

Über die Gegentaktschaltung nach Holborn¹ zur Erzeugung kurzer Wellen

Von

W. Nakayama u. T. Watanabe

(Eingegangen am 9. Oktober, 1930)

Übersicht

Die bekannte Theorie der Drahtwellen² und die Barkhausensche Theorie der Röhrencharakteristik³ werden auf die Schwingungskreise nach Holborn angewandt und der Einklang des Resultats mit dem Experiment wird gezeigt.

Einleitung

Die Holbornsche Anordnung ist sehr geeignet dahin kurze Wellen von einigen Metern mit verhältnismässig grosser Leistung herzustellen. Wir möchten die theoretische Unterlagen hier schaffen, welche, um das Verhältnis von Wellenlänge, Konstante des Drahtsystems und Röhrencharakteristik zu wissen, erforderlich erscheinen, was aber in der Literatur bisher nicht untersucht zu sein scheint, obwohl es für die anderen Schaltungen, z. B. nach Barkhausen und Kurz⁴, Grechowa (auch Scheibe)⁵ und Gill und Morrell⁶, durchgeführt worden ist.

Theorie

Die Schaltung nach Holborn wird wie bekannt folgendermassen (Fig. 1) schematisch gezeigt. Die Anoden und Gitter der Röhren

-
1. Holborn, F.: Zeitschr. f. Phys. 6, S. 328, 1921.
 2. Abraham, M.: Enzyklopädie, V, 18. S. 519, 1904—1922.
 3. Möller, G.: Elektronenröhren, 2. Aufl. S. 24, 1922.
 4. Barkhausen u. Kurz: Phys. Zeitschr. 21, S. 1, 1920.
Scheibe: Ann. d. Phys. 73, 54—88, 1923.
 5. Grechowa: Zeitschr. f. Phys. 38, S. 621, 1926. Phys. Zeitschr. 29, S. 726, 1928.
Scheibe: Jahrb. d. drahtl. Telegr. 27, S. 1, 1926.
 6. Gill u. Morrell: Phil. Mag. 44, 161, 1922.
Pfetscher: Phys. Zeitschr. 29, S. 449, 1928.

sind je durch ein Drahtrechteck verbunden. Diese Drahtrechteck ist eine Paralleldrahtleitung, auf der durch verschiebbare Brücken beliebige Drahtlängen abgegriffen werden können. Die Gleichspannungen werden den Brückenmitten zugeführt. Bei dieser Anordnung arbeiten die Röhren im Gegentakt und die Wechselströme fließen nicht in Batterieleitungen-ABF, GB'F (Fig. 1).

Fig. 1

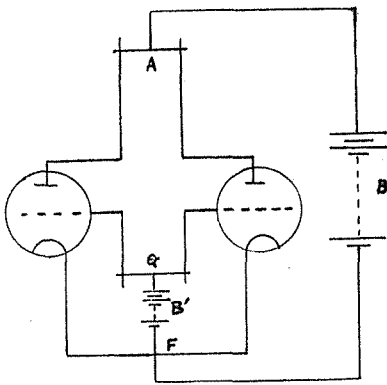
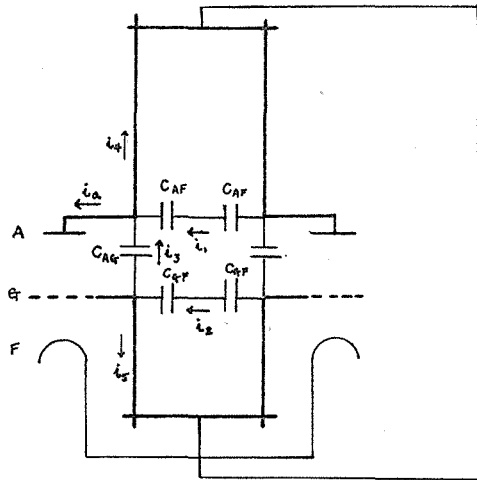


Fig. 2



Um die Formel zu erhalten, die Wellenlänge der durch diese Anordnung erregten Schwingungen zu bestimmen, müssen wir die Kapazitäten der Röhren und die verteilte Kapazität und Selbstinduktion des Paralleldrahts in Betracht ziehen. Die Kapazitäten von Anod-Gitter, Gitter-Faden und Anod-Faden werden bzw. durch C_{AG} , C_{GF} und C_{AF} bezeichnet. Nun können wir es uns so denken, als ob diese Kapazitäten wie in Fig. 2 in den Stromkreis eingeschaltet werden, weil alle Kapazitäten der Röhren mit der Fadenleitung verbunden sind. In Fig. 2 sind die Gleichspannungen als unwichtig übergegangen, da sie zu den Schwingungsgleichungen nicht beitragen.

Die in Fig. 2 eingezeichneten Pfeile geben die positiven Richtungen der Ströme in den folgenden Gleichungen an. Wenn wir mit e_a die Spannung zwischen beiden Anoden und mit e_g die Spannung zwischen beiden Gittern bezeichnen, so erhalten wir die folgenden Gleichungen:

$$(1) \quad i_1 = -\frac{C_{AF}}{2} \frac{de_a}{dt}, \quad i_2 = -\frac{C_{GF}}{2} \frac{de_g}{dt},$$

$$(2) \quad i_3 = -\frac{C_{A\gamma}}{2} \frac{d}{dt}(e_a - e_g),$$

$$(3) \quad i_1 + i_3 = i_a + i_4,$$

$$(4) \quad i_2 = i_5 + i_3.$$

Ausserdem haben wir noch die Kennliniengleichung nach Barkhausen¹

$$(5) \quad i_a = S(e_G + D e_A),$$

wobei e_G , e_A die Spannungen bzw. des Gitters und der Anode bezüglich des Fadens und S , D bzw. die Steilheit und den Durchgriff der Röhren bezeichnen. Man kann aber jetzt die oben e_a und e_g benannten Spannungen zwischen den beiden Anoden und beiden Gittern bzw. $2e_A$ und $2e_G$ gleichsetzen. Also lautet die Gleichung (5)

$$(6) \quad i_a = S\left(\frac{e_g}{2} + D \frac{e_a}{2}\right).$$

Die Gleichungen (1).....(4) und (6), mit den Abkürzungen

$$(7) \quad C_1 = C_{A\gamma}/2, \quad C_2 = C_{G\gamma}/2, \quad C_3 = C_{A\delta}/2, \quad S' = S/2$$

liefern die folgenden:

$$(8) \quad i_4 = -(C_1 + C_3) \frac{d e_a}{dt} - S' D e_a + C_3 \frac{d e_g}{dt} - S' e_g,$$

$$(9) \quad i_5 = C_3 \frac{d e_a}{dt} - (C_2 + C_3) \frac{d e_g}{dt}.$$

Es sei hier bemerkt, dass i_4 und i_5 die an den nicht angeschlossenen Enden der Paralleldrähte der Anoden- und Gitter-Leitung fließenden Ströme sind. Andererseits sind, wenn die rein harmonischen Schwingungsvorgänge vorausgesetzt werden, nach der einfachen Theorie des Paralleldrachtsystems² die in der positiven und negativen X-Richtung fortschreitenden Ladungswellen bzw. durch $a' e^{j\omega(t - \frac{x}{v})}$ und $a'' e^{j\omega(t + \frac{x}{v})}$ angegeben, wo ω die Kreisfrequenz und v die Geschwindigkeit der Wellen sind; die Spannungsverteilung längs der Paralleldrähte ist

$$(10) \quad \Phi = \frac{I}{K} \left[a' e^{j\omega(t - \frac{x}{v})} + a'' e^{j\omega(t + \frac{x}{v})} \right]$$

und die Stromverteilung

1. Möller, G.: Elektronenröhren, 2. Aufl. a. a. O.
2. Abraham, M.: Enzyklopädie, V, 18. a. a. O.

$$(11) \quad J = v \left[\alpha' e^{j\omega(t - \frac{x}{v})} - \alpha'' e^{j\omega(t + \frac{x}{v})} \right],$$

wobei K die Kapazität der Paralleldrahtsysteme pro Längeneinheit bedeutet.

Wir wenden diesen Gleichungen auf die Anoden- und Gitter-Leitung an; dabei unterscheiden wir die Konstanten α' , α'' bezüglich der Anoden- und Gitter-Leitung durch die Indices α , g .

Nun ist erst am Ende der Anodenleitung ($X=0$, d. h. am nicht angeschlossenen Ende) die Spannung Φ gleich e_a und der Strom J gleich i_4 zu setzen. So hat man aus (8), (10) und (11) die Gleichungen

$$(12') \quad \frac{1}{K} (\alpha'_a + \alpha''_a) e^{j\omega t} = e_a,$$

$$(13') \quad v(\alpha'_a - \alpha''_a) e^{j\omega t} = -(C_1 + C_3) \frac{de_a}{dt} - S' D e_a + C_3 \frac{de_g}{dt} - S' e_g.$$

Unter der Annahme der rein harmonischen Schwingungsvorgänge setzen wir an:

$$e_a = E_a e^{j\omega t}, \quad e_g = E_g e^{j\omega t},$$

dann folgen aus (12') und (13') die Beziehungen

$$(12) \quad \alpha'_a + \alpha''_a = K E_a,$$

$$(13) \quad \alpha'_a - \alpha''_a = -\frac{S'}{v} (D E_a + E_g) - j \frac{\omega}{v} \left\{ (C_1 + C_3) E_a - C_3 E_g \right\}.$$

Es wird also von diesen:

$$(14) \quad \alpha'_a = \frac{K E_a - \frac{S'}{v} (D E_a + E_g) - j \frac{\omega}{v} \left\{ (C_1 + C_3) E_a - C_3 E_g \right\}}{2},$$

$$(15) \quad \alpha''_a = \frac{K E_a + \frac{S'}{v} (D E_a + E_g) + j \frac{\omega}{v} \left\{ (C_1 + C_3) E_a - C_3 E_g \right\}}{2}.$$

Bei dem Gitterkreis ist die Spannung Φ , am Ende der Parallelleitung ($X=0$) gleich e_g und der Strom J an diesem Punkt i_5 ; sodann folgen die Beziehungen:

$$\frac{1}{K} (\alpha'_g + \alpha''_g) e^{j\omega t} = e_g,$$

$$v(\alpha'_g - \alpha''_g) e^{j\omega t} = C_3 \frac{de_a}{dt} - (C_2 + C_3) \frac{de_g}{dt}$$

d. h.

$$a'_g + a''_g = KE_g,$$

$$a'_g - a''_g = \frac{\omega}{v} j \left\{ C_3 E_a - (C_2 + C_3) E_g \right\}.$$

Aus diesen ergeben sich :

$$(16) \quad a'_g = \frac{KE_g + j \frac{\omega}{v} \left\{ C_3 E_a - (C_2 + C_3) E_g \right\}}{2},$$

$$(17) \quad a''_g = \frac{KE_g - j \frac{\omega}{v} \left\{ C_3 E_a - (C_2 + C_3) E_g \right\}}{2}.$$

Weiter denken wir uns die Bedingungen an den anderen Enden der Anoden- und Gitter-Leitung : am anderen Ende der Anodenleitung ($X=l$) soll die Spannung Φ Null sein, denn die Paralleldrähte sind da durch die Brücke kurzgeschlossen und es ist auch die Spannung am anderen Ende der Gitterleitung ($X=l'$) wie bei der Anodenleitung gleich Null. Darauf bekommt man die Beziehungen :

$$\frac{1}{K} \left(a'_a e^{-j \frac{\omega}{v} l} + a''_a e^{j \frac{\omega}{v} l} \right) e^{j \omega t} = 0,$$

$$\frac{1}{K} \left(a'_g e^{-j \frac{\omega}{v} l'} + a''_g e^{j \frac{\omega}{v} l'} \right) e^{j \omega t} = 0.$$

Nunmehr die Werte (14).....(17) in diese Gleichungen einführend erhalten wir die Relation :

$$(18) \quad KE_a \cos \frac{\omega}{v} l + j \left[\frac{S'}{v} (DE_a + E_g) + j \frac{\omega}{v} \left\{ (C_1 + C_3) E_a - C_3 E_g \right\} \right] \sin \frac{\omega}{v} l = 0,$$

$$(19) \quad KE_g \cos \frac{\omega}{v} l' + \frac{\omega}{v} \left\{ C_3 E_a - (C_2 + C_3) E_g \right\} \sin \frac{\omega}{v} l' = 0.$$

Aus (19) folgt

$$(20) \quad \frac{E_a}{E_g} = \frac{-K \cos \frac{\omega}{v} l' + \frac{\omega}{v} (C_2 + C_3) \sin \frac{\omega}{v} l'}{\frac{\omega}{v} C_3 \sin \frac{\omega}{v} l'}.$$

Durch Einsetzen dieses Wertes (20) geht (18) in die Form

$$\begin{aligned}
 & K \cos \frac{\omega}{v} l - \frac{\omega}{v} \left\{ (C_1 + C_3) - C_3 \right. \\
 & \quad \left. \frac{\frac{\omega}{v} C_3 \sin \frac{\omega}{v} l'}{-K \cos \frac{\omega}{v} l' + \frac{\omega}{v} (C_2 + C_3) \sin \frac{\omega}{v} l'} \right\} \sin \frac{\omega}{v} l \\
 & + j \frac{S'}{v} \left\{ D + \frac{\frac{\omega}{v} C_3 \sin \frac{\omega}{v} l'}{-K \cos \frac{\omega}{v} l' + \frac{\omega}{v} (C_2 + C_3) \sin \frac{\omega}{v} l'} \right\} \\
 & \sin \frac{\omega}{v} l = 0
 \end{aligned}$$

über. Damit es dieser identischen Gleichung immer genügt, müssen die Reellen- und Imaginären-Teile einzeln gleich Null sein;

$$\begin{aligned}
 & K \cos \frac{\omega}{v} l - \frac{\omega}{v} \left\{ (C_1 + C_3) - C_3 \right. \\
 & \quad \left. \frac{\frac{\omega}{v} C_3 \sin \frac{\omega}{v} l'}{-K \cos \frac{\omega}{v} l' + \frac{\omega}{v} (C_2 + C_3) \sin \frac{\omega}{v} l'} \right\} \sin \frac{\omega}{v} l = 0, \\
 & D + \frac{\frac{\omega}{v} C_3 \sin \frac{\omega}{v} l'}{-K \cos \frac{\omega}{v} l' + \frac{\omega}{v} (C_2 + C_3) \sin \frac{\omega}{v} l'} = 0.
 \end{aligned}$$

Setzen wir die letztere in die erstere ein, so erhalten wir

$$K \cos \frac{\omega}{v} l - \frac{\omega}{v} (C_1 + C_3 + D C_3) \sin \frac{\omega}{v} l = 0$$

d. h.

$$(21) \quad \frac{\omega}{v} \tan \frac{\omega}{v} l = \frac{K}{C_1 + C_3(D + i)}$$

Diese Gleichung ist die Formel, welche die Kreisfrequenz be-

stimmt: $\frac{\omega}{v}$ ist nahezu gleich $\frac{2\pi}{\lambda}$, weil v nahezu gleich der Lichtgeschwindigkeit $c = n\lambda$ ist, wobei n die Schwingungszahl und λ die Wellenlänge bedeutet. So lässt (21) auch in der Form

$$(22) \quad \frac{2\pi}{\lambda} \tan \frac{2\pi}{\lambda} l = \frac{K}{C_1 + C_3(D+1)}$$

sich ausdrücken. Die Gleichung (22) ist ganz analog zu derjenigen, auf welche die Theorie der Drahtwellen beim Falle des Paralleldrahtsystems mit dem Kondensator am Ende¹ führt; die Röhren wirken auf die Anodenleitung ein, als ob sie ein Kondensator von der Kapazität $C_1 + C_3(D+1)$ wäre.

Vergleich der Ergebnisse mit den Experimenten

Nun wollen wir zeigen, dass dieses Resultat mit den Experimenten sowohl nach Holborn als nach uns im Einklang steht. Deswegen haben wir die Werte $\frac{2\pi}{\lambda} \tan \frac{2\pi}{\lambda} l$ aus den Beobachtungswerten in beiden Fällen gerechnet und bzw. in den folgenden Tabellen angeordnet:

Tabelle I (bei Holborn²)

Wellenlänge λ in cm.	Länge der		die Werte
	Anodenleitung l in cm.	Gitterleitung l' in cm.	$\frac{2\pi}{\lambda} \tan \frac{2\pi}{\lambda} l$
346	30	15	0.011
387	40	15	0.012
437	50	16	0.013
474	60	16	0.014
515	70	19	0.014
520	70	25	0.014
540	74	24.5	0.014

Die Röhren, Telefunken, R. S. 5C II, 90 mA Emission.

1. Abraham, M.: Enzyklopädie, a. a. O.
2. Holborn, F.: Zeitschr. f. Phys. a. a. O.

Tabelle II (bei uns¹)

λ	l	l'	$\frac{2\pi}{\lambda} \tan \frac{2\pi}{\lambda} l$
420	35	18,5	0.010
432	40	18,5	0.010
463	45	25,5	0.010
478	50	25,5	0.011
494	55	25,5	0.012
500	60	25,5	0.012

Die Röhren, Telefunken, R. S. 55 I, 90 mA Emission.

Aus diesen Tabellen ist es ersichtlich, dass die Werte von $\frac{2\pi}{\lambda} \tan \frac{2\pi}{\lambda} l$ überhaupt, ausser in wenigen Abweichungen in der kleineren Wellenlänge als konstant sich verhalten. Die konstanten Werte sind, wie die Formel (22) zeigt, durch die Kapazität pro Längeneinheit der Anodenleitung und Röhrenkonstanten bestimmt. Die Theorie des Paralleldrahtsystems verlangt dass die Länge des Drahtsystems gegen die Dicke und die Breite der beiden Drähte lang genug ist. Aber in den beiden Anordnungen nach Holborn und nach uns wird die Länge des Drahtsystems mit der kleiner werdenden Wellenlänge verkleinert, während die Breite der Drähte konstant bleibt. So kann man die Abweichungen in der kleineren Wellenlänge voraussehen.

Übrigens ist es bemerkenswert zu beachten, dass die konstanten Werte $\frac{K}{C_1 + C_3(D+1)}$ in der kürzeren Wellenlänge kleiner erscheinen. Das wird aber mit der folgenden Überlegung leicht erklärt: die Spannung zwischen den beiden Anoden lässt den Strom durch die Kathodenleitung, welche in der Anordnung verhältnismässig kurz ist, umsomehr durchfliessen, je höher die Frequenz, und dann je grösser der in der Anodenleitung liegende Scheinwiderstand ist. Infolgedessen wird die scheinbare Kapazität $C_1 + C_3(D+1)$ vergrössert. Ferner wurde in der Theorie der Strom als quasistationär angenom-

1. Es ist besonders bei unserer Anordnung berücksichtigt, dass die Strömungen in den Anoden- und Gitter-Leitungen einander nicht beeinflussen sollen, was in der Theorie angenommen wurde: die Paralleldrahtsysteme bestanden, wie bei Holborn, aus 3mm. Durchmesser mit einem Abstand von 5cm.; es scheint also uns, dass die Anordnungen der Parallellleitungen und die Röhren bei beiden Fällen ganz ähnlich sind.

men. Indessen ist die Frequenz der erzeugten Schwingungen sehr gross. So muss man von der Kapazität des Drahtsystems den Skineffekt in Betracht ziehen. Der Skineffekt wirkt dahin mit den verkleinerten Wellenlängen die Kapazität K zu vermindern. Folglich ist es ganz klar, dass die konstanten Werte $\frac{K}{C_1 + C_3(D+1)}$ in der kürzeren Wellenlänge kleiner werden.

Nun ist in unserer Theorie die induktive Koppelung zwischen der Anoden- und Gitter-Leitung ganz ausser Acht gelassen. Wir haben also bemerkungsweise beizufügen, dass das Ergebnis bei den Anordnungen, wobei der Koppelungseffekt schwächer ist, gut anwendbar ist.

Es ist uns ein Bedürfnis, unseren verehrten Lehrer, Herrn Professor Dr. K. Tamaki, zu danken, der das Gelingen der vorstehenden Arbeit ermöglicht hat.
