

# Sur le Dispersement et l'Écart Moyen de l'Écoulement des Eaux Souterraines

## I Expériences avec un Modèle de Laboratoire

par

Kiugoro Kitagawa

(Reçu le 8 Janvier 1934)

---

### Sommaire

Dans une précédente Note<sup>1</sup>, on a introduit l'idée du dispersement de l'eau courant à travers le sol et calculé l'écart moyen de l'écoulement et du circuit moyen parcouru par des eaux souterraines, supposant que le sous-sol se compose des sables.

Depuis lors on a fait construire un appareil de laboratoire, avec lequel écart et circuit ont été mesurés. On en voit ainsi que ce dispersement prend, comme l'on s'y attendait, l'importance, et il est de plusieurs dizaines fois à plusieurs centaines fois plus grand que celui qui est causé simplement par la diffusion liquide. En conséquence, il faut remarquer, que ce problème est dans l'hydraulique très important, en examinant le long du circuit parcouru par des eaux souterraines leur vraie nature.

Voici quelques résultats de ces expériences conformant à notre précédente hypothèse.

### § Description de l'Appareil et des Expériences

L'appareil que l'on a employé au Laboratoire pour mesurer les écarts de l'écoulement des eaux dans les sables, est représenté en perspective dans la figure ci-jointe (Fig. 1).

Il est constitué par :

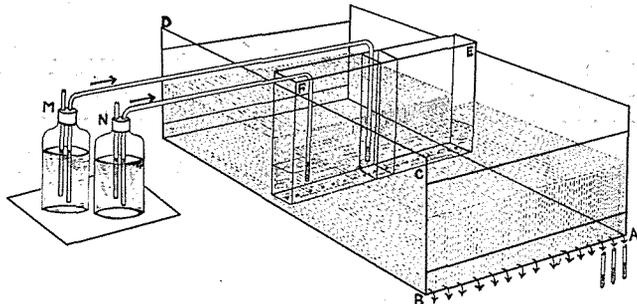
une boîte en bois,  $AB=76$  cm  $BC=30$  cm  $CD=150$  cm, qui contient des grains de sables de 0.26 mm de diamètre moyen et une caisse EF en feuille métallique, de 76 cm  $\times$  30 cm  $\times$  5.5 cm,

la caisse, qui a en bas une ligne de 59 petites ouvertures de 2 mm de diamètre à intervalles réguliers de un cm, reçoit par N de l'eau

---

<sup>1</sup> K. Kitagawa, Théorie de l'écoulement des eaux souterraines, ce mémoire, A, 15, 203 (1932)

Fig. 1



douce et par M de l'eau salée, puis verse celle-ci dans les sables par une ouverture spéciale située au milieu de la ligne des ouvertures, et celle-là par le reste des ouvertures,

deux vases N et M de Mariotte qui régularisent à la même hauteur les niveaux d'eau douce et d'eau salée dans la caisse EF.

Au cours des expériences, on a, après leur montage, eu la précaution de conserver un débit régulier, à peu près constant, compris entre plusieurs centimètres et plusieurs dizaines de centimètres par heure, la température des eaux variant de  $20^{\circ}\text{C}$  à  $27^{\circ}\text{C}$ .

On puise en AB de l'eau courant à travers le sable, et on évalue par l'emploi du nitrate d'argent sa salinité, démontrant ainsi les écarts de l'écoulement.

La distance entre la ligne des petites ouvertures et le bord AB est en moyenne égale à  $x = 45$  cm.

### § Données Expérimentales et leur Conclusion

Voici les résultats qui se déduisent des expériences.

Le tableau 1 fournit les séries des concentrations de salinité de l'eau puisée aux 15 positions divisant le bord AB en 14 intervalles égaux à

$$h = \frac{76}{15 - 1} \approx 5,5 \text{ cm,}$$

et représentées par les chiffres écrits dans la première colonne.

En cherchant l'ajustement par la méthode des moments, d'après M. K. Pearson, on obtiendra la distribution de fréquence moyenne  $\alpha$  et l'écart type  $\sigma$  des probabilité :

Tableau 1

Positions	I cas	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	Moyenne $\equiv y$	$\Sigma y$	$\Sigma^2 y$
1 (A)	0%	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	2	2	1	0	1	100 $\equiv S_0$	
2	0	0	1	0	0	1	2	1	0	0	0	3	11	1	0	1	99	693 $\equiv S_1$
3	2	1	2	1	1	1	2	1	0	0	2	9	19	1	2	3	98	594
4	2	1	3	1	1	3	3	1	1	1	4	18	22	2	5	5	95	496
5	2	1	7	2	1	4	7	2	2	1	10	24	21	5	13	7	90	401
6	9	5	16	3	2	10	13	3	2	1	13	24	17	19	18	10	83	311
7	23	36	28	4	3	19	29	8	2	2	16	18	6	21	22	16	73	228
8 (Milieu)	26	38	19	11	5	18	32	25	5	5	16	2	1	27	24	17	57	155
9	26	8	13	18	15	18	6	25	15	20	13	0	1	9	15	13	40	98
10	6	4	5	19	21	13	2	20	24	23	10	0	0	4	1	10	27	58
11	2	3	2	17	23	7	1	10	22	25	8	0	0	3	0	8	17	31
12	2	2	1	14	16	5	1	1	16	15	4	0	0	3	0	5	9	14
13	0	1	1	7	9	2	1	1	9	6	2	0	0	2	0	3	4	5
14	0	0	1	2	2	1	0	1	2	1	1	0	0	1	0	1	1	1
15 (B)	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
																	3085 $\equiv S_2$	

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{S_1}{S_0} + r \doteq 7.9 k \\ \sigma &= \left[ 2 \frac{S_2}{S_0} - \frac{S_1}{S_0} - \left( \frac{S_1}{S_0} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \doteq 2.7 k \doteq 1.5 \text{ cm}, \end{aligned} \right\} (1)$$

$r$  désignant la position A dans le tableau 1, c'est-à-dire un. Les valeurs numériques de  $a$  et  $\sigma$  ne sont pas dûes à la diffusion liquide dont la vitesse  $v$  est comparativement négligeable. Déduisons, pour l'expliquer, une formule rapportée à cette vitesse de la loi de Fick :

$$v = - \frac{D}{C} \frac{dC}{dx} \frac{\text{cm}}{\text{Jour}} \dots\dots\dots(2)$$

en appelant  $D$  le coefficient de diffusion,  $C$  la concentration de solution, et  $\frac{dC}{dx}$  le gradient de celle-ci.

On pourra comme maximum évaluer :

$$v \doteq 0.5 \frac{\text{cm}}{\text{Jour}}$$

parce que  $D = 1$  au plus<sup>1</sup>, et  $-\frac{1}{C} \frac{dC}{dx} = \frac{1}{1} \times \frac{1}{5.5}$  dans notre cas.

Cette valeur numériquement calculée conforme aux expériences de M. T. Nomitsu<sup>2</sup>. Pendant la durée que met l'eau courant à travers le sable à marcher de la ligne des petites ouvertures au bord AB, la diffusion liquide se disperse à des petites distances, de l'ordre de 0.01 et 0.1 cm, qui n'ont aucun rapport avec notre dispersement causé par l'eau courant à travers le sable. En conséquence, notre dispersement prend l'importance considérable, en étudiant l'hydraulique appliquée.

Or on peut déterminer la distribution de fréquence normale sous la forme suivante :

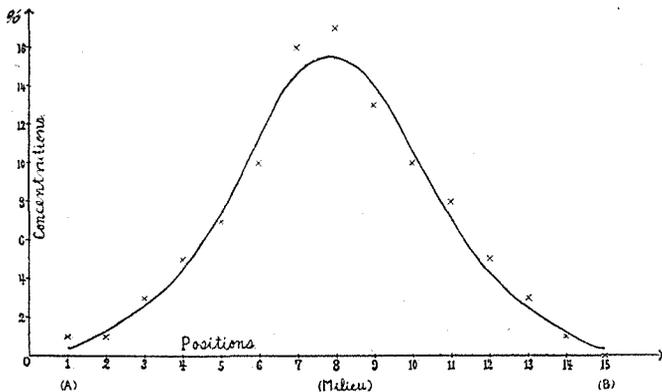
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}} \dots\dots\dots(3)$$

Comme la figure 2 démontre, les variations de concentration se confondent avec les écarts d'écoulement des eaux.

1 MM. Landolt, Phys. chem. Tabellen, 1, 247 (1923)

2 MM. T. Nomitsu, Y. Toyohara et R. Kamimoto, On the contact surface of fresh and salt-water under the ground near a sandy sea-shore, ce mémoire, A, 10, 301 (1927)

Fig. 2



Maintenant d'une part, on aura, dans ce cas, de (1) l'écart moyen  $\eta_1$  et le circuit moyen parcouru  $s_1$  :

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= \sigma \sqrt{\frac{2}{\pi}} \doteq 12 \text{ cm,} \\ s_1 &= \sqrt{x^2 + \eta_1^2} = x \sqrt{1 + \frac{2}{\pi} \frac{\sigma^2}{x^2}} \doteq 47 \text{ cm,} \end{aligned} \right\} \dots\dots(4)$$

D'autre part on déduira de la formule théorique<sup>1</sup> :

$$\left. \begin{aligned} \eta &= x \sqrt{\frac{2}{\pi}} \doteq 36 \text{ cm,} \\ s &= \sqrt{x^2 + \eta^2} \doteq 58 \text{ cm,} \end{aligned} \right\} \dots\dots(5)$$

en posant  $x = 45$  cm.

Il vient en conséquence :

$$\frac{s_1}{s} = 0.81 \dots\dots\dots(6)$$

On voit ainsi que la valeur expérimentale du circuit moyen parcouru est de 81% de celle qui se déduit de notre théorie. Quelles sont les causes qui peuvent expliquer la déviation des résultats déduits théoriquement de ceux obtenus par expérience? Pour répondre à cette question, il faut remarquer que deux paramètres d'une courbe caractéristique,  $a$  pour la position de l'axe de symétrie,  $\sigma$  pour l'étalement, sont à chaque fois variables, dépendant des conditions expérimentales.

<sup>1</sup> K. Kitagawa, loc. cit.

c'est-à-dire de l'état du sable, suivant qu'il a été recueilli après l'échange, ou simplement à la pelle...etc. (Tableau 1).

S'il en est vraiment ainsi, et si l'on répète l'expérience un très grand nombre de fois, les valeurs expérimentales d'écart moyen et de circuit moyen parcouru tendront respectivement vers celles qui se déduisent de notre théorie.

Je tiens, en terminant, à remercier M. le professeur T. Nomitsu qui, au cours de nombreux entretiens, m'a laissé profiter de ses conseils et de ses critiques.

Je remercie également la Fondation Nippon-Gakujutu-Sinkokai dont la subvention m'a été très précieuse pour ce travail.