数理解析研究所講究録 1413 巻 2005 年 53-59

鉛直パイプ中での粉粒体の集団運動における流入密度依存性について

中大・理工、早大・理工* 森山　修　(Osamu Moriyama, Chuo U.)
舘田彩恭子(Sayako Tateda, Chuo U.)
荒井大知　(Taichi Arai, Chuo U.)
粟津　篤　(Atsushi Awazu, Chuo U.)
小村真也*　(Shinya Komura, Waseda U.)
山崎義弘*　(Yoshihiro Yamazaki, Waseda U.)
松下　貢　(Mitsugu Matsushita, Chuo U.)

[はじめに]

鉛直に立てたガラスパイプ中に粉粒体を落下させると、パイプの下端における空気の排出流量に応じて、パイプ中での粉粒体密度に明確な疎密を伴った密度波の発生が実験で既に確認されている。そこで我々は、パイプへの粉粒体の流入密度に着目して、密度波の形成が流入密度の変化に対してどのような影響を受けるかを実験し、その結果について本文で紹介する。さらに、粉粒体の流入量を考慮した Lattice Gas Automata (LGA) によるシミュレーション結果についても紹介する。

[実験概要]

図1のように、細長いガラスパイプ(以下、パイプ)の上にホッパーを取り付け、パイプの底にフラスコとフラスコ内の空気の流出を制御するコックが取り付けられた装置を用いた。ここで、ホッパーの上に粉粒体の入った容器を置き、容器からホッパー内に粉粒体が落ちるよう設定し、さらに、容器とホッパーの間に粉粒体の落下流量を制御するため、穴が可変のオリフィスを挿入した。穴のサイズを変えることで、粉粒体の落下流量が制御でき、フラスコ内にある空気のコックからの流出量と、粉粒体のパイプへの流入量がコントロールパラメータとなる。

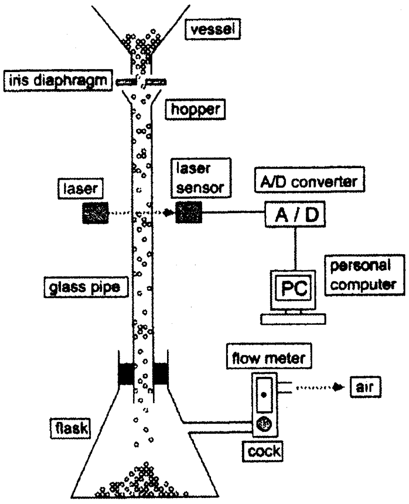


図1：実験装置の模式図。

[ガラスパイプ・粉粒体]

パイプは内径が３ｍｍで、長さが１５０ｃｍのものを用いた。また、粉粒体は図２のような市販のカラーサンド（平均サイズは約０．５ｍｍ）を使用した。

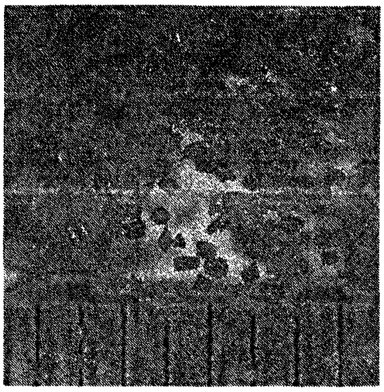


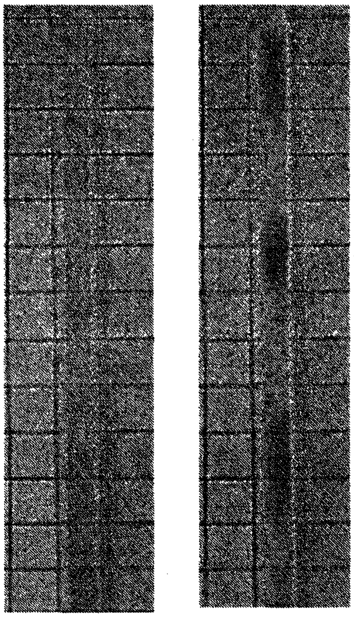
図２：実験で使用した粉粒体。図中にある黒縦線どうしの間隔は１ｍｍである。

[測定]

我々は、パイプの或る位置において、落下している粉粒体の密度変化を、パイプ内に透過するよう設定したレーザーの透過強度変化として測定した。つまり、粉粒体密度が高くなるにつれて、レーザーの透過強度が低下することから、レーザーが照射されている位置での粉粒体密度を見積もることができる（図１参照）。

[実験結果（レヴューも含む）]

(1) 図３は、オリフィスの穴が大きく、粉粒体が十分パイプに供給される場合に、パイプ中で粉粒体が示す落下挙動のスナップショットである。フラスコに取り付けたコックが完全に開いているときは、図３(A)のように、粉粒体の密度はパイプ中でほぼ一定のまま落下している。ここで、コックを徐々に閉じていくと、図３(A)のような落下挙動が(B)のように変化することが分かった。図３(B)は、パイプ中において、落下している粉粒体の密度に明確な疎密（密度波）が生じていることを示している。

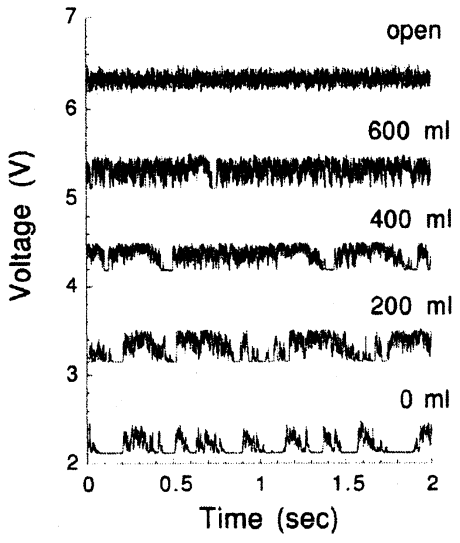


(A)　(B)

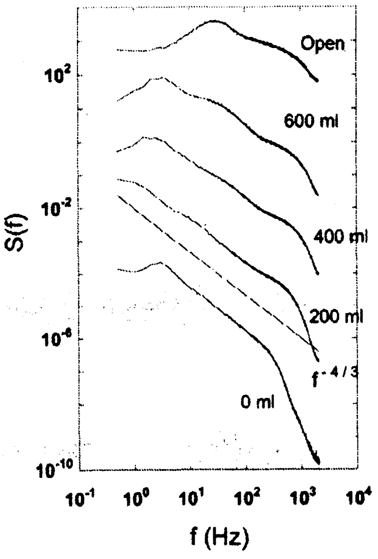
図３：パイプ中を落下する粉粒体のスナップショット。(A)はコックが完全に開いた場合、(B)はコックが完全に閉じた場合。背景にある横縞の間隔は５ｍｍ。

(2) 図３で示されるような粉粒体の落下挙動において、パイプの或る位置でレーザーの透過強度を測定すると、図４(A)のような時系列を得ることができる。レーザーの透過強度が粉粒体密度に対応していることから、この図はパイプの測定位置における粉粒体密度の時間変化を表しているとみなすことができる。この図から、コックからの空気の流出量が少なくなると、ほぼ一様な落下挙動

が観察された場合（図３（A）参照）の時系列が変化し、流出量が 0 ml の時には粉粒体密度に明確な疎密を生じながら落下していることが分かる。図４（A）で表されるようなレーザー透過強度の時系列に基づいて、各空気流出量におけるパワースペクトル $S(f)$ を求めると図４（B）のような結果となり、密度に明確な疎密を伴った粉粒体の落下においては、$S(f) \sim f^{-4/3}$ で表される、周波数に対してべき的な依存性を示す周波数領域の存在が明らかとなった。



（A）

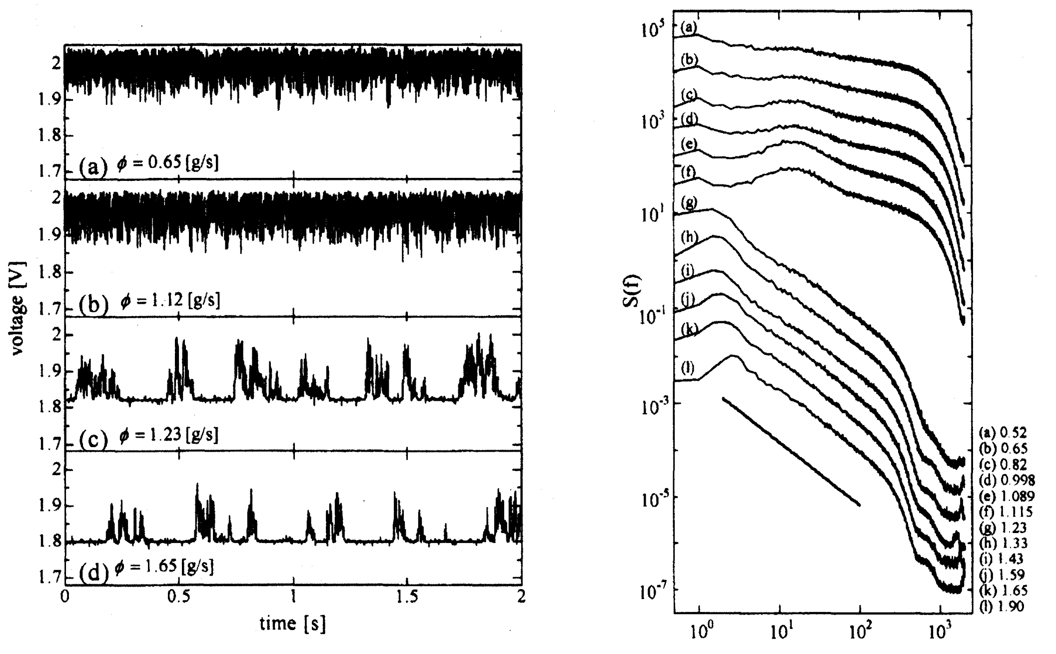


（B）

図４：(A) パイプの上端から 120cm の位置で測定した、粉粒体落下時におけるレーザー透過強度の時系列。時系列の右上に記載されている値(ml)は、１分間あたりのコックからの空気流出量を表しており、５つの異なる流出量に対する時系列が、電圧（透過強度）の値をずらしてプロットされている。（以下のグラフでも同様。）図中の "open" はコックを取り外して行った場合を意味する。(B) レーザー透過強度の時系列に基づいて得られたパワースペクトル。コックからの空気流出量に応じて５つの場合がプロットされている。図中の直線は、べき指数が-4/3 を示すガイドラインである。

(3) コックを完全に閉じた状態にして、ホッパー上部に取り付けたオリフィスにある穴のサイズを変えることによって、粉粒体の流入量(g/s) ϕ を制御する。パイプの上端から 80cm の位置で、(2)の場合と同様に粉粒体の落下時にレーザーの透過強度を測定すると、図５（A）のような時系列が得られる。この図から分かるように、ϕ が小さい場合（図中の(a)、(b)）、落下時の粉粒体密度はほぼ一様であるが、ϕ が大きくなると（図中の(c)、(d)）、密度に明確な疎密を伴う粉粒体の落下が生じている。実際、ϕ を徐々に変化させ、それぞれの ϕ におけるレーザー透過強度の時系列からパワースペクトル $S(f)$ を求める

と、図５（Ｂ）のようになり、ある流入量（この実験では、$\phi \approx 1.2$ (g/s)）で$S(f)$の周波数f依存性が大きく変化している。$\phi \approx 1.2$ (g/s)よりも少ない流入量では、$S(f)$は粉粒体密度がほぼ一様なまま落下する場合に対応した曲線となり、$\phi \approx 1.2$ (g/s)を超えると、密度に明確な疎密を伴う粉粒体の落下における$S(f)$の形に変化することが分かる（図４（Ｂ）参照）。それぞれのϕにおける$S(f)$から、$S(f) \sim f^{-\alpha}$となる周波数領域でのべき指数αを見積もってみると、図６のような結果が得られた。この図から、パイプ中での粉粒体の落下について、ほぼ一様な密度での落下から明確な疎密を伴う落下へのϕによる転移が存在し、密度波を伴う粉粒体の落下に対する$S(f)$では、図４（Ｂ）の場合と同様に$S(f) \sim f^{-4/3}$というべき的な振る舞いを示す周波数領域の存在が明らかとなる。



（A）　　　　　　　　　　（B）

図５：(A) パイプの上端から 80cm の位置で測定した、粉粒体の流入量ϕ(g/s)を変えたときのレーザー透過強度の時系列。（Ｂ）レーザー透過強度の時系列に基づいて得られたパワースペクトル。図の右下にある(a)～(l)の値は、粉粒体の流入量(g/s)を表しており、図中にプロットされた曲線の左上にある(a)～(l)と対応している。図中の直線は、べき指数が-4/3 を示すガイドラインである。

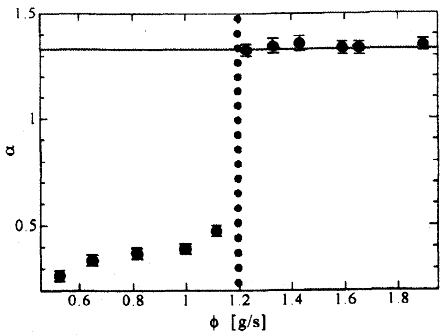


図６：べき指数αの粉粒体流入量ϕ依存性。実線は$\alpha = 4/3$、点線は$\phi = 1.2$を表している。

[シミュレーション]

以上の実験事実を踏まえて我々は、特に(3)で説明した$S(f)$に対する粉粒体流入量の依存性を再現するＬＧＡモデルの構築を試みた。我々のモデルは、既に提案されている Peng と Herrmann によるモデルを元にしており、重力の扱いを停止から下方向への変化のみに簡略化し、上の境界に一定の密度ρで粉粒体を発生させ、下の境界に達した粉体は消滅するように修正した。ここではモデルの詳細に触れず、ＬＧＡモデルにおける粒子（粉粒体）の衝突に関するルールと、シミュレーションから得られたパワースペクトルの結果について紹介する。粒子の衝突に関するルールは、図７にまとめられている。三角格子上に粒子が配置され、確率 p で非弾性衝突の効果、確率 g で重力の効果、確率 b で壁との摩擦の効果を考慮した。また、上の境界で発生した粒子の初期速度は、図７にあるように下向きの速度成分を持つ３通りの速度から一つを等確率で選ぶようにした。

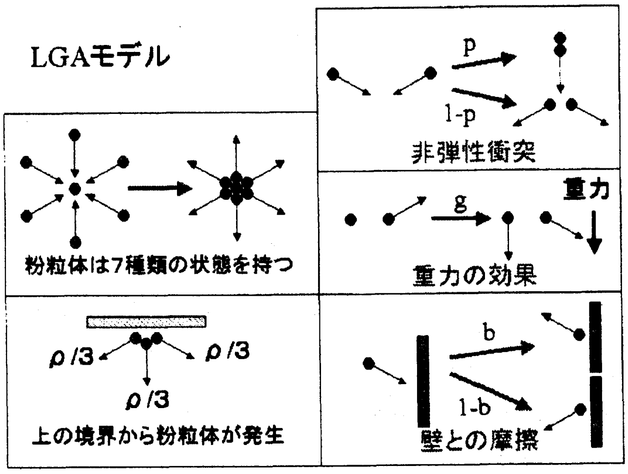


図７：LGA モデルにおいて採用した衝突ルール、及び粒子の状態。

我々が行ったLGAモデルによるシミュレーション結果のうち、パワースペクトル$S(f)$に対する粉粒体流入量（このモデルでは初期流入密度ρ）の依存性を示したものが図8である。ここで$S(f)$は、上の境界から、パイプ全長を表すシステムサイズの3/4の位置における粉粒体密度の時系列に基づいて得られたものである。図8から、$\rho\approx1.6$のあたりで、$S(f)$が一様な密度での落下（(a)～(c)）から明確な疎密を伴う落下（(e)～(g)）の場合に見られる形へと、ρの値を大きくすることによって転移している様子が示されている。また、密度に明確な疎密を伴う粉粒体の落下に対する$S(f)$（図中の(e)～(g)）では、図5（B）の場合と同様に$S(f)\sim f^{-\alpha}$というべき的な振る舞いを示す周波数領域の存在し、$\alpha\approx1.34$という値が得られた。従って、これらのシミュレーション結果は、図5（B）に示された実験結果と一致しているといえる。

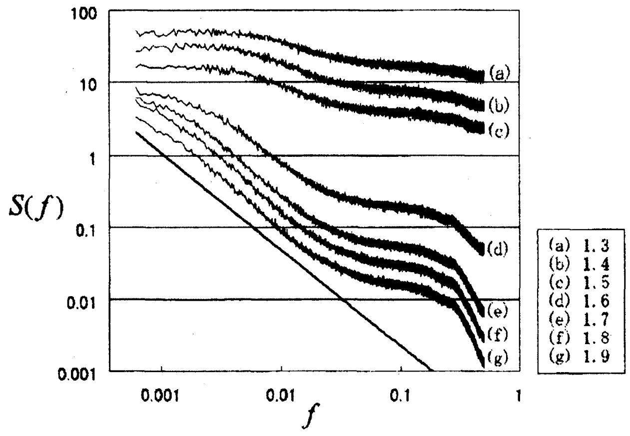


図8：上の境界から、パイプ全長を表すシステムサイズの3/4の位置における粉粒体密度の時系列を元にして得られたパワースペクトル。図の右下にある(a)～(g)の値は、粉粒体の初期流入密度ρを表しており、図中にプロットされた曲線の左上にある(a)～(g)と対応している。図中の直線は、べき指数が-4/3を示すガイドラインである。

[今後の課題]

実験においては、粉粒体密度に明確な疎密を伴いながら粉粒体が落下する場合、空気と粉粒体との相互作用（空気の抵抗力）が重要であると思われる。今後、空気の相互作用を考慮したモデルを構築し、より現象に即したモデルから、パイプ中を落下する粉粒体の密度波形成メカニズムを探りたいと考えている。

[参考文献]

[1] O.Moriyama, N.Kuroiwa, S.Tateda, T.Arai, A.Awazu, Y.Yamazaki and M.Matsushita : Prog. Theor. Phys. Suppl. **150** (2003) 136.

[2] A.Nakahara and T.Isoda : Phys. Rev. E **55** (1997) 4264.

[3] G.Peng and H.J.Herrmann : Phys. Rev. E **51** (1995) 1745.

[4] G.Peng and H.J.Herrmann : Phys. Rev. E **49** (1994) R1796.

[5] J.L.Aider, N.Sommier, T.Raafat and J.P.Hulin : Phys. Rev. E **59** (1999) 778.

[6] J.Lee : Phys. Rev. E **49** (1994) 281.

[7] M.Y.Choi and H.Y.Lee : Phys. Rev. E **52** (1995) 5979.