

# ポアンカレの哲学における不変性

森田 紘平\*

## Invariance in Poincaré's philosophy

Kohei MORITA

### abstract

It has been widely accepted that one of the foundations of Poincaré's philosophy is the notion of the group. However, the roles of the group theory in his philosophy has not been strictly examined. The aim of this paper is to reveal the role of this notion in his epistemology, in particular, philosophy of geometry, philosophy of science, and the objectivity. To look at closer, the important notion for his epistemology is not the group itself, but invariance (even though he does not refer to this term).

## §1 はじめに

アンリ・ポアンカレ (Henri Poincaré 1854–1912) は 19 世紀末から 20 世紀の初頭にかけて活躍した数学者・物理学者であり、最晩年に出版された啓蒙書の中で哲学的な議論を展開した (Poincaré 1902; 1905; 1908)。幾何学については規約主義を、实在論としては構造实在論、特に認識論的構造实在論 (以下, ESR) をとっている。ポアンカレを科学的な観点で研究している Gray (2010; 2013) が指摘するように、ポアンカレは、その思想の中で群論の役割を重視しているように見える。実際、ポアンカレは「群の一般概念は我々の認知の内に先住している」(Poincaré 1902 [1959], p.93 [p. 98]) と述べ、明らかに群論に特別な地位を与えている<sup>1</sup>。Gray は「彼の群という概念の使用は彼の認識論を支え、実りあるアナロジーの探究を引き起こした」(Gray 2013 p. 1) と示唆しているが、分析はなされていない。後述するようにポアンカレは幾何学と群論を密接に関連づけており、同時代の同様の試みとしてはエルランゲン・プログラムというこの二つの領域を関連づける試みがある。一方で、ESR についていえば、ポアンカレと同時代の新カント派の哲学者の思想の中にも見出すことができる。これらの

---

\* 名古屋大学情報学研究所 morita.kohei@imbox.nagoya

<sup>1</sup> 以下、本稿では、翻訳の書誌情報について [ ] をつけて示す。

ことから、ポアンカレの認識論を検討することは重要であろう。では、ポアンカレの哲学における、群という概念の役割はなんだろうか？

哲学において群論の役割に着目するものとしては、客観性に関する議論がある。これは、ある種の変換に対して不変なものは客観的であるという発想をもとにして展開された議論で、伝統的には数学者・物理学者であるヘルマン・ワイル (Hermann Weyl 1885-1955) によって提案され、また、現代では Nozick らによって再定式化がなされている。彼らのように群の概念に訴えて、客観性を変換に対して不変なものと定義する立場は不変主義 *invariantism* と呼ばれる。この立場では、群の性質を満たす変換に対する不変性を客観性の必要条件とする。本稿では、客観性にまつわるポアンカレの議論を不変主義の観点から分析することで、ポアンカレの哲学における群論と不変性の役割を検討する。この分析を通じて、ポアンカレの認識論において群と密接に関連する不変性が重要であることを明らかにする。

本稿の構成は以下のとおりである。まず、群論を背景に対称性によって客観性を特徴付けるような立場について紹介する。客観性の定義として変換に対する不変性を採用する立場にも批判はある。しかし、この立場は、ポアンカレの客観性についての分析のヒントとなる。続けて、ポアンカレの哲学的な立場を整理する。特に幾何学の哲学、科学的实在論としての ESR、さらに客観性に関する議論を整理する。その上で、これらの哲学的分析に共通した不変性の重要性を示す。結論として、変換に対して不変である性質が、ポアンカレの哲学にとって本質的であることを示す。本稿の目的はポアンカレの思想を現代的な形で再構成するものではなく、ポアンカレ自身の主張を可能な限り原文に即して再構成することにある。

## §2 客観性と対称性

まずは、客観性を対称性によって特徴付ける立場について紹介しよう。例えば、正方形について、「すべての辺の長さが等しい」という性質は客観的な性質であろう。例えば、正方形を、平行移動させたり、回転させたり、鏡映させたり、拡大や縮小したとしても、「すべての辺の長さが等しい」という性質は変わらない。つまり、この性質はある種の変換に対して不変であると特徴付けられる。このように変換に対して不変である性質を対称性と呼ぶことから、客観性は対称性によって特徴付けられる。つまり、ある対象の性質が、何らかの変換に対して不変であるとき (対称性を示すとき)、その性質は客観的である。逆に、変換に対して不変ではないような性質を考えよう。

ある長方形の「横辺は縦辺より長い」という性質を考える．この性質は明らかに、90度回転という変換を通じて不変ではない．そのため、この性質は客観的ではない．実際、長方形が常に「横辺が縦辺より長い」というのは、適切ではないだろう．もちろん、どのような変換が客観性をもたらすような変換なのかという問題は残るが、その前に対称性と群論の関係を整理しておこう．

典型的な例として円を考える．この円は、その中心を軸に回転しても、操作の前と後で区別ができない．つまり、これは回転の操作に対して不変であるといえる．このとき、円は回転に対して対称性を示す．一方で、例えば円周上の一点に着目すれば、回転という操作で他の点に移動する．このため、円周上の点は回転という操作に対して不変ではなく、円周上の点は回転に対する対称性を持たないと言える．この対称性を特徴付ける変換は群の性質<sup>2</sup>を満たしている．

今、時計回りの回転の角度を  $\phi$  として、 $\phi$  だけ回転させる操作を  $g_\phi$ 、逆に同じだけ反時計回りに回転させる操作を  $g_{-\phi}$  としよう．また、 $\phi_1$  回転させた後に、続けて、 $\phi_2$  回転させる操作を  $g_{\phi_1} \cdot g_{\phi_2}$  と書き、 $g_{\phi_1}$  と  $g_{\phi_2}$  の積と呼ぶ．直観的な言葉で言い直せば、これは  $(\phi_1 + \phi_2)$  だけ回転させる操作をさす．続けて、三つの回転の操作  $g_{\phi_i}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) について考える．番号の通りの順番で操作を行うとすると、3個の積は定義されていないが、2個の積は定義されているので、 $(g_{\phi_1} \cdot g_{\phi_2}) \cdot g_{\phi_3}$  と、 $g_{\phi_1} \cdot (g_{\phi_2} \cdot g_{\phi_3})$  という二通りの記述の仕方がある．しかし、これらは表現上の違いに過ぎず、明らかに等しい．このことから、この回転の操作  $g$  は結合則を満たす．全く回転させないような操作を考えると、これは  $\phi = 0$  に該当する．これは単位元の性質を満たす．また、任意の時計回りの回転  $g_\phi$  に対して、逆回転  $g_{-\phi}$  も定義されている． $\phi$  だけ回転させた後に、逆向きに  $\phi$  だけ回転させればもとに戻るなので逆元が定義される．以上から、円のもつ回転に対する対称性を特徴付けている変換は群の性質を満たす．これはあくまで回転という操作についての説明であるが、一般に対称性を特徴付けるような変換は群の定義を満たす．

ワイルは客観性と対称性の関係について、「客観性とは、自己同型写像の群に対する不変性を意味する」(Weyl 1952 p. 132) 主張する．ワイルは対称性を通じて、不変的

<sup>2</sup> 群の定義は次の通りである．ある集合  $G$  について、ある二項関係  $\cdot$  が定義され、以下の定義を満たすとき  $G$  を群と呼ぶ．

1. 任意の  $a, b, c \in G$  に対して、 $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
2. ある  $e \in G$  が存在し、任意の  $a \in G$  に対して、 $a \cdot e = e \cdot a = a$  を満たす．
3. 任意の  $a \in G$  に対して、 $a^{-1} \cdot a = a \cdot a^{-1} = e$  を満たす  $a^{-1} \in G$  が存在する．

例えば実数の集合を  $\mathbf{R}$  とすると、 $\mathbf{R} - \{0\}$  は積について群の定義を満たしている．

な性質を発見することができ、これが客観的な事実を特徴づけていると考える。特に念頭に置かれていたのが、ローレンツ変換からなるローレンツ群である。引用箇所直前で、ワイルはローレンツ変換によって同時性が不変ではないことを指摘し、このことから同時性は客観的な性質ではないと論じる。一方で、ローレンツ変換によって不変な性質、例えばローレンツ不変量は客観的な性質である。ワイル自身はこの議論を展開していないが、他には例えば運動方程式は客観的なものの例である。一般に、座標変換に対して不変な性質は、その対象にとって不変的な性質であり客観的な性質であるという主張としてワイルの立場は解釈される。

ワイルは対称性を特徴付ける群の中でも自己同型群によって客観的な性質を特徴付けられると主張するが、Nozick (2001) はより文脈的なアプローチをとる。Nozick は対象ごとに客観性を保証する対称性があると主張し、ワイルのように自己同型群に限定しない。例えば、ネーターの定理においてはリー群が客観性を担保する対称性になるが、客観性を一般に特徴づけるような対称性があるとは考えない。しかし、Earman (2004) はネーターの定理によって示される保存量が、他の時間変化するような物理量よりも客観的であることが説明されていないとして、Nozick の議論を批判している。つまり、Nozick の議論では保存量が非保存量に比べて客観的であるという主張が導かれてしまうが、これは適切ではない。ただし、Earman も対称性によって客観性を特徴付けるという方針自体は否定しない。具体的には、ゲージ対称性(ゲージ不変性)であれば、客観性を特徴付けることができると指摘している。ゲージ対称性を有していれば、同じ物理現象に対する異なる記述の仕方を関連づけることができる。つまり記述の仕方によらないものをゲージ対称性は明らかにすることが可能であり、これが客観性であると主張する。

もちろん、このように客観性を対称性で特徴付ける試み自体に問題がないわけではない。Debs and Redhead (2007) はこのように客観性を対称性と結び付けて論じる立場を不変主義と呼び、その問題点として、不変性が客観性の十分条件であるが必要条件になっていないと指摘する。例えば、対象の自己同一性はその対象の客観的な性質であると見ることができるが、自己同型群により特徴付けられる変換に対しては不変ではない。なぜなら自己同型写像であれば、あるクラスの対象を別の対象へと変換することがありうるためである。その意味で、自己同一性は自己同型群によって特徴付けられる変換に対して不変ではない。同様に Kosso (2003) もまた、客観性を対称性によって基礎づけるというアイデア自体の抱える問題点を指摘している。Kosso は対称性を通じて、特徴付けられるような客観性は、対象の客観性ではなく、関係、特に

物理法則の客観性であると指摘している。つまり、Kosso の主張は、対称性を通じて法則の客観性は特徴付けられるが、客観性一般を特徴付けるのには十分ではないことを含意している。

このように客観性は、(批判もある一方で) 群によって特徴付けられる対称性との関係が指摘されてきた。また、ワイルが科学以外の対象全てについても、客観性を対称性で特徴付けるような立場をとっていたかどうかとも議論の余地がある。本論では、客観性が果たして群論的アプローチに則って特徴付けられるのかということの問題にしない。次節で分析するポアンカレ客観性についての主張を評価するに当たって、群的な変換に対する不変性が客観性を特徴付けるとする不変主義の観点からポアンカレの主張を検討する。

### §3 ポアンカレの哲学と群的発想

ポアンカレの哲学的な立場としては、規約主義や ESR が知られている。これらを包括的に検討している研究は少ないが、例えば Psillos (2014) は関係中心主義という立場で、ポアンカレの哲学を特徴付けようとしている。しかし、Psillos も群論の重要性については言及しているものの、十分に検討しているとはいえない。また、前述のポアンカレについて科学史的研究 (Gray 2013) においても、群論がどのようにポアンカレの認識論の基礎となっているかについては検討されていない。この節では、まず、ポアンカレのよく知られた立場として、幾何学における規約主義と ESR について整理する。続けて、ポアンカレの客観性にまつわる議論を紹介した上で、最後に、これらのポアンカレの主張における群と不変性の重要性を明らかにしよう。

#### 3.1 幾何学の哲学

ポアンカレの幾何学の哲学における規約主義は伝統的に認められた立場である (Reichenbach 1958; Torretti 1978; Norton 1993)。伊藤が指摘するように、ポアンカレは幾何学がその便利さによって選択されると主張している (伊藤 2017 p. 159)。例えば、我々にとっては非ユークリッド幾何学に比べてユークリッド幾何学が日常的なレベルでは便利であり、そのため我々は規約としてユークリッド幾何学を選択している。この選択は、幾何学自身の真偽とは無関係である。この主張の背景には、ポアンカレの幾何学をいかに構成するのかという問題意識がある。ポアンカレにとっての幾何学の構築についての議論は、科学的知識をどのように構成するのかという大きな問いの

一部である (Ivanova 2015a)<sup>3</sup>。

ポアンカレの規約主義的な主張は以下のようなものである。

幾何学の公理は先天的総合判断でもないし、実験的事実でもない。

それは規約である。我々のあらゆる可能な規約のうちから実験的事実によって導かれて行ったのである。しかし、選択にはなお自由の余地があって、矛盾は全然避けるという必要はあるが、それ以外には制限はない。

(中略)

ユークリッド幾何学は現在最も便利であり、また将来もそうであろう。

(Poincaré 1902 [1959] p. 71 [p. 76])

ポアンカレは我々が経験を通じて、自分にとって便利な幾何学を構成しているのだと主張する。その意味では、ユークリッド幾何学は唯一の幾何学ではなく、非ユークリッド幾何学が便利な世界もありうる。したがって、いわゆるカント的な立場のように幾何学はいかなる意味でもア・プリオリに正しいものではない。では、ポアンカレの幾何学の哲学においては、どのように経験を通じて幾何学が構成されるのだろうか。ポアンカレの主張を整理することで、群論を重視するポアンカレの立場を明らかにしていこう。

以下、『科学と仮説』(Poincaré 1902 [1959]) の 4 章を整理し、ポアンカレの幾何学の哲学における経験の役割を整理する。ポアンカレは幾何学的空間の性質は経験(対象の運動)を通じて知るほかにないと前提する。ある固体が目前でなんらかの運動をしているとする。このとき、まず視覚によって網膜の底に固体の像が形成され、これを印象と呼ぶ。この印象は、視覚・触覚・運動によって現れる表象空間と呼ばれる空間の上で固体の運動が表現される。この時、これらの感覚は全て不可欠なものであるとされている。印象の変化を通じて現象の変化を明らかにし、この変化の中でも特別なものを「移動」と呼び、これが幾何学の対象である。移動とはつまり位置変化であり、この位置変化を通じて間接的に明らかになるのが空間の性質である。この位置変化の規則性を明らかにすることで幾何学は構成される。

ポアンカレの説明に則り、もう少し図式的に整理しよう。ある固体が  $a$  の位置にあり、次に  $b$  の位置に移ったと仮定する。このような変化を外的変化と呼ぶ。位置  $a$  に

---

<sup>3</sup> その意味で、Ivanova (2015a) はポアンカレの立場を構成主義と呼ぶ。さらに、幾何学のみならず科学における規約主義的な側面を指摘する。具体的には、ニュートンの万有引力の法則は、一種の原理であり、これは検証不可能であるとして、規約によって選択されているに過ぎないとする。

あるときこの固体は印象  $A$  を与え、位置  $b$  にあるとき印象  $B$  を与える。また別の二つ目の固体があると仮定し、一つ目の固体と全く異なる性質を持っているとする（形や色が違うなど）。この第二の固体も同様に  $a$  から  $b$  へと移動したとする。この時、 $a$  にあるときには  $A'$  という印象を与え、 $b$  にあるときは  $B'$  という印象を与える。今、 $A$  と  $A'$ 、 $B$  と  $B'$  の間には全く共通する部分はないとしよう。では、 $A$  から  $B$  への変化と、 $A'$  から  $B'$  への変化の間にも全く共通する部分がないのだろうか。もちろん、そうはならず、これらはどちらも同じ位置変化であると考えることができる。なぜなら、この変化はどちらも同じ観測者の変化（例えば、観測者が  $a$  から  $b$  へと平行移動することや、観測者自身が移動せずとも眼球を動かすことなど）によって打ち消すことが可能だからである。外的変化に対して観測者自身の変化のことを内的変化と呼ぶ。外的変化に対応する内的変化が存在するものが移動であり、これが位置変化である。このようにして、我々は位置変化とそれ以外の変化を区別することができる。

ポアンカレにとって、このような位置変化のもつ規則性を整理することが、幾何学を構成することである。幾何学は群の研究であるとポアンカレは述べているが (Poincaré 1902 [1959] p. 93 [p. 98]), 具体的にどのような意味であろうか。実際に、ポアンカレが幾何学空間の基本的な性質としている空間の等質性と等向性の獲得の仕方について説明しておこう<sup>4</sup>。ポアンカレによれば、これらは次のように特徴付けられる。

- 空間は等質である。すなわち空間のあらゆる点は相互に等しい。
- 空間は等向である。すなわち同一点を通るあらゆる直線は相互に等しい (Poincaré 1902 [1959] p. 74 [p. 79])。)

ここで、ポアンカレが「まさに空間は等質でかつ等向である」(Poincaré 1902 [1959] p. 86 [p. 91]) とする事例から、これらの性質がどのように得られるのかを考える<sup>5</sup>。まず、ある固体が外的変化  $p$  によって位置  $x$  から  $y$  へと動いたとき、この変化によって、印象は  $X$  から  $Y$  へと変化したとする。このとき、 $p$  に対応する  $q$  という内的変化によって、印象  $Y$  から  $X$  へと変化したとする。外的変化  $p$  をキャンセルするような内的変化があることから、これは位置変化であるといえる。また別の外的変化  $p'$  によって、位置  $x'$  から  $y'$  へと変化したとする。この時、印象としては同じく  $X$  から  $Y$  への

<sup>4</sup> ここでの等質性は現代的な意味での等質性ではない。一般に、等質性は平行移動対称性を意味するが、ここでの等質性はそれよりも条件が弱く、空間の点がどれも等しいという程度の意味である。

<sup>5</sup> 以下、本来ポアンカレ自身は  $a, b, \alpha, \beta$  のような記号を用いて説明しているが、前述の事例と区別するために表記などを適宜変更している。

変化であったとする。この印象の変化をキャンセルするような内的な変化  $q'$  があるとすると、この  $q'$  は  $q$  と同じであるとポアンカレは主張する。この事例は、以下のよう  
に解釈することで、等質性と等向性を示していると考えることができる。まず、異なる  
変化である  $p$  と  $p'$  の変化が同じ内的変化によってキャンセルできることは、 $x$  から  
 $y$  への変化と  $x'$  から  $y'$  への変化は同じものであることを示す。したがって、幾何学空  
間において各点には区別がない(等質性)。この同じ事例が等向性を示すとされている  
が、それは次のように理解することで示される。 $p$  と  $p'$  は異なるとされているが  $x, y$   
については特に制約がないので  $x = x'$  とする。このとき  $p$  を  $x$  から  $y$  への直線的な位  
置変化を、 $p'$  を  $x$  から  $y'$  への直線的な位置変化であると考え、他の条件は同一であ  
るとする。この位置変化は同じ内的変化によってキャンセルされることから、この二つ  
の位置変化は幾何学空間においては同じものである。つまり、点  $x$  を通る直線は相互  
に同一である(等向性)。このように位置変化に対して不変な幾何学的空間の性質が明  
らかになる。ポアンカレはこの位置変化が一つの群を作っていることも指摘する<sup>6</sup>。群  
の一種である位置変化を通じて幾何学が構成されることから、幾何学的空間の探究は  
この群の分析を通じて行われる<sup>7</sup>。このような図式を採用しているため、幾何学とは空  
間の性質としてもっとも適切な部分群を明らかにする営みであるとポアンカレは主張  
する(Poincaré 1902 [1959] p. 110 [p. 116])。

ポアンカレの幾何学の哲学において経験は重要な役割を果たしているが、幾何学は

<sup>6</sup> このような変化の集合を群と呼ぶのであれば、現代的な視点では、ポアンカレが着目していることを「群の構造を満たす変換」と呼ぶのが妥当に見えるかもしれない。だが、ポアンカレ自身は変換 transformation という概念を用いていない。また、ここでの変換は具体的に何を指すのか(回転なのか、平行移動なのか、鏡映なのか)が明確ではなく、その意味で現代的再構成だとしても変換と呼ぶには注意が必要である。一般に変換は、全単射  $g$ : 集合  $X \rightarrow$  集合  $X$  を満たすものであり、ポアンカレが検討しているのは特定の点  $a, b$  であるので、変換と呼ぶことができない。しかし、ポアンカレがここで検討しているような位置変化は、実は任意の点について検討していると見ることもできる。後述する通り、ポアンカレの幾何学を構成することは、経験を通じて得られる理想化された運動を分析することである。そのため、ポアンカレのここでの位置変化は具体的な点と点の関係ではなく、任意の2点の間関係を指していると理解することができる。すると、ポアンカレは「変換」を問題にしているといってもいいだろう。また、『科学の価値』においては、この『科学と仮説』の幾何学の議論を整理する過程で「点変換」などの概念が用いられている(例えば、ポアンカレ 1908 [1953], p. 69[p. 76])。ただし、本論の、可能な限り忠実な再構成という目的を踏まえて、『科学と仮説』においてはポアンカレ自身が用いていないことから、ここでは「変換」という語は用いない。

<sup>7</sup> 厳密にいうならば、ここで用いられているのは群の定義を満たすと必ずしも言えないかもしれない。というのも、群の定義の中で結合則については満たすことが明示されていないためである。そのため、むしろ、亜群 groupoid として捉えるなど圏論の概念を用いるなどして、現代的な再構成は一つの有望な戦略であると言えるかもしれない。しかし、本稿の目的とは大きく外れることから、この点についてはこれ以上検討しない。



経験科学ではない。確かに幾何学的空間は経験に基づいて構築される。特に、位置変化という特定の変化を通じて、幾何学空間の性質が明らかになる。この位置変化の法則の検討が幾何学であるが、この位置変化は群の構造を持つ。そのため、幾何学の研究自体は、この部分群の研究であって、経験的な探求ではないのである。またこの群という概念自体は、経験から獲得されるものではない。むしろ、群という概念は我々の理知の内に先住しているものである (Poincaré 1902 [1959] p. 93, p. 109 [p. 98, p. 115]).

本節ではポアンカレの幾何学の哲学について、群論と不変性が関連する部分について整理してきた。ポアンカレは、幾何学が経験を通じて獲得されると主張する。さまざまな変化の中でも特に位置変化を通じて、等質性や等向性といった幾何学的な空間の性質が明らかになる。この位置変化自体は、この幾何学を構築させる位置変化は群の構造を満たし、そのため幾何学とは群の探求であるとされる。この位置変化を通じて構築される幾何学は一つとは限らない。複数の幾何学の中から一つを選択するのは規約、より具体的には、我々にとって便利な幾何学が選択される<sup>8</sup>。規約主義自体については、群論、ないし不変性が重要な役割を果たしているとは言えない。しかし、空間の性質として与えられているものは、位置変化という変化に対して不変な性質であり、ポアンカレは幾何学の哲学において不変性を重視していたと言えるだろう。

### 3.2 ポアンカレの科学的实在論と客観性

ポアンカレの科学的实在論における立場は ESR と捉えられる。ESR の特徴付けも様々であるが、概ね「我々が知りうるのは関係だけである」という主張と言えるだろう。ESR を定式化した Worall は ESR の先駆的な研究者の一人として、ポアンカレの名前を挙げている (Worall 1989 pp. 101–103)。現代においても、ポアンカレは ESR 的であるということについては標準的な見解である (French 2014; Massimi 2011; 伊勢田 2018)。

ポアンカレが ESR に立っているとされるもっとも重要な事例は、マクスウェル理論とフレネルの理論の間の関係についての分析である。ポアンカレは次のように論じている。

〈フレネルの理論とマクスウェルの理論における〉方程式は関係を表現してい

<sup>8</sup> 幾何学の便利さとは何かという点については本論では検討していないが、ポアンカレにとっての便利さとは単純さであることは指摘されている (Belot 2011)。

て、方程式が真であることを失わないのは、すなわちこの関係がその实在性を保持しているからである。その後も以前と同じようにこれらの方程式は何かあるものと別のあるものとの間にこれこれの連関があることを我々に教える。ただこのあるものを我々は以前には運動と呼んだが、いまでは電流と呼んでいるだけである。しかしこれらの名称は、自然が永久に我々に隠している实在の対象の代理として用いている形象にすぎなかった。これら实在の対象間の真なる連関こそは我々の捕え得るただ一つの実在である。ただ、これらの対象間にはその代理としてやむを得ず用いている形象間の連関と同じ連関が存在すること、これだけが条件である。もしこういう連関が知られていれば、我々が或る形象を別の形象で置きかえることが便利だと判断したところで、いっこうさしつかえはない (Poincaré 1902 [1959], p. 188 [p. 191], < > 内は引用者)。

ここではまさしく、対象ではなく、関係こそが唯一捉えうるものだとポアンカレが主張している。その意味で、ポアンカレは ESR を主張していると考えられてきた。

ポアンカレがフレネルの理論とマクスウェルの理論の間の変化を通じて維持されたものとして念頭に置いているのは随伴係数に関する方程式であると考えられる (森田 2018 pp. 24-25)。フレネルの随伴係数とは、「透明物体中のエーテルは、物体の速度を  $v$ 、屈折率を  $n$  とした時、 $(1 - 1/n^2)v$  で動く」(広重 1968, p. 64) ことをフレネルが示した際の、 $(1 - 1/n^2)$  を指す。フレネルのそもそもの主張は静止エーテルについての理論であるが、今日では一般に、速さ  $v$  で移動している屈折率  $n$  の媒質中の光速  $c'$  を

$$c' = \frac{c}{n} \pm \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)v \quad (1)$$

としたときの  $v$  の係数を随伴係数と呼ぶ。ただし、 $c$  は真空中での光速である。この性質は 1851 年のフィゾーの実験によって確かめられており、近似的には相対論の範囲でも正しいことが知られている<sup>9</sup>。この方程式が理論の変化を通じて不変であり、これがポアンカレにとって理論変化を通じて唯一捉えうる関係の具体例であると考えられる。ただし、ポアンカレが重視している「関係」とは式 (1) のような表現それ自体ではない。Psillos が指摘するように、ポアンカレが重視するのは表現ではなく、その背景にある関係である (Psillos 2014 pp. 123-134)。式 (1) で表現されるような媒質と光速の関係は変わらず、その表現自体は変わっていく。しかし、この関係は科

<sup>9</sup> ポアンカレ自身もこの実験については言及しており、その内容を認識していたと考えられる (Poincaré 1902 [1959] p. 196 [p. 199])。

学がどのように変化しようとも変わらないとポアンカレ捉えている。つまり、理論変化を通じて不変な関係を重視しているといえる。

この理論変化の議論にとって、群の概念は重要だろうか。答えは明らかに否定的であろう。群という数学的概念を理論変化のような事例に応用すること自体に妥当性がない。むしろ、ポアンカレが重視したのは不変な性質であると考えてるのが妥当である。この事例について言えば、フレネルの理論からマクスウェルの理論への変化を通じて、不変である関係こそが実在するものであるというのがポアンカレの主張である。

ポアンカレの規約主義と ESR の関係については、これまでも検討されてきた。例えば、Ivanova (2015a; 2015b) は規約主義と ESR の間には一種の階層構造があると指摘する。ポアンカレの認識論における大きな目的は、我々がどのように科学的知識を得るのかという問いに答えることである。その上で、ポアンカレは、ア・プリオリなレベルに算術を置き、これをもとに経験を通じて規約的に幾何学が構成される。この規約的な態度は自然科学まで拡張されるが、その対象はあくまで万有引力の法則のようないくつかの原理だけである。その上で、科学が明らかにできるのは、関係のみであるという構造主義的な立場が現れるとされている。ポアンカレは規約主義者であり、この世界の基礎的な本性の全てを明らかにすることはできないと考えつつも、ある程度はこの世界の構造については知識が獲得できているという点を救うために構造主義に立つとされる (Ivanova 2015b p. 88)。一方で、Psillos (2014) は、ポアンカレの構造主義的な立場を、関係主義と呼ぶべきであると指摘する。というのも、ポアンカレは方程式と関係を区別しており、より重要なのは関係であると考えているためであると指摘する。つまり、ある関係を数学的に表現したとしても、その表現自体は重要ではなくその関係を重視しているため、構造主義ではなく関係主義と呼ぶべきである (Psillos 2014 p. 133)。しかし、この区別はここでは本質的ではないので、関係主義の一つとして ESR があると認めることとしよう。Psillos は、規約主義と関係主義はそれぞれ、目的が異なっており、両者の哲学は独立であると指摘する。規約主義が取り組んでいるのは「科学の対象がいかに構成されるのか」という問いであり、関係主義が検討しているのは「科学の対象はこの世界とどのように関連しているのか」という問いである (Psillos 2014 p. 135)。

Psillos と Ivanova らと異なり、本稿で指摘しているのは、規約主義と ESR の背景に共通するポアンカレの立場として、不変性を重視する姿勢があるというものである。規約主義の背景には、我々が位置変化という一種の群を分析することが幾何学の中心的課題であるというポアンカレの立場がある。そもそも規約的に選択される幾何学自

体が、位置変化に対して不変である性質を通じて構築される。規約主義それ自体にとって不変性は直接重要ではないが、そもそもの幾何学の哲学においてポアンカレは不変性を重視している。一方で、ESRにおいては、理論変化を通じて不変であるものを重視する姿勢が見て取れる。これら二つの認識論的議論に共通する特徴は、変化に対して不変なものを重視する姿勢である。この点については後述することにして、次節では、現代的には、不変性との関連が深い客観性についてのポアンカレの議論を見ていこう。

### 3.3 ポアンカレ哲学における客観性

ポアンカレの思想史的分析の中で、あまり着目されてこなかった概念が客観性である。しかし、群論を重視するポアンカレの思想と前述のような対称性と客観性を結びつける伝統を踏まえれば、ポアンカレの客観性に関する分析を検討するのは、彼の哲学全体を評価する上で重要であろう。

Psillos (2014) もポアンカレの幾何学の哲学、科学哲学、客観性に関する分析を包括的に行っている<sup>10</sup>。ポアンカレの客観性の理解についての Psillos の分析は理解の助けになるので、ここで紹介しておく。ポアンカレは、「客観的なものは多くの精神に共通のものでなければならず、それゆえ互いに伝達できるものでなければならない」(Poincaré 1905 [1977] p. 286 [p. 274]) と述べている。このことを踏まえて、Psillos はポアンカレの客観性に関する議論を次のように定式化している。

1. 客観的なものは全て、多くの主体に共通でなければならない。
2. それゆえ、客観的なものは全て、ある主体から別の主体へと伝達可能 (transmissible) でなければならない。
3. 伝達可能なものは、共有可能 (communicable) で理解可能でなければならない。
4. 感覚や性質は共有可能ではない。
5. 感覚や性質は客観的ではない。(Psillos 2014 pp. 129–130)

ポアンカレにとって感覚はあくまで個人だけのものであって、他人と同じ感覚を有しているとは限らない。また、ここでの性質は感覚的な性質を指し、物理量などは念頭においていないと考えられる。この主張を具体例を通じて説明しよう。

<sup>10</sup> Psillos 自身、カント哲学と対照する過程でポアンカレにとって「群は理解の形式」であると主張している。しかし、Psillos は群がどのように機能しているのかを十分に検討しているとはいえない。

ポアンカレが例として出すのは、ヒナゲシとサクランボの色と芝生の色の例である。まず、ヒナゲシとサクランボは色について、ある人と同じ感覚 A を生じさせ、芝生は色について別の感覚 B を生じさせる。一方で別の人には、ヒナゲシとサクランボは色について感覚 B を生じさせ、芝生は感覚 A を生じさせるとする。このとき、両者はヒナゲシが生じさせる感覚が違うということを相互に確認できないとポアンカレは指摘する。最初の人は、感覚 A を赤と呼び、感覚 B を緑と呼ぶ。一方で、二人目の人は感覚 A を緑と呼び、感覚 B を赤と呼ぶ。そのため、二人は互いの感覚それ自身について、伝えることができない。しかし、この二人は「ヒナゲシとサクランボが同じ感覚を引き起こす」ということについては認めることができる。

感覚は伝達し得ない。というよりは、むしろ、感覚において純粋な性質であるものはいずれも伝達不可能であって、決して相通ずることのできないものなのである。ただし、これらの感覚間の関係については事情が同じではない。(中略)客観的なものはすべてあらゆる性質の欠けたものであって、純粋の関係だけに他ならない。(Poincaré 1905 [1977] p. 287 [p. 275])

この例を通じて、ポアンカレは感覚自身は伝達可能ではなく、その関係のみが伝達可能であり、この関係のみが客観的であると主張している。

これを群という観点から考えてみよう。ポアンカレの客観性に関する議論は不変主義のように群という概念と関連しているだろうか。ポアンカレによれば、客観的なものは純粋に関係だけである。前述の例では、ヒナゲシとサクランボが同じ感覚を生じさせるということが、唯一客観的なものである。つまり、ヒナゲシが生じさせる感覚と、サクランボが生じさせる感覚それ自体は客観的ではないが、これらの感覚は同一であるという関係は客観的である。ポアンカレは、「伝達可能でないものはなにごとくも客観的では有り得ない。従って、感覚間の関係だけが客観的価値を持ちうる」(Poincaré 1905 [1977] p. 287 [p. 275]) と主張しており、これは人 P から人 Q へとこの関係を伝達したときにも、感覚間の関係(サクランボとヒナゲシがもたらす感覚が同一であること)については不変であることを意味している。

しかし、これもまた、理論変化の事例と同様に、群の概念を応用するのは妥当ではないだろう。前述のような不変主義は群を具体的にイメージしている。ワイルであれば自己同型な変換であり、Earman はゲージ変換を念頭においている。一方、ポアンカレの客観性については、具体的にどのような対称性を念頭においているのかが明確ではない。したがって、ポアンカレは不変主義者ではない。ただし、ポアンカレの客観

性において、伝達を通じて不変なものを重視していたことは指摘でき、この点では不変主義に先行している。

ポアンカレの客観性に関する議論において重要な概念は伝達であり、伝達を通じて不変なものこそが客観的なものであるとする。特に、この不変なものは対象の性質それ自体ではなく、性質間の関係が伝達を通じて不変な客観的なものであるとするのがポアンカレの立場である。

### 3.4 不変性

ポアンカレの幾何学の哲学と科学哲学、さらに客観性の議論における群の概念と不変性について整理してきた。実際、ポアンカレにとって、幾何学とはまさしく群の性質の分析であると主張しているように、群論の重要性は上述の通りである。具体的には、幾何学的空間の性質を明らかにしている位置変化が群の構造を満たすために、幾何学は群の研究としている。幾何学の哲学においては群という概念が重要であるが、一方で、科学哲学や客観性の議論では、群論が直接重要であるとは言い難い。

ポアンカレの哲学にとって重要なのは、群という概念それ自体ではない。実際、理論変化や伝達という変換が群という数学的な構造を厳密に満たしていると考えるのは、説得力に欠ける。群論をもとに、ポアンカレが重視したのは不変性である。ESRにおいては、理論変化を通じて不変なものが関係であることを重視している。同様に、客観性の議論においては、伝達を通じて不変なものが関係であると言える。つまり、ポアンカレが重視しているのは不変性である。一方で、幾何学の分析において重要なのは群論であるが、そもそも群論が重要なのは、位置変化に対して不変な性質を明らかにするためである。このように、ポアンカレの認識論にとって重要なのは、群という概念そのものではなく、群やそのアナロジーを通じて明らかになる不変性である。

しかし、ポアンカレ自身は「不変性」という概念を用いることはほとんどない。幾何学の対象は、固体を不変に保つような運動である旨は述べられており、例えば『科学と仮説』(Poincaré 1902 [1959])では、「不変な図形 figure invariable」(p. 65 [p. 70])や「変化しない固体 solide invariable」(p. 104 [p. 109])という概念は用いられている。ここでの invariable は、字義通りに変化しないという程度の意味で捉えるべきで、現代的な意味での不変性ではないと考えられる。というのも、『科学と仮説』(Poincaré 1902 [1959])や『科学と方法』(Poincaré 1908 [1953])のような代表的な著作では、不変性を意味する invariant や invariance という概念は用いられていない。一方で、『科学の価値』(Poincaré 1905 [1977])の中では、ポアンカレは不変性・不変 (invariant)

という概念を用いているが、その使用は数学的な概念ではないのは明らかであり、哲学者・数学者であったエドゥアール・ル・ロワ (Éduard Le Roy 1870–1954)<sup>11</sup>が用いているために使用したに過ぎない (pp. 269–270 [pp. 258–259]). ポアンカレはル・ロワの「この世界とは別の世界で教育を受けた生物との間に共通する普遍で不変なものは存在するのか」という問いに応答する中で、不変性の概念を用いているに過ぎない。もし、我々とこの生物の間に翻訳可能性があるとするれば、「翻訳可能性は不変なものが存在することを含意する」(Poincaré 1905 [1977] p. 269 [p. 258]). 翻訳とは、この不変なものを明らかにする行為であるとする。例えば、ドイツ語しか知らない人と、フランス語しか知らない人が同時に理解できる文を書くことはできない。しかし、ドイツ語とフランス語は翻訳が可能であり、この翻訳を通じて、それぞれの文に共通する不変的なものを明らかにすることができる。この意味で、この世界には一種の不変なものが存在するとポアンカレは主張している。この姿勢は、前述の客観性や ESR 的な態度の中に見出しうる主張である。しかし、ここでの不変という概念は、「翻訳を通じた不変性」のように明らかに数学的なものではない。

ポアンカレの哲学において群の概念が重要であるとされてきた。確かに、群のような変化・伝達は議論の中で中核を担っている。しかし、ポアンカレにとって重要なのは群それ自体ではなく、現代的な言葉でいえば不変性である。変化を通じて不変なものを重視する姿勢が、ポアンカレの認識論に通底している。ただし、ポアンカレは少なくとも現代的な意味では不変性という概念を用いていないということには注意が必要である。

## §4 結論

ポアンカレの認識論における群という概念をもとに分析してきた。幾何学の哲学においては、明らかに群概念が重要である。なぜなら、ポアンカレにとって幾何学は群の探究に他ならないためである。しかし、ESR や客観性の議論においては群それ自体が重要とはいえない。同様に、ポアンカレの認識論において通底しているのは、一種の不変性である。ポアンカレの幾何学の哲学にとって、群の構造を満たす位置変化を通じて、幾何学空間の不変な性質が明らかになるということが重要である。また、ESR については理論変化を通じて不変なものが重視されており、具体的に本論で検討した随伴係数に関する式 (1) がこれに対応する。ポアンカレにとって客観性は、伝達

<sup>11</sup> ル・ロワとポアンカレの応答については、伊藤 (2017) や伊勢田 (2018 pp. 235–238) などを参照。

を通じて不変なものである。彼の認識論に共通する重要な特徴は、変化に対する不変性を重視する姿勢と考えられる。つまり、不変な性質や対象の重要性を明らかにするために、群という概念を強調していたに過ぎず、現代的な表現をするならば、ポアンカレの認識論は表現によらない不変なものを重視する姿勢の帰結である。

以下、本研究の展望について言及しておこう。本研究で明らかにしたのは、ポアンカレの思想の背景に、変換に対する不変性を重視する姿勢があったということである。特に着目すべきはワイルとの関係である。ポアンカレは不変性に着目することで、客観性についての議論を展開している。この発想はワイルにも見られることは前述の通りである。このことを踏まえると、ワイルとポアンカレの間には、不変性という概念を認識論に应用する系譜があると見ることができる。ポアンカレとワイルの関係は、Gray (2015) で指摘されるが、これはあくまで数学の哲学にとどまる。不変性に着目する認識論の系譜を展開するためには、ワイルの主張を分析することが必要だろう。加えて、客観性の歴史という観点から見れば、他の客観性についての議論との比較・検討が必要である。このような問題について考えれば、Daston and Galison (2007) の議論と対照した分析が必要である。また、科学史上の問題としては、前述のとおりクラインのエルランゲン・プログラムとの関係を検討する必要がある。エルランゲン・プログラムにおいても、幾何学と群論を深く関係づける姿勢は見て取れる。しかし、ポアンカレ自身はエルランゲン・プログラムに言及しておらず、Gray (2013) もポアンカレと関係づける形では言及していない。哲学史の観点からすれば、同時代の哲学的潮流である新カント派と比較はもちろん重要である。すでに広く指摘されるところであるが、特に ESR はカッシーラーの中にもみることができることから (French 2014; Gower 2000; Massimi 2011)、客観性という観点からも比較することは哲学史上にポアンカレを位置付け、20 世紀初頭における思想史全体を理解するというプログラムにとっては不可欠であろう。

## 謝辞

本稿の執筆にあたって有益な助言を与えてくれた匿名の査読者 2 名と、谷村省吾氏、稲葉肇氏に感謝する。また、本稿は科研費 (20J01142) の支援を受けている。

## 参考文献

- [1] Belot, Gordon. 2011. *Geometrical Possibility*. Oxford University Press.



- [2] Daston, Lorraine., and Galison, Peter. 2007. *Objectivity*. Zone Books.
- [3] Debs, Talal., and Redhead, Michael. 2007. *Objectivity, Invariance and Convention*. Harvard University Press.
- [4] Earman, John. 2004. Laws, Symmetry and Symmetry Breaking: Invariance, Conservation Principles, and Objectivity. *Philosophy of Science*. **71**. pp. 1227–1241.
- [5] French, Steven. 2014. *The Structure of the World*. Oxford University Press.
- [6] Gray, Jeremy. 2010. *Worlds Out of Nothing*. Springer.
- [7] ———. 2013. *Henri Poincaré*. Princeton University Press.
- [8] ———. 2015. Henri Poincaré and Hermann Weyl on the Foundations of Mathematics. In: D. Rowe and WS. Horng. (eds.). *A Delicate Balance: Global Perspectives on Innovation and Tradition in the History of Mathematics*. Birkhäuser. pp. 125–149.
- [9] Gower, Barry. 2000. Cassier, Schlick and ‘Structural Realism’: The philosophy of the science in the background to early logical empiricism. *British Journal for the History of Philosophy*. **8**. pp.71–106.
- [10] Ivanova, Milena. 2015a. Conventionalism, Structuralism and Neo-Kantianism in Poincaré’s Philosophy of Science. *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*. **52**. pp. 114–122.
- [11] ———. 2015b. Conventionalism about What/Where Duhem and Poincaré Part Ways. *Studies in History and Philosophy of Science*. **54**. pp. 80–89.
- [12] Kosso, Peter. 2003. Symmetry, Objectivity, and Design. in K. Brading and E. Castellani (eds.). *Symmetries in Physics*. Cambridge University Press. pp. 413–424.
- [13] Massimi, Michela. 2011. Structural Realisms: A Neo-Kantian perspective. in P. Bokulich and A. Bokulich (eds.). *Scientific Structuralism*. Springer. pp. 1–23.
- [14] Norton, John. 1993. Philosophy of Space and Time. in M. Salmon, J. Earman, et al. (eds.). *Introduction to the Philosophy of Science*. Hackett Publishing Company. pp. 179–231.
- [15] Nozick, Robert. 2001. *Invariances: The Structure of the Objective World*. Harvard University Press.
- [16] Poincaré, Henri. 1902. *La Science et l’Hypothèse*. Flammarion. (河野伊三郎訳. 1959. 『科学と仮説』. 岩波書店).
- [17] ———. 1905. *La Valeur de la Science*. Flammarion. (吉田洋一訳. 1977. 『科学

- の価値』. 岩波書店).
- [18] ———. 1908. *Science et méthode*. Flammarion. (吉田洋一訳. 1953. 『科学と方法』. 岩波書店).
- [19] Psillos, Stathis. 2014. Conventions and Relations in Poincaré's Philosophy of Science. *Methodes*. **3**. pp. 98–140.
- [20] Reichenbach, Hans. 1958. *The Philosophy of Space and Time*. English translated edition. Dover.
- [21] Torretti, Roberto. 1978. *Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré*. D. Reidel Publishing Company.
- [22] Weyl, Hermann. 1952. *Symmetry*. Princeton University Press.
- [23] Worall, John. 1989. Structural Realism: The Best of Both Worlds?. *Dialectica*. **43**. pp. 99–124.
- [24] 伊勢田哲治. 2018. 『科学哲学の源流をたどる』. ミネルヴァ書房.
- [25] 伊藤邦武. 2017. 「ラッセルとポアンカレ」. 『現代思想』. **45**. pp. 18–29.
- [26] ———. 2018. 『フランス認識論における非決定論の研究』. 晃洋書房.
- [27] 広重徹. 1968. 『物理学史』. 培風館.
- [28] 森田紘平. 2018. 「ポアンカレの規約主義と構造主義」. 『科学哲学科学史研究』. **13**. pp. 17–31.