

( 続紙 1 )

京都大学	博士 (理 学)	氏名	濱口 雄史
論文題目	Extended backward stochastic Volterra integral equations and their applications to time-inconsistent stochastic recursive control problems (拡張型後退確率ヴォルテラ積分方程式と時間非整合な再帰的確率制御問題への応用)		
(論文内容の要旨)			
<p>本学位論文は時間非整合な確率制御問題について研究したものである。確率制御問題が時間非整合であるとは、ベルマンの最適性原理が成立せず、古典的な動的計画法が適用できないことを意味する。数理ファイナンスや行動経済学などに現れる、人間の社会行動を記述するための最適化問題の多くは時間非整合であり、そのような問題への応用を念頭において、対応する数学理論を展開することは自然な課題といえる。時間非整合な問題においては、たとえ初期時点での最適戦略に従って行動しても、将来の時点ではその戦略を変更する動機を持ち得るため、古典的な最適戦略の概念は動的制御の観点からは合理的とはいえない。このような問題における合理的な行動指針として、各時点における自分自身を異なる意思決定主体とみなした非協力ゲームを考え、対応するナッシュ均衡を解析するというアプローチが一つの主流である。この方法で定められる解概念は均衡戦略とよばれ、時間整合的な行動指針を与えるものである。</p> <p>本論文では、制御を行うコスト関数として、H. Wang–J. Sun–J. Yong (2019) などによる先行研究でも扱われた、後退確率ヴォルテラ積分方程式 (Backward Stochastic Volterra Integral Equation; BSVIE) の解として表現される再帰的成本を取り扱っている。これは将来時点での状態・制御過程だけでなく、将来時点のコスト自身にも依存する形で定義されるような、一般には時間非整合なコスト関数である。主定理においては、この設定の下で BSVIE の変分に対応する随伴方程式を導き、与えられた制御過程が開ループ均衡戦略 (open-loop equilibrium control) であるための必要十分条件を、随伴方程式の解を用いて記述した。この随伴方程式は BSVIE を一般化した、拡張型後退確率ヴォルテラ積分方程式 (Extended Backward Stochastic Volterra Integral Equation; EBSVIE) として表される。このタイプの方程式は、別の文脈で H. Wang (2020) によって導入されたものであるが、時間非整合な確率制御問題の研究において現れたのは本論文が初めてである。学位論文の前半部においては、この EBSVIE の基本性質について論じている。先行研究より弱い仮定の下で、リップシッツ型の EBSVIE の解の存在と一意性、および解のアプリオリ評価を証明した。これは主定理における随伴方程式の可解性を保証することに用いられ、また主定理の証明に必要な不等式評価をも与えている。さらに、係数が適切な意味で微分可能であるとき、解の滑らかさに関する新しい結果も得ている。</p> <p>以上のように、本学位論文は、再帰的成本に関する時間非整合な確率制御問題について論じ、均衡戦略の特徴付けという基本的問題と付随した諸問題に対して、顕著な成果を挙げたものである。</p>			

( 続紙 2 )

(論文審査の結果の要旨)

本学位論文は、数理ファイナンスや行動経済学などで現れる時間非整合な確率制御問題について成果を挙げたものである。時間整合的な確率制御問題はベルマン原理に基づく一般論がよく知られているが、時間非整合なケースではどのように最適性を定義するかという段階から問題になる。

本論文においては最適性としてナッシュ均衡に基づく均衡戦略を採用し、コスト関数として後退確率ヴォルテラ積分方程式 (BSVIE) の解で与えられるものを考察している。これらについては、行動経済学の見地から、主観的な時間選好を考慮したコストを考える場合に自然な枠組みであることが経済学分野での先行研究で論じられており、妥当な問題設定であるといえる。随伴方程式として拡張型後退確率ヴォルテラ積分方程式 (EBSVIE) が現れることを見出したのは本研究が初めてである。均衡戦略の特徴付けにおいては、EBSVIE の解の一部  $Z(t, s)$  の“対角線上への制限関数”  $\text{Diag}[Z](t) = Z(t, t)$  の情報が必要になるが、一般に  $Z$  は2変数関数として連続ではないため、 $\text{Diag}[Z]$  が何らかの意味で適切に定義されるということも保証する必要がある。濱口氏はこのような複雑な状況の解明に取り組み、 $\text{Diag}[Z]$  の妥当な定義を提案し、議論に必要な定量評価を準備したうえで、EBSVIE の解の存在と一意性に関して先行研究の一般論を改善する結果を与えた。さらに、これらを用いて開ループ均衡戦略の特徴付けを EBSVIE の解を用いて記述することに成功した。

以上の結果は、時間非整合な確率制御における基本的な問題に明快な進展を与えたものであり、当該分野の研究成果として高く評価される。また、これらの証明には、方程式の解析において多数生じる複雑な項を適切な定量評価によって処理する必要があり、この問題の技術的な困難さを表すとともに、それを解決した濱口氏の力量を示すものである。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。また、令和3年1月5日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。

要旨公開可能日：            年        月