse des Begleiters zum Hauptsterne bedeutet, die bei den einzelnen Sternen fast immer sehr nahe erfüllt sei. Da man nun aus den für 5 der betreffenden Sterne gegebenen Eigenbewegungen

Tafel V.

| Nr | Stern | Periode | Umfang | 2K | e | ω | $a \sin i$ | $f(m_1, m_2)$ | ΔM | Δm |
|----|--------------|-----------------------|----------------------|----|------|----------|------------|---------------|------------|------------|
| 1 | β Cep | ^d 0.191 | ^m 0.07 | 32 | 0.04 | 3° | 0.045 | 0.0001 | +68° | +57° |
| 2 | 12 Lac | 0.192 | 0.1 | 34 | 0.00 | — | 0.045 | 0.0001 | +50 | +37 |
| 3 | RR Lyr | 0.567 | 0.84 | 44 | 0.26 | 110 | 0.17 | 0.0006 | +38 | -13 |
| 4 | SU Cas | 1.950 | 0.33 | 22 | 0.0 | — | 0.30 | 0.0003 | | |
| 5 | SZ Tau | 3.149 | 0.37 | 22 | 0.24 | 78 | 0.46 | 0.0004 | +37 | +89 |
| 6 | R TrA | 3.389 | 0.7 | 32 | 0.17 | 58 | 0.73 | 0.0014 | +48 | +18 |
| 7 | RT Aur | 3.728 | 0.80 | 36 | 0.37 | 95 | 0.86 | 0.0018 | +15 | +14 |
| 8 | SU Cyg | 3.846 | 0.80 | 28 | 0.31 | 108 | 0.71 | 0.0010 | +7 | +14 |
| 9 | α UMi | 3.968 | 0.12 | 6 | 0.13 | 80 | 0.16 | 0.00001 | +16 | +27 |
| 10 | T Vul | 4.436 | 0.60 | 35 | 0.43 | 111 | 0.97 | 0.0018 | +5 | +6 |
| 11 | δ Cep | 5.366 | 0.88 | 39 | 0.36 | 85 | 1.27 | 0.0037 | +3 | +27 |
| 12 | Y Sgr | 5.773 | 0.74 | 38 | 0.16 | 32 | 1.49 | 0.0039 | +48 | -11 |
| 13 | X Sgr | 7.012 | 0.67 | 30 | 0.40 | 94 | 1.33 | 0.0016 | -3 | +25 |
| 14 | η Aql | 7.176 | 0.79 | 41 | 0.47 | 66 | 1.55 | 0.0043 | +2 | +38 |
| 15 | W Sgr | 7.595 | 0.85 | 39 | 0.32 | 70 | 1.93 | 0.0050 | +24 | +20 |
| 16 | S Sge | 8.382 | 0.63 | 32 | 0.60 | 76 | 1.48 | 0.0018 | -12 | +39 |
| 17 | ζ Gem | 10.154 | 0.56 | 26 | 0.22 | 333 | 1.80 | 0.0023 | +28 | +13 |
| 18 | X Cyg | 16.385 | 1.01 | 56 | 0.25 | 101 | 6.12 | 0.034 | +32 | +29 |
| 19 | Y Oph | 17.121 | 0.46 | 17 | 0.10 | 209 | 2.00 | 0.0011 | +55 | -24 |
| 20 | l Car | 35.523 | 1.4 | 38 | 0.36 | 100 | 8.59 | 0.021 | +33 | +64 |

und durch die nach dem Erfolge der statistischen Untersuchungen Kaptayns über die hypothetischen Parallaxen ihre absolute Helligkeit rund 50 mal so grossen Wert als bei der Sonne vermuten könne, so könne man die Masse der Cepheiden für gross im Verhältnis zur Sonnenmasse halten; infolgedessen, wenn man als wahrscheinliche Neigung 60° halte, so dürfte das Massenverhältnis beider Komponenten wohl von der Grössenordnung $1/10$ sein.

Nun wollen wir diese besonderen Eigentümlichkeiten der Bahnelemente der Cepheiden der Heranziehung eines heutigen grösseren und verbesserten Materials gemäss etwas näher betrachten. Wir können heute zwanzig Cepheiden aufzählen, deren Bahnelemente bekannt sind. Diese Sterne sind in Tafel V zusammengestellt.

Wie Ludendorff es tat, gruppieren wir nun die Sterne in Tafel V nach der Länge der Periode und berechnen die durchschnittlichen Werte $(a \cdot \sin i)_0$ und $f_0(m_1, m_2)$ jeder Gruppe entsprechend (hier ist die Grösse $f_0(m_1, m_2)$ nicht dieselbe wie bei Ludendorffs Berechnungen), so ergeben sich folgende Resultate:

Tafel VI.

| Gruppe | P_0 | $(a \sin i)_0$ | $f_0(m_1, m_2)$ |
|--------|-------|----------------|-----------------|
| 1-2 | 0.191 | 0.05 | 0.0001 |
| 3-5 | 1.888 | 0.31 | 0.0004 |
| 5-8 | 3.654 | 0.77 | 0.0014 |
| 10-13 | 5.647 | 1.27 | 0.0028 |
| 14-17 | 8.327 | 1.69 | 0.0034 |
| 18-20 | 23.01 | 5.57 | 0.0187 |

Der besonderen Kleinheit des betreffenden Wertes wegen, ist Polaris bei dieser Ausgleichung ausgeschlossen.

Wie ein blosses Ueberblicken der Tafel V, ja mit grösserer Klarheit das der Tafel VI es leicht zeigt, ist das Anwachsen von $a \cdot \sin i$ und infolgedessen auch das der Massenfunktion mit der zunehmenden Periode ganz auffallend. Es mag darum die Proportionalität von a mit der Periode wahrscheinlich sein. Wenn wir ihrer grossen Abweichungen wegen nochmals Polaris und die letzten drei Sterne weglassen, so lässt sich diese Proportionalität durch Ausgleichungsrechnung als folgende

Gleichung ausdrücken :

$$a \cdot \sin i = 0.21 P.$$

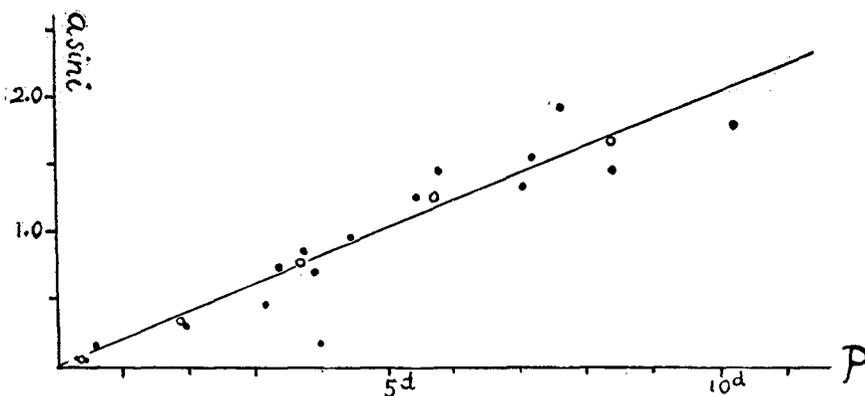


Fig. 4.

In Figur 4 sind die betreffende Sterne als schwarze Punkte eingesetzt, deren Abszisse und Ordinate der Periode bezw. der Grösse $a \cdot \sin i$ entsprechen. Die offene Punkte sind die den durchschnittlichen Werten in Tafel VI entsprechenden, und die durch den Anfangspunkt durchgehende Linie zeigt die oben gegebene Gleichung.

Wir merken hier auch, dass diese Gesetzmässigkeit die angenäherte Konstante von K bedeutet, von der Exzentrizität und von der Neigung der Bahn abgesehen.

8. *Exzentrizität und der Abstand des Periastrous vom aufsteigenden Knoten*:— Ueber die Exzentrizität der Cepheiden hat Perrine⁽¹²⁾ viele Erörterungen angestellt. Er berücksichtigte die Tatsache, dass die Beziehung der Exzentrizität der spektroskopischen Doppelsterne, die keine Cepheidenerscheinung darbieten, mit der Periode nicht stetig sondern abgerissen um einen Grenzwert von etwa 15 Tagen der Periode stattfindet, und dass, wenn man die einzelnen Doppelsterne in bezug auf das Koordinatensystem von Periode und von Exzentrizität graphisch darstellt, dann alle Cepheiden ein spezielles Gebiet einnehmen, d. h. nach Perrines Erwähnung "all of the Cepheids fall within the region of eccentricity of 0.16 or greater and periods of 17 days or less and only one star not known to vary in brightness falls well within the same area".

Diese Begrenzung des Gebietes der Cepheiden in der Exzentrizität-

Periode-Ebene aller spektroskopischen Bahnen scheint nach der Heranziehung des oben gegebenen Materials etwas Unbefriedigendes zu sein. Aber auch nun noch bleibt es dabei, dass die Exzentrizität der Cepheiden wenigstens der mässigen Periode im Vergleich mit der der übrigen spektroskopischen Doppelsterne beträchtlich gross sei, was die Angaben in Tafel VII deutlich erweisen, in welcher die gewöhnlichen Doppelsterne aus "Binary stars" von R. G. Aitkens entnommen sind.

Tafel VII.

| Periode | Cepheiden | | | Gewöhnliche Doppelsterne | | |
|------------------|-------------------|------------|--------------|--------------------------|------------|--------------|
| | Mittlere Periode | Nr. Sterne | Mittlere e | Mittlere Periode | Nr. Sterne | Mittlere e |
| 3-6 ¹ | 4 ¹ 21 | 8 | 0.27 | 3 ¹ 93 | 24 | 0.06 |
| 6-13 | 8.06 | 5 | 0.40 | 8.61 | 17 | 0.15 |

Der Abstand ω des Periastrons von aufsteigenden Knoten der Cepheiden scheint von der räumlichen Lage des Beobachters abzuhängen; es liegen nämlich, wie die Kolonne 7 der Tafel V es zeigt, von γ Ophiuchi abgesehen, alle ω zwischen -27° und 111° . Wenn wir noch weiter drei Sterne (β Cephei, γ Sagittarii und ζ Geminorum) als Ausnahme weglassen können, so wird das Gebiet von ω dann das zwischen 58° und 111° liegende. Und zwar haben diese vier ausgeschlossenen Sterne eine verhältnismässig kleinere Exzentrizität, so dass die Bestimmungen von ω bei diesen Sternen etwas ungenauer sein mögen. Also scheint die Abhängigkeit des Abstands des Periastrons von der Lage des Beobachters ziemlich sicher zu sein. Diese merkliche Tatsache deutet darauf hin, dass die Lage des Periastrons der Cepheiden von dem Beobachters gesehen, jenseits der Knotenlinie liegt.

Zwischen e oder ω und Periode scheint es keine Gesetzmässigkeit zu geben.

9. *Beziehungen zwischen den Bahnelementen*:— Ludendorff fand in seinen "Untersuchungen über die δ Cephei- und ζ Geminorum Sterne"¹⁹³⁰ für 10 δ Cephei-Sterne eine vermutliche Beziehung zwischen den Bahnelementen solcher Sterne auf, welche lautet:

$$100e \cos \omega = k_1 + k_2(1 - e^2)^{3/2} K^3 P \cdot 10^{-3},$$

wo k_1 und k_2 zwei Konstanten sind; nämlich, da die Grösse $(1 - e^2)^{3/2} K^3 P$ der Massenfunktion proportional ist, so deutet dies darauf hin, dass die

Grösse $e \cos \omega$ und die Massenfunktion in linearer Beziehung zu einander stehen. Für die charakteristischen δ Cephei-Veränderlichen betrüge $k_1, k_2 - 21.8$ bzw. 0.963 . Die Differenzen zwischen den direkt aus e und ω berechneten Werten von $100e \cos \omega$ und den nach der obigen Formel berechneten Werten dieser Grösse seien, ausser für die Sterne S Sagittae und SU Cygni, welche wegen der Ungenauigkeit ihrer Bahnelemente bei der Ausgleichungsrechnung der Formel ausgeschlossen wurden, von so befriedigender Kleinheit, dass man die betreffende linearen Beziehungen keineswegs nur dem Zufalle zuschreiben dürfe.

Es seien Anzeichen dafür vorhanden, dass für die ζ Geminorum-Sterne auch eine Gleichung von derselben Form bestehe, in der aber k_1 und k_2 (vielleicht auch nur k_1) andere Werte haben als bei den δ Cephei-Sternen.

Etwas genauere Bahnelemente des Sternes S Sagittae, bzw. des SU Cygni gab darnach Hellerich.⁽³¹⁾ Und er zeigte dabei, dass die Bahnelemente des SU Cygni der Ludendorff'schen Gesetzmässigkeit entspricht, und dass dagegen die Uebereinstimmung des S Sagittae mit der für δ Cephei-Sterne aufgestellten Formel ganz schlecht, aber mit der für ζ Geminorum-Sterne aufgestellten doch sehr gut ist. In betreff der Lichtkurve von S Sagittae sei eine wohl bestätigte Tatsache das Vorhandensein des Nebenmaximums,⁽³²⁾ und wenn man dies auf die etwas bedeckungsartige Verdunkelung zurückführen kann, und wenn man daher das wahre Maximum der Cepheideneränderung in der Umgebung vom Nebenminimum annehmen kann, so werde dann die Gestalt der Lichtkurve von S Sagittae nicht der des δ Cephei-Typus, vielmehr der ζ Geminorum ähnlich werden.

Nun werden wir diese Gesetzmässigkeit in bezug auf die Sterne in Tafel V, die von Ludendorff nicht gebraucht sind, berücksichtigen. Wie Ludendorff selbst es bemerkte, spricht RR Lyrae ganz gegen diese Gesetzmässigkeit, während β Cephei, dessen Lichtkurve der von ζ Geminorum entspricht, mit der Formel ganz befriedigend übereinzustimmen scheint. Er legte aber hierauf kein Gewicht, weil dieser Stern einer ganz anderen Spektralklasse (B_1) angehört als die übrigen ζ Geminorum und δ Cephei-Sterne. Bei 12 Lacertae finden sich ganz dieselbe Bedingungen wie bei β Cephei.

SU Cassiopejae, dessen Lichtkurve nach den Beobachtungen von Müller und Kempf auch nahezu symmetrisch ist, als ein ζ Geminorum-Stern berechnet, scheint von ziemlich befriedigender Uebereinstimmung zu sein, wenn man die Ungenauigkeit des Wertes $e=0.0$ berücksichtigt. Bei

dem δ Cephei-Stern R Trianguli australis⁽⁸¹⁾ ist die Uebereinstimmung sehr gut (der von e und ω direkt berechnete Wert von $100e\cos\omega=9.0$, und der von der Formel berechnete ist auch 9.0).

Aber die Ludendorff'sche Gesetzmässigkeit versagt ganz bei den verhältnismässig langperiodischen Cepheiden X Cygni und l Carinae; d. h. der von der Formel berechnete Wert von $100e\cos\omega$ ist etwas 30 bzw. 60 mal so gross als der aus e und ω direkt berechnete.

Diese Gesetzmässigkeit ist also dynamisch und physisch sehr eng begrenzt, und wir können schliesslich sagen, dass es sich um die Cepheiden mit der mässigen Periode von etwa 3 bis 10 Tagen handelt, deren Spektraltypen wahrscheinlich auch, wie oben erwähnt, deren Massenfunktion, und deren Lichtkurve sehr einander ähnlich sind.

Perrine⁽²⁶⁾ versuchte, zwischen dem von dem Periastrondurchgange zum Maximumlichte zu überschreitenden Zeitraume I, der Periode P, dem Verhältnis des Abstandes des Periastrons von dem des Aastrons $\left(\frac{r}{r_1}\right)$, das zu $\frac{1-e}{1+e}$ gleich ist, und der Massenfunktion f irgendeine Beziehung aufzufinden, und er drückte sie folgendermassen aus:

$$I = +0.27 P \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \sqrt{f}.$$

Aber die Uebereinstimmung dieser Formel mit den Beobachtungen scheint so schlecht zu sein, dass man sie keineswegs für ein Gesetz halten könnte.

10. Unregelmässigkeiten der Radialgeschwindigkeitskurve:—

Wie in den Lichtschwankungen kommen auch in den Radialgeschwindigkeitskurven der Cepheiden nicht nur kleine Aenderungen derselben mit ziemlicher Wahrscheinlichkeit, sondern auch andere Besonderheiten derselben in verhältnismässig häufigen Fällen vor. Mit 12 Cepheiden sich beschäftigend, schloss Ludendorff⁽³⁰⁾ wie folgt: "Fast bei jedem dieser Sterne treten bei der Bahnbestimmung gewisse Schwierigkeiten auf. In einem Falle (α Ursae minoris) ist die Schwerpunktsgeschwindigkeit sicher veränderlich. In zwei Fällen (ξ Geminorum, W Sagittarii) sind erhebliche sekundäre Wellen der Geschwindigkeitskurve einwandfrei festgestellt. In zwei Fällen (Y Ophiuchi, Y Sagittarii) sind Aenderungen der Geschwindigkeitskurve recht wahrscheinlich; in anderen Fällen sind solche Aenderungen dadurch angedeutet, dass die Beobachtungsgenauigkeit, wie die Bearbeiter meist selbst hervorheben, weit geringer ist, als erwartet werden durfte, oder dadurch, dass einzelne Platten sehr stark abweichen und deshalb ausge-

geschlossen worden mussten (W Sagittarii, η Aquilae, X Sagittarii, δ Cephei, T Vulpeculae, RT Aurigae, SZ Tauri, RR Lyrae). In zwei Fällen (Y Ophiuchi, T Vulpeculae) wurde konstatiert, dass gelegentlich einzelne Linien stark abweichende Werte der Radialgeschwindigkeit ergeben."

Die Aenderung der Bahnelementen des Sternes Y Sagittarii (1908—1921) bestätigte J. G. Duncan.⁽⁷¹⁾

Bei 12 Lacertae ist die Aenderung nicht nur des Umfangs der Radialgeschwindigkeit, sondern auch des Lichtwechsels sicher.⁽⁶⁷⁾

Neuerdings hält H. D. Curtis⁽⁸⁰⁾ die Irregularitäten der Radialgeschwindigkeitskurven bei ζ Geminorum, W Sagittarii und bei β Cephei mit den bei den anderen keine Veränderlichkeit der Helligkeit darbietenden spektroskopischen Doppelsternen für "simple oscillation" oder "hump" in der Umgebung der maximalen Näherung.

11. *Beziehungen zwischen den Licht- und Radialgeschwindigkeitskurven:*—

a) ALBRECHT'SCHE GESETZMÄSSIGKEIT:— Diese wichtige Gesetzmässigkeit wurde, wie schon oben erwähnt, erst von Albrecht bei zehn Cepheiden aufgefunden.

Nach den Untersuchungen von J. Hellerich^(73,81) bedarf es jedoch einer Modifikation, d. h. er stellte bei den Sternen in Tafel V (SU Cassiopejae fehlt) folgende Sachlage fest. Es treten nämlich in fast allen Fällen die Lichtmaxima und -minima merklich früher als die Maxima der Radialgeschwindigkeit ein, und die Abweichung davon in bezug auf die Maximumhelligkeit erreicht ihr grösstes Mass bei β Cephei 68° in Länge, und die in bezug auf die Minimumhelligkeit erreicht ihr grösstes Mass bei SZ Tauri 89° in Länge. In Tafel V zeigen die vorletzte und letzte Kolonne die Erfolge von Hellerich Δ_M bzw. Δ_m die Differenzen der beiden extremen Zeitpunkte (im Sinne spektroskopisch minus photometrisch) in Gradmass. Er führte einige vorhandene Ausnahmen, in welchen die maximalen Radialgeschwindigkeiten früher als die Lichtmaxima und -minima stattfinden, teilweise auf die Unsicherheit der vorhandenen Elemente, teilweise auf die Ungenauigkeit der Definition des Maximums bzw. Minimums zurück.

Indem er zudem die den Lichtmaxima und -minima entsprechende wahre Anomalie v sowie den Wert $u = v + \omega$ berechnete, so deutete er darauf hin, dass die Extremwerte der Helligkeit nicht an die bestimmten Stellen in der Bahn gebunden seien, vielmehr sie von der Stellung der beiden Komponenten zum Beobachter abhängen, namentlich, dass die Maxima und Minima des Lichtes fast immer vor den Knotendurchgängen eintreten.

Wie Hellerich bemerkte, scheint der Wert von u_M und demgemäss auch der der Δ_M von der Exzentrizität abzuhängen. Um dies Verhältnis zu kennzeichnen, indem wir die Sterne der Exzentrizität gemäss gruppieren und jeder Gruppe entsprechend den Durchschnitt von Δ_M bzw. dementsprechend der Exzentrizitäten nehmen, erhalten wir eine ziemlich sichere Beziehung mit folgenden Erfolge.

Tafel VIII.

| Nr. Sterne | e | Durchschnittl. e | Durchschnittl. Δ_M |
|------------|-----------|-----------------------|------------------------------|
| 6 | 0.00—0.20 | 0.10(0.09) | +48(+54) |
| 4 | 0.20—0.30 | 0.24 | +34 |
| 5 | 0.30—0.40 | 0.34 | +16 |
| 4 | 0.40— | 0.48 | - 2 |

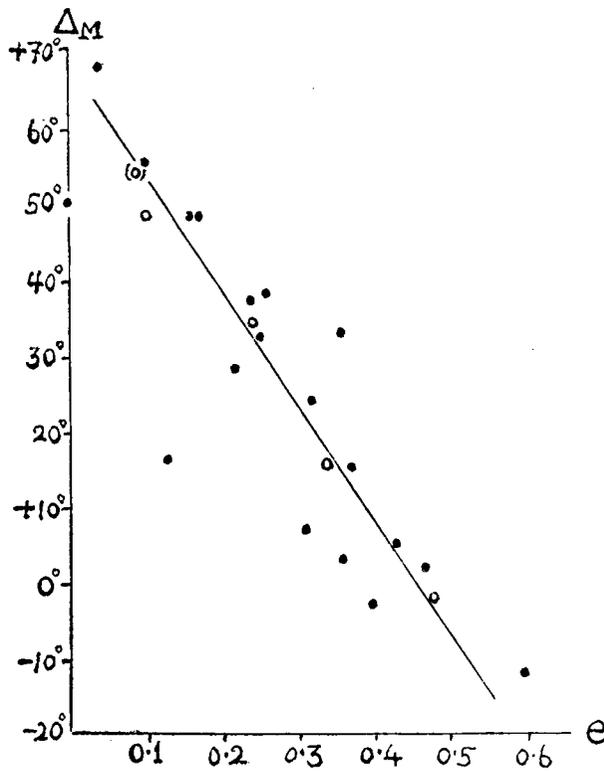


Fig. 5.

Wenn wir α Ursae minoris seiner sehr grossen Abweichung des betreffenden Wertes wegen ausschliesst, so ergeben sich die eingeklammerten Zahlen. In Fig. 5 beziehen sich die schwarzen Punkte auf die einzelnen Sterne und die offenen Punkte stellen die durchschnittlichen Werte dar.

b) **BEZIEHUNG ZWISCHEN DEN AMPLITUDEN DER SPEKTROSKOPISCHEN UND DER PHOTOMETRISCHEN SCHWANKUNG:**— Das Vorhandensein einer Beziehung zwischen den spektroskopischen und photometrischen Amplituden der Cepheiden wurde von Ludendorff⁽⁴⁸⁾ im Jahre 1912 aufgefunden. Die Gesamtamplitude $2K$ der Geschwindigkeitsschwankung ist angenähert proportional zum Umfange A des Lichtwechsels; die Proportionalitätskonstante beträgt nach ihm 47.3. (Für U Aquilae ($A=0^m75$), welcher in Tafel V fehlt, braucht er $2K=25$ nach S. Albrecht). Also

$$2K=47.3A.$$

Weiter deutete er später⁽³⁹⁾ darauf hin, dass seine Gesetzmässigkeit sich auch für SU Cassiopejae, SZ Tauri und RR Lyrae bestätigen lässt, während sie bei β Cephei vollkommen versagt.

Bei 12 Lacertae versagt auch diese Proportionalität.

Was die verbesserten Werte $2K$ von Hellerich⁽⁶⁴⁾ bei SU Cygni und S Sagittae betrifft, ist die Abweichung bei dem ersteren Stern von derselben Ordnung wie früher, während bei dem letzteren die Uebereinstimmung ganz gut ist.

Bei dem Stern R Trianguli australis⁽⁶¹⁾ auch ist die Uebereinstimmung wohl gut.

In den Fällen der verhältnismässig langperiodischen Cepheiden X Cygni und I Carinae, insbesondere im letzteren Falle, scheint die Uebereinstimmung schlecht zu sein. Wenn man aber auch die Ungenauigkeit der Elemente bei ersterem Stern berücksichtigt, so mag man ihm die grosse Abweichung mit Recht erlauben.

Kurz, wenn man bedenkt, wie Ludendorff es erörterte, dass sowohl die Amplituden der Radialgeschwindigkeit, wie auch die Helligkeitsamplituden, und zwar insbesondere die letzten, mit Unsicherheit behaftet sind, und dass diese Beziehung auch von anderen Elementen wie Exzentrizität abhängen könne, so muss man diese Gesetzmässigkeit für eine ziemlich sichere und merkbare Sachlage halten und sie muss infolgedessen in der Ursache der Cepheidenerscheinungen eine wichtige Rolle spielen.

Die Beziehung der beiden Amplituden für einzelne Sterne ist in Fig. 6 graphisch veranschaulicht.

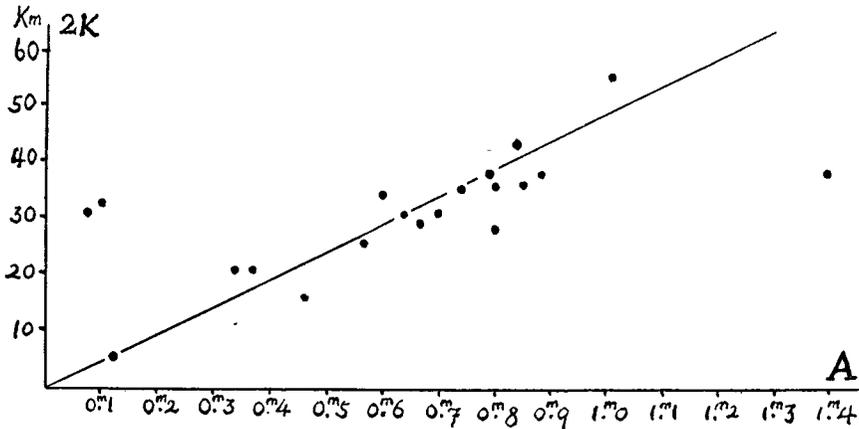


Fig. 6.

Zudem scheint die Lichtänderung, wie Perrine⁽¹²⁾ gezeigt hat, mit der Exzentrizität ein wenig zuzunehmen.

Perrine vermutete auch, dass die Besonderheit der Gestalt der Lichtkurve mit der Massenfunktion in irgendeiner Beziehung stehe, namentlich zeigte er, dass z. B. die "hump" oder "retardation after maximum or in the most pronounceous cases, an actual recovery of light" bei den Cepheiden mit ziemlich grösserer Massenfunktion merklich ist.

12. *Cepheiden gehören zu Riesensternen*:— Dass die Cepheiden im allgemeinen sehr kleine Eigenbewegungen besitzen und infolgedessen ihre absoluten Helligkeiten wahrscheinlich ausserordentlich gross sein müssen, ist von vornherein vermutet worden.

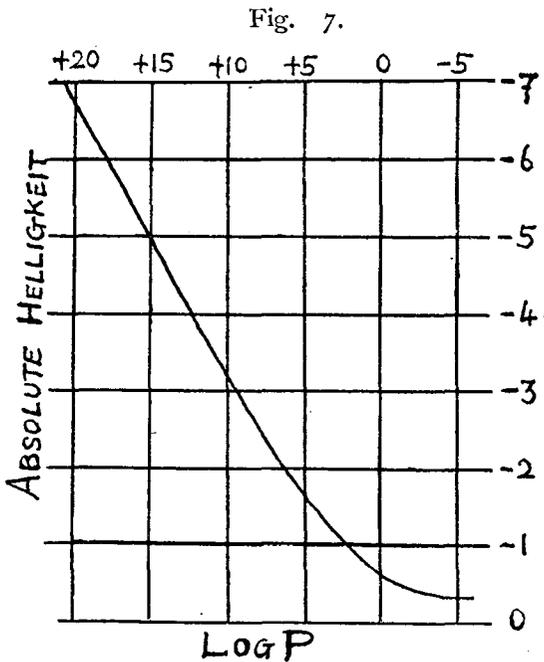
Schon im Jahre 1908 erwähnte eine Untersuchung Hertzsprungs⁽¹⁰⁾ über die c- und ac-Sterne von Fräulein Maury, dass einige Cepheiden, deren Eigenbewegungen bekannt sind, zu den ac-Sternen gehören, und dass die c- und ac-Sterne alle sehr kleine Eigenbewegungen haben und infolgedessen ihre absolute Helligkeit ungeheuer gross sein muss.

Im Jahre 1913 leiteten Hertzsprung⁽²³⁾ und Russell⁽²²⁾ ganz unabhängig von einander die durchschnittliche Parallaxe, also auch die durchschnittliche absolute Helligkeit der Cepheiden aus den statistischen Untersuchungen über die Eigenbewegungen solcher Sterne her. Die Ergebnisse beider Forscher sind, wie die Zitierung Shapleys, schon oben erwähnt.

Die ausserordentliche Helligkeit der Cepheiden ist heute nicht zu bezweifeln, und deshalb gehört diese Eigenschaft in der Tat zu den wichtigsten Tatsachen in den Cepheidenerscheinungen.

Der Astronom, der zuerst diese Tatsache für sehr wichtig in der theoretischen Untersuchung von Cepheiden hielt, ist, wie oben erwähnt, Shapley. Er fand demnach, von seiner statistischen Untersuchung von elf Cepheiden ausgehend, deren Eigenbewegungen bestimmt sind, eine feste Beziehung zwischen der absoluten Helligkeit und der Periode des Lichtwechsels auf.⁽³⁵⁾

Dieses Verhältnis war ganz gleichartig wie die Beziehung, welche Frau Leavitt⁽⁸⁾ im Jahre 1904 zwischen der photographischen Helligkeit und der Periode der Cepheiden in der Kleinen Mageranischen Wolke aufgefunden hatte. Um diese Periode-Luminosität-Kurve vollkommen festzustellen, zog Shapley seine Ausgleichung ausserdem noch zu vielen beobachteten Angaben, nämlich den Cepheiden in der Kleinen Magellanischen Wolke und solchen in den Sternhaufen: ω Centauri, Messier 5, Messier 3, Messier 13 heran. Dabei berechnete er die mittlere visuelle Helligkeit einzelner Cepheiden aus der mittleren photographischen Helligkeit und dem Farbenindex, den man nicht unmittelbar bestimmen kann, den er aber auch, zumal auf grund seiner eigenen Untersuchungen über den Zusammenhang desselben mit der Periode, bestimmen konnte. Er erhielt also die Koordinaten für jeden Punkt der Periode-Luminosität-Kurve. Diese Beziehung lautet, wie Figur 7 es erklärungsweise zeigt, dass die absolute Helligkeit der Cepheiden mit der Periode zunimmt, und zwar, dass die



Abhängigkeit der ersten vom Logarithmus der letzteren für eine Periode, die länger als drei Tage ist, durch eine angenähert gerade Linie und für eine solche, die kürzer als drei Tage ist, durch eine ziemlich gekrümmte Linie dargestellt wird.

Mit Hilfe der Periode-Luminosität-Kurve berechnete er weiter auch die Parallaxen von 139 Cepheiden, deren Perioden sicher bestimmt sind.⁽³⁷⁾

Wie oben erwähnt, ist es heute keineswegs

zu bezweifeln, dass die Cepheiden den Riesensternen angehören, und es ist infolgedessen selbstverständlich, dass dieser physikalische Zustand bei den theoretischen Untersuchungen der Cepheiden vor allen Dingen berücksichtigt werden muss.

C

Die Pulsationstheorie Eddingtons und die Entwicklung des heutigen Cepheidenproblems.

1. Eine allgemeine Theorie des Riesensterns wurde in den berühmten Untersuchungen Eddingtons ausgeführt.^(31,69) Indem er seine Aufmerksamkeit dahin richtete, dass bei einem Zustande von so ungeheuer hoher Temperatur wie im Innern eines Himmelskörpers der Strahlungsdruck sehr gross sein und den mit dem Gravitationsdrucke vergleichbaren Betrag erreichen sollte, so führte er seine sogenannte Theorie des Strahlungsgleichgewichtes aus.

Da die Dichte bei dem Riesensterne mit Recht als ungeheuer gering gelten kann, so ist es natürlich, dass bei solchem Sterne die Zustandgleichung des idealen Gases herrscht. Um die Verteilung der Dichte und der Temperatur im Innern eines solchen Sternes zu bestimmen, muss man jedoch das Molekulargewicht des den Stern konstruierenden Stoffes erkennen.

Er überwand diese Schwierigkeit durch den Gedanken, dass bei solcher hohen Temperatur sehr starke Ionisationen stattfinden müssen und infolgedessen das Molekulargewicht unabhängig von den Stoffen durchgängig als eine Konstante gelten darf. Einen plausiblen Wert desselben und zudem einen solchen des Absorptionskoeffizienten voraussetzend, konnte er eine Differentialgleichung, welche den physischen Zustand im Innern des Sternes charakterisiert, schliesslich zu der der Emden'schen polytropen Aenderung von 1.5 Ordnung umformen.

Aus diesem Grunde machte er eine Reihe von schönen Untersuchungen über die Dichten- und Temperaturverteilung, die Masse und die absolute Helligkeit u. s. w. des Riesensternes.

2. Eddington erörterte mathematisch die Pulsationen einer Gaskugel,⁽¹¹⁾ die sich im Zustande des Strahlungsgleichgewichtes befindet. Von dieser schönen Theorie Eddingtons wird hier im folgenden die Rede sein.

Erstens schlug er zwei strenge Einwürfe gegen die Doppelsternhypothese vor, welche folgendermassen lautet: Man könne einerseits aus dem Spektraltypus eines Sternes auf die effektive Temperatur desselben

schliessen, aus derselben auf die Strahlung der Einheitsfläche; und man könne auch aus der bolometrischen absoluten Grössenklasse auf die Gesamtstrahlung; dann könne man durch Division beider Quantitäten die Oberfläche, infolgedessen den Halbmesser des Sternes, erhalten. In dieser Weise leitete Eddington die Halbmesser von 14 Cepheiden her, deren spektroskopische Bahnelemente bekannt sind. Andererseits, da nach der Theorie des Strahlungsgleichgewichtes die Masse eines Sternes nur von seiner absoluten Helligkeit abhängt, so könne man die Masse des Sternes erkennen. Vergleiche man nun die oben erhaltenen Halbmesser mit den spektroskopisch bestimmten proziierten Halbmajorachsen der fraglichen Bahnen $a \cdot \sin i$, so betrage das Verhältnis beider durchschnittlich 12:1 und sein mögliches Minimum sei 9:1. Um das Cepheidensystem als ein Doppelsternsystem gelten zu lassen, ist man deshalb gezwungen, es sich derart vorzustellen, dass der Begleiter eine sehr geringe Masse im Vergleich mit der des Hauptsternes habe. Wenn man also, die Masse des Begleiters vernachlässigend, aus der Masse und der Umlaufperiode des Hauptsternes den mittleren Abstand beider Komponenten berechne, so werde die Bahn des Begleiters bei fast allen Cepheiden auf inner Seite der Oberfläche des Hauptsternes einsinken. Und diese Einsinkung werde um so tiefer sein, je grösser die Bahnexzentrizität sei. Das ist der erste Einwurf Eddingtons gegen die Doppelsternhypothese.

Sein zweiter Einwurf lautet wie folgt: Die Masse und der Halbmesser geben die mittlere Dichte des Sternes; aber nach der Theorie des Strahlungsgleichgewichtes sei die zentrale Dichte um vierundfünfzig mal so dicht als die mittlere. Indem er demnach das Produkt der Periode durch den Quadratwurzel der zentralen Dichte machte, so deutete er darauf hin, dass dasselbe für 14 Cepheiden angenähert eine Konstante bleibe, welche zwischen 1.61 und 0.70 schwanke. Das sei also auch ein strenger Einwurf gegen die Doppelsternhypothese, denn es sei keineswegs vom Standpunkte der letzteren Hypothese aus zu erwarten, dass zwischen der Periode des Lichtwechsels und der zentralen Dichte irgendeine Beziehung vorhanden sei.

Also schloss Eddington die Unhaltbarkeit der Doppelsternhypothese und behauptete, dass man die Cepheidenerscheinungen auf die Pulsation eines einzigen Sternes zurückführen soll, und dass bei diesem Falle die Amplitude der Pulsation die Grösse $a \cdot \sin i$ wird, welche nur elf bis fünf Prozent des Halbmessers beträgt.

Da nun, nach ihm die Opazität für die Strahlung innerhalb des Sternes ziemlich gross sein muss, so wird solche Pulsation ganz adiabatisch stattfinden. Eine einfachste Form der Pulsation besteht in der harmoni-

schen Ausdehnung und Zusammenziehung. Es seien nun p_0, ρ_0, T_0 und g_0 jedem entsprechend der Druck, die Dichte, die Temperatur und die Gravitationsbeschleunigung des Punktes, dessen Entfernung vom Zentrum ξ_0 ist, für den Gleichgewichtszustand, und es seien ihre Variationen $\delta p/p_0 = p_1$ usw. Wenn man das Quadrat und darüber hinaus die Pulsationsamplitude vernachlässigen darf, so werden die Lösungen des Problems alle einen und denselben Faktor $\cos nt$ enthalten. Dies berücksichtigend, leitete er schliesslich die die Pulsation charakterisierende Differentialgleichung in folgender Form ab:

$$\frac{d^2 \xi_1}{d \xi_0^2} + \frac{4 - \mu}{\xi_0} \frac{d \xi_1}{d \xi_0} + \left(\omega^2 - \frac{\alpha \mu}{\xi_0^2} \right) \xi_1 = 0,$$

$$\begin{aligned} \text{wo} \quad \mu &= g_0 \rho_0 \xi_0 / p_0 & u &= p_0 / \rho_0 \\ \omega^2 &= \frac{n^2}{\gamma} \left(\frac{\rho_0}{p_0} \right)_{\text{Centrum}} & \alpha &= 3 - 4/\gamma \end{aligned}$$

und γ das Verhältnis der spezifischen Wärme des den Stern bauenden Stoffes bedeutet.

Setzt man nun z. B. für die Grösse α , die nur von γ abhängt, den plausibelsten Wert 0.2 voraus, so kann man für einige vermutliche Werte von ω^2 die obige Differentialgleichung durch eine Reihe von mechanischen Quadraturen lösen, nämlich ξ_1, ξ_1', ξ_1'' für jeden Punkte innerhalb des Sternes berechnen. Aber die einzige Randbedingung bei der Lösung fordert, dass der erste Knoten der fundamentalen Oszillation mit der Oberfläche des Sternes zusammenfallen muss. Ein Wert von ω^2 , welcher dieser Randbedingung genügt, ist angenähert 0.060.

Nun ist ω^2 in der Tat annäherungsweise gleich $\frac{3}{10} \alpha$; infolgedessen ergibt sich:

$$\begin{aligned} P \sqrt{\rho_c} &= C (\gamma \alpha)^{-\frac{1}{2}} \\ \text{und } C &= \frac{2\pi \rho_c R}{6.9} \sqrt{\frac{10}{3 \rho_c}}. \end{aligned}$$

Aber nach der Theorie des Strahlungsgleichgewichtes scheint der Zentrumsdruck p_c für alle Sterne annähernd zu $\rho_c^2 R^2$ proportional zu sein; infolgedessen ist man imstande, die Grösse C für eine reine Konstante zu halten. Was den Faktor $(\gamma \alpha)^{-\frac{1}{2}}$ betrifft, ist sein Unterschied von einer Cepheide zur anderen in der Tat sehr gering, weil er nur von dem Verhältnis der spezifischen Wärme γ abhängt. Also kann man die Unveränderlichkeit von $P \sqrt{\rho_c}$ erklären.

Eddington machte auch eine eingehende Untersuchung über das

Verhältnis der spezifischen Wärme γ und zeigte, dass der Wert der Periode der typischen Cepheiden im Gebiete zwischen 7.22 und 2.88 Tagen liegt.

Von dem Standpunkte, dass die Undurchsichtigkeit für die Strahlung innerhalb eines Sternes sehr gross sei, schloss er, dass die Energieverschwendung wegen des periodischen Wärmestroms verhältnismässig klein sein muss, und dass, wenn solche Oszillationen durch irgendeine Ursache einmal hervorgerufen worden sind, so der Verfall derselben ziemlich klein sein muss.

Der Zusammenhang der Lichtkurve mit der Radialgeschwindigkeitskurve lässt sich nach seiner Behauptung auch leicht derart erklären, dass Maximum der Wärmeströmung nach aussen im inneren adiabatischen Gebiete natürlich um die Zeit der maximalen Zusammenziehung stattfinden soll, es aber in der äusseren non-adiabatischen Schicht noch später stattfinden soll. Es gelang ihm jedoch nicht, dies Verhalten mathematisch zu lösen.

Wenn man die Strahlungsenergie des Sternes nur auf die gravitationale Zusammenziehung zurückführen darf, so muss der zunehmenden Dichte wegen natürlich eine Periodenverkürzung folgen. Nach seiner Berechnung ist dieselbe sehr gross. Da solche grosse Verkürzung der Periode sich durch Beobachtungen gar nicht nachweisen lässt, so neigte er dazu, die Energiequelle irgendwelchen anderen Ursachen, z. B. dem Inneren des Atoms zuzuschreiben.

Bei der Ableitung der Differentialgleichung der Pulsation ist es, wie oben erwähnt, das Quadrat und darüber hinaus die Pulsationsamplitude vernachlässigt worden, infolgedessen soll die Radialgeschwindigkeitskurve symmetrisch sein. Um ihre Asymmetrie, die der Bahnexzentrizität sowie der Lage des Periastrons des hypothetischen Doppelsternsystems entspricht, zu erklären, muss man das Quadrat der Amplitude oder das Glied von $\cos 2nt$ berücksichtigen. Indem er nochmal eine ähnliche Randbedingung wie bei der Oszillation erster Ordnung gelten lässt, leitete er die Radialgeschwindigkeitsschwankung als folgende Form ab:

$$y = \cos x - \frac{1}{3} \sin 2x$$

Das entspricht den Kurven der Cepheiden.

Die Pulsationstheorie Eddingtons lautet kurz wie oben.

Seit der Veröffentlichung dieser Theorie wird der Gedanke von Pulsation als einer Erklärungshypothese der Cepheidenerscheinung sehr

stark.

Aber es scheint doch auch diese Hypothese nicht von Schwierigkeiten frei zu sein; insbesondere scheint es, wenn auch freie Pulsationen möglich sind, doch etwas unnatürlich, zu vermuten, dass die Cepheidenerscheinungen so häufig in der Natur sich ereignen. Während deshalb eine Partei der Astronomen der Pulsationshypothese beistimmte, bestand eine andere Partei auf der Doppelsternhypothese.

Wir wollen hier unten die Meinungen der heutigen Behaupter der Doppelsternhypothese skizzieren.

3. *Perrine*. Der erste Widerspruch, der seit dem Vorschlage der Pulsationshypothese von Shapley erschien, wurde in der Abhandlung Perrines⁽²⁰⁾ im Jahre 1915 gefunden, in der die Meinung Perrines etwas ähnlich der Vorstellung Roberts war.

Aber auch nun noch bestand er in seiner zweiten Abhandlung⁽⁴²⁾ im Jahre 1919 auf der Mediumhypothese, die von Curtiss angedeutet war, und er schrieb die Lichtänderung der Cepheiden dem Unterschied der Helligkeit zwischen der Vorderseite und der Hinterseite des Sternes zu. Er betonte zudem die galaktische Verteilung der Cepheiden und neigte dazu, zwischen dem Medium des Cepheidensystems, der Kalziumlinien-Besonderheit und dem dunklen Nebel irgendeine Verwandtschaft zu suchen.

4. *Hellerich*. Eine rein geometrische Erklärung der Lichtkurve der Cepheiden wurde im Jahre 1913 von Hellerich ausgeführt; seine originale Abhandlung konnten wir nicht lesen, aber nach der Zitierung von Hagen⁽⁴⁹⁾ liess er die sichtbare Komponente um eine nahe senkrecht auf der Bahnebene stehende Achse gleichförmig rotieren, in der Weise dass die Rotations- und Umlaufzeit gleich lang sind. Sie hat eine helle und eine dunkle Zone; die helle ist zwischen zwei Meridianen eingeschlossen, die etwa 100° Länge von einander abstehen. Die Helligkeit dieser Zone ist nicht gleichförmig, sie ist am stärksten an dem in Rotation vorausgehenden Meridian und nimmt gegen die nachfolgende Grenze allmählich ab. Der aufsteigende Zweig der Lichtkurve beginnt mit dem Sichtbarwerden des hellsten Meridians u.s.w.....

5. *Guthnick*. Er vervollständigte physikalisch die geometrische Erklärung Hellerichs. Seit 1909 hat er zum Cepheidenprobleme beigetragen mit seinen lichtelektrischen feinen und zahlreichen Beobachtungen. Insbesondere teilte er sehr prächtige Materialien für die Irregularitäten der Lichtkurven der Cepheiden und die Lichtveränderungen der Cepheiden von sehr kleinen Amplituden mit.^(32,47,67,74) Er stellte von seinem Standpunkte aus die Cepheiden (und auch die Mira-Sterne) sich folgendermassen

vor.⁽⁴⁶⁾

Erstens nahm er, wie Hellerich es tat, an, dass ihr Lichtwechsel durch die in der mittleren Periode stattfindende Rotation eines Rotationskörpers verursacht wird, dessen Oberfläche im wesentlichen in helles und relativ dunkles Gebiet zerfällt, und zwar findet diese Helligkeitsverteilung in der Weise statt, dass über dem helleren Gebiete die Absorption eine geringere ist, so dass dort das Licht aus tiefern und heissern und unter höherem Druck stehenden Schichten ausgestrahlt wird. Um es mit der Albrecht'schen Gesetzmässigkeit in Uebereinstimmung zu bringen, dachte er auch, dass in den hellen Gebieten aufsteigende, in den dunklen niedersteigende atmosphärische Strömungen vorherrschen und dass die bei den Cepheiden beobachteten periodischen Linienverschiebungen zu einem beträchtlichen Teil, wenn nicht ganz, auf solche Strömungen zurückzuführen seien.

Er untersuchte auch die Lichtkurve der verschiedenen Helligkeitsverteilung wegen versuchsweise mit Hilfe des Modells.⁽⁴⁸⁾

Was die Ursache der Helligkeitsverteilung betrifft, führte er sie auf die Einwirkung des Begleiters zurück. Er behauptete von seinen lichtelektrischen Untersuchungen aus, dass man insbesondere bei den Veränderlichen mit sehr geringen Amplituden in der Nähe des Maximums der Cepheidenveränderung die bedeckungsartige Verdunkelung nachweisen kann. Als Beispiele dieser Erscheinungen kann man aufzählen ϵ Ophiuchi, ϵ Ursae majoris, β Ursae majoris, α Canum venaticorum, α Geminorum und ζ Ursae majoris.^(12,32)

Er berücksichtigte weiter die Erscheinungen von Kalziumlinien-Besonderheiten,⁽⁶¹⁾ die darin bestehen, dass die Linien H und K dieses Stoffes im Vergleich mit den Linien der übrigen Stoffen gar keine oder sehr kleine Schwankungen darbieten, wovon ein Beispiel η Lacertae ist; und er stellte schliesslich die Cepheidenerscheinungen folgendermassen sich vor:⁽⁶⁷⁾ "Alles dies scheint darauf hinzudeuten, dass die Veränderungen der Geschwindigkeitskurve und der Lichtkurve auf eine ausgedehnte, das ganze System umhüllende Atmosphäre zurückzuführen sind, deren effektive Ausdehnung oder Dichte Schwankungen unterliegt, wodurch diejenigen Schichten des Sternes, die als die Quelle der bewegten Linien und des veränderlichen Teiles der Strahlung zu betrachten sind, bald mehr, bald weniger verhüllt werden. Auch wird man meines Erachtens für die Erklärung der Erscheinungen die von Saha in seiner physikalischen Theorie der Sternspektren entwickelten Anschauungen zu berücksichtigen haben, indem es sehr wohl denkbar ist, dass gerade bei den sehr frühen Spektraltypen die Niveauflächen gleichen Anregungs- bzw. Ionisations-

zustandes der Gase stark veränderlich sind, und dass insbesondere ein und derselbe, die Natur des Linienspektrums bedingende physikalische Zustand eines Gases zu einer Zeit in einer tieferen, zu einer anderen Zeit in einer höheren Schicht der Atmosphäre eines solchen Systems vorherrscht, woraus sich dann zwanglos die Veränderlichkeit der Geschwindigkeitskurve usw. erklären lässt."

Ueber diese Gedanken Guthnicks stellte auch F. Nölke einige Erörterungen an.⁽⁷⁷⁾

6. *Jeans.* Gegen die Pulsationstheorie Eddingtons drang J. H. Jeans,⁽⁴⁴⁾ insbesondere hinsichtlich der sogenannten unbekanntenen Energiequellen keinen Vergleich eingehend, darauf, dass die Pulsation, wenn sie in der Natur stattfinden, nicht freie, vielmehr geforderte Oszillationen sein müssen. Und er deutete auch darauf hin, dass ein verlängerter Körper, welcher in einem Gezeitenfelde mit einer kritischen Winkelgeschwindigkeit rotiert, imstande sein möge, zu irgendwelchen periodischen Ausbrüchen Anlass zu geben, damit die beobachtete Lichtkurve sich erklären lasse.

Dieser Gedanke von Jeans scheint für die Erklärungshypothese von Hagen eine nicht geringe Suggestion geworden zu sein.

7. *Hagen.*^(49,56,57,60) Freilich legte Hagen auf die oben erwähnten zwei Einwürfe Eddingtons aus dem Grunde kein Gewicht, dass die Reihe der Herleitungen seiner Erfolge ausschliesslich nur unsichere Quantitäten betrifft. Und er suchte, die Gedanken von Roberts, von Eddie und von Schwarzschild entwickelnd, die Cepheidenerscheinungen am einfachsten durch eine und dieselbe Annahme zu erläutern, dass nämlich der kleinere Begleiter imstande sei, auf dem Hauptstern durch blosser Annäherung Lichtausbrüche hervorzurufen. Aus dieser wesentlichen Voraussetzung liess sich eine Reihe von Folgerungen ergeben: Die Lichtentwicklung wird um so stärker sein, je näher sich die beiden Sterne kommen; sie wird nicht plötzlich zur vollen Stärke gelangen, doch wird die Zunahme rascher vor sich gehen als die Abnahme; die dem Begleiter zugewandte Seite des Hauptsternes wird fortwährend stärker leuchten als die abgewandte, wobei aber die hellere Zone den Begleiter nicht genau im Zenit haben wird.

Hagen hielt weitere andere Annahmen für ganz unnötig, indem er die Eigentümlichkeiten der Bahnelemente nämlich: die Kleinheit der Masse des Begleitsternes, die grosse Exzentrizität und die besondere Lage des Periastrons, das vom Standpunkte des Beobachters ausgesehen, vorwiegend jenseits der Knotenlinie liegt, einfach darauf zurückführte, dass die drei Eigenschaften die Entdeckung der Cepheiden erleichtern, indem sie die sichtbare Amplitude der Lichtschwankung vergrössern.

Nach ihm muss es also viele Cepheiden geben, deren Periastron in der zu unserer Sonne gewandten Richtung liegt. Da man bei solchen Fällen jedoch gerade in der Epoche der Maximalhelligkeit nicht imstande ist, die Hemisphäre zu sehen, auf der die Lichtausbrüche stattfinden, so wird es unmöglich sein, solche als Veränderliche zu erkennen. Ebenfalls muss die Amplitude des Lichtwechsels der Cepheiden, deren Exzentrizität klein oder deren Massenfunktion gross ist, verhältnismässig gering sein, so dass solche Sterne keine günstige Gelegenheit zur Entdeckung der Veränderlichkeit bieten werden.

Hagen stellte sich die Lichtausbrüche als eine Art Schwingungen vor, und zwar, wie Jeans bemerkte, als eine Art gezwungene Schwingungen, d. h. als durch Gleichgewichtsstörungen wegen der periodischen Näherungen des Begleiters ungeschwächt fortdauernde Schwingungen. Einerseits zählte er die Nova-Erscheinungen auch als eine Cepheidenerscheinung auf, indem er dafür hielt, dass die Novae nur einer einmaligen Störung des Gleichgewichts unterworfen seien, und dass gerade diese sich durch Schwingungen erklären, die im Laufe von Monaten oder Jahren sich verlieren. Andererseits schrieb er die unregelmässigen Veränderlichen, wie SW Draconis, XX Cygni usw., derselben Ursache zu.

8. *Vogt.* H. Vogt⁽⁶⁶⁾ stimmte der Hagen'schen Theorie bei. Wie Hagen es tat, erörterte er auch, dass die Beziehung zwischen der Dichte und der Periode der Cepheiden nicht gegen die Doppelsternhypothese spricht, und dass auch bei den Bedeckungsveränderlichen, deren Doppelsternnatur heute gar nicht zu bezweifeln ist, eine etwas ähnliche Beziehung vorhanden ist, welche lautet, z. B., dass für die Bedeckungsveränderlichen vom Spektraltypus A die Beziehung herrscht:⁽⁶⁵⁾

$$\text{Mittlere Dichte} = 0.29/P - 0.02.$$

Um die Periode-Luminosität-Kurve zu erklären, erörterte er weiter folgendermassen, obgleich es nur passiv ist: "Da sich nun alle δ Cephei-Veränderlichen wohl ungefähr in demselben Entwicklungsstadium befinden und sich deshalb auch in ihrer Oberflächenhelligkeit kaum allzusehr unterscheiden werden, ist man wohl gezwungen, anzunehmen, dass das Gesamtvolumen und sehr wahrscheinlich auch die Gesamtmasse der beiden Komponenten eines δ Cephei-Systems um so grösser ist, je grösser seine Periode oder je weiter seine Bahn ist. Aber auch dies besagt nichts gegen die Doppelsternhypothese. Denn bei den Bedeckungsveränderlichen bin ich zu demselben Ergebnis⁽⁶⁵⁾ gekommen."

Einen der am wenigsten überzeugenden Punkte der Hagen'schen Erklärungen, nämlich die der Kleinheit der Massenfunktion, suchte er dadurch zu erläutern, dass gerade ein grosser Massenunterschied der

Komponenten bei enger Bahn das Zustandekommen von grösseren Exzentrizitäten begünstigt, wie man z. B. vielleicht an den Merkur erinnern darf, welcher der Sonne sehr nahe ist, im Vergleich zu ihr eine sehr geringe Masse besitzt und eine ziemlich stark exzentrische Bahn aufweist. Er suchte dies Verhältnis durch eine Tafel für die Cepheiden von Perioden, die kürzer als zehn Tage sind, zu zeigen. Aber es scheint auch etwas unbefriedigend zu sein.

9. *Plummer*. Wie schon erwähnt, hatte Plummer die Pulsationshypothese vertreten;⁽²⁵⁾ er urteilt jedoch in seiner Schrift von 1920,⁽⁵⁹⁾ dass die Pulsationshypothese ebenfalls Schwierigkeiten nicht entfliehen kann. Und seine Meinung besteht, wie seine Schlüsse es klar stellen, im folgenden:

“The variation of radial velocity in spectroscopic binaries, especially in short-period variables, is not always according to pure Keplerian motion in an elliptic orbit.

“Correlations observed, among the orbital elements are not likely to be decisive against the pulsation hypothesis, partly on account of the involved character of the relations, and partly because they are equally susceptible of interpretation on either theory.

“The real test comes not from the superficial phenomena but from the requirements of dynamical theory, which are unfavourable to the hypothesis of free oscillations.

“It is necessary to reconsider the binary hypothesis, and the form in which it has been stated by Father Hagen evades some of the difficulties which have been felt, though it is difficult to accept his suggestion that the smallness of the companion should, or in fact does, favour the discovery of variability.” (Hagen setzte da nach Plummer die Kleinheit der Masse des Begleiters auseinander; aber das scheint auch noch etwas unnatürlich.)

“If short-period variables are large bodies as they appear to be, the characteristic sharpness of the lines in their spectra is evidence against rapid rotation. Hence it is inferred that these systems are not in rotational equilibrium as a whole, and differ in nature and origin from those spectroscopic binaries which in suitable geometrical circumstances appear as eclipsing binaries” etc.

Plummer erörterte in derselben Schrift auch über die langperiodischen Veränderlichen.

10. *Nijland*.⁽⁶⁸⁾ Er nahm in den Erklärungshypothesen der Cepheidenerscheinungen die Mediumtheorie auf. Um die theoretische Lichtkurve von Luizet zu vervollständigen, erwähnte er folgendes: Wie man die

Mediumtheorie von Curtiss, von Loud oder von Duncan sich auch vorstellen mag, ist es immerhin selbstverständlich, dass der Einfluss des Mediums in der Nähe des Periastrons grösser als in der Umgebung von Abastron sein muss, und zwar aus dem Grunde, dass wegen des kleinen Abstandes r , nicht nur die Nebelhülle dichter ist, sondern auch der Stern im Periastron mit grösserer Bahngeschwindigkeit eilt. Freilich muss dies Verhältnis ja eine komplizierte Funktion von r sein; er setzte aber auch, um der Einfachheit willen, nur versuchsweise es voraus, dass die Temperaturzunahme dem Quadrate der Bahngeschwindigkeit V oder $1/r$ proportional sei, und dass die durch die steigende Temperatur hervorgerufene Energie durch die konstant stattfindende Ausstrahlung nach voller Revolution sämtlich kompensiert werde. Und er leitete schliesslich für die Temperaturzunahme den folgenden Ausdruck ab:

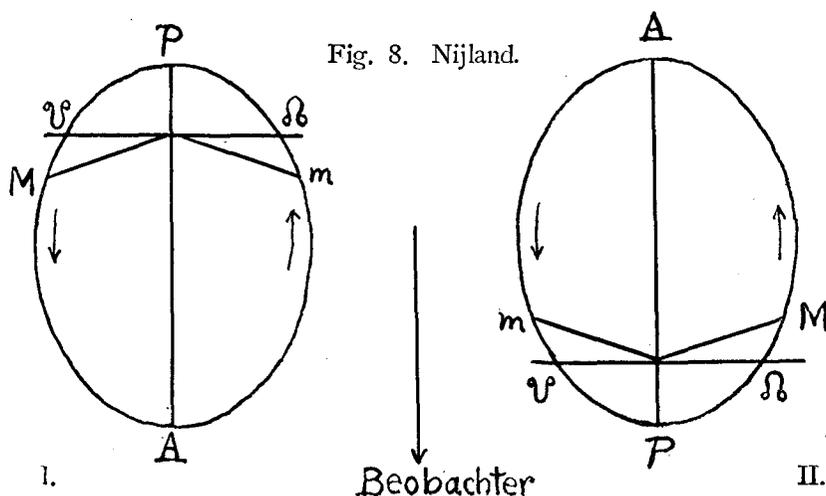
$$dT = C' V^2 dt - C dt,$$

wo C' und C passende Konstanten bedeuten. Von dieser Gleichung ausgehend, ergibt sich für die totale Zunahme ΔT der Temperatur vom Periastron aus gerechnet:

$$(2\pi/CP) \cdot \Delta T = 2e \sin E,$$

wo E die exzentrische Anomalie bedeutet; und die Temperaturzunahme zeigt einen der Lichtkurve der Cepheiden sehr ähnlichen Verlauf.

Wenn, wie Luizet es voraussetzte, die Vorderseite stetig heller als die Rückseite ist, so ergibt sich eine asymmetrische Lichtkurve. Dazu gesellt sich jetzt noch ein neuer, ebenfalls asymmetrischer Einfluss; und zwar ist ΔT für die typischen Cepheiden ($e = 0.31$) positiv maximal für die wahre Anomalie von 75° und negativ maximal für die von -75° .



In der Figur stellen M und m die entsprechenden Punkte dar. Wenn das Periastron deshalb jenseits der Knotenlinie liegt, vom Standpunkte des Beobachters ausgesehen (Fig. 8, I), so legen sich die beiden Einflüsse darauf, und infolgedessen wird die Cepheidenveränderung auffällender; im Gegensatz dazu, wie Fig. 8, II es zeigt, wenn das Abastron jenseits der Knotenlinie liegt, so neutralisieren sich die beiden Effekte voneinander, und deshalb schwächt sich die Erscheinung.

Wie erwähnter, erklärte Nijland so die exzeptionelle Lage der Periastra.

11. *Pannekoek*⁽⁷²⁾ und *Stein*⁽⁷⁶⁾. Einen Einwurf gegen die Gedanken von Nijland schlugen sowohl Pannekoek als auch Stein vor. Sie berechneten die Periodenveränderung des Systems auf grund der Voraussetzungen, einerseits dass die Rotations- und Umlaufperioden wegen der Gezeitenwirkung gleich geworden seien, und andererseits dass die Rotationsbewegungsgrösse des Systems erhalte; dabei setzte Pannekoek so voraus, dass die Dichte des Hauptsterns gleichförmig sei, während Stein annahm, dass die Verteilung derselben nach der Theorie des Strahlungsgleichgewichtes erfolge. Sie beide erhielten einen durch Beobachtungen leicht nachzuweisenden Betrag der Periodenverkürzung, um mit dem Ueberflusse der Energiestrahlung in ganzer Periode übereinzustimmen; und demnach schlossen sie, dass jede Theorie, die die zusätzliche für die Maximalhelligkeit notwendige Wärme jedesmal verschwinden und aus mechanischer Quelle neu erzeugen lässt, damit unhaltbar wird.

Also trat Pannekoek für die Pulsationspartei ein, indem er, wie folgt, erörterte: "Hier liegt der Vorzug der Pulsationstheorie, bei der der periodische Temperaturwechsel ein adiabatischer Prozess ist und nur das 'Sickern' der Wärme durch Wärmeleitung als sekundäre Störung eine säkulare Aenderung hervorbringen kann"; während Stein sich auf Jeans-Hagens Seite stellte, indem er folgendermassen schloss: "Vielmehr sollte man annehmen, dass die geforderte Energie aus dem fast unerschöpflichen Vorrat im Sterninnern stammt, und dass durch Einwirkung des Satelliten in der Nähe des Periastrons periodische Lichtausbrüche hervorgerufen werden".

12. Wir haben bis jetzt die verschiedenartigen Hypothesen der Cepheidenerscheinungen erwähnt. Wir können ausserdem noch einige ganz verschiedene Erklärungshypothese aufzählen^(53,79); z. B. suchte Bottlinger die Geschwindigkeits- und Lichtkurve der Cepheiden zu erklären durch die Geschwindigkeit bzw. die Absorption der Atmosphäre, die durch diejenigen Moleküle hervorgerufen wird, die von den beiden Spitzen eines rotierenden Jacobischen Ellipsoides der Zentrifugalkraft wegen sich

losreißen.

Aber derartigen Hypothesen scheinen allzu künstlich zu sein.

D

“Exzentrischkern”-Hypothese.

1. In dem vorhergehenden Paragraphen ist die Rede von der Pulsations- und von den Doppelsternhypothesen gewesen. Es ist selbstverständlich, dass diese beiden Hypothesen ebenfalls viele unbefriedigende Punkte für die Erklärung der Erscheinungen enthalten.

Was die Doppelsternhypothesen betrifft, so ist man, um das Vorhandensein eines verdichteten Begleiters haltbar zu machen, wie Hagen und Vogt es taten, gezwungen, auf den Halbmesser der Cepheiden, die sich auf dem Grunde der Theorie des Strahlungsgleichgewichtes aus der Periode-Luminosität-Kurve ableiten lassen, und auf die Beziehung zwischen der Periode und der Dichte kein Gewicht zu legen. Aber solche Beziehungen zwischen der Periode, Dichte und der absoluten Luminosität scheinen keineswegs scheinbar, sondern wahre Beziehungen zu sein.

Man soll demnach lieber dafür halten, dass die Pulsationshypothese in den Erklärungen der verschiedenen Erscheinungen besser sei. Aber was diese Hypothese betrifft, wie lang man auch die Ordnung der Dämpfung der Oszillationen sich vorstellen mag, und auf was für Vorgänge man die Ursache der Oszillationen zurückführen mag — sei es Annäherung sowie Zusammenstossen mit dem anderen Sterne oder irgendeine anfängliche Katastrophe — so scheint es auch nun noch etwas unnatürlich, dass die sogenannten freien Oszillationen einziger Sterne in der Natur so häufig stattfinden, wie man sie heute am Himmel auffinden kann.

Wir möchten lieber die Erscheinungen als solche auseinandersetzen, die auf dem Wege der Entwicklungsgeschichte der Sterne imstande sind, sehr häufig zu erscheinen. Kann man dann eine neue Hypothese vorschlagen, welche die Erscheinungen besser als die Pulsation erläutern kann, ohne einen verdichteten Begleiter vorauszusetzen?

Meines Erachtens ist eine solche die “Exzentrischkern”-Hypothese von Prof. Shinjo, die wir nun unten kurz darstellen wollen.

2. Im Jahre 1918 berechnete er für 76 visuelle Doppelsternsysteme und für 10 spektroskopische Bedeckungsdoppelsternsysteme ihre Massen und ihre Rotationsbewegungsgrößen mit den folgenden Ergebnissen :—⁽³⁴⁾

| | Nr. Sterne | Mittlere Masse M | Mittlere Rotations- grösse H |
|-------------------------------------------------------|---------------|-------------------------------|---------------------------------|
| Visuelle Doppelsterne mit bekannten Bahnelementen | 36 | $1.4 \frac{\times}{\div} 1.6$ | $9 \frac{\times}{\div} 2.2$ |
| Visuelle Doppelsterne mit bekannten Bahnbewegungen | 25 | $1.0 \frac{\times}{\div} 1.6$ | $11 \frac{\times}{\div} 2.2$ |
| Visuelle vielfache Systeme | 15 | $1.7 \frac{\times}{\div} 1.7$ | $83 \frac{\times}{\div} 2.2$ |
| Spektroskopische Bedeckungs- systeme von Typus A | 6 | $1.9 \frac{\times}{\div} 1.4$ | $0.8 \frac{\times}{\div} 2$ |
| Die von Typus B | 4 | $20 \frac{\times}{\div} 1.2$ | $43 \frac{\times}{\div} 2$ |
| Sonnensystem | | 1 | 0.022 |

Hier nimmt man den mittleren Abstand der Erde von Sonne, das mittlere Sonnenjahr und die Sonnenmasse als die Längen-, Zeiten- und Massen-Einheiten.

Nach diesen Ergebnissen sind die Massen aller verschiedenen Systeme von derselben Ordnung, während die Rotationsgrösse für jedes System ziemlich verschieden ist; nämlich die durchschnittliche Rotationsgrösse von 15 vielfachen Systemen beträgt 83, die von 61 Doppelsternen ist rund 10 und für 6 spektroskopische Bedeckungssysteme vom Typus A beträgt sie 0.8. Für 4 vom Typus B ist die durchschnittliche H sehr gross und beträgt 43; wenn man jedoch den grosse Wert 20 der Masse berücksichtigt, so wird die Rotationsgrösse von derselben Ordnung wie bei den Bedeckungsternen vom Typus A; denn die Gleichung, aus der die H von spektroskopischen Bedeckungsternen abgeleitet werden, lautet:

$$H = 2\pi M^{\frac{5}{8}} P^{\frac{1}{8}} \sqrt{1 - e^2} \frac{\alpha}{(1 + \alpha)^2}.$$

Indem wir ihfolgedessen, an stelle des Wertes 20 von M, die durchschnittliche Masse 1.9 für die Sterne von Typus A einsetzen, so ergibt sich

$$H = 0.85.$$

Demgemäss beträgt die Rotationsbewegungsgrösse der Bedeckungssysteme von der üblichen Masse rund 0.8.

3. Im Vergleich mit dem Werte derselben, 0.022 für unser Sonnensystem, sind die Rotationsgrössen der obigen Gegenstände merklich gross. Um den Ursprung solcher grossen Rotation des Himmelskörpers von Stand-

punkte der Kosmogonie aus auseinanderzusetzen, hielt er den Gedanken von See⁽¹³⁾ für richtig im Prinzip, welcher lautet, dass die uranfänglichen Zustände der Himmelskörper in ungeheuer riesigen Schwärmen von ausserordentlicher Anzahl von Meteoriten bestehen, dass bei solchen Fällen es eher selten sein muss, dass die Schwärme sich in der Weise zusammenziehen, dass keine Rotation stattfindet, und im Gegensatz die Rotation in einer Richtung oder in anderer als eine unvermeidliche Folge der Kondensation der Meteoritenschwärme gelten muss. See führte jedoch keine quantitativen Untersuchungen hiervon aus.

Voraussetzend, dass ein riesiger Meteoritenschwarm ganz sphärisch symmetrisch sei, und infolgedessen die Dichte der meteorischen Verteilung, die "mittlere Quadrat" Geschwindigkeit der einzelnen Meteoriten nur vom Abstand vom Zentrum abhängt, dass die Dimension aller Meteoriten dieselbe sei, und dass die Verteilung der Geschwindigkeiten in jedem Punkte dem Maxwell'schen Gesetze von Geschwindigkeitsverteilung für die Gasmoleküle gemäss herrsche, leitete Shinjo⁽³⁴⁾ aus der Theorie der Wahrscheinlichkeit die resultierende Rotationsbewegungsgrösse des Schwarms H folgendermassen her :-

$$H = \sqrt{\frac{3}{n}} \cdot c \cdot k \cdot M,$$

wo n = der Anzahl der Meteoriten,
 M = der gesamten Masse des Schwarms,
 k = dem Gyrationradius um die durch den Schwerpunkt des Systems gehende Achse,
 c = einem "durchschnittlichen Wert" der mittleren Quadrat-Geschwindigkeiten einzelner Meteoriten ist.

Wie der Ausdruck es klar erläutert, wenn der ursprüngliche Schwarm oder die Urnebel gastörmig wären, so würden die Rotationen von oben erhaltener Ordnung keineswegs stattfinden, denn in solchem Falle wird die Grösse n die Anzahl der Gasmoleküle *d. h.* eine unendliche Zahl, während die anderen Grössen c , k , M alle endlich bleiben, also wird der Wert von H Null.

Wenn der Urzustand des Sternes ein riesiger Meteoritenschwarm ist, und wenn er der gravitativen Zusammenziehung gemäss sich entwickelt, so muss die Rotationsgrösse H im Lebensverlauf des Sternes eine sehr wichtige Rolle spielen. Diesen Punkt merkend, suchte er die Cepheidenerscheinungen als die sehr häufig auf dem Wege der Entwicklungsgeschichte des Sternes stattfindenden Zustände darzulegen.

4. Er schlug seine Hypothese früher im Frühling von 1917 der Sitzung der Tokyo Physiko-Mathematischen Gesellschaft vor. Da aber damals die Materialien für das Cepheidenproblem gering waren, so konnten keine eingehenderen Untersuchungen hierüber ausgeführt werden. Im Lichte gegenwärtiger zahlreicher Materialien wurde seine erste Abhandlung erst im Jahre 1922 veröffentlicht.⁽⁷⁸⁾

Nach ihm müssen, entsprechend der Grössenordnung der Rotationsgrösse der uranfänglichen Schwärme, verschiedene Gattungen der Himmelskörper sich entwickeln. Ein einer sehr grossen resultierenden Rotationsgrösse unterworfenen System kann sich natürlich nicht zu einem einzigem Kerne zusammenziehen, vielmehr muss es sich zu zwei oder mehreren Kernen niederschlagen; also werden die Doppelstern- oder Vielfachsternsysteme entstehen. Im Gegensatz dazu muss ein System, dessen Rotation vernachlässigbar klein ist, zu einem einzigem Kerne sich entwickeln; das beste Beispiel hierfür ist unser Sonnensystem. Ein mittlerer Rotationsgrösse unterworfenen System wird anfangs zu einem Kerne sich zusammenziehen, aber je nachdem die Kondensation fortschreitet, wird die Stabilität des Gleichgewichtes desto unsicherer werden ihrer ziemlich grossen Rotationsgrösse wegen, und es wird zuletzt sich in zwei Körper spalten. So wird sich das Bedeckungssystem und das enge spektroskopische Doppelsternsystem hervorbringen lassen. Das Zusammenziehen des Schwarmes, dessen Rotationsgrösse mittleren Wert hat, mag sich zudem im allgemeinen nicht nach dem Zentrum des Schwarmes richten; in häufigen Fällen mag der Kern exzentrisch entstehen, und infolgedessen werden der Kern und der zurückgelassene Schwarm beginnen, eine relative Umlaufbewegung zueinander zu machen.

Diese letzte Gattung der Entwicklung des Sternes entspricht der Cepheidenerscheinung. Also wollen wir diese Theorie "Exzentrischkern"-Theorie der Cepheiden nennen.

5. Freilich müssen wir die dynamischen und physikalischen Zustände des Meteoritenschwarms als sehr kompliziert annehmen. Wahrscheinlich mögen sie teilweise gasförmig sowie kometenartig sein, und zwar aus den Gründen, dass ziemlich häufige Zusammenstösse der Meteoriten stattfinden, und dass die gewaltige Energiestrahlung des Kerns oder der Druck derselben wahrscheinlich verschiedenartige physikalische und chemische Veränderungen der Meteoriten hervorrufen mag. Im allgemeinen sind die geometrischen, dynamischen und physikalischen Untersuchungen von solchem Systeme selbstverständlich sehr verwickelt.

Um die Wahrheit der vorgeschlagenen Theorie zu prüfen, suchte er eine angenäherte Lösung für einen Schwarm von sphärischer Symmetrie,

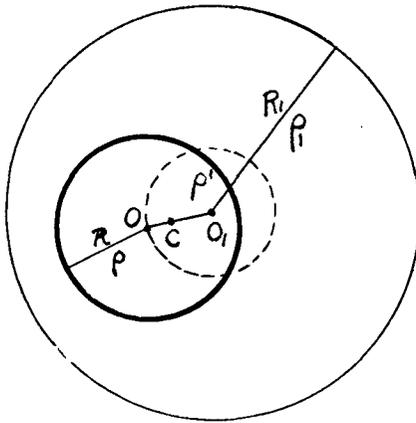


Fig. 9.

nachlässigen, und anstatt des Kerns die Meteoriten von Dichte ρ' , welche der Kugel vom Halbmesser O_1, O entspricht, einsetzen, so ergibt sich:

$$\left(\frac{K}{\sin i}\right)^2 \times \frac{1}{a} = G \frac{4}{3} \pi \rho' a \times \frac{1 + \alpha}{\alpha},$$

was folgendes bedeutet:

- K = Bahngeschwindigkeit des Kerns $\times \sin i$,
- α = Verhältnis von Massen des Kerns und des zurückgelassenen Schwarms, welcher für die typischen Cepheiden ungefähr ein Zehntel bis ein Dreizehntel betragen darf,
- G = Gravitationskonstante,
- a = Halbmesser der Bahn des Kerns.

Nun ist aber $KP = 2\pi a \cdot \sin i$, also erhält man

$$P^2 = \frac{1}{\frac{4}{3} \pi \rho'} \times \frac{\alpha}{1 + \alpha} \dots \dots \dots (1),$$

einen Ausdruck ganz unabhängig vom Halbmesser der Bahn des Kerns. Das entspricht der Formel ⁽²⁴⁾:

$$P^2 = \frac{1}{\frac{4}{3} \pi \rho} \dots \dots \dots (1a),$$

die die zentrale Oszillation der ersten Ordnung der Pulsationstheorie Shapleys betrifft.

Wenn man den Strahlungsdruck berücksichtigt, so muss man ρ' oder ρ durch $\rho' \gamma(m)$ bezw. $\rho \gamma(m)$ umstellen, wo $\gamma(m)$ eine gewisse Funktion

in welchem ein exzentrisch hervorgebrachter Kern eine kreisförmige Bahnbewegung macht.

Es seien O, O_1, C jeder für sich das Zentrum des Kerns, das des Schwarms und der Schwerpunkt vom ganzen System. Wenn wir um der Vereinfachung willen den Einfluss des Strahlungsdruckes, den Unterschied der Dichte der Meteoriten im von dem Kerne zu besetzenden Raume vernachlässigen, und anstatt des Kerns die Meteoriten von Dichte ρ' , welche der Kugel vom Halbmesser O_1, O entspricht, einsetzen, so ergibt sich:

der Masse bedeutet.

Wie schon durch ein blosses Ueberblicken von Gleichung (1) klar ist, kann sie ebenfalls wohl gut den Zusammenhang der Dichte der Cepheiden mit ihrer Periode auseinandersetzen.

Nach der Shapley'schen Theorie wird die Periode-Luminosität-Kurve, von (1a) ausgehend, durch die folgende Gleichung ausgedrückt^(38,51):

$$-M = \frac{10}{3} \log_{10} P + f(m) + \phi(C.I) \dots\dots\dots(2a),$$

wo $f(m)$ eine gewisse Funktion von Sternmasse des Strahlungsdruckes wegen, und $C.I$ Farbenindex bedeuten. Ebenfalls von (1) ausgehend, folgt :

$$-M = \frac{10}{3} \log_{10} P + f(m) + \phi(C.I) - \frac{5}{3} \log_{10} \left(\frac{\rho}{\rho'} \times \frac{\alpha}{1 + \alpha} \right) \dots\dots(2).$$

Da aber für gewöhnliche Cepheiden $f(m)$, $\phi(C.I)$ und $\frac{5}{3} \log_{10} \left(\frac{\rho}{\rho'} \times \frac{\alpha}{1 + \alpha} \right)$ angenähert dieselben Werte haben, so können die Gleichungen (2) und (2a) ebenso gut die betreffende Beziehung darstellen.

6. Wie wird dann bei solchem Systeme die Lichtänderung verursacht? Dar ist ja ganz selbstverständlich. Da ein Kern in einem Meteoritenschwarme umläuft, so muss der Unterschied der Niederschlagung von Meteoriten für jede Longitude der Oberfläche des Kerns stattfinden, nämlich in irgendeinem Punkte der Vorderseite wird das Niederfallen der Meteoriten Maximum sein. Dieser Ueberschuss des Meteoritenhereinfallens wird —wenigstens als eine Art Reiz wirkend— eine Helligkeitsverteilung in der Oberfläche des Kerns hervorrufen, deren Maximum auch in irgendeinem Punkte der Vorderseite liegt.

Um dieses Verhältnis zu veranschaulichen, wenn man, wie Luizet es tat, voraussetzt, dass die Vorderseite um einen konstanten Betrag heller, als die Hinterseite sei, so folgt für die Amplitude der Lichtänderung A , nach einer Reihe einiger Approximationen,

$$A = 2 \cdot 2 \times k \sin i.$$

Hier hängt die Konstante k natürlich von manchen Grössen, z. B. der Bahngeschwindigkeit, der Masse des Kerns, der Dichte des Schwarmes usw. ab. Aber wenn es hauptsächlich von der Bahngeschwindigkeit abhängt, so kann die obige Gleichung wohl die Ludendorff'sche Gesetzmässigkeit darlegen.

7. Nun scheinen die Gleichungen (1) und (2) ihres Faktors $\frac{\rho'}{\rho} \cdot \frac{1 + \alpha}{\alpha}$

wegen weiter grössere Anwendbarkeit als die der Pulsationstheorie zu besitzen, und infolgedessen verschiedene Eigenschaften bei einzelnen Cepheiden besser erklären zu können.

Um dies zu bestätigen, versuchte Prof. Shinjo eine komparative Untersuchung derjenigen 44 spektroskopischen Doppelsterne, deren $a \cdot \sin i$ (und infolgedessen Massenfunktion, die in den "Exzentriskern"- und Pulsationshypothesen keine wesentliche Bedeutung besitzt,) im allgemeinen sehr klein sind, davon abgesehen, ob sie die Cepheidenveränderungen zeigen oder nicht.

Ueber die spektroskopische Bahn von 65τ Cygni z. B. führte Paraskévopulos⁽⁶³⁾ eine eingehende Untersuchung aus und schloss, dass dies Sternsystem, als zwei separierte Komponenten aufgefasst, keineswegs haltbar sein kann; und dieser Stern bietet keine Lichtänderung dar. Wenn man seine Radialgeschwindigkeitsschwankungen auf die Pulsationen zurückzuführen sucht, so ist man gezwungen, eine sehr grosse Masse diesem Sterne zu verleihen. Aber nach der "Exzentriskern"-Theorie lässt sich die Unveränderlichkeit des Lichtes dadurch erklären, dass man nur z. B. $m\gamma = 3 \odot$ und $\alpha = \frac{1}{60}$ oder weniger hinunter vornimmt.

In derselben Weise kann man erörtern von den Sternen: R Canis majoris, Boss 2227, θ Draconis, 1 Geminorum, λ Andromedae, β Cephei, 12 Lacertae u. a.

Die "Exzentriskern"-Hypothese kann weiter sehr langperiodische Doppelsterne: α Orionis^(28,75), der sicher eine Veränderliche und zwar wahrscheinlich eine Cepheide ist, und α Scorpii⁽²⁸⁾ als eine Art oben erwähntes System darlegen. Aber wenn man solche für einen pulsierenden Körper hält, so muss man als die Masse derselben $\gamma/13$ annehmen.

Zuletzt schliesst er, dass die Cepheidenerscheinung zu den sehr häufig auf dem Wege des Lebenslaufes der Sterne stattfindenden Erscheinungen gehört, und dass solche Erscheinung sich nicht auf die gewöhnlichen Cepheiden beschränkt, vielmehr, dass einerseits die langperiodischen Veränderlichen von Typus M und andererseits einige Veränderlichen von Typus B, wie β Cephei und 12 Lacertae, auch ebenfalls denselben Erscheinungen angehören.

Schluss.

Oben habe ich die Entwicklungen der Erklärungshypothesen der Cepheidenerscheinungen nur geschichtlich dargestellt. Meines Erachtens

scheint die "Exzentrischkern"-Hypothese, vom Standpunkte der Kosmogonie aus gesehen, am rationnellsten zu sein.

Die Gedanken über die Entwicklungsgeschichte der Sterne von Russell und von Eddington sind heute keinem Zweifel mehr unterzogen. Was im Lebensverlauf der Sterne die grössten Rollen spielt, muss natürlich die ausserordentliche Energiestrahlung und die Rotation sein. Wenngleich die Rotation des Himmelskörpers bis jetzt als von etwas geringerem Gewichte gegolten hat, hat man meines Erachtens in der Tat sie für sehr wichtig zu halten, und zwar scheint es selbstverständlich, wenn man einmal den Ursprung des Doppelsternsystems berücksichtigt.

Was die Strahlung betrifft, so scheint die Theorie des Strahlungsgleichgewichtes von Eddington diese Frage im wesentlichen gelöst zu haben; während das Cepheidenproblem und die Irregularitäten der Veränderlichen vom β Lyrae-Typus usw. imstande sein mögen, einen Schlüssel des Problemes in bezug auf die Sternrotation zu geben. Eingehendere Untersuchungen über die Zustände der Cepheiden als oben erwähnte Systeme vom theoretischen Standpunkte, dynamisch und physikalisch, aus sind also für sich allein sehr interessant.

Am Ende sage ich Herrn Prof. Shinjo herzlichen Dank dafür, dass er in bezug auf diese Abhandlung mir viele freundliche Bemerkungen gegeben hat.

Kyoto Universitäts-Sternwarte

März, 1924.

LITERATURVERZEICHNIS.

- (1) A. Bélopolsky, The spektrum of δ Cephei, Ap. J. **1** (1894), 160.
- (2) A. W. Roberts, Close binary systems and their relation to short period variations, Ap. J. **2** (1895), 283.
- (3) L. A. Eddie, The short period variable δ Cephei, Ap. J. **3** (1895), 227.
- (4) R. H. Curtiss, Application to a study of the variable star W Sagittarii, Ap. J. **20** (1904), 149.
- (5) A. Wilkens, Photographische-photometrische Untersuchungen, A. N. **172** (1906), 305.
- (6) S. Albrecht, A spectrographic study of the fourth-class variable stars Y Ophiuchi and T Vulpeculae, Ap. J. **25** (1907), 330.
- (7) F. H. Loud, A suggestion toward the explanation of short-period variability, Ap. J. **26** (1907), 369.
- (8) H. S. Leavitt, 1777 variables in the Magellanic clouds, Annals H. C. O. **60** (1908), 87.
- (9) J. C. Duncan, The orbits of the Cepheid variables Y Sagittarii and RT Aurigae etc. L. O. B. **5** (1908), 87.

Ueber die Erklärungshypothesen der Cepheidenerscheinung. 127

- (10) E. Hertzsprung, Ueber die Sterne der Unterabteilungen c und ac nach der Spektralklassifikation von A. C. Maury, A. N. **179** (1908), 373.
- (11) F. R. Moulton, On certain implications of possible changes in the form and dimensions of the sun, and some suggestions toward explaining certain phenomena of variable stars, Ap. J. **29** (1909), 257.
- (12) P. Guthnick, Ueber die Antalgolsterne ST Virginis und ST Ophiuchi, A. N. **179** (1909), 181.
- (13) T. J. J. See, Evolution of stellar systems, II (1910).
- (14) R. E. DeLury, Convection and stellar variation, Transaction of R. S. Canada, III Sec. III (1910), 228.
- (15) W. W. Campbell, Second catalogue of spectroscopic binary stars, L. O. B. **6** (1910), 51.
- (16) H. Ludendorff, Zur Statistik der spektroskopischen Doppelsterne, A. N. **184** (1910), 373.
- (17) M. Luizet, Les Céphéides, Lyon (1912).
- (18) H. Ludendorff, Ueber eine Beziehung zwischen den Amplituden der Helligkeit und der Radialgeschwindigkeit bei den δ Cephei-Sternen, A. N. **193** (1913), 301.
- (19) H. C. Plummer, Note on variable stars of cluster type, M. N. **73** (1913), 652.
- (20) " " " Note on the orbit of ζ Geminorum, M. N. **73** (1913), 661.
- (21) C. C. Kiess, The cluster variable RR Lyrae, L. O. B. **7** (1913), 142.
- (22) H. N. Russell, Real brightness of variable stars, Science **37** (1913), 651.
- (23) E. Hertzsprung, Ueber die räumliche Verteilung der Veränderlichen vom δ Cephei-Typus, A. N. **196** (1914), 201.
- (24) H. Shapley, On the nature and cause of Cepheid variation, Ap. J. **40** (1914), 448.
- (25) C. Martin and H. C. Plummer, On the short period variable RR Lyrae, M. N. **75** (1915), 566.
- (26) C. D. Perrine, Some orbital characteristics of the Cepheid Geminid variables and a suggested explanation of the cause of their light-variations, Ap. J. **41** (1915), 307.
- (27) H. Shapley, On the changes in the spectrum, period and light curve of the Cepheid variable RR Lyrae, Ap. J. **43** (1916), 217.
- (28) J. Lunt, On the orbits of spectroscopic binaries α Orionis and α Scorpii, Ap. J. **44** (1916), 250.
- (29) H. Shapley, The variations in spectral type of twenty Cepheid variables, Ap. J. **44** (1916), 273.
- (30) H. Ludendorff, Untersuchungen über die δ Cephei- und ζ Geminorum-Sterne, A. N. **203** (1917), 361.
- (31) A. S. Eddington, On the radiative equilibrium of the stars, M. N. **77** (1917), 16, 596.
- (32) P. Guthnick, Uebersicht über die Ergebnisse lichtelektrischer Messungen 1914-17, A. N. **205** (1918), 97.
- (33) E. Hertzsprung, Photographische Helligkeitsmessungen von S Sagittae, A. N. **205** (1918), 281.
- (34) S. Shinjo and Y. Watanabe, On the rotation of celestial bodies, Mem. Col. Sci. Kyoto Imp. University, **3** (1918), 299.
- (35) H. Shapley, On the determination of the distances of globular clusters, Ap. J. **48** (1918), 89.
- (36) F. H. Seares and H. Shapley, The variation in light and color of RS Boötis, Ap. J. **48** (1918), 214.
- (37) H. Shapley, Luminosities and distances of 139 Cepheid variables, Ap. J. **48** (1918), 279.
- (38) " " The notes on Cepheid variation, Ap. J. **49** (1919), 24.

- (39) H. Shapley, A critical magnitude in the sequence of stellar luminosities, *Ap. J.* **49** (1919), 96.
- (40) A. J. F. Henroteau, On a simplification of Luizet's method for obtaining the orbit of a Cepheid variable from its light curve, *A. J.* **52** (1919), 57.
- (41) A. S. Eddington, On the pulsations of a gaseous star and the problem of the Cepheid variables, *M. N.* **79** (1919), 2, 177.
- (42) C. D. Perrine, On the cause of Cepheid variation, *Ap. J.* **50** (1919), 81.
- (43) F. C. Jordan, The color-change of certain variable stars of short period, *Ap. J.* **50** (1919), 174.
- (44) J. H. Jeans, The problem of the Cepheid variables, *Observatory*, **42** (1919), 88.
- (45) P. Guthnick, Die Lichtkurve von δ Cephei nach lichtelektrischen Messungen, *A. N.* **208** (1919), 167.
- (46) " " Betrachtung zu δ Cephei-Problem, *A. N.* **208** (1919), 171.
- (47) " " Veränderlichkeit von 12 Lacertae, *A. N.* **208** (1919), 219.
- (48) " " Künstliche Lichtkurven, *A. N.* **209** (1919), 1.
- (49) J. G. Hagen, Das Blinksternproblem, *A. N.* **209** (1919), 33.
- (50) H. Ludendorff, Zur Statistik der δ Cephei-Sterne, *A. N.* **209** (1919), 217.
- (51) H. Shapley, Miscellaneous results, *Ap. J.* **52** (1920), 73.
- (52) E. Hertzsprung, Bearbeitung der J. F. J. Schmidt'schen Beobachtungen und Bestimmung der Periode von δ Cephei, *A. N.* **210** (1920), 17.
- (53) C. F. Bottlinger, Ueber das δ Cephei-Problem, *A. N.* **210** (1920), 32.
- (54) J. Hellerich, Ableitung spektroskopischer Bahnelemente für S Sagittae und SU Cygni, *A. N.* **210** (1920), 65.
- (55) H. Vogt, Masse- und Dichte-Verhältnis bei Doppelsternveränderlichen, *A. N.* **211** (1920), 124.
- (56) J. G. Hagen, Unbekannte δ Cephei und ζ Geminorum Sterne, *A. N.* **211** (1920), 147.
- (57) " " " Das Sternsystem unserer Sonne, *A. N.* **211** (1920), 367.
- (58) P. Guthnick, Vorläufige verbesserte Elemente von ζ Geminorum, *A. N.* **211** (1920), 389.
- (59) H. C. Plummer, On the nature of short-period variables, *M. N.* **80** (1920), 496.
- (60) J. G. Hagen, Geometrische und physikalische Erklärungsversuche des Blinksternproblems, *A. N.* **211** (1920), 413.
- (61) R. K. Young, The calcium lines H and K in early type stars, *J. R. A. S. Canada*, **14** (1920), 389.
- (62) P. Guthnick, Die Kultur der Gegenwart, *Astronomie*, Leipzig (1921), S. 435.
- (63) J. S. Paraskévopoulos, The orbit of the short-period spectroscopic binary 65 τ Cygni, *Ap. J.* **53** (1921), 144.
- (64) S. Albrecht, Wave-lengths and periodic changes of spectral type in the variable star ι Carinae, *Ap. J.* **54** (1921), 161.
- (65) H. Ludendorff, Ueber die Aenderung der Periode von δ Cephei nach den Beobachtungen von Schwerd, *A. N.* **212** (1921), 184.
- (66) H. Vogt, Das Problem der δ Cephei-Veränderlichen, *A. N.* **212** (1921), 473.
- (67) P. Guthnick, Einige Beobachtungstatsachen zum δ Cephei-Problem, *A. N. Jubi. Nr.* (1921), 10.
- (68) A. A. Nijland, Bemerkungen zu dem Cepheiden-Problem, *A. N. Jubi. Nr.* (1921), 28.
- (69) A. S. Eddington, Das Strahlungsgleichgewicht der Sterne, *Zeitschr. f. Physik*, **7** (1921), 351.
- (70) C. C. Wylie, The Cepheid variable η Aquilae, *Ap. J.* **56** (1922), 217.
- (71) J. C. Duncan, Changes in the spectrographic elements of Y Sagittarii, *Ap. J.* **56** (1922), 340.
- (72) A. Pannekoek, Zur Doppelstern-Theorie der δ Cephei-Veränderlichen, *A. N.* **215** (1922), 227.

- (73) J. Hellerich, Vergleich der photometrischen und spektroskopischen Bahnelemente der δ Cephei-Veränderlichen, A. N. **215** (1922), 291.
- (74) P. Guthnick und F. Pavel, Vorläufige Ergebnisse lichtelektrischer Messungen des Jahres 1921 an Veränderlichen geringer Helligkeitsschwankungen, A. N. **215** (1922), 395.
- (75) H. Osthoff, Die Veränderlichkeit von α Orionis, A. N. **216** (1922), 187.
- (76) J. Stein, Zur Doppelsterntheorie der δ Cephei-Veränderlichen, A. N. **217** (1922), 59.
- (77) F. Nölke, Zum δ Cephei-Problem, A. N. **217** (1922), 65.
- (78) S. Shinjo, On the physical nature of Cepheid variation, Jap. J. Astron. Geophys. **1** (1922), 7.
- (79) S. Blazko, Die Veränderlichen vom δ Cephei-Typus als Verdunkelungs- veränderliche Sterne betrachtet, A. N. **218** (1923), 69.
- (80) H. D. Curtis, On Irregularities in the velocity curves of spectroscopic binaries, Proc. N. A. S. America, **9** (1923), 187.
- (81) J. Hellerich, Spektroskopische Bahnelemente von R Trianguli australis, A. N. **219** (1923), 169.