

数理解析研究所講究録 2162

RIMS 共同研究 (公開型)

解析的整数論とその周辺

京都大学数理解析研究所

2020年7月

数理解析研究所講究録は、京都大学数理解析研究所の共同利用研究集会および共同研究の記録として1964年に刊行が開始されました。当研究所が全国共同利用研究所として発足した翌年のことでしたが、以来半世紀、毎年数十巻を刊行し、2016年には第2000巻が刊行されるに至りました。第1巻から第2000巻までに収録された論文数は29,265編、総頁数は342,960頁という膨大なものであり、最先端の数学・数理科学分野の研究状況を伝えるのみならず、我が国の数学・数理科学の発展の歴史を留める文献として、他に類例を見ない論文集となっています。

講究録の内容は当研究所のウェブサイトおよび京都大学の学術情報リポジトリにおいても公開され、年間の総アクセス数は1,380,032回（2017年度）を数えるなど、多数の方にご利用いただいています。

講究録の使用言語は論文著者の判断に任されていますが、結果的に日本語が多用されていることが特徴の一つとなっています。その結果、講究録は、数学・数理科学の広い領域における最先端の専門知識に母国語でアクセスできるものとして、近年の英語化の流れの中で、重要な文献となりつつあります。

当研究所の共同利用事業に参加し講究録の論文を執筆していただいた多数の方々に対し、講究録を大きく成長させていただいたことを深く感謝いたしますとともに、これからも、当研究所の国際共同利用・共同研究拠点(\*)としての活動にご参加いただき、講究録の発展にご協力いただけますよう心よりお願い申し上げます。

\*数理解析研究所は2018年11月13日、共同利用・共同研究拠点の認定が廃止され、新しく国際共同利用・共同研究拠点に認定されました。

*RIMS Kôkyûroku 2162*

*Analytic Number Theory and Related Topics*

*October 15 ~ 18, 2019*

*edited by Masatoshi Suzuki*

*July, 2020*

*Research Institute for Mathematical Sciences*

*Kyoto University, Kyoto, Japan*

This is a report of research done at the Research Institute for Mathematical Sciences,  
an International Joint Usage/Research Center located in Kyoto University.  
The papers contained herein are in final form and will not be submitted for publication elsewhere.

## まえがき

この講究録は、2019年10月15日（火）から10月18日（金）にかけて京都大学数理解析研究所の共同研究事業の一環として開催された研究集会「解析的整数論とその周辺」(Analytic Number Theory and Related Topics)の報告集です。

本研究集会では、ゼータ関数・ $L$ 関数・多重ゼータ関数の解析的理論、超越数論、ディオファントス近似論を中心とする幅広い分野から26の興味深い講演が行われました。参加者は海外の研究者を含め95名に上り、解析数論およびそれに関連する分野の研究者にとって有意義な交流の場となりました。素晴らしい発表をいただいた講演者の皆さま、活発な議論で集会を盛り上げて下さった参加者の皆さまに厚くお礼を申し上げます。

本研究集会は、近年の講演者数・参加者数の増加を踏まえ、3日間から4日間に拡大して行われました。開催に際しましては、たいへん多くの皆さまからご援助、ご協力をいただきました。企画段階から開催まで、様々な助言を与えていただいた見正秀彦氏、早期から集会運営に協力し、多くの局面で支えていただいた中村隆氏、座長を引き受けていただき円滑な集会進行にご協力いただいた11名の先生方、集会、懇親会の運営に関わる多岐にわたる業務を担当していただいた大学院生、若手研究者の皆さま、そして財政面での援助のみならず、研究集会の申請から本講究録の刊行に至るまで長きにわたってお力添えをいただきました京都大学数理解析研究所共同利用掛の方々にご心より感謝を申し上げます。最後に、本講究録が解析数論の更なる発展に貢献できるものとなることを祈念いたします。

2020年7月

鈴木 正俊

## Preface

This is the proceedings of the conference “Analytic Number Theory and Related Topics” which was held at Research Institute for Mathematical Science, Kyoto University, during October 15–18 in 2019. During the conference, there were 26 talks on analytic number theory and related topics. A total of 95 participants had lively discussions and enlivened the conference.

I express my sincere gratitude to the speakers, participants, and all the people who supported the conference.

July, 2020

Masatoshi Suzuki

## 解析的整数論とその周辺

京都大学数理解析研究所の共同研究事業の一環として、下記のように研究集会を開催しますので、ご案内申し上げます。なおこの集会は京都大学数理解析研究所および JSPS 科研費 17K05163 などにより一部助成を受けております。

代表者 鈴木 正俊 (東京工業大学 理学院)

副代表者 中村 隆 (東京理科大学 理工学部)

記

日時：2019年10月15日(火) 10:15 ~ 10月18日(金) 16:05

場所：京都大学数理解析研究所 4階 420号室

京都市左京区北白川追分町 (市バス農学部前または北白川にて下車)



### プログラム

#### 10月15日(火)

- 10:15 ~ 10:25 Opening
- 10:25 ~ 10:55 峰 正博 (東京工業大学)  
保型  $L$  関数の族における離散的値分布について
- 11:10 ~ 11:50 桂田 昌紀 (慶應義塾大学)  
2変数非正則 Eisenstein 級数の漸近展開  
(joint work with Takumi Noda)
- 13:30 ~ 14:00 金 俊亨 (九州大学)  
Leafwise-cohomological expression of dynamical zeta functions on foliated dynamical systems
- 14:15 ~ 14:55 高橋 博樹 (慶應義塾大学)  
Large deviation principle for arithmetic mean of continued fraction digits
- 15:15 ~ 15:45 小林 弘京 (名古屋大学)  
On a certain sum of derivatives of Dirichlet  $L$ -functions
- 16:00 ~ 16:40 Ade Irma Suriajaya (九州大学)  
Improved error estimate for the number of zeros of the derivatives of the Riemann zeta function  
(joint work with Fan Ge)

#### 10月16日(水)

- 9:30 ~ 10:10 小野塚 友一 (九州大学)  
Sum formula and Ohno's relation for the multiple zeta functions  
(joint work with Minoru Hirose and Hideki Murahara)
- 10:25 ~ 10:55 佐々木 義卓 (大阪体育大学)  
非正整数点における多重ゼータ値の帰納的計算について
- 11:10 ~ 11:50 田中 立志 (京都産業大学)  
根付き木写像と多重ゼータ値, 多重  $L$  値  
(partly joint work with Noriko Wakabayashi)
- 13:30 ~ 14:00 井上 翔太 (名古屋大学)  
Riemann ゼータ関数の零点分布と素数に関する Dirichlet 多項式との関係

- 14:15 ~ 14:45 遠藤 健太 (名古屋大学)  
Riemann ゼータ関数の対数関数の積分の値分布について  
(joint work with Shota Inoue)
- 15:05 ~ 15:45 小松 尚夫 (浙江理工大学)  
Some generalizations of harmonic numbers and their applications
- 16:00 ~ 16:50 Shaofang Hong (四川大学)  
On the  $p$ -adic behaviors of Stirling numbers of the first and second kinds
- 17:30 ~ 19:30 京都大学内の「カンフォーラ」にて懇親会

### 10月17日 (木)

- 9:30 ~ 10:00 武田 渉 (名古屋大学)  
Brocard–Ramanujan problem for irreducible polynomials
- 10:15 ~ 10:55 鈴木 雄太 (名古屋大学)  
偶奇の異なる友愛数について
- 11:10 ~ 11:50 川田 浩一 (岩手大学)  
素数と概素数の3乗の和について  
(joint work with Lilu Zhao)
- 13:30 ~ 14:00 伊藤 弘明 (筑波大学)  
負型連分数の統計的性質
- 14:15 ~ 15:05 Sanoli Gun (The Institute of Mathematical Sciences)  
On zeros of modular forms  
(joint work with Joseph Oesterle)
- 15:25 ~ 15:55 久家 聖二 (九州大学)  
ある弱正則モジュラー形式の零点配置について  
(joint work with Seiichi Hanamoto)
- 16:10 ~ 16:50 Eren Mehmet Kiral (上智大学)  
A parametrization of higher rank Kloosterman sums  
(joint work with Maki Nakasuji)

### 10月18日 (金)

- 9:30 ~ 10:00 井手 春希 (慶應義塾大学)  
ある2変数整関数及びその偏導関数の値の代数的独立性
- 10:15 ~ 10:55 川島 誠 (大阪大学)  
Linear independence of values of polylogarithm functions  
(joint work with Sinnou David and Noriko Hirata-Kohno)
- 11:10 ~ 11:50 塩川 宇賢 (慶應義塾大学)  
ある種の交代級数の無理指数
- 13:30 ~ 14:00 田沼 優佑 (慶應義塾大学)  
実数の整数倍の整数部分にまつわる級数の代数的独立性
- 14:15 ~ 15:05 Wadim Zudilin (Radboud University Nijmegen)  
A method of creative microscoping
- 15:20 ~ 15:50 齋藤 耕太 (名古屋大学)  
セメレディの定理と弱等差数列を含まない集合のフラクタル次元との関係について
- 15:55 ~ 16:05 Closing

# Analytic Number Theory and Related Topics\*

Date : October 15 (Tue) 10:15 – October 18 (Fri) 16:05, 2019

Place : Room 420, Research Institute for Mathematical Sciences (RIMS)

Kyoto University, Kyoto, JAPAN

Organizers : Masatoshi Suzuki (Tokyo Institute of Technology)

Takashi Nakamura (Tokyo University of Science)



## Program

### October 15 (Tue)

10:15 – 10:25 Opening

10:25 – 10:55 **Masahiro Mine** (Tokyo Institute of Technology)  
Discrete value-distributions for families of automorphic  $L$ -functions

11:10 – 11:50 **Masanori Katsurada** (Keio University)  
Asymptotic expansions associated with a non-holomorphic Eisenstein series of two complex variables  
(joint work with Takumi Noda)

13:30 – 14:00 **Junhyeong Kim** (Kyushu University)  
Leafwise-cohomological expression of dynamical zeta functions on foliated dynamical systems

14:15 – 14:55 **Hiroki Takahasi** (Keio University)  
Large deviation principle for arithmetic mean of continued fraction digits

15:15 – 15:45 **Hiroataka Kobayashi** (Nagoya University)  
On a certain sum of derivatives of Dirichlet  $L$ -functions

16:00 – 16:40 **Ade Irma Suriajaya** (Kyushu University)  
Improved error estimate for the number of zeros of the derivatives of the Riemann zeta function  
(joint work with Fan Ge)

### October 16 (Wed)

9:30 – 10:10 **Tomokazu Onozuka** (Kyushu University)  
Sum formula and Ohno's relation for the multiple zeta functions  
(joint work with Minoru Hirose and Hideki Murahara)

10:25 – 10:55 **Yoshitaka Sasaki** (Osaka University of Health and Sport Sciences)  
On evaluations of multiple zeta values at non-positive integers

11:10 – 11:50 **Tatsushi Tanaka** (Kyoto Sangyo University)  
Rooted tree maps for multiple zeta values and for multiple  $L$ -values  
(partly joint work with Noriko Wakabayashi)

13:30 – 14:00 **Shota Inoue** (Nagoya University)  
A relation between the zero distribution of the Riemann zeta-function and a Dirichlet polynomial for the prime numbers

14:15 – 14:45 **Kenta Endo** (Nagoya University)  
On the value distribution of iterated integrals of the logarithm of the Riemann zeta-function  
(joint work with Shota Inoue)

---

\* This workshop is partially supported by RIMS and JSPS KAKENHI Grant Number JP17K05163.

- 15:05 – 15:45 **Takao Komatsu** (Zhejiang Sci-Tech University)  
Some generalizations of harmonic numbers and their applications
- 16:00 – 16:50 **Shaofang Hong** (Sichuan University)  
On the  $p$ -adic behaviors of Stirling numbers of the first and second kinds
- 17:30 – 19:30 Reception party at *Camphora* on the campus of Kyoto University

#### October 17 (Thu)

- 9:30 – 10:00 **Wataru Takeda** (Nagoya University)  
Brocard–Ramanujan problem for irreducible polynomials
- 10:15 – 10:55 **Yuta Suzuki** (Nagoya University)  
On even-odd amicable pairs
- 11:10 – 11:50 **Koichi Kawada** (Iwate University)  
On sums of cubes of primes and an almost prime  
(joint work with Lilu Zhao)
- 13:30 – 14:00 **Hiroaki Ito** (University of Tsukuba)  
Statistical properties of negative continued fractions
- 14:15 – 15:05 **Sanoli Gun** (The Institute of Mathematical Sciences)  
On zeros of modular forms  
(joint work with Joseph Oesterle)
- 15:25 – 15:55 **Seiji Kuga** (Kyushu University)  
The locations of zeros of certain weakly holomorphic modular forms  
(joint work with Seiichi Hanamoto)
- 16:10 – 16:50 **Eren Mehmet Kırıl** (Sophia University)  
A parametrization of higher rank Kloosterman sums  
(joint work with Maki Nakasuji)

#### October 18 (Fri)

- 9:30 – 10:00 **Haruki Ide** (Keio University)  
Algebraic independence of the values of a certain entire function of two variables and its partial derivatives
- 10:15 – 10:55 **Makoto Kawashima** (Osaka University)  
Linear independence of values of polylogarithm functions  
(joint work with Sinnou David and Noriko Hirata-Kohno)
- 11:10 – 11:50 **Iekata Shiokawa** (Keio University)  
Irrationality exponents of certain alternating series
- 13:30 – 14:00 **Yusuke Tanuma** (Keio University)  
Algebraic independence of certain series related to integral parts of integral multiples of a real number
- 14:15 – 15:05 **Wadim Zudilin** (Radboud University Nijmegen)  
A method of creative microscoping
- 15:20 – 15:50 **Kota Saito** (Nagoya University)  
On relations between Szemerédi's theorem and fractal dimensions of sets which do not contain weak arithmetic progressions
- 15:55 – 16:05 Closing



解析的整数論とその周辺  
Analytic Number Theory and Related Topics  
RIMS 共同研究 (公開型) 報告集

2019 年 10 月 15 日～10 月 18 日  
研究代表者 鈴木 正俊 (Masatoshi Suzuki)

目次

1.	保型 $L$ 関数の族の値分布について .....	1
	峰 正博 (Masahiro Mine) 東京工業大学 (Tokyo Inst. Tech.)	
2.	TRANSFORMATION FORMULAE AND ASYMPTOTIC EXPANSIONS FOR DOUBLE NON-HOLOMORPHIC EISENSTEIN SERIES OF TWO COMPLEX VARIABLES (SUMMARIZED VERSION) .....	10
	桂田 昌紀 (Masanori Katsurada) 慶應義塾大学 (Keio U.) 野田 工 (Takumi Noda) 日本大学 (Nihon U.)	
3.	LEAFWISE COHOMOLOGICAL EXPRESSION OF DYNAMICAL ZETA FUNCTIONS ON FOLIATED DYNAMICAL SYSTEMS .....	22
	金 俊亨 (Junhyeong Kim) 九州大学 (Kyushu U.)	
4.	LARGE DEVIATION PRINCIPLE FOR ARITHMETIC MEAN OF CONTINUED FRACTION DIGITS .....	34
	高橋 博樹 (Hiroki Takahasi) 慶應義塾大学 (Keio U.)	
5.	On a certain sum of derivatives of Dirichlet $L$ -functions.....	36
	小林 弘京 (Hirotaka Kobayashi) 名古屋大学 (Nagoya U.)	
6.	Improved error estimate for the number of zeros of the derivatives of the Riemann zeta function .....	42
	Ade Irma Suriajaya 九州大学 (Kyushu U.)	
7.	Sum formula and Ohno's relation for the multiple zeta functions .....	54
	小野塚 友一 (Tomokazu Onozuka) 九州大学 (Kyushu U.)	
8.	非正整数点における多重ゼータ値の帰納的計算について.....	61
	佐々木 義卓 (Yoshitaka Sasaki) 大阪体育大学 (Osaka U. Health Sport Sci.)	
9.	根付き木写像と多重ゼータ値, 多重 $L$ 値 .....	70
	田中 立志 (Tatsushi Tanaka) 京都産業大学 (Kyoto Sangyo U.)	

10.	Riemann ゼータ関数の零点分布と素数に関する Dirichlet 多項式との関係 .....	77
	井上 翔太 (Shōta Inoue) 名古屋大学 (Nagoya U.)	
11.	Riemann ゼータ関数の対数関数の積分の値分布について .....	84
	遠藤 健太 (Kenta Endo) 名古屋大学 (Nagoya U.)	
12.	Some generalizations of harmonic numbers and their applications .....	92
	小松 尚夫 (Takao Komatsu) Zhejiang Sci-Tech U.	
13.	ON THE $p$ -ADIC BEHAVIORS OF STIRLING NUMBERS OF THE FIRST AND SECOND KINDS .....	104
	Shaofang Hong Sichuan U.	
14.	On the Brocard-Ramanujan problem for homogeneous polynomials .....	115
	武田 渉 (Wataru Takeda) 名古屋大学 (Nagoya U.)	
15.	ON EVEN-ODD AMICABLE PAIRS .....	127
	鈴木 雄太 (Yuta Suzuki) 名古屋大学 (Nagoya U.)	
16.	素数と概素数の 3 乗の和について .....	139
	川田 浩一 (Koichi Kawada) 岩手大学 (Iwate U.)	
17.	負型連分数の統計的性質 .....	156
	伊藤 弘明 (Hiroaki Ito) 筑波大学 (U. Tsukuba)	
18.	The locations of the zeros of certain weakly holomorphic modular form .....	163
	久家 聖二 (Seiji Kuga) 九州大学 (Kyushu U.)	
19.	PARAMETRIZATION OF KLOOSTERMAN SETS AND $SL_3$ -KLOOSTERMAN SUMS .....	170
	Eren Mehmet Kiral 上智大学 (Sophia U.)	
	中筋 麻貴 (Maki Nakasuji) 上智大学 (Sophia U.)	
20.	ある 2 変数整関数及びその偏導関数の値の代数的独立性 .....	185
	井手 春希 (Haruki Ide) 慶應義塾大学 (Keio U.)	
21.	多重対数関数の特殊値の線形独立性について .....	197
	川島 誠 (Makoto Kawashima) 大阪大学 (Osaka U.)	

22.	Irrationality exponents of certain alternating series .....	210
	塩川 宇賢 (Ikata Shiokawa) 慶應義塾大学 (Keio U.)	
23.	Algebraic independence of certain series related to integral parts of integral multiples of a real number .....	216
	田沼 優佑 (Yusuke Tanuma) 慶應義塾大学 (Keio U.)	
24.	The method of creative microscoping .....	227
	Wadim Zudilin Radboud U.	
25.	弱い等差数列とフラクタル次元を用いた Szemerédi の定理と同値な条件について .....	235
	齋藤 耕太 (Kota Saito) 名古屋大学 (Nagoya U.)	

講究録

Kôkyûroku

RIMS Kôkyûroku was started in 1964 as the proceedings of symposia, colloquia and workshops supported by RIMS, the Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University. It was the next year of the establishment of RIMS as one of the Nationwide Cooperative Research Centers. For half a century since then, several dozen volumes have been issued each year, and the 2,000th volume was issued in 2016. The volumes of Kôkyûroku from the 1st through the 2,000th, containing enormous 29,265 articles and 342,960 pages, not only deliver the latest research activities in mathematics and mathematical sciences but also constitute valuable and incomparable collections of articles that pass down history of progress of mathematics and mathematical science in Japan.

Articles in Kôkyûroku are available on the websites of RIMS and Kyoto University Research Information Repository. They are very frequently accessed on the internet, with a total of as many as 1,380,032 accesses in 2017.

The authors choose the languages to write articles, and many are written in Japanese, which is one of the characteristics of Kôkyûroku. As a result, Kôkyûroku is regarded as a significant and important literature which allows easy access to the latest specialized knowledge in the large fields of mathematics and mathematical sciences written in native language for Japanese readers, while more and more research papers are being written in English in recent years.

We are deeply grateful to many of those who have participated in cooperative research activities of RIMS and greatly developed Kôkyûroku. We heartily ask for your continuous participation in research activities at RIMS as an International Joint Usage/Research Center(\*) and your warm support and cooperation for the fruitful development of Kôkyûroku.

\* RIMS was certified as an International Joint Usage/Research Center on Nov. 13, 2018.