

様式VI

博士学位論文調査報告書

論文題目

STUDIES ON ALTERNATING DIRECTION METHOD OF MULTIPLIERS WITH
ADAPTIVE PROXIMAL TERMS FOR CONVEX OPTIMIZATION PROBLEMS

(凸最適化問題に対する適応的な近接項付き交互方向乗数法に関する研究)

申請者氏名 顧 燕

最終学歴

平成 27年 6月

南京師範大学大学院数学科学研究科計算数学専攻 修士課程 修了

平成 31年 3月

京都大学大学院情報学研究科 数理工学専攻博士後期課程

研究指導認定退学

学識確認

令和 年 月 日 (論文博士のみ)

論文調査委員 京都大学大学院情報学研究科
(調査委員長) 山下 信雄 教授

論文調査委員 京都大学大学院情報学研究科
太田 快人 教授

論文調査委員 京都大学大学院情報学研究科
鹿島 久嗣 教授

(続紙 1)

京都大学	博士 (情報学)	氏名	顧 燕
論文題目	STUDIES ON ALTERNATING DIRECTION METHOD OF MULTIPLIERS WITH ADAPTIVE PROXIMAL TERMS FOR CONVEX OPTIMIZATION PROBLEMS (凸最適化問題に対する適応的な近接項付き交互方向乗数法に関する研究)		
<p>(論文内容の要旨)</p> <p>制約付き最適化問題の解法の一つである乗数法は拡張ラグランジュ関数の最小化とラグランジュ乗数の更新を交互に繰り返す反復法である。交互方向乗数法 (ADMM) は、機械学習や信号処理などに現れる特殊な構造を持つ凸最適化問題に対する解法であり、乗数法における拡張ラグランジュ関数の最小化を交互方向法1回の反復で近似的に行う手法である。近年、拡張ラグランジュ関数に近接項を加えることによって1回の反復の計算時間を短縮した近接項を持つADMMが注目を集めている。しかしながら、従来手法では近接項を単純な関数に固定しており、近接項を付けないADMMと比べて、反復回数が多くなるという問題があった。</p> <p>本論文は、近接項を各反復で適応的に更新する手法を提案し、それらの手法の妥当性を理論的解析と数値実験により明らかにしたものであり、全7章から成っている。</p> <p>第1章は序論であり、ADMMとその関連手法に関する既存の研究成果および論文全体の構成を概説している。第2章では、本論文で用いる数学的事項をまとめている。</p> <p>第3章では、L1-L2最適化問題を特別な場合として含む凸2次関数に凸な正則化項を加えた最適化問題に対して、BFGS更新規則に基づいて適応的に更新した凸な近接項をもつADMMを提案している。さらに、適応的な近接項をもつADMMの大域的収束性を保証する一般的な条件を与えている。また、数値実験によって、提案手法の有効性を確認している。</p> <p>第4章では、第3章で提案した手法を拡張している。まず、第3章では凸2次関数と凸な正則化項の和に限定していた目的関数を分離可能な凸関数の和で表された関数に一般化している。また、近接項の更新に用いていたBFGS更新規則を、より一般的なBroydenクラスの更新規則とすることを提案している。さらに、そのような凸最適化問題の解法としての一般化されたADMMにおいても、第3章と同様の条件のもとで大域的収束することを示している。</p> <p>第5章では、凸でない近接項をもつADMMを考えている。第3, 4章で提案している手法では近接項を凸関数に限定しており、その結果、最適解を求めるまでに必要となる反復回数が多くなってしまふことがある。そこで、まず、近接項が非凸な場合でも大域的収束するための条件を与えている。さらに、そのような条件を満たし、各反復が効率的に計算できるBFGS更新にもとづく近接項の構成方法を提案している。数値実験によって、提案手法は凸な近接項をもつADMMと比較して、少ない反復回数で最適解が求まることを確認している。</p> <p>第6章は非凸な近接項をもつPeaceman-Rachford splitting法 (PRS法) を提案している。さらにPRS法に含まれるパラメータに自由度を与え、大域的収束を保証するパラメータの範囲を与えている。ADMMはその範囲に入るパラメータによって決定された</p>			

PRS法と見なすことができる。さらに、提案手法の計算量の解析を行っている。
第7章は結論であり、本論文のまとめと今後の課題を述べている。

(論文審査の結果の要旨)

本論文は、機械学習や信号処理などに現れる、特殊な構造をもつ凸最適化問題に対して適応的な近接項をもつ交互方向乗数法 (ADMM) を提案し、それらの手法の妥当性を理論的解析と数値実験により明らかにしたものであり、得られた結果は以下のとおりである。

1. 分離可能で凸の目的関数と線形な制約条件をもつ凸最適化問題に対して、凸な近接項を適応的に更新するADMMを提案し、その手法が大域的収束するための近接項が満たすべき条件を与えている。さらに、具体的な近接項の構成方法としてBFGS法に基づく手法を考案し、その手法による近接項をもつADMMが大域的収束することを示している。また、数値実験によって、大規模な問題に対しては、提案手法が既存手法と比べてよい性能を持つことを確認している。
2. 1. の結果を近接項が凸関数とならない場合へと拡張している。近接項を凸関数に限定すると、ADMMの各反復で解くべき部分問題の目的関数と拡張ラグランジュ関数との近似度合いが悪くなり、収束が遅くなることがあった。そこで、近似度合いがよくなる非凸な近接項を考え、そのような場合でも大域的収束を保証する近接項の条件を与えている。さらに、その条件を満たし、効率的に計算できるBFGSに基づく近接項の構成方法を提案している。また、数値実験によって、非凸な近接項をもつADMMが、凸な近接項をもつADMMよりも、効率的に問題が解けることを報告している。
3. 非凸で適応的な近接項をもつPeaceman-Rachford splitting法 (PRS法) を提案している。従来のPRS法では固定された凸な近接項を用いていた。また、PRS法に含まれるパラメータに自由度を与え、大域的収束を保証するパラメータの範囲を与えている。ADMMはその範囲に入るパラメータによって決定されたPRS法と見なすことができるため、提案手法はADMMを特別な場合に含む一般的な手法となる。また、提案手法の計算量解析を行い、従来法と同様の計算量となることを示している。さらに、数値実験によって、近接項やパラメータの設定によっては、従来法よりも効率よく問題が解けることを示している。

以上のように、本論文では、特殊な構造をもった凸最適化問題に対して、適応的な近接項をもつ交互方向乗数法を提案するとともに、提案手法の理論的性質を解明し、数値実験によってその妥当性と有用性を確認しており、得られた成果は学術上および応用上極めて優れている。よって、本論文は博士 (情報学) の学位論文として価値あるものと認める。また、令和2年10月21日に実施した論文内容とそれに関連する内容についての試問の結果合格と認めた。また、本論文のインターネットでの全文公表についても支障がないことを確認した。