## 博士学位論文調査報告書

論 文 題 目 Fast Optimization Methods for Model Predictive Control
via Parallelization and Sparsity Exploitation
(並列化とスパース性の活用によるモデル予測制御の高速最適化手法)

申請者氏名 DENG HAOYANG

最終学歷 平成28年9月

早稲田大学大学院情報生産システム研究科情報生産システム専攻 修士課程 修了

令和2年9月

京都大学大学院情報学研究科システム科学専攻博士後期課程 研究指導認定見込

学識確認 令和 年 月 日(論文博士のみ)

論文調查委員 京都大学大学院情報学研究科 (調查委員長) 教 授 大塚 敏之

論文調查委員 京都大学大学院情報学研究科 教 授 加納 学

論文調査委員 京都大学大学院情報学研究科 教 授 太田 快人

京都大学	博士 (情報学)	氏名	DENG HAOYANG
論文題目	Fast Optimization Methods for Model Predictive Control via Parallelization and Sparsity Exploitation (並列化とスパース性の活用によるモデル予測制御の高速最適化手法)		

(論文内容の要旨)

Model predictive control (MPC) has been widely applied to the process industry in the past decades, and it has kept evolving and showing great potential in robotics, automobile, power electronics, aerospace, and various industries. The major challenge of MPC comes from solving the arising optimization problems at every sampling instant. This thesis explores novel numerical optimization methods that enable the use of MPC to control applications with high sampling rates, complex and large-scale dynamics, and resource-limited hardware. This thesis consists of seven chapters.

Chapter 1 describes the motivations, backgrounds, and goals of this thesis.

Chapter 2 formulates the continuous-time MPC problem and gives the discretized form of the MPC problem, which is used throughout the thesis. The discretized MPC problem is obtained by using the so-called reverse-time discretization method, which leads to a well-structured discretized MPC problem so that succinct descriptions of the proposed methods in the remaining chapters can be achieved. Since the inequality constraints in this thesis are transferred into barrier functions under the framework of the interior-point method, the basics of numerical optimization and the interior-point method are introduced in this chapter.

Chapter 3 presents a simple iterative method that combines first- and second-order approaches for linear MPC. Approximate value functions requiring only first-order derivatives and incorporating fixed second-order information are employed, which leads to a method that splits the MPC problem into subproblems along the prediction horizon, and only the states and costates (Lagrange multipliers corresponding to the state equations) are exchanged between consecutive subproblems during iteration. The convergence is guaranteed under the framework of the majorization-minimization principle. For efficient implementation, practical details are discussed, and the performance is assessed against both first- and second-order methods with two numerical examples. The results indicate that the proposed method can obtain a moderately accurate solution with a small number of cheap iterations.

Chapter 4 presents a highly parallelizable Newton-type method for NMPC by exploiting the particular structure of the Karush-Kuhn-Tucker (KKT) conditions. These equations are approximately decoupled into single-step subproblems along the prediction horizon for parallelization. The coupling variable of each subproblem is approximated to its optimal value using a simple, efficient, and effective method at each iteration. The rate of convergence of the proposed method is proved to be superlinear under mild conditions. Numerical simulation of using the proposed method to control a quadrotor shows that the proposed method is highly parallelizable and converges in only a few iterations, even to high accuracy. A comparison of the proposed method's performance with that of several state-of-the-art methods shows that it

is faster.

Chapter 5 presents an efficient implementation, which is called ParNMPC, of the highly parallelizable method under the framework of the primal-dual interior-point method. The implementation details of ParNMPC are introduced, including a framework that unifies search direction calculation done using Newton's method and the parallel method, line search methods for guaranteeing convergence, and a warm start strategy for the interior-point method. To assess the performance of ParNMPC under different configurations, three experiments including a closed-loop simulation of a quadrotor, a real-world control example of a laboratory helicopter, and a closed-loop simulation of a robot manipulator are shown. These experiments show the effectiveness and efficiency of ParNMPC both in serial and parallel.

Chapter 6 presents an efficient Jacobi optimization method for NMPC by exploiting the temporal sparsity of the KKT matrix and lower-layer problem-dependent sparsity. The NMPC problem is solved by the Jacobi method, in which the temporal couplings of either the state or costate (Lagrange multiplier corresponding to the state equation) equations are ignored so that the lower-layer sparsity is preserved. Convergence analysis indicates that the convergence of the proposed method is related to the prediction horizon and regularization. To demonstrate its efficiency of the proposed method, we concentrate on NMPC of partial differential equation (PDE) systems. The NMPC problem to be solved is formulated by discretizing the PDE system in space and time by using the finite difference method, which results in a large-scale and sparse problem. A lower-layer Jacobi method is proposed to exploit the lower-layer sparsity (spatial sparsity of the PDE-constrained NMPC problem). A numerical experiment of controlling a heat transfer process shows that the proposed method is two orders of magnitude faster than the conventional structure-exploiting Newton's method.

Chapter 7 summarizes the contributions of this thesis and gives an outlook for future research.

## (論文審査の結果の要旨)

モデル予測制御 (model predictive control, MPC) は、過去数十年にわたりプロセス産業において広く適用されており、近年ではロボット、自動車、パワーエレクトロニクス、航空宇宙などさまざまな産業にも応用が広がりつつある。MPCにおける課題の一つは、最適化問題の実時間解法である。この論文では、短いサンプリング周期、複雑で大規模なダイナミクス、限られた計算資源を持つシステムにもMPCが適用できるよう、新しい数値解法を提案している。具体的には、以下に示す研究成果を得ている。

- (1) 線形システムの MPC に対して、評価関数の 1 階導関数のみを用いて 2 階導関数については固定した推定値で代用することで、計算効率と収束速度を両立させる数値解法を提案した。反復計算の収束を理論的に示すとともに、効率的な実装についても検討した。二つの数値例によって従来手法との性能比較を行い、提案手法では、比較的簡単な計算をわずかな回数反復することで適切な解が得られることを示した。
- (2) 非線形システムの MPC に対して、最適性条件である Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 条件の特殊な構造を利用して、高並列化可能なニュートン型数値解法を提案した。並列化計算のために、KKT 条件を評価区間の時間軸に沿って部分問題に分割し、部分問題間の依存関係を詳細に調べた。そして、依存関係に適切な近似を導入し、すべての部分問題を並列に解く手法を提案した。さらに、緩い条件の下で、提案手法の反復計算が最適解へ超線形収束することを証明した。ドローンの制御シミュレーションにおいて、提案手法が高並列化可能であり、わずかな反復回数で精度良く収束することと、いくつかの従来手法より高速であることを示した。
- (3) 提案した並列ニュートン型数値解法について、直線探索や内点法におけるウォームスタートなど実際の計算効率を高める手法を提案した。さらに、それらを組み込んだプログラムを数式処理によって自動生成するツール ParNMPC を開発した。ParNMPC の性能を評価するために、ドローンの制御シミュレーション、模型へリコプターの制御実験、ロボットマニピュレータの制御シミュレーションを行った。これらの適用例を通じて、ParNMPC の有効性と効率を示した。
- (4) 偏微分方程式で記述されるシステムなど、状態変数間の相互作用に何らかのスパース性があるシステムの MPC に対して、KKT 行列の時間軸方向のスパース性と状態変数間のスパース性とを同時に活用する効率的なヤコビ型数値解法を提案した。評価区間の長さと正則化パラメータに依存した条件の下で、提案手法による反復計算が収束することを示した。熱伝導プロセスの制御シミュレーションによって、提案手法が従来手法より 100 倍程度高速であることを示した。

以上を要するに、本論文はモデル予測制御の実時間解法に関して有用な結果を得たものであり、その成果は学術上、実際上寄与するところが少なくない。

よって、本論文は博士(情報学)の学位論文として価値あるものと認める。また、令和2年7月27日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。本論文のインターネットでの全文公表についても支障がないことを確認した。

要旨公開可能日: 年 月 日以降