

Einige Eigenschaften des Erdbodens für elektrischen Gleichstrom

von Keizo Sibata

(Eingegangen am 3. Juli 1936)

Übersicht

Vom elementaren elektrodynamischen Standpunkt wird hierin untersucht, wie sich der Erdboden für Gleichstrom verhält. Einfachere Vorstellungen erklären die Beobachtungen. Daraus folgt ein Hinweis auf die Erforschung des Untergrundes.

§ 1. Einleitung

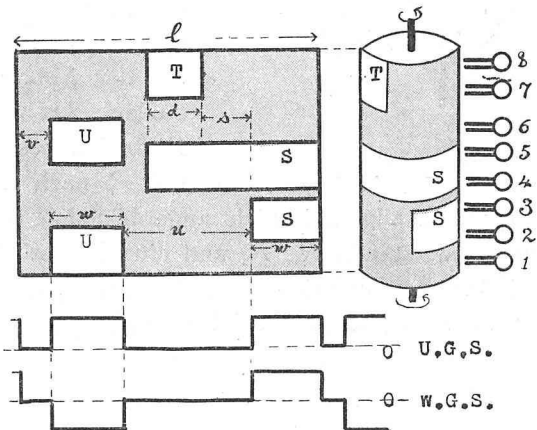
Wendet man die elektrische Spannung auf zwei Punkte der Erdoberfläche an, so beobachtet man, dass nach der Wegnahme der Spannungsquelle die Potentialdifferenz zwischen zwei beliebigen Punkten der Erdoberfläche, je nach der Spannungsrichtung, höher oder niedriger ist als das sogenannte natürliche Oberflächenpotential. Diese Potentialerhöhung oder -Erniedrigung (P_s) wird als die algebraische Summe des Polarisationspotentials (P_m) der innerhalb des Erdbodens enthaltenen elektrolytischen Materie und des vom Erdboden selbst herrührenden Potentials (P_e) angesehen, d. h.

$$P_s = P_m + P_e \dots\dots\dots (1)$$

Diese Potentialdifferenz hält aber nicht lange an. Deshalb muss sie bald nach der Wegnahme der Spannungsquelle gemessen werden. Dazu stellten wir einen besonderen Unterbrecher

Abb. 1.

her, der auf der Abb. 1 dargestellt ist. (Der dunkle Teil in der Abb. bedeutet den Isolator.) Wenn die zwei Teile S den Kontakten 2, 3; 4, 5 berühren, dann fließt der Gleichstrom in den Erdboden durch den geräderten Elektroden, d. h. Stromelektroden, und wenn der Teil T mit 7, 8 berührt, dann wird der



Potentiometerkreis durch den anderen geerdeten Elektroden, d. h. Potentialelektroden, geschlossen; wenn die zwei Teile U mit 1, 2; 5, 6 berühren, dann fließt wiederum der Gleichstrom in den Erdboden. Falls es die Umstände erfordern, kann man mittels des, dem Unterbrecher angeschlossenen Kommutator die Richtungen beider Gleichströme umkehren, die während der Berührung der Teile S und der Teile U mit den entsprechenden Kontakten in den Erdboden fließen. Ein solcher wechselnder Gleichstrom ist etwas verschieden von dem gewöhnlichen Wechselstrom, daher wollen wir diesen Strom als der Wechselnde Gleichstrom oder, der Einfachheit halber, als W. G. S. bezeichnen. Gegenüber diesem W. G. S. benennen wir den unterbrochenen Gleichstrom, dessen Richtung immer gleich ist, als der Unterbrochene Gleichstrom oder U. G. S.. Beide Arten des Stromes sind auf der Abb. 1 (unten) dargestellt. Durch diesen vorgenannten W. G. S. und U. G. S. versuchen wir, die im Erdboden auftretende Potentialdifferenz zu messen, und die Beobachtungswerte mit denen aus einfacheren Vorstellungen hervorgehenden elektrodynamischen Ergebnissen zu vergleichen. Dadurch wird ein Hinweis auf die Erforschung des Untergrundes erfasst.

§ 2. Der Einfluss der elektrischen Kapazität des Erdbodens

Wir wollen zunächst den Teil des Erdbodens betrachten, wo keine elektrolytische Materie sich befindet; mit anderen Worten, wir suchen

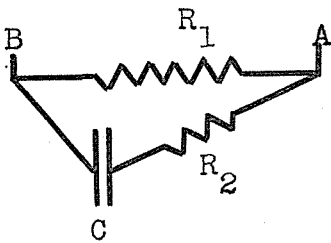


Abb. 2.

in diesem Paragraphen nur nach P_e . Nimmt man den Teil des Erdbodens zwischen zwei Stromelektroden als einen Teil des Stromkreises an und hat nur mit P_e zu tun, so kann man ihn einfach mit einem auf der Abb. 2 gezeichnete Modell darstellen. Da der Gleichstrom durch den Erdboden fließen kann und da das Potential P_e nach der Wegnahme der Span-

nungsquelle allgemein nicht augenblicklich verschwindet, so setzen wir zwei Widerstände R_1 , R_2 und eine Kapazität C ein. Zwei Punkte A und B entsprechen den geerdeten Lagen der Stromelektroden. Wenn der Versuch praktisch auf der Erdoberfläche ausgeführt wird, werden wir vier, nicht-polarisierbare Elektroden—d. h. zwei Stromelektroden und zwei Potentialelektroden,—wenn wir es dagegen mit diesem Modell zu tun haben, verbinden wir ein Paar der Drahtenden, die im praktischen

Falle gesondert an das Messinstrument angeschlossen sind, am Punkt A und das andere Paar am Punkt B.

Da die Potentialmessung nach der Nullmethode ausgeführt wird, fließt kein Strom in den Potentiometerkreis während der Berührung des Teils T mit den entsprechenden Kontakten. Der Kondensator C, der während des Berührungsintervalls der Teile S mit den Kontakten geladen ist, entladet also regelmässig, nicht gehindert durch die Potentialmessung, durch die Widerstände R_1 und R_2 fließend, von dem Zeitmoment der Trennung der Teile S von den Kontakten bis zum Zeitmoment der Berührung der Teile U mit den entsprechenden Kontakten. Daraus bekommen wir für die, im beliebigen Zeitmoment t im Entladungsintervall durch R_1 und R_2 fließende Stromstärke i folgende Gleichung:

$$(R_1 + R_2)i + \frac{1}{C} \int idt = 0 \dots\dots\dots (2).$$

Bezeichnet man mit E' das Anfangspotential des Kondensators, d. h. die Potentialdifferenz beider Kondensatorplatten zur Zeit der Trennung der Teile S von den Kontakten, dann hat man folgende Lösung für die Gleichung (2):

$$i = \frac{E'}{R_1 + R_2} e^{-\frac{t}{C(R_1 + R_2)}} \dots\dots\dots (2)_a.$$

Der gemessene Wert der Potentialdifferenz, die zwischen A und B entsteht, ist selbstverständlich das Produkt des Widerstandes R_1 mit der zwischen A und B fließenden Stromstärke i , aber die letztere dämpft nach der Gleichung (2)_a während der Teil T mit den entsprechenden Kontakten berührt. Nehmen wir ihren Zeitmittelwert als die, die Potentialdifferenz erzeugende Stromstärke an, so bekommt man für die zwischen A und B entstehende Potentialdifferenz (P'_e) folgende Beziehung:

$$P'_e = \frac{R_1}{d/nl} \int_{s/nt}^{(s+d)/nt} idt$$

$$= \frac{nl}{d} C \cdot R_1 \cdot E' e^{-\frac{s}{nlC(R_1 + R_2)}} \left\{ 1 - e^{-\frac{d}{nlC(R_1 + R_2)}} \right\}$$

..... (3),

wobei l, s, d die in der Abb. 1 bezeichneten Unterbrecherkonstanzen und n die Umdrehungszahl dieses Unterbrechers bedeuten.

Falls $R_2 = 0$, d. h. dass die Ladung des Kondensators augenblicklich stattfindet, dann ist E' gleich der zwischen A und B angewandte

Spannung E . Einige der, mit den bekannten C , R_1 und E ($R_2=0$) ausgeführten Versuchsergebnisse sind auf der Tabelle 1 angegeben. Bei diesen Versuchen stellten wir $n=10$, $\frac{s}{l}=0.1103$ und $\frac{d}{l}=0.1082$ fest.

Tabelle 1

R_1 (10^3 Ohm)	C (m. F.)	E' (Volt)	P_c	
			beobachtet.	(Volt) berechnet.
4.95	0.590	14.0	0.093	0.086
4.95	0.777	14.0	0.291	0.264
20.20	0.167	57.2	0.554	0.553
20.20	0.133	57.2	0.241	0.232
29.70	0.114	84.0	0.931	0.959

Da die Verschiebung einzelner beobachteten Werte von der entsprechenden nach (3) berechneten (—siehe letzte Reihe der Tabelle) unregelmässig und unter 10% sind, so versteht man, dass unsere Vorstellungen für den Wert P'_c richtig sind.

Falls $R_2 \neq 0$, findet die Ladung des Kondensators nicht augenblicklich statt. In diesem Falle wird die Potentialdifferenz (V) beider Kondensatorplatten im Verlaufe der Ladung durch folgende Gleichung bestimmt :

$$V + CR_2 \frac{dV}{dt} = E \dots\dots\dots(4).$$

Die Lösung dieser Gleichung ist :

$$V = E(1 - e^{-\frac{t}{CR_2}}) + V_0 e^{-\frac{t}{CR_2}},$$

wobei V_0 Anfangspotentialdifferenz der Kondensatorplatten bedeutet. Solange der Unterbrecher rotiert, wiederholen sich nacheinander Ladung und Entladung des Kondensators, deren Zustände durch die Gl. (4) bzw. (2) bestimmt werden. Daraus bekommen wir für den in der Gl. (2) oder in (3) angegebenen Potentialwert E' folgende Beziehung :

bei W. G. S., $E_w = E(1 - e^{-v}) / (1 - e^{-(x+y)})$,

bei U. G. S., $E_u = E(1 + e^{-y}) / (1 - e^{-(x+y)})$,

wobei $x = \frac{u}{nlc(R_1 + R_2)} + \frac{\tau\dot{v}}{nlcR_2}$, $y = \frac{v}{nlc(R_1 + R_2)} + \frac{\tau\omega}{nlcR_2}$.

Also nach (3) gelten folgende Beziehungen für P'_c :

bei W. G. S.,
$$P'_w = \frac{nl}{d} CR_1 E_w e^{-\frac{s}{nlc(R_1 + R_2)}} \left\{ 1 - e^{-\frac{d}{nlc(R_1 + R_2)}} \right\}$$

bei U. G. S.,
$$P'_u = \frac{nl}{d} CR_1 E_u e^{-\frac{s}{nlc(R_1+R_2)}} \left\{ 1 - e^{-\frac{d}{nlc(R_1+R_2)}} \right\}$$
 (5),

danach

$$P'_u/P'_m = \frac{1 + e^{-y}}{1 - e^{-y}} \dots\dots\dots (5) a$$

Die Tabelle 2 zeigt einige mit bekannten C, R₁ und R₂ versuchte Resultate und nach (5)a berechnete Verhältnisse für P'_u/P'_m. Diese genaue Übereinstimmung der beobachteten und berechneten Werte, die man aus der Tabelle 2 ersieht, beweist, dass in Bezug auf unser Modell oben erwähnte Annahmen für P'_e richtig sind.

Tabelle 2

$$n = 10, \quad \frac{\tau'}{l} = 0.3322, \quad \frac{\tau''}{l} = 0.1893,$$

C (m.F.)	R ₁ (10 ³ Ohm)	R ₂ (10 ³ Ohm)	beobachtet. P' _e (Volt)		P' _u /P' _m	
			P' _m	P' _u	beobachtet.	berechnet.
0.52	5.0	10.5	0.823	0.823	1.000	1.000
0.52	5.0	22.5	0.823	0.859	1.043	1.040
0.52	5.0	51.1	0.337	0.461	1.360	1.374
0.52	5.0	109.2	0.114	0.237	2.079	2.388
0.98	7.0	10.5	2.377	2.517	1.050	1.036
0.52	7.0	51.1	0.646	0.862	1.334	1.336

Wir untersuchten mit dem Unterbrecher auf diese Weise den praktisch keine elektrolytische Materie enthaltenden Erdboden, und erhielten folgende Ergebnisse.

- (1) Der auf denselben Punkt des Erdbodens gemessene Potentialwert P_e wird grösser, je mehr die Umdrehungszahl n zunimmt und die auf zwei Stromelektroden angewandte Spannung E, und steht im Verhältnis zu der letzteren.
- (2) P_e wird vergrössert in dem Punkte wo der Widerstand zwischen zwei geerdeten Stromelektroden gross ist.
- (3) Weder die Differenz noch das Verhältnis der auf demselben Punkt bei W. G. S. und bei U. G. S. gemessenen Werte ist unregelmässig verschieden, je nach den verschiedenen Umständen des betreffenden Erdbodens.

Diese Beobachtungsergebnisse werden durch die für P'_e erhaltenen Beziehungen vollständig erklärt. Daraus kann man schliessen, dass P_e mag es von den verschiedenen unbekanntem Ursachen—z. B. vom Elek-

trostenolyseeffekt—erzeugt werden, phänomenologisch nur von der Kapazität und dem Widerstand des Erdbodens herrührt. Also können wir P_e mit P'_e gleichsetzen und nach (5) berechnen, wenn wir die entsprechenden Werte der Kapazität C und der Widerstände R_1 und R_2 bekommen.

§ 3. Beziehung der gemessenen Werte von P_e und der Entfernung der Stromelektrode von der Potentialelektrode

Wenn man mit dem homogenen, wahren Erdboden zu tun hat, gibt es nicht einen Kondensator, wie im vorigen Paragraphen, sondern man muss sich deren gleichmässige Verteilung vorstellen. Da aber hier die Potentialverteilung über die Erdoberfläche behandelt wird, so wird der betreffende homogene Erdboden als ein homogenes Dielektrikum angenommen. Also kann man sich vorstellen, dass nach der Wegnahme der Spannungsquelle noch ein elektrisches Feld im betreffenden Erdboden entsteht, das von der auf die Stromelektroden angewandten Spannung herrührt und dessen positives und negatives Zentrum deshalb zwei geerdete Punkte A bzw. B der entsprechenden Stromelektrode sind.

Bezeichnet man mit V das Potential dieses elektrischen Feldes eines von A und B genügend weit entfernten Punktes P, so gilt folgende Gleichung:

$$V = K \left(\frac{1}{PA} - \frac{1}{PB} \right),$$

wobei K ein Konstanz bedeutet, das vom Dielektrizitätskonstanz und dem Unterbrecherkonstanz u. s. w. abhängt. Wir nehmen an, dass der Potentialwert P_e , der durch die in den Punkten P und Q geerdeten Potentialelektroden gemessen wird, die Potentialdifferenz des oben erwähnten elektrischen Feldes ist. Daher gilt:

$$P_e = K \left\{ \left(\frac{1}{PA} - \frac{1}{PB} \right) - \left(\frac{1}{QA} - \frac{1}{QB} \right) \right\} \dots (6).$$

Bei den folgenden zweierlei Versuchen setzten wir $AB = 10_m$, $QB = 0.6_m$ ($QB \perp AB$) fest, und verschoben eine Potentialelektrode P. Abb. 3 zeigt eine Reihe von Versuchsergebnissen, falls P senkrecht zu AB in gleicher Richtung zu QB verschoben wird, und Abb. 4 zeigt andere, falls P auf die Linie AB verschoben wird. In beiden Abbildungen stellen die kleine Kreise die beobachteten Werte und die Kurven die nach (6) berechneten Werte dar. Bei dieser Rechnung nahmen wir $K = 5.0$ (Volt \times cm).

Aus der sehr gute Übereinstimmung der beobachteten Werte mit

Abb. 3. Falls $\vec{PA} \parallel \vec{QB}$

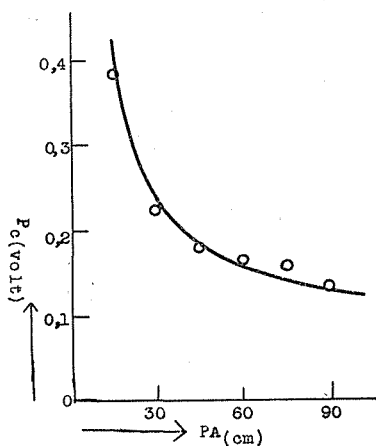
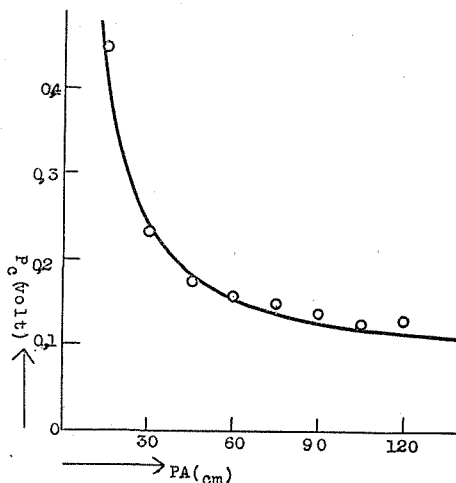


Abb. 4. Falls P auf AB liegt.



den berechneten dieser Versuche kann man schliessen, dass unsere Annahme richtig ist, und dass bei homogenem Erdboden also folgende Beziehungen bestehen :

- (1) Der gemessene Wert von P_e wird kleiner, je grösser die Entfernung PA wird.
- (2) Für genügend grosse PA bringt eine kleine Verschiebung des Punktes P praktisch keine Änderung auf P_e hervor.

§ 4. Über den gemessenen Wert von P_m

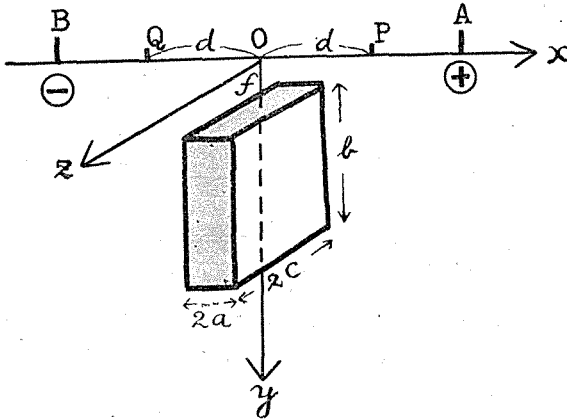
Wendet man die elektrische Spannung zwischen zwei Punkten auf der Oberfläche des Dielektrikums an, so fliesst der elektrische Strom ins Dielektrikum und falls sich innerhalb irgendeine elektrolytische Materie befindet, wird ihre Oberfläche durch diesen elektrischen Strom polarisiert. Diese elektrolytische Polarisation ist eine elektrochemische Erscheinung, da wir aber hier nur über die von ihr herrührende Potentialdifferenz P_m sprechen wollen, nehmen wir an, dass die elektrolytisch-polarisierte Materie auf ihrer Oberfläche die, der Polarisation entsprechenden elektrischen Ladungen hat und dass P_m die Potentialdifferenz des von den oben erwähnten Oberflächenladungen herrührten elektrischen Feldes ist.

Bezeichnet man mit σ die Flächendichte dieser Ladungen auf einem beliebigen Flächenelement dF , so erhält man für P_m folgende Beziehung :

$$P_m = \frac{1}{\epsilon} \left(\int \frac{\sigma}{r_1} dF - \int \frac{\sigma}{r_2} dF \right) \dots\dots\dots (7),$$

wobei ϵ die Dielektrizitätskonstante des Dielektrikums und r_1 und r_2 die Entfernung dF von den Punkten der Potentialelektroden bedeuten. Da σ von der, die elektrolytische Polarisation hervorruhenden Stromstärke abhängt, und diese Abhängigkeit noch nicht bestimmt ist, ist die Ausführung der Integration nach (7) im allgemeinen Falle unmöglich.

Abb. 5.



Der Einfachheit halber wollen wir uns eine im Wasser senkrecht zu dessen Oberfläche eingetauchte kleine Platte von elektrolytischer Materie vorstellen, deren Seitenflächen dünn gewachst sind, sodass nur beide Plattenfläche elektrolytisch polarisiert werden können. Wie auf der

Abb. 5 dargestellt, wählen wir das rechtwinklige Koordinatensystem, und setzen beide Stromelektroden auf die x -Achse symmetrisch zum Ursprungspunkt. Ist die Plattenfläche genügend schmal, so kann man σ auf einer Plattenseite als konstant annehmen. In diesem Falle bekommt man für P_m , gemessen von den zwei Punkte P ($x = +d$) und Q ($x = -d$), folgende Beziehung:

$$P_m = K \int_{z=-c}^{+c} \int_{y=f}^{f+b} \left\{ \frac{1}{\sqrt{(d-a)^2 + y^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(d+a)^2 + y^2 + z^2}} \right\} dy dz.$$

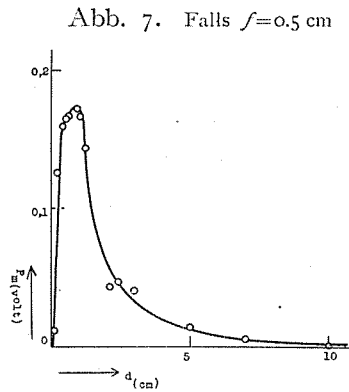
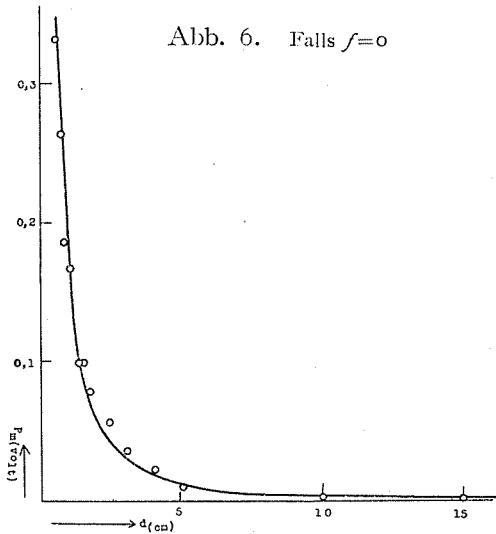
Nach der Integration bekommt man,

$$\begin{aligned} P_m = K & \left[2(d+a) \left\{ \tan^{-1} \frac{c(f+b)}{(d+a)\sqrt{(d+a)^2 + (f+b)^2 + c^2}} \right. \right. \\ & \left. \left. - \tan^{-1} \frac{cf}{(d+a)\sqrt{(d+a)^2 + f^2 + c^2}} \right\} \right. \\ & \left. - 2(d-a) \left\{ \tan^{-1} \frac{c(f+b)}{(d-a)\sqrt{(d-a)^2 + (f+b)^2 + c^2}} \right. \right. \\ & \left. \left. - \tan^{-1} \frac{cf}{(d-a)\sqrt{(d-a)^2 + f^2 + c^2}} \right\} \right. \\ & \left. + (f+b) \log \frac{\{\sqrt{(d-a)^2 + (f+b)^2 + c^2} + c\} \{\sqrt{(d+a)^2 + (f+b)^2 + c^2} - c\}}{\{\sqrt{(d-a)^2 + (f+b)^2 + c^2} - c\} \{\sqrt{(d+a)^2 + (f+b)^2 + c^2} + c\}} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -f \log \frac{\sqrt{(d-a)^2 + f^2 + c^2} + c}{\sqrt{(d-a)^2 + f^2 + c^2} - c} \frac{\sqrt{(d+a)^2 + f^2 + c^2} - c}{\sqrt{(d+a)^2 + f^2 + c^2} + c} \\
 & + 2c \log \frac{\sqrt{(d-a)^2 + (f+b)^2 + c^2} + (f+b)}{\sqrt{(d-a)^2 + (f+b)^2 + c^2} - (f+b)} \frac{\sqrt{(d+a)^2 + f^2 + c^2} + f}{\sqrt{(d+a)^2 + f^2 + c^2} - f} \Big] \\
 & \dots\dots\dots(8)
 \end{aligned}$$

wobei a, b, c , wie man auf der Abb. 5 sieht, die Plattenabmessungen und f den Abstand der oberen Seitenfläche von der Wasseroberfläche bedeutet.

Wir versuchten mit einem Stücke Eisenkies, dessen Abmessungen $a=0.1$ cm, $b=0.88$ cm und $c=0.44$ cm sind, indem wir P und Q symmetrisch gegen O verschoben. Die nachstehende Abbildungen zeigen die Versuchsergebnisse. Abb. 6 ist für $f=0$, und Stromstärke ist 2.5 milliamp., und Abb. 7 ist für $f=0.5$ cm und Stromstärke ist 4.5 milliamp.. Für Kurven von berechneten Werten nach (8) nahmen wir $K=1.6$ (Volt/cm.) für Abb. 6, und $K=2.0$ (Volt/cm.) für Abb. 7.



Da der elektrische Widerstand und die Kapazität des Wassers gegen die des Erdbodens sehr klein ist, sind alle Werte von P_e kleiner als 10^{-3} Volt, wir können also hier den Wert von P_e vernachlässigen. Wie man in diesen Abbildungen sieht, stimmen die beobachtete Werte gut mit den berechneten überein, so kann man der Wert P_m durch die Gl. (7) berechnen.

Im allgemeinen wird der Polarisierungseffekt, demnach σ , kleiner,

je kleiner die ihm erzeugende Stromstärke wird. Daraus sieht man, durch die Gl. (7), dass der gemessene Wert von P_m bei zunehmender Tiefe der die Polarisation zeigende Materie rasch verkleinert wird.

§ 5. Zusammenfassung

- (1) Das von dem Erdboden herrührendes Potential P_e wird als Einfluss der Kapazität des Erdbodens erklärt, und der betreffende Erdboden wird mit dem in Abb. 2 gezeichneten Modell phänomenologisch dargestellt.
- (2) Der bei U. G. S. gemessene Wert von P_s enthält den Kapazitätseffekt P_e , der allgemein grösser ist als der bei W. G. S. gemessene Wert.
- (3) Da der Wechselstrom die elektrolytische Polarisation nur sehr schwach zeigt, so scheint es möglich, den Wert von C und R_2 annähernd zu bekommen, indem man den Wechselwiderstand misst oder bei einigen verschiedenen Unterbrecherkonstanzen oder verschiedenen Umdrehungszahlen, den Wert von P_m für denselben Messpunkt beobachtet; daraus kann man den Wert von P_e nach (5) berechnen.
- (4) Der Wert von P_m wird kleiner, je tiefer die elektrolytische Materie sich im Erdboden befindet ist. Wenn man daher bei der Erforschung des Untergrundes den Wert P_e von P_m getrennt untersuchen will, dann scheint es uns nötig, die betreffenden Beobachtungen bis zu höheren Stellen genau auszuwerten, sonst mag P_m sehr klein und von P_e unterdrückt werden.
- (5) Da bei genügend grosser Entfernung der Potentialelektrode von der Stromelektrode der gemessene Wert von P_e verkleinert wird, so kann man im besten Falle, d. i. P_e gegen P_m vernachlässigen, mit U. G. S. den Wert von P_s messend, die Veränderung des Wertes von P_m nach verschiedenen Messpunkten erhalten, und damit wird man seinen Zweck zur Erforschung des Untergrundes erreichen.

Zum Schluss danke ich Herrn Prof. W. Nakayama für viele fördernde Unterstützungen und Diskussionen, und ferner danke ich Herrn Prof. A. Matsubara, der die Herstellung der benutzten Versuchsapparate und damit die Ausführung dieser Versuche im mineralogischen Institut möglich gemacht hat.

Kyoto, Physikalisches Institut der Universität.