

博士論文
軽い核における low-energy dipole 励起
モードのクラスター構造による理解

四方 悠貴

京都大学大学院 理学研究科
物理学・宇宙物理学専攻
物理学第二分野
原子核理論研究室

2021 年 1 月

要旨

中性子過剰核に現れる新奇な現象の一つに、dipole 応答において巨大共鳴よりも低いエネルギー領域に出現する low-energy dipole (LED) がある。LED は isovector (IV) 型と isoscalar (IS) 型の強度が同じエネルギー領域に混在しており、複雑な isospin の性質を示すことが特徴的である。LED における複雑な性質がどのような励起モードによって生じているのかは未だに明らかとなっていない課題である。これまで励起モードの候補として、 $N = Z$ コアに対して余剰中性子が逆位相で振動する pygmy モード、渦的な励起を生じる toroidal dipole (TD) モード、およびクラスター励起モードなどが考えられてきた。特に軽い原子核においては、基底状態や低励起状態に多様なクラスター構造が存在するため、クラスターモードが LED に重要な寄与をもたらすと考えられる。しかし、これまでの理論研究において、クラスター励起を適切に記述できる手法で行われたものは少なく、現状として LED とクラスター励起が関連付けられた研究はほとんどない。本論文の目的は軽い原子核における LED 励起モードをクラスター励起の観点から明らかにすることである。

第一に、クラスターダイナミクスと LED 励起との関係性を詳細に調べるために、 ^{10}Be における LED 励起モードを $\alpha + ^6\text{He}$ および $\alpha + \alpha + 2n$ クラスター模型を用いて調べた。その結果、クラスターダイナミクスによって LED 励起が生じることが確認された。最低 LED 状態では、変形した ^6He クラスターが回転することによって渦を生じる励起モードが得られた。このモードは、従来の TD モードとは異なるタイプの渦励起モードである。また、クラスター成分の詳細な解析により、 $\alpha + \alpha + 2n$ の三体クラスターダイナミクスが強く LED 励起に寄与することが確認された。 ^{10}Be において得られたこれらの励起モードは K 量子数によって特徴づけられ、実際の状態の記述には K -mixing の効果が重要であることを明らかにした。

第二に、未知の構造を持つ不安定核に対して LED 励起モードの研究を行うために、反対称化分子動力学 (AMD) 法を LED 励起の記述に適した枠組みへと拡張した。近年、変形核において K 量子数と LED 励起の関係が注目されていることや、クラスター模型を用いた一つ目の研究結果から、LED 励起の記述には K 量子数ごとに対応する状態を記述する必要があると考えられる。そこで、本研究では特定の K 量子数を持つように射影した状態に対して変分を行い、さらに四重極変形度 β に対して拘束条件を課した K -projected AMD 法を構築した。 K -projected AMD 法を ^{10}Be へと適用した結果、 K 量子数に対応した配位を適切に得られる上に、変形度拘束によってクラスターの発達した状態も記述できるという利点から、LED 状態に重要となる励起配位を効率的に記述できることが確認できた。この手法を ^{16}O と ^{18}O に適用した結果、クラスター励起が LED 状態の形成および強度の起源として重要な役割を果たすことが明らかとなった。 ^{16}O と ^{18}O では、低エネルギー領域に二つの LED 状態が得られ、低いエネルギー状態は変形の小さい殻模型的な状態、高いエネルギー状態は発達した α クラスター状態であった。殻模型の状態は $K = 0$ と $K = 1$ 成分を同程度持つ状態であり、 $K = 0$ と $K = 1$ で異なるモードを示すような K 量子数に応じた二面性をもつことがわかった。また、二つの LED 状態は互いに成分が大きく混合しているために、励起モードが分離しないという結果が得られた。

本論文では LED 励起モードが K 量子数により特徴づけられること、および軽い核ではクラスター励起が LED に重要な役割を果たすことを明らかにした。また、変形の大きい核では状態ごとに励起モードが分離しやすい一方、変形の小さい核では励起モードが混ざって出現する傾向にあるという可能性を示し、現実的な LED 状態の記述には K -mixing や変形共存による励起モードの混ざりの記述が重要であることを明らかにした。

目次

要旨		1
第 1 章	背景 : low-energy dipole とクラスター構造	4
1.1	Low-energy dipole	4
1.2	軽い核におけるクラスター構造	9
1.3	本論文の目的と構成	13
第 2 章	クラスター励起モードによる ^{10}Be における LED 励起モードの解析	15
2.1	背景 : ^{10}Be におけるクラスター構造と LED	15
2.2	計算手法および解析手法	16
2.3	^{10}Be の結果と議論	21
2.4	第 2 章のまとめ	31
第 3 章	K -projected AMD 法の定式化と ^{10}Be への適用	33
3.1	K -projected AMD 法の定式化	33
3.2	^{10}Be への適用	35
3.3	第 3 章のまとめ	41
第 4 章	K -projected AMD による O 同位体の LED 励起モードの研究	43
4.1	O 同位体の背景	43
4.2	解析手法	44
4.3	有効相互作用 : O 同位体	45
4.4	^{16}O における LED 励起の研究	46
4.5	^{18}O における LED 励起の研究	53
4.6	O 同位体における LED 励起の特徴と傾向	62
第 5 章	結論	65
付録 A	^6He クラスター模型関数	67

目次	3
付録 B AMD 波動関数による各種行列要素の計算	69
B.1 準備	69
B.2 ハミルトニアン of 行列要素	71
B.3 行列要素の微分の表式	74
B.4 射影された状態間の行列要素	77
B.5 遷移行列要素	78
謝辞	81
参考文献	82

第 1 章

背景：low-energy dipole とクラスタ構造

1.1 Low-energy dipole

1.1.1 序論

原子核における電磁気的な性質は理論的にも実験的にも古くから数多く研究されてきた。多くの安定核に対する電磁気的な応答を調べることで、原子核には非常に幅の広い巨大共鳴 (giant resonance, GR) と呼ばれる現象が系統的に見つかっている。GR は原子核の集団運動による励起であることが知られており、その復元力は原子核の巨視的な性質に関係している。特に、Giant dipole resonance (GDR) は密度の圧縮率や対称エネルギーなどに情報を与えることが知られており、盛んに研究が行われてきた [1–3]。

1980 年代に Radioactive Ion (RI) ビームが発達したことにより不安定核領域における実験が行われるようになった。それに伴い、中性子過剰な不安定核において安定核では見られないような新奇な現象が観測され始めた [4–6]。その新奇な現象の一つに Low-Energy Dipole (LED) がある。主に中性子過剰核において、GDR よりも低いエネルギー領域に Energy-Weighted Sum Rule (EWSR) の数 % を占める強い強度が観測され始めた [7, 8]。その強い dipole 応答のことを LED または Pygmy Dipole Resonance (PDR) と呼ぶ。GDR と LED の概略図を図 1.1 に示す。LED は GDR の裾から threshold 近傍にかけて、明らかに GDR とはモードが分離しているとみられる強い強度が得られるのが特徴である。一般的に LED がどのような性質を持つのかを明らかにすべく多くの実験・理論による努力が行われてきた [8–12]。その結果、1.1.2 節で述べるように、LED は複雑かつ多様な性質を示すことがわかっている。LED の示す多様な性質がどのような機構によって生じているのかを明らかにするために、多くの理論研究が行われている。1.1.3 節で述べるように、LED の示す性質の複雑さから、LED の内部では複数の励起モードが存在することが考えられている。しかし、実験データの少なさも伴い、未だにその機構は明らかになっていない。

LED の存在はそれ自身のメカニズムの興味深さにとどまらず、多角的な視点から興味を集めて

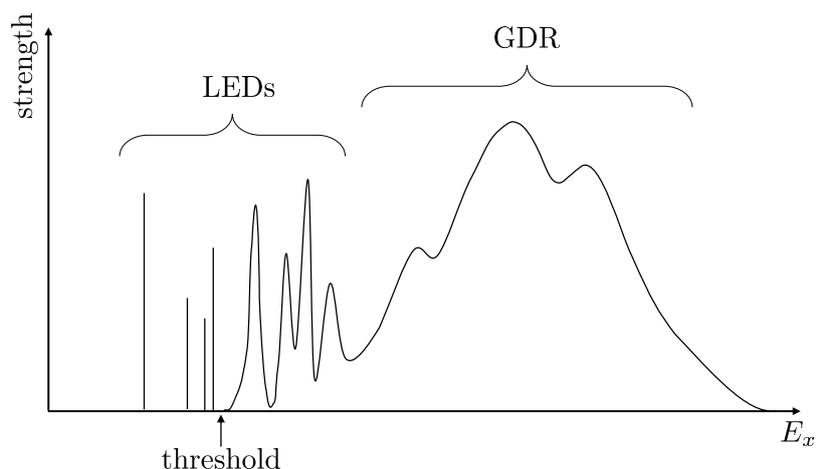


図 1.1: GDR および LED 強度. 高エネルギー領域では幅の広い巨大な共鳴として GDR が出現しているが, 低エネルギー領域では GDR の裾から threshold 近傍にかけて EWSR の数 % を占める強い強度が LED として得られる. threshold 以下の LED は離散的な状態として得られている.

いる. 中性子過剰核において, LED は主に中性子分離エネルギー近傍に出現することから, LED 強度の存在は中性子捕獲反応の断面積を飛躍的に増加させることが知られている [13, 14]. そのため, LED の有無は元素合成過程の一つである r-process の収量に大きな影響をもたらすとして, 宇宙物理学的にも興味を持たれている. Goriely らは LED 強度が存在する場合と存在しない場合のそれぞれで r-process の収量を計算した. その結果, LED 強度が存在する場合の元素合成の収量分布は, 存在しない場合と大きく異なり, 質量数の重い領域にシフトするという結果が得られた [15, 16]. また, LED は核物質の状態方程式における対称エネルギー項のパラメータの決定にも寄与するなど [3, 17, 18], 数多くの関心を集めている.

以下では実験や理論研究によって, これまで判明・示唆されている LED の諸性質について 1.1.2 節で紹介し, LED 発生機構としてどのような励起モードが生じていると考えられているのかを 1.1.3 節で紹介する. また, 1.1.4 節では最近注目されている変形核と LED 励起との関係について述べる.

1.1.2 LED の諸性質

近年の RI ビームの発達により, 中性子過剰核の実験結果が増え, それに伴い LED のデータも増えてきた. 実験的手法や測定結果のレビューは文献 [8, 10–12] を参照されたい. また, 理論的にも手法や計算機の発達に伴い, 多くの微視的計算が行われてきている [9]. これら理論的・実験的研究の進展によって, LED に関していくつかの系統的な性質が存在することが明らかになりつつある.

LED の性質の中で特徴的かつ, 理解を複雑にしているものがその isospin の性質である. GDR

においては一般に isovector (IV) 型の共鳴と isoscalar (IS) 型の共鳴はその機構が異なり、エネルギー的にも分離されているため、それぞれに対して解釈を行うことが可能である。IV 型の GDR は陽子と中性子が逆向きに振動するモード [1] であるのに対して、IS 型の GDR は圧縮モードと考えられており、密度の飽和性を破るために IV 型よりも高い励起エネルギー領域に出現する [19]。しかし、LED においては同じ低エネルギー領域に IV 型と IS 型の強度が混在しており、一つの状態に IV・IS どちらの遷移も強く生じるという現象も確認されている。このように、IV 型と IS 型の強度が同じエネルギー領域に混在することが LED の重要な性質の一つである。さらに、LED の isospin 依存性に関して、“LED isospin splitting” と呼ばれる現象がある [11]。この現象は LED 強度の中で比較的低いエネルギー領域では IV・IS どちらの強度も強く、比較的高いエネルギー領域では IS 型の強度は弱く IV 型の強度が強いというものである。この現象は ^{20}O [20–22]、 ^{48}Ca [23, 24]、および ^{124}Sn [25, 26] などでも観測されており、特に最近測定された ^{20}O では中性子分離エネルギー以下の離散的な状態としてこの傾向が得られている。 ^{20}O の isospin splitting を解明すべく、微視的な平均場模型である Hartree-Fock (HF) + Random Phase Approximation (RPA) による計算が行われたが、一つの状態しか再現できない上に、強度の傾向も再現できておらず、実験との対応や励起モードの詳細は未だ不明のままである [22, 27]。この現象は LED において、低いエネルギー領域と高いエネルギー領域で異なる励起モードが生じている可能性を示唆する重要な証拠とみなせる。

観測されている LED の多くは中性子過剰核において見つかっており、中性子数と LED との間にも密接な関係があると考えられる。中性子過剰になるにつれて、中性子分離エネルギーは減少するため、殻模型において一番外側の軌道に入る中性子は弱束縛となる。弱束縛となった中性子は安定なコアに対して、原子核の外側に広がった分布を持つ。この現象を中性子スキンや中性子ハローと呼び、どの程度の中性子の広がり(中性子スキン厚とも呼ばれる)を持つのが興味を持たれてきた [6, 28, 29]。この中性子スキン厚と LED 強度の間に相関関係があるのかどうかという議論もこれまで活発に行われている [30–34]。文献 [35] では HF+RPA によって、系統的に $E1$ (IV dipole) 強度の計算が行われた。その結果、以下の二つの重要な結果が得られている。一つは Ne および Ca 同位体における $E1$ 強度を調べると、安定核領域では主に GDR のみが見られるが、中性子過剰になるにつれて低エネルギー領域に強度がフラグメントしていき、LED 強度が増加していくという結果である。実際に観測されている ^{26}Ne [36, 37] の LED の励起エネルギーの再現にも成功している。もう一つの重要な結果として、複数の原子核に対して、中性子数の増加に伴う LED 強度の EWSR に対する割合の変化を調べたとき、 g 、 f などの高い軌道角運動量を持つ軌道に最外殻中性子が詰まりだす原子核では LED 強度の割合はあまり増加せず、 s 、 p 、 d の軌道角運動量の小さい軌道に詰まる原子核では LED 強度の割合が急激に増加するという結果が得られた。これは、軌道角運動量の小さい軌道に余剰中性子が入るとき、遠心力ポテンシャルが小さいために弱束縛な余剰中性子の波動関数が空間的に外側に広がる、つまり中性子スキン厚が増加することが原因であると結論付けられている。このように、余剰中性子の増加および中性子スキン厚は LED と密接に関連すると考えられており、中性子過剰核の構造の理解は LED を理解するうえで必要不可欠なものと言える。

一方で、 ^{12}C [38]、 ^{16}O [39]、 ^{28}Si [40]、および ^{40}Ca [41] などの一部の $N = Z$ 安定核においても

LED は見つかった。この場合、主に軽い原子核で見つかっており、強い IS 型の強度を示すことが特徴である。 $N = Z$ 核は、中性子過剰な同位体と比べて余剰中性子の分だけ励起の自由度が減っていると考えられる。そのため、純粋に $N = Z$ コアによる LED の励起機構が生じていると言える。実際に、 ^{16}O と ^{20}O [20–22] や、 ^{40}Ca と ^{48}Ca [23, 24] における LED を比較すると、中性子過剰な同位体 (^{20}O , ^{48}Ca) では二つの LED 励起が生じているのに対して、 $N = Z$ 核 (^{16}O , ^{40}Ca) では一つの LED 励起のみである。これら同位体間での LED 励起は関係している可能性が高いと考えられる。そのため、安定な $N = Z$ 核における LED の励起モードを理解することは、不安定核である中性子過剰な同位体における LED の励起モードの理解に大きく役立つと考えられる。

1.1.3 LED 励起モード

LED がどのような機構で生じているのかという疑問は長年の課題である。前述したように、LED には多様な性質が混在しているために、励起モードの解明は困難なものとなっている。LED 励起モードを明らかにすべく、多くの理論研究が行われてきており、励起モードの候補もいくつか提唱されている。この小節ではそれら励起モードの候補を紹介するとともに、LED の理論研究について結果や問題点の一部を紹介する。LED 励起モードの概略図を図 1.2 に示す。

中性子過剰核において、LED 励起が観測され始めた当初から考えられてきた励起モードの候補として、図 1.2 の左端に示されているような、余剰中性子と残りのコアが逆位相で振動するモードがある。このモードは Ikeda [42] によって提唱されたモードであり、pygmy モードとも呼ばれる。pygmy モードの基本的な考え方としては、中性子過剰核において余剰中性子はコアに対して弱束縛であるため、低いエネルギーで励起することが可能ということである。この考え方に基づくと、余剰中性子が増えるにつれて、余剰中性子の束縛エネルギーは弱くなるため、より低いエネルギー領域に LED 強度がフラグメントしてくることになり、LED の性質と整合している。isospin の性質についてもコア内部の陽子と余剰中性子が逆位相で振動することで IV 強度が、コアの運動によって IS 強度が生じるため、同じエネルギー領域に IV 型と IS 型の強度が出現することも説明できる。流体模型を用いた計算では [30, 43, 44]、このモードが実際に低エネルギー領域に出現し、dipole 強度が生じることを示している。また、平均場模型などによる多くの微視的計算も行われており [45–50]、LED 強度を示す状態の遷移密度が内側では陽子と中性子が同位相 (IS 型) の振幅を持ち、外側では中性子のみ振幅が内側の振幅と逆符号で存在することが確認されており、pygmy モードによって LED が生じているとの解釈を与えている。しかし、pygmy モードは中性子過剰核に特有のモードであり、 $N = Z$ 核における LED 強度は説明できない。また、LED isospin splitting についても pygmy モードのみで説明することは困難である。

pygmy モードとは異なる LED 励起モードの候補として、toroidal dipole (TD) と呼ばれるモードが考えられている。TD モードは図 1.2 中央に示されているようにトーラス状の渦励起を生じるモードである。Duvobik らによって提唱され [51, 52]、Semenko らによって原子核における渦モードが初めて調べられた [53]。TD モードは密度の飽和性を破ることなく励起可能なため、低いエネルギーで励起できると考えられている。陽子と中性子は独立に TD モードを生じることで、IV 型

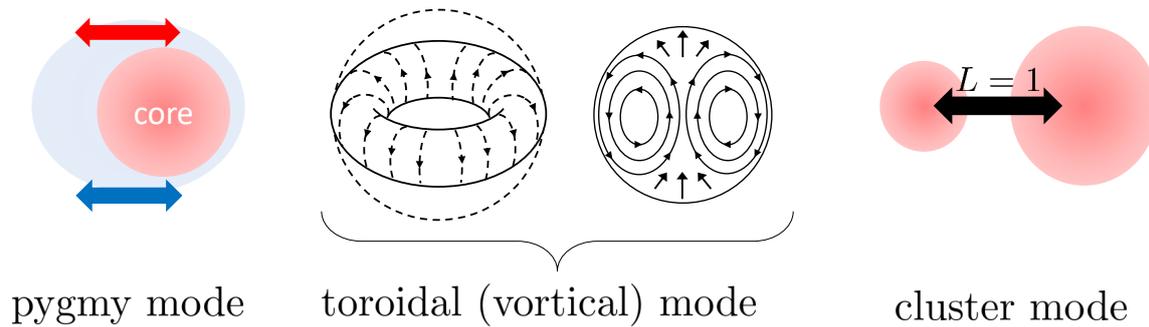


図 1.2: LED 励起モードの候補. pygmy mode は余剰中性子と残りのコアとの逆位相の振動モード, toroidal mode はトーラス状に渦を形成する励起モード, cluster mode はクラスター間の相対運動による励起モードである. 近年, トーラスを形成しない渦励起である vortical mode も候補として考えられている.

と IS 型どちらの強度も生じることが可能であり, LED の isospin の性質を説明しようと期待されている. さらに, TD モードは中性子過剰核に限定されないモードであり, $N = Z$ 核の LED についても説明可能である. 流体模型による理論計算 [54] では, ^{208}Pb において低エネルギー領域と高エネルギー領域に IS dipole (ISD) 励起が得られており, 低エネルギー励起は渦的な TD モードであると指摘されている. TD モードは流体的な集団励起モードと考えられていたが, Ravenhall は渦的な励起モードが一粒子励起によっても生じるということを示した [55]. 平均場模型を用いた微視的計算によっても TD モードは調べられている [56, 57]. Kvasil らは $E1$ 演算子の長波長近似における next-order の項として, 渦度を測る toroidal dipole (TD) 演算子, およびその counter-part であり, 圧縮モードを測る compressive dipole (CD) 演算子を導入した [58]. これらの演算子を用いて, ^{208}Pb などの球形核における低エネルギー領域の TD モードや CD モードが研究され [59–61], 低エネルギー領域に IS 型の渦的なカレントを生じる TD モードが出現することを指摘した. しかし, 現在では TD 遷移強度は実験的に観測することが出来ず, 実際にどの程度 TD モードが出現しうるのは明らかとなっていない. 変形核における LED 励起の研究によって, 最近ではトーラス状でない渦励起の存在が指摘されている.

pygmy モードや渦励起モード以外のモードとしてクラスター励起モードが最近指摘された. クラスター励起モードは図 1.2 の右端に示されているように, クラスター間の相対運動による励起モードである. Chiba らは ISD 演算子をクラスターの相対座標で書き直すことで, ISD 演算子にクラスター相対運動を励起する項が含まれていることを示した [62]. これにより, クラスター励起が ISD 遷移強度を生じることが解析的に示された. 軽い原子核においては基底状態や低エネルギー励起状態にクラスター構造が出現することが知られており, 質量数の小さい原子核における LED 励起を調べる上で, クラスター励起モードは重要な役割を果たすと考えられる. クラスター構造や LED との関係については 1.2 節で紹介する.

1.1.4 変形核における LED 励起

原子核は本来、回転対称性を持つべきであるが、内部 (intrinsic) 状態として対称性の破れた変形した構造を持つことが可能である。中でも核子の四重極相関によって回転対称性を破った四重極変形核は核図表の広い領域で見つかっている。変形核は魔法数の壊れや GDR のフラグメントなど球形核とは異なる現象が見つかっている興味深い対象である。近年、LED 励起においても変形核特有の現象が指摘されている。Nesterenko らのグループは変形核における LED 励起に着目して、 ^{24}Mg [63], ^{132}Sn [64], $^{144-154}\text{Sm}$ [65, 66], および ^{170}Yb [67] などの LED 励起を調べた。その結果、LED において、低いエネルギー領域には K 量子数が $K = 1$ で特徴づけられる TD 強度が集中し、高いエネルギー領域には $K = 0$ で特徴づけられる CD 強度が集中するという系統的な傾向が得られた。ここで、 K 量子数は物体固定系における角運動量の Z 成分である。特に、比較的軽い原子核である ^{24}Mg に適用した研究では threshold 以下にこの傾向を持つ LED 状態が得られ、その渦的な性質が詳細に解析された [63]。その結果、変形核における $K = 1$ の渦励起モードはトーラスを形成しておらず、TD モードとは異なるモードであることが指摘された。同様の結果は反対称化分子動力学 (AMD) 法による ^{10}Be [68] や ^{24}Mg [69] の結果においても指摘されており、TD モードとは異なる渦モードも新たな励起モードの候補として考えられる。

1.2 軽い核におけるクラスター構造

軽い原子核においては基底状態及び低い励起エネルギー領域にクラスター構造が出現する。クラスター構造とは原子核を構成する核子がいくつかのサブユニット (クラスター) に分かれて、クラスター内の核子同士は強く、クラスター同士は弱く相関している描像のことを指す。代表的なクラスター構造としては α クラスター構造がある。 α ($= {}^4\text{He}$) は $Z = N = 2$ のスピン・アイソスピンが飽和した非常に安定な原子核であるため、第一に形成するクラスターとして考えられる。そのため、 α クラスターを基本単位とする α クラスター模型がしばしば用いられ、軽い原子核の α クラスター構造が多数調べられてきた [70–72]。典型的な例としては、 ^8Be の 2α クラスター構造 [73–76]、 ^{12}C の 3α クラスター構造 [77–79]、および ^{16}O における 4α 構造や $^{12}\text{C} + \alpha$ クラスター構造 [80–86] などが挙げられる。一方で、軽い原子核においては ^3H や ^3He などの α 以外のクラスター構造の出現も指摘されており、どのようなクラスター状態およびクラスター共鳴が出現しうるかということは興味深い研究対象である。また、近年では中性子過剰核におけるクラスター構造が興味を持たれており、軽い中性子過剰核において様々なクラスター構造の存在が指摘されている [87]。

原子核の構造では、一体平均場中での独立粒子描像が第 0 近似として成り立つことが知られている。例えば、 jj -結合殻模型は原子核における魔法数を説明することで、その正当性は広く受け入れられることとなった [88–90]。しかし、ほとんどの系で、励起状態ひいては基底状態においても残留相互作用の効果によって、核子がフェルミ面より上の一粒子軌道に励起する一粒子一空孔 (one-particle one-hole, 1p1h) 状態、二粒子二空孔状態、およびそれ以上の配位が混ざる配位混

合の効果が存在する。微視的な平均場模型である HF 法や密度汎関数理論では RPA によって平均場からの微小振動近似として 1p1h 励起の効果を取り入れることが可能であり、核図表の広い領域で基底状態および励起状態の性質を良く記述できる手法として成功を取めてきた。しかし、 α クラスターのように四核子が空間的に局在するクラスター構造は一体平均場からの 1p1h 以上 (2p2h, 3p3h, 4p4h, ...) の配位混合が必要であり、微小振動近似の範囲では記述できない。このようなクラスター構造を研究するのに適した模型がクラスター模型である。これまで種々のクラスター模型が用いられてきており、Brink 模型 [91]、直交条件模型 (Orthogonal Condition Method, OCM) [92, 93]、Antisymmetrized Quasi Cluster Model (AQCM) [94–96]、および Algebraic Cluster Model (ACM) [86, 97–99] などがある。

これらのクラスター模型はクラスターの相対運動の励起による励起スペクトルの記述に適した模型であるが、形成されうるクラスターの存在を仮定する必要がある、未知の構造を持つ原子核への適用は困難である。また、従来のクラスター模型 (AQCM を除く) では殻模型状態や、クラスター状態と殻模型状態の中間的な状態などのクラスターの“崩れた”状態を上手く記述できないという問題がある。これらの問題を解決する手法として AMD 法がある [100–102]。AMD 法は全ての核子を独立な自由度として扱うことができ、核子それぞれの模型波動関数は空間の自由な位置に局在可能なガウス波束で近似される。そのため、クラスターや平均場の存在を仮定せずに、殻模型的な状態や空間的に局在したクラスター状態、さらには殻模型の状態とクラスター状態との中間的な状態まで記述できる手法である。AMD は安定核だけでなく、不安定核領域においても基底状態やクラスター状態の再現および予言に成功している [87, 103, 104]。

1.2.1 節では本研究で用いる Brink 模型および AMD 法を中心にクラスター研究に用いられる手法の紹介を行う。1.2.2 節ではクラスター構造と IS 型遷移との関係性について紹介し、LED 励起におけるクラスター構造の可能性について触れる。

1.2.1 クラスター構造を記述する理論的手法

1.2.1.1 クラスター構造を仮定する手法

クラスター構造の研究に古くから用いられており、直感的な理解を与える手法として、クラスター構造の存在を仮定するクラスター模型がある。代表的な微視的クラスター模型として、Brink 模型がある [91]。 n 個のクラスター (C_1, C_2, \dots, C_n) を形成している原子核を考えると、Brink 模型の波動関数は一般に、

$$\Phi_{C_1+C_2+\dots+C_n}(\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \dots, \mathbf{S}_n) = \mathcal{N} \mathcal{A} [\Phi_{C_1}(\mathbf{S}_1) \Phi_{C_2}(\mathbf{S}_2) \cdots \Phi_{C_n}(\mathbf{S}_n)], \quad (1.2.1)$$

で表される。ここで、 \mathcal{N} は規格化定数、 \mathcal{A} は全核子に対する反対称化演算子である。また、 $\Phi_{C_i}(\mathbf{S}_i)$, ($i = 1, \dots, n$) は \mathbf{S}_i を中心とするクラスター C_i の波動関数であり、一般には調和振動子殻模型波動関数が用いられる。例えば、 α クラスターの波動関数は次のように殻模型における

(0s)⁴ 配位

$$\Phi_\alpha(\mathbf{S}) = \mathcal{A} [\phi_{\uparrow p}(\mathbf{S})\phi_{\downarrow p}(\mathbf{S})\phi_{\uparrow n}(\mathbf{S})\phi_{\downarrow n}(\mathbf{S})], \quad (1.2.2)$$

$$\phi_{\chi\tau}(\mathbf{S}) = \left(\frac{2\nu}{\pi}\right)^{\frac{3}{4}} \exp[-\nu(\mathbf{r} - \mathbf{S})^2] \chi\tau, \quad (1.2.3)$$

で記述される。χ はスピン関数であり、アップ (|↑>) かダウン (|↓>) のどちらかを取る。τ はアイソスピン関数であり、陽子 (p) または中性子 (n) を表す。クラスター間の距離が離れているとき、異なるクラスター間の反対称化の効果は弱く、クラスター C₁, ..., C_n が {S_i}_{i=1}ⁿ を中心として局在化した構造を一つのスレーター行列式で表現できていることになる。一方で、クラスター間の距離が 0 になる極限では、SU(3) 殻模型波動関数と等価となる。クラスター間の相対運動は生成座標法 (Generator Coordinate Method, GCM) を用いて記述される。この場合、GCM 波動関数はクラスターの中心位置 S_i を生成座標 (Generator Coordinate) として、生成座標に関する重ね合わせによって記述される。

$$\Psi_{\text{GCM}} = \int d\mathbf{S}_1 \cdots d\mathbf{S}_n f(\mathbf{S}_1, \dots, \mathbf{S}_n) \Phi_{C_1+\dots+C_n}(\mathbf{S}_1, \dots, \mathbf{S}_n) \quad (1.2.4)$$

ここで、係数 f(S₁, ..., S_n) は Hill-Wheeler 方程式を解くことで求められる [105, 106]。この積分は実用上は離散的な和に置き換えて計算される。Brink 模型関数を基底とした GCM は、大振幅集団運動であるクラスター相対励起の記述が容易に行えて、対象とする原子核においてどのようなクラスター状態が出現しうるかを直感的に理解できる手法である。

Brink 模型は α クラスターのような閉殻クラスターを記述するとき、クラスターのスピンは常に S = 0 の状態となり、クラスターの“崩れ”を記述できない。そのため、クラスターにはスピン軌道力のような非中心力が働かないという問題があり、現実的なクラスター状態の記述には非中心力を記述できる枠組みが必要となる。そこで、Brink 模型を非中心力を記述できるように拡張した手法が AQCM である [94]。AQCM への拡張は Brink 模型における位置パラメータ S を複素数に拡張することによって実現される。つまり、S を以下の操作によって、Ξ に置き換える。

$$\Xi = \mathbf{S} + i\Lambda \mathbf{e}^{(\text{spin})} \times \mathbf{S} \quad (1.2.5)$$

ここで、e^(spin) は核子のスピン方向への単位ベクトル、Λ はスピン軌道力を調節するパラメータであり、Λ = 0 のとき、AQCM は Brink 模型と一致する。文献 [94] では ¹²C や ²⁰Ne に AQCM を適用し、スピン軌道力が基底状態に強く寄与することを示した。

中性子過剰核におけるクラスター構造を記述するうえで成功を収めている模型が分子軌道模型である。この模型は余剰中性子がコアとなるクラスターの周りで分子軌道を形成する模型である。例えば、Be 同位体においては α-α クラスターコアを仮定して片方の α を α_A、もう片方の α を α_B と名付ける。余剰中性子がどちらかの α 上の p 軌道に入っている状態を原子軌道 φ_m(A or B) とすると、二つの α 周りに局在する原子軌道の重ね合わせで分子軌道は記述される。

$$\xi_m^\pm = N_\pm (\varphi_m(\text{A}) \pm \varphi_m(\text{B})) \quad (1.2.6)$$

ここで, N_{\pm} は規格化定数である. α - α 軸を Z 軸として定義すると, 軌道角運動量の Z 成分 m が $m = 0$ のときを σ 軌道, $m = 1$ のときを π 軌道と呼ぶ. この分子軌道模型は Be 同位体における基底状態および低エネルギー励起状態の性質を良く再現できており, 中性子過剰核における分子軌道描像の重要性が示された [107–110]. 他にも C 同位体などで分子軌道構造の存在が指摘されている [111–114].

1.2.1.2 反対称化分子動力学 (AMD) 法

AMD の具体的な定式化は 3.1 節で行う. AMD では一核子の空間波動関数はガウス波束で近似され, 系の波動関数は一粒子波動関数のスレーター行列式で表される. 核子の波動関数におけるガウス波束の中心位置やスピンの向きなどをパラメータとして, 摩擦冷却法によって核子自由度に対してエネルギー変分を行うことで, 対象とする原子核の波動関数を求めることができる. ただし, エネルギー変分法を行うだけでは最低エネルギー状態に最適化されてしまうため, 励起状態の記述には工夫が必要である. 励起状態の記述に主に用いられる手法として, 拘束法 [115–117] や射影後変分 (Variation After Projection, VAP) 法 [118, 119] がある.

AMD の注目すべき利点としては種々の拘束法や射影後変分法と組み合わせることによって, 注目したい物理量に着目した基底状態や励起状態の記述が可能になることである. 拘束法とは変分を行う際に, 特定の物理量 O がある期待値 $\langle O \rangle = O_0$ を持つように波動関数に対して拘束条件を課す手法のことである. AMD で用いられる拘束法としては四重極変形度 β 拘束 [115] あるいは $\beta\gamma$ 拘束 [117] やクラスター間距離 d 拘束 [116] などが挙げられる. 拘束法は GCM と組み合わせる用いられ, 拘束量を生成座標とした GCM を行うことによって, パラメータに応じた集団励起を記述することが可能となる. 例えば, 四重極変形度変形の小さい ($\beta < 0.4$) 領域では主に一体の平均場で記述できるような殻模型的構造が得られるが, 強く変形した状態ではクラスター構造の発達した状態が得られ, 四重極変形度に関する GCM を行うことで, 殻模型的構造とクラスター構造との共存状態や, クラスター相対運動による集団励起状態など豊富な状態を記述することが出来る.

拘束条件だけでなく, AMD ではほとんどの場合, VAP 法も併用される. VAP 法とは変分の際の AMD 波動関数を単純なスレーター行列式ではなく, 射影演算子を作用させて対称性が回復した波動関数を用いるという手法である. 本来, 原子核の波動関数は回転およびパリティ対称性を持つ必要がある. しかし, AMD 波動関数は一般に対称性が仮定されておらず, パリティ対称性や回転対称性を破っている. そのため, 原子核の状態を記述する際には良い量子数を持つように射影を行って対称性を回復させる必要がある. AMD における変分の際に射影によって対称性の回復した波動関数に対して変分を行う手法を VAP 法と呼ぶ. 何も射影をせずに変分を行う場合, AMD 波動関数はなるべく対称性の良い状態へと最適化されてしまう傾向があり, 非対称なクラスター構造や, 軸対称性を破るような構造は得られにくい. 一方で, VAP 法では射影演算子によって対称性を回復させた状態に対して変分を行うため, 内部状態は対称性を破っていても何ら問題はない. そのため, より柔軟かつ現実的な状態を求めることが可能であり, 例えば, パリティ射影を用いた VAP 法では ^{20}Ne における $^{16}\text{O} + \alpha$ の非対称なクラスター構造が得られている. また, パリティ・角運動量射影を用いた VAP 法では ^{12}C の励起スペクトルや $E2$ 遷移強度を再現できており [118], ^{16}O

における 4α の正四面体構造など非軸対称で複雑な構造の記述にも成功している [120].

1.2.2 クラスター励起と IS 型遷移

近年クラスター構造の実験的証拠の一つとして IS 型の multipole 遷移が注目を集めている。IS monopole (ISM) 遷移はその代表的な例として挙げられる。Yamada らは 4α OCM 計算によって、平均場模型 +RPA 計算では記述できなかった低エネルギー領域の ISM 強度の再現に成功した [121]. ISM 遷移は原子核の半径を変えるモードであり、IS 型 giant monopole resonance は原子核が膨張・収縮する“呼吸モード”であると解釈されている。Yamada らは ISM 演算子をクラスターの相対座標を用いて変換することで、ISM 演算子にクラスター間距離の発達を励起する項が存在することを示した。つまり、クラスターの相対距離を発達させるモードによって密度の飽和性を破らずに低いエネルギーで ISM 励起可能であることを示し、低エネルギー領域の ISM 強度はクラスター構造の有力な証拠となることを指摘した。

ISD 遷移に関しても同様に、ISD 演算子の中にクラスター相対運動を励起する自由度が存在することが Chiba らによって解析的に示された [62]. そして、AMD を用いた計算で、 ^{24}Mg や ^{28}Si などの原子核でクラスター励起が ISD 強度を伴うことを指摘した [122, 123]. 軽い原子核においては、低励起状態にクラスター構造が存在することから、軽い核における LED はクラスター励起モードと密接に関係していることが想定される。実際に、クラスター構造が議論されている ^{12}C [38], ^{16}O [39], ^{24}Mg [124], および ^{28}Si [40] などで IS 型の LED 強度が測定されていて、クラスター構造と LED 励起との関係性が想起される。最近では、Nakatsuka らによって ^{20}O における IS 型の LED 強度が測定されたが、HF+RPA 計算でうまく LED 状態を記述出来ておらず、クラスター励起自由度との関係性が期待されている [22, 27]. そのため、軽い原子核では、クラスター励起の自由度を記述できる手法による LED 励起の研究は必要不可欠である。これまで、AMD 法によって ^{10}Be [68], ^{12}C [125], ^{16}O [126], および ^{24}Mg [69] における LED 励起モードが研究されており、クラスター構造との関連性が議論されてきたが、未だその数は少なく、より系統的な研究が必要となる。

1.3 本論文の目的と構成

本論文の目的は軽い原子核においてクラスター構造の観点から LED 励起モードを理解することである。LED 励起モードをクラスター構造のダイナミクスから直接理解するという意味ではクラスター模型を用いた解析が有効である。Be 同位体は基底状態や励起状態に発達したクラスター構造を持つ原子核であり、最近の AMD による研究で ^{10}Be における LED 励起状態が存在することが指摘されている。そのため、本研究でははじめにクラスター模型を用いて、クラスターダイナミクスによって ^{10}Be における LED 励起モードがどのように生じるかを詳細に調べる。一方で、構造が未知である一般の中性子過剰核における LED 励起をクラスター構造の観点から調べるためには、クラスター構造を仮定せずにクラスター励起の自由度も取り扱える手法を用いる必要がある。

そこで、本研究では AMD を LED 励起の記述に適した枠組みへと拡張した K -projected AMD 法を構築し、 ^{10}Be でその有効性を確かめる。 K -projected AMD 法は K 射影に対する VAP 法と四重極変形度 β への拘束法を組み合わせたものであり、 K 量子数ごとに最適化された状態や強い変形によって出現するクラスター状態を基底関数として得ることが出来る。得られた基底関数を GCM によって重ね合わせることで、 K 量子数で特徴づけられる励起モードとクラスター励起モードを同時に記述することが可能となる。構築した K -projected AMD 法を用いて、 ^{16}O および ^{18}O における LED 励起モードを調べ、 O 同位体における LED 励起モードの傾向や、変形の大きい原子核と球形に近い原子核との LED 励起モードの特徴の違いについて議論する。

第 2 章では ^{10}Be における LED 励起モードとクラスター励起モードの関係性についてクラスターモデルを用いて調べた研究について述べる。第 3 章では K -projected AMD 法の構築を行い ^{10}Be への適用を行い、その有効性を確認する。そして、第 4 章で K -projected AMD 法を ^{16}O および ^{18}O に適用し、LED 励起モードを調べる。最後に、第 5 章で全体の総括を行い、本論文の結論をまとめる。

第 2 章

クラスター励起モードによる ^{10}Be における LED 励起モードの解析

2.1 背景： ^{10}Be におけるクラスター構造と LED

Be 同位体は基底状態においても発達したクラスター構造を示す原子核として知られており、多くのクラスター構造研究が行われてきた [127–131]. ^8Be は自発的に 2α に崩壊する不安定な原子核であるが、中性子過剰な Be 同位体では、発達した α - α の周りで余剰中性子が分子軌道を形成することで安定となることが知られている. この分子軌道描像は Be 同位体の低励起状態の記述に成功しており [107–110], ^{10}Be においても当てはまる. ^{10}Be は二つの余剰中性子を持つ原子核であり、基底状態 (0_1^+) は二中性子が $(\pi_{3/2}^-)^2$ 軌道にある状態と解釈されている. さらに、 1_1^- 状態は $\pi_{3/2}^-$ にある一中性子が $\sigma_{1/2}^+$ 軌道に励起した状態によく記述できる [109, 110]. 一方で、分子軌道だけでなく、余剰中性子が α 周りに局在した二体クラスター構造の寄与の重要性も議論されている. Ito らは分子軌道および二体クラスター構造も記述できる一般化二中心クラスター模型 (Generalized Two-center Cluster Model, GTCM) を用いて ^{10}Be の研究を行い、 1_1^- 状態は分子軌道 ($\pi_{3/2}^- \sigma_{1/2}^+$) で記述される状態で 1_2^- 状態は $[\alpha + ^6\text{He}(0_1^+)]_{L=1}$ というクラスター励起状態であるという結果を得た [132]. しかし、このクラスター状態は有効相互作用に敏感であり、 $\alpha + ^6\text{He}$ threshold を再現する有効相互作用では $[\alpha + ^6\text{He}(0_1^+)]_{L=1}$ クラスター状態は得られなかった [133]. AMD による構造計算では ^{10}Be の基底状態および低励起状態は $\alpha + ^6\text{He}$ 的な構造が得られている [129]. これは AMD 波動関数が一つのスレーター行列式で表されるため、模型空間に分子軌道配位が含まれていないことが原因である. しかし、余剰中性子の一粒子状態の解析を行うと、基底状態および 1_1^- 状態の $\alpha + ^6\text{He}$ 的な構造は先述した分子軌道状態と大きく overlap することが確認され、 ^{10}Be の低エネルギー状態は $\alpha + ^6\text{He}$ クラスター構造でもよい近似となることが示されている.

^{10}Be は LED 強度が存在することが AMD による計算で予言されている. 文献 [68, 134] では shifted AMD + α -cluster GCM (sAMD + α GCM) と呼ばれる手法により ^{10}Be の LED が調べられた. sAMD は、AMD によって得られた最低エネルギー状態において、一核子の波動関数を特定の方向に微小に動かした基底を全核子、およびいくつかの方向に対して用意して、それらを重ね合

わせることで、コヒーレントな $1p1h$ 励起を記述できるようにする手法である。また、 αGCM は AMD によって得られた最低エネルギー状態において α クラスタを形成する四核子と、 ^6He を形成する六核子に分類し、それぞれの重心間の距離を変化させた基底を用意して、GCM によって重ね合わせるという手法である。この手法によって、 1_1^- 状態には強い TD 強度と ISD 強度が出現し、また、 1_2^- には強い $E1$ および ISD 遷移がみられた。特に 1_2^- 状態は sAMD のみの計算ではほとんど ISD 強度を持たず、 αGCM を取り入れた計算にのみ強い ISD 強度が生じることが指摘された。これは 1_2^- の LED 遷移には α クラスタの発達が必要不可欠であることを意味しており、クラスタ励起と LED 励起との関係を紐づける結果が得られている。しかし、 αGCM では単純に α クラスタの発達のみが考慮されており、 ^6He の配位や 2α まわりの余剰中性子の発達などは考慮されていない。文献 [132] では 1_2^- 状態のクラスタ励起は $[\alpha + ^6\text{He}(0_1^+)]_{L=1}$ であると指摘されており、より現実的なクラスタ励起を記述するためには ^6He の配位を考慮する必要がある。

本研究ではクラスタのダイナミクスがどのように LED 励起を生じるのかを理解するために、クラスタモデルを用いて ^{10}Be の LED 励起を調べる。クラスタモデルとしては文献 [131] で用いられた $\alpha + ^6\text{He}$ クラスタモデルに加えて、三体の $\alpha + \alpha + 2n$ クラスタモデルを用いる。 $\alpha + ^6\text{He}$ クラスタモデルでは、部分系の ^6He に対して異なる配位を重ね合わせることで、 $^6\text{He}(0^+)$ や $^6\text{He}(2^+)$ を記述できる模型空間を用意して、先の sAMD + αGCM 計算よりも詳細なクラスタ励起を記述できる。また、三体クラスタモデルを加えることで、余剰中性子のダイナミクスが LED 励起にもたらす役割も調べることが出来る。

2.2 計算手法および解析手法

2.2.1 ^{10}Be のクラスタモデル波動関数

本研究ではクラスタモデル波動関数として、式 (1.2.1) で与えられる Brink 模型関数を用いる。クラスタ C_i の波動関数 $\Phi_{C_i}(\mathbf{S}_i)$ には調和振動子殻模型波動関数を用いる。ここで、 \mathbf{S}_i はクラスタ C_i の重心座標であり、 $\sum_i A_i \mathbf{S}_i / A = 0$ となるように $\{\mathbf{S}_i\}$ を選ぶ。このように $\{\mathbf{S}_i\}$ を選ぶことで、全核子の振動子パラメータ ν が同一の値を取るとき、全系の重心を厳密に取り除くことが出来る。ただし、 A_i はクラスタ C_i の核子数である。

本研究では ^{10}Be のクラスタ構造を記述するために、二種類のクラスタモデルを用いた。一つは $\alpha + ^6\text{He}$ の二体クラスタモデル、もう一つは $\alpha + \alpha + 2n$ の三体クラスタモデルである。まず、 $\alpha + ^6\text{He}$ クラスタモデル関数としては文献 [131] で用いられたものと同じ模型関数を使用する。模型関数の表式は

$$\Phi_{\alpha+^6\text{He}}(D, \sigma_{nm}, \theta) = \mathcal{A}[\Phi_{\alpha}(\mathbf{S}_1)\Phi_{^6\text{He}}(\mathbf{S}_2, \sigma_{nm}, \theta)], \quad (2.2.1)$$

で与えられる。ここで、 α クラスタの模型関数 Φ_{α} は式 (1.2.2) の $(0s)^4$ 軌道で記述される。 D はそれぞれのクラスタの中心間の距離であり、GCM における生成座標として扱う。全核子の重心が原点と一致するように、各クラスタの中心位置は D を用いて、 $\mathbf{S}_1 = (0, 0, -3D/5)$ 、 $\mathbf{S}_2 = (0, 0, 2D/5)$ と選ぶ。 $\{\sigma_{nm}, \theta\}$ は ^6He の配位を表すパラメーターであり、 ^6He の傾き θ と二中性子

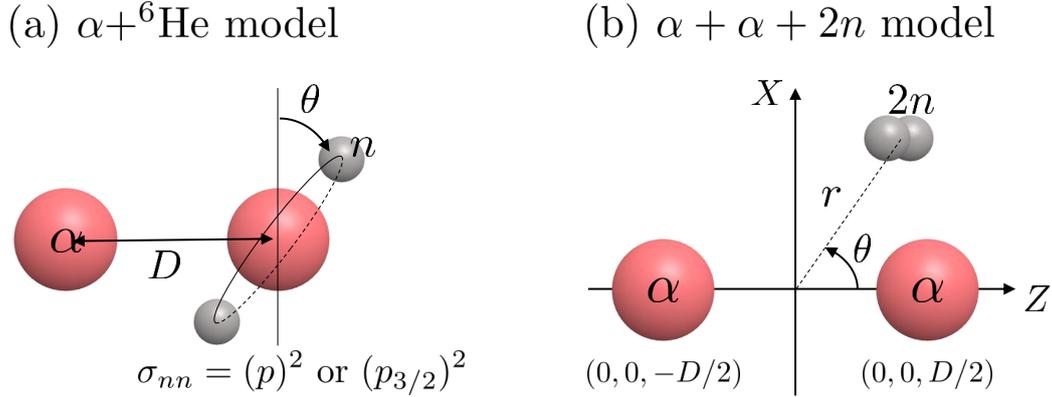


図 2.1: ^{10}Be の研究で用いたクラスター模型の概略図. (a) が $\alpha + {}^6\text{He}$ クラスター模型関数の, (b) が $\alpha + \alpha + 2n$ クラスター模型関数の概略図を表している.

の配位 σ_{nn} によって決められる. θ は ${}^6\text{He}$ の主軸が, α - ${}^6\text{He}$ 軸 (Z 軸) と直交する軸 (X 軸) となす角度で定義し, σ_{nn} は LS -結合殻模型において, 二中性子の合成スピン $S_{nn} = 0$ となる $(p)^2$ 配位と, jj -結合殻模型における $(p_{3/2})^2$ 配位の二種類を用いる. $(p_{3/2})^2$ 配位の記述には AQCM を用いる. 具体的な ${}^6\text{He}$ 模型関数の記述方法は付録 A を参照されたい. $\alpha + {}^6\text{He}$ クラスター模型の概略図を図 2.1 (a) に示す.

三体クラスター $\alpha + \alpha + 2n$ に対する模型関数は次の表式で与えられる.

$$\Phi_{\alpha+\alpha+2n}(D, r, \theta) = \mathcal{A} [\Phi_{\alpha}(\mathbf{S}_1)\Phi_{\alpha}(\mathbf{S}_2)\Phi_{2n}(\mathbf{S}_3)], \quad (2.2.2)$$

$$\Phi_{2n}(\mathbf{S}) = \mathcal{A}[\phi_{n\uparrow}(\mathbf{S})\phi_{n\downarrow}(\mathbf{S})] \quad (2.2.3)$$

ここで, α クラスターと $2n$ クラスターの模型関数はそれぞれ $(0s)^4$ および $(0s)^2$ の配位を用いる. (D, r, θ) は生成座標として扱われるパラメーターであり, D は二つの α クラスター間の距離を, r は $2n$ クラスターと 2α の重心との距離を, θ は α - α 軸と位置ベクトル \mathbf{r} とのなす角をそれぞれ表している. これらパラメーターを使って, 各クラスターの中心座標は $\mathbf{S}_1 = (0, 0, -D/2)$, $\mathbf{S}_2 = (0, 0, D/2)$, および $\mathbf{S}_3 = (r \sin \theta, 0, r \cos \theta)$ と表される. ただし, GCM の重ね合わせの際には重心が原点と一致するように平行移動した基底を用いる. $\alpha + \alpha + 2n$ クラスター模型関数の概略図を図 2.1 (b) に示す.

2.2.2 GCM

パリティ・角運動量射影を作用させて, 対称性を回復させた各模型関数を GCM によって重ね合わせることで ^{10}Be の状態を求める. ^{10}Be の k 番目の J^π 状態 (J_k^π) の波動関数は次の表式で求め

られる.

$$\begin{aligned} \Psi^{J_k \pi} = & \sum_{D,r,\theta} \sum_K c_{D,r,\theta;K}^{(\text{tri})} P_{MK}^J P^\pi \Phi_{\alpha+\alpha+2n}(D,r,\theta) \\ & + \sum_{D,\sigma_{nn},\theta} \sum_K c_{D,\sigma_{nn},\theta,K}^{(\text{di})} P_{MK}^J P^\pi \Phi_{\alpha+{}^6\text{He}}(D,\sigma_{nn},\theta) \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

P^π , P_{MK}^J はそれぞれパリティ射影, 角運動量射影演算子である. GCM と同時に, 二体クラスター模型の ${}^6\text{He}$ の配位 $\{\theta, \sigma_{nn}\}$ に対する配位混合を行った. また, 物体固定系における角運動量の z 成分である K は良い量子数ではないので, K に対しても重ね合わせを行う (K -mixing). Hill-Wheeler 方程式を解くことによって, 係数 $c_{D,r,\theta;K}^{(\text{tri})}$ および $c_{D,\sigma_{nn},\theta,K}^{(\text{di})}$ が求まる.

GCM および配位混合の際に用いたパラメーターセットは以下のとおりである. $\alpha + {}^6\text{He}$ クラスター模型に対しては, $D = 1, 2, \dots, 8 \text{ fm}$, $\theta = 0, \pi/4, \pi/2$, $\sigma_{nn} = (p)^2, (p_{3/2})^2$ の $8 \times 3 \times 2 = 48$ 個の模型関数を用いる. $\{\theta, \sigma_{nn}\}$ のパラメータを上記のように選ぶことで, 配位混合の際に ${}^6\text{He}$ の p 軌道における全ての $0^+, 2^+$ 状態を記述することが出来る. $\alpha + \alpha + 2n$ クラスター模型に対しては, $D = 2, 3, \dots, 6 \text{ fm}$, $r = 0.4, 1.4, \dots, 5.4 \text{ fm}$, $\theta = 0, \pi/8, \dots, \pi/2$ の $5 \times 6 \times 5 = 150$ 個の模型関数を用いる.

GCM によって得られた波動関数が基底関数をどの程度成分として含んでいるのかを GCM amplitude として計算することが出来る. 一般に, 生成座標 α に対して GCM 波動関数が

$$\Psi^{J_k \pi} = \sum_{\alpha,K} c_{\alpha;K}^{(k)} P_{MK}^J P^\pi \Phi(\alpha), \quad (2.2.5)$$

で与えられるとき, GCM amplitude $N_K(J_k^\pi)$ は以下の表式で与えられる.

$$N_K(J_k^\pi) = \frac{1}{n_K^{J_k^\pi}(\alpha)} |\langle \Phi(\alpha) | (P_{MK}^J P^\pi)^\dagger | \Psi^{J_k \pi} \rangle|^2, \quad (2.2.6)$$

$$n_K^{J_k^\pi}(\alpha) = \langle \Phi(\alpha) | P_{KK}^J P^\pi | \Phi(\alpha) \rangle \quad (2.2.7)$$

ただし, $n_K^{J_k^\pi}(\alpha)$ はパリティ・角運動量射影を作用した基底関数のノルムである. GCM amplitude を解析することで, GCM 波動関数の構造を調べることが出来る.

2.2.3 dipole 演算子と遷移行列要素

得られた dipole 状態の性質を調べるために, 次の三つの dipole 演算子を用いて遷移強度の計算を行う.

$$M_{E1}(\mu) = \frac{N}{A} \sum_{i \in p} r_i Y_{1\mu}(\hat{r}_i) - \frac{Z}{A} \sum_{i \in n} r_i Y_{1\mu}(\hat{r}_i), \quad (2.2.8)$$

$$M_{TD}(\mu) = \frac{-1}{10\sqrt{2}c} \int d\mathbf{r} (\nabla \times \mathbf{j}_{\text{nucl}}(\mathbf{r})) \cdot r^3 \mathbf{Y}_{1\mu}(\hat{r}), \quad (2.2.9)$$

$$M_{CD}(\mu) = \frac{-1}{10\sqrt{2}c} \int d\mathbf{r} \nabla \cdot \mathbf{j}_{\text{nucl}}(\mathbf{r}) r^3 Y_{1\mu}(\hat{r}) \quad (2.2.10)$$

ここで, $Y_{jL\mu}(\hat{r})$ と $\mathbf{j}_{\text{nucl}}(\mathbf{r})$ はそれぞれベクトル球面調和関数および convection nuclear current 演算子であり, 次の表式で与えられる.

$$Y_{jL\mu}(\hat{r}) = \sum_{\alpha,\beta} \langle L\alpha, 1\beta | j\mu \rangle Y_{L\alpha}(\hat{r}) \mathbf{e}_\beta, \quad (2.2.11)$$

$$\mathbf{j}_{\text{nucl}}(\mathbf{r}) = \frac{-i\hbar}{2m} \sum_{k=1}^A \{ \nabla_k \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_k) + \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_k) \nabla_k \} \quad (2.2.12)$$

E1 演算子は IV 型の演算子で, CD および TD 演算子は IS 型の演算子である. IS 型の r の一次では重心の並進演算子になってしまうため, next-order の r^3 の演算子となっている. CD 演算子は圧縮型の dipole モードを励起する演算子であり, 従来の ISD 演算子

$$M_{\text{ISD}}(\mu) = \sum_{i=1}^A (r_i - r_G)^3 Y_{1\mu}(\hat{r}_i - \hat{r}_G), \quad (2.2.13)$$

と同等のものである. ここで, r_G は重心演算子で, $r_G = \frac{1}{A} \sum r_i$ で定義される. 一方, TD 演算子は CD 演算子のカウンターパートとなる演算子であり, 原子核における渦モードを probe する.

これらの dipole 演算子 M_D に対する遷移強度は

$$B(D; 0_1^+ \rightarrow 1_k^-) = |\langle 1_k^- | M_D | 0_1^+ \rangle|^2, \quad (2.2.14)$$

によって与えられる. ここで, $\langle 1_k^- | M_D | 0_1^+ \rangle$ は換算行列要素である. CD 遷移強度は ISD 遷移強度と以下の関係式により結ばれている.

$$B(\text{CD}; 0_1^+ \rightarrow 1_k^-) = \left(\frac{1}{10} \frac{E_k}{\hbar c} \right)^2 B(\text{ISD}; 0_1^+ \rightarrow 1_k^-) \quad (2.2.15)$$

E_k は 1_k^- 状態の励起エネルギーである.

EWSR に対する遷移強度の割合が dipole 遷移強度の強さを測る指標として適切である. 我々は E1 の EWSR として, TRK sum rule

$$S(\text{TRK}) = \frac{9\hbar^2}{8\pi m} \frac{NZ}{A}, \quad (2.2.16)$$

を採用した. TRK sum rule は E1 演算子がハミルトニアンと可換な時, 厳密な EWSR となる. ^{10}Be においてはこの値は $S(\text{TRK}) = 35.64 \text{ fm}^2 \text{ MeV}$ となる. また, CD 演算子と等価な ISD 演算子の EWSR として, 文献 [39] により定義された

$$S(\text{ISD}) = \frac{3\hbar^2 A}{8\pi m} \left(11 \langle r^4 \rangle - \frac{25}{3} \langle r^2 \rangle^2 - 10\epsilon \langle r^2 \rangle \right), \quad (2.2.17)$$

を用いる. ただし, $\langle r^k \rangle = \langle 0_1^+ | \sum_i r_i^k / A | 0_1^+ \rangle$ である. また, $\epsilon = \hbar^2(4/E_2 + 5/E_0)/3mA$ における E_0 および E_2 はそれぞれ, IS 型の giant monopole resonance および giant quadrupole resonance の励起エネルギーである. 実際に計算する際には, これらの経験則である, $E_0 = 80A^{-1/3} \text{ MeV}$ と $E_2 = 63A^{-1/3} \text{ MeV}$ を使用した.

励起モードを調べる際、始状態 $|i\rangle$ から終状態 $|f\rangle$ への transition current density

$$\delta \mathbf{j}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{N_f N_i}} \langle f | \mathbf{j}_{\text{nucl}}(\mathbf{r}) | i \rangle, \quad (2.2.18)$$

を計算する。ただし、 $N_i = \sqrt{\langle i | i \rangle}$, $N_f = \sqrt{\langle f | f \rangle}$ である。

2.2.4 α クラスタ成分の計算

GCM で得られた状態がどの程度発達した α クラスタ成分を持つか調べるために、 α クラスタ間距離 $D = D_0$ における部分空間との squared overlap を計算する。ここでは、 $D = D_0$ における全ての基底関数と GCM 波動関数との squared overlap の和として、部分空間との squared overlap を定義する。ただし、 $D = D_0$ における基底関数 $\{\Phi_{\alpha+6\text{He}}(D, \sigma), \Phi_{\alpha+\alpha+2n}(D, r, \theta)\}_{D=D_0}$ はそれぞれ非直交基底であるので、正規直交基底への変換を行う必要がある。そこで、 $D = D_0$ における基底関数に対して GCM 計算を行って、ハミルトニアンおよびノルム行列を対角化する基底関数を求める：

$$\Psi_{\alpha+6\text{He}}^{J_k \pi}(D = D_0) = \sum_{\sigma_{nm}, \theta, K} c_k(\sigma, K) P_{MK}^J P^\pi \Phi_{\alpha+6\text{He}}(D_0, \sigma_{nm}, \theta), \quad (2.2.19)$$

$$\Psi_{\alpha+\alpha+2n}^{J_k \pi}(D = D_0) = \sum_{r, \theta, K} c_k(r, \theta, K) P_{MK}^J P^\pi \Phi_{\alpha+\alpha+2n}(D_0, r, \theta). \quad (2.2.20)$$

これらの $D = D_0$ における GCM 波動関数は互いに正規直交であるため、全模型空間における J_k^π 状態に対する GCM 波動関数の α クラスタ成分 ($D = D_0$ 部分空間との squared overlap) は

$$N_{\alpha+6\text{He}}^{J_k \pi}(D = D_0) = \sum_m |\langle \Psi_{\alpha+6\text{He}}^{J_m \pi}(D = D_0) | \Psi_{\alpha+6\text{He}}^{J_k \pi} \rangle|^2, \quad (2.2.21)$$

$$N_{\alpha+\alpha+2n}^{J_k \pi}(D = D_0) = \sum_m |\langle \Psi_{\alpha+\alpha+2n}^{J_m \pi}(D = D_0) | \Psi_{\alpha+\alpha+2n}^{J_k \pi} \rangle|^2, \quad (2.2.22)$$

によって計算できる。

2.2.5 有効相互作用

今回の計算では有効相互作用として、二体の中心力と二体のスピン軌道相互作用を用いた。系のハミルトニアンは以下の形で与えられる。

$$H = \sum_i t_i - T_G + \sum_{i < j} \left(v_{ij}^{\text{central}} + v_{ij}^{LS} + v_{ij}^{\text{coulomb}} \right) \quad (2.2.23)$$

t_i は核子 i の運動エネルギー、 T_G は重心の運動エネルギーである。核子 i と核子 j 間にはたらく二体演算子 v_{ij}^{central} , v_{ij}^{LS} , v_{ij}^{coulomb} はそれぞれ中心力、スピン軌道力、クーロン力である。有効相互作用として、中心力には Volkov No. 2 力 [135] を、スピン軌道力には G3RS [136, 137] のスピン軌道相互作用を用いた。これらの有効相互作用は以下のように二つのガウシアンを重ね合わせで記述

される。

$$v_{ij}^{\text{central}} = \sum_{k=1}^2 v_k \exp \left[- \left(\frac{r_i - r_j}{a_k} \right)^2 \right] (W + BP_\sigma - HP_\tau - MP_\sigma P_\tau), \quad (2.2.24)$$

$$v_{ij}^{LS} = \sum_{k=1}^2 u_k \exp \left[- \left(\frac{r_i - r_j}{b_k} \right)^2 \right] P_{S=1} P_{T=1} \mathbf{L}_{ij} \cdot \mathbf{S}_{ij} \quad (2.2.25)$$

P_σ , P_τ はそれぞれスピン交換演算子とアイソスピン交換演算子であり, $P_{S=1}(P_{T=1})$ はスピン (アイソスピン) 三重項への射影演算子である. また, \mathbf{L}_{ij} と \mathbf{S}_{ij} は核子 i と核子 j の相対軌道角運動量演算子 $\mathbf{L}_{ij} = (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \times \frac{(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j)}{2}$ および合成スピン演算子 $\mathbf{S}_{ij} = \mathbf{s}_i + \mathbf{s}_j$ である. 本研究で用いたパラメータセットを表 2.1 に載せる. このパラメータセットは文献 [131] で用いられたものと同じであり, α - α 散乱の phase shift を再現するように決められている. 振動子パラメータ ν についても文献 [131] と同じ値 $\nu = 0.235$ を用いる.

表 2.1: ^{10}Be の研究で用いた有効相互作用のパラメーター.

	ν_1 (MeV)	ν_2 (MeV)	a_1 (fm)	a_2 (fm)	$W(=1-M)$	$B(=H)$
Volkov No.2	-60.65	61.14	1.80	1.01	0.4	0.125
	u_1 (MeV)	u_2 (MeV)	b_1 (fm)	b_2 (fm)		
G3RS	-1600	1600	0.6	0.447		

2.3 ^{10}Be の結果と議論

2.3.1 LED 状態と遷移強度

$\alpha + ^6\text{He}$ クラスター模型と $\alpha + \alpha + 2n$ クラスター模型の基底を GCM によって重ね合わせることで ^{10}Be の状態が得られた. 計算により得られた ^{10}Be の束縛エネルギーは 58.5 MeV であり, 実験値の 65.0 MeV を過小評価している. これは α クラスターの壊れや, 二つの余剰中性子が別の配位を取るような模型空間が今回の模型に入っていないことが大きな原因と考えられるが, α クラスターや $2n$ クラスターに関する励起状態の議論には影響しない. 基底状態から 1^- 状態への dipole 遷移強度を図 2.2 に載せる. 図 2.2 (a), (b), および (c) はそれぞれ TD, $E1$, および CD 演算子に対する遷移強度が示されている. 図では低エネルギー領域の強度に着目するために, 励起エネルギーが 25 MeV 以下の状態への遷移強度が示してある. 計算の結果, 15 MeV 以下に強い dipole 強度で特徴づけられる三つの 1^- 状態が得られた. 7.52 MeV の 1^- 状態は非常に強い TD 強度で特徴づけられる状態であり, 実験で得られている 5.96 MeV の 1^- 状態に対応する状態と考えられる. この状態は CD 遷移に対しても, EWSR の 3.4 % を占める強度

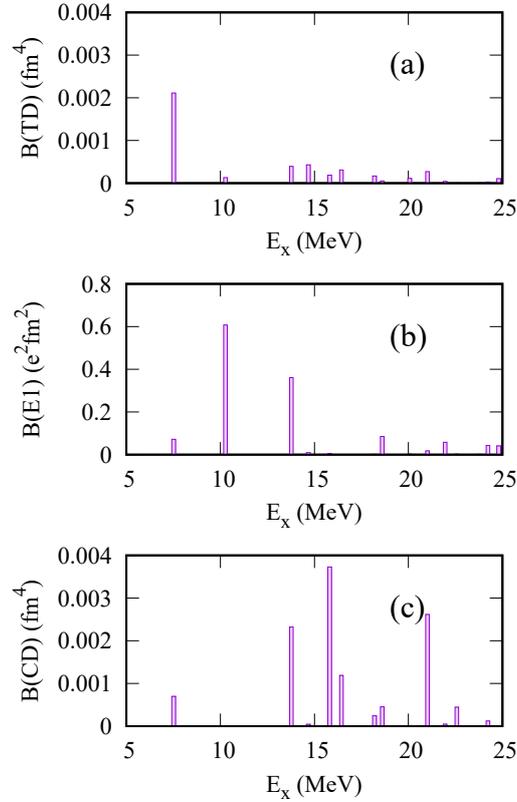


図 2.2: full GCM で得られた基底状態から励起エネルギーが 25 MeV 以下の 1^- 状態への (a) TD, (b) E1, および (c) CD 演算子に対する dipole 遷移強度.

を示している. $E1$ に対しては弱い遷移を示しており, 定性的に実験の傾向を再現している. しかし, 定量的には計算値が $B(E1; 0_1^+ \rightarrow 1_1^-) = 7.15 \times 10^{-2} e^2\text{fm}^2$ であるのに対して, 実験値は $7.18 \times 10^{-5} e^2\text{fm}^2 \leq B(E1; 0_1^+ \rightarrow 1_1^-) \leq 1.46 \times 10^{-3} e^2\text{fm}^2$ [138] であり, 過大評価している.

$E_x = 10\text{--}15$ MeV には強い $E1$ 遷移で特徴づけられる二つの LED 状態が得られた. TRK sum rule に対して, 10.3 MeV の 1_2^- 状態は 17.5%, 13.8 MeV の 1_3^- 状態は 13.9% の $E1$ 強度を示している. CD 遷移ではこれら二つの状態は異なる傾向を示しており, 1_2^- 状態は CD 強度をほとんど持たないのに対して, 1_3^- 状態には EWSR の 6.2% を占める強度を示している. $E_x > 15$ MeV のいくつかの状態も強い CD 強度を示しているが, それらは GDR の一部が得られていると考えられる. 今回の模型空間では GDR の記述には適していないため, 本研究ではこれらの状態の解析は行わない.

2.3.2 クラスタ励起と LED 励起の関係性の考察

この小節では、今回の計算で得られた三つの LED 状態においてクラスタ励起の果たす役割について議論する。混乱を避けるため、全模型空間での GCM (以降 full GCM と呼ぶ) で得られた 1_1^- , 1_2^- , および 1_3^- 状態を dipole 遷移強度の特徴に従ってそれぞれ TD 状態, E1 状態, および CD 状態と呼ぶことにする。

2.3.2.1 $\alpha + {}^6\text{He}$ 配位と $\alpha + \alpha + 2n$ 配位の LED 状態に対する寄与

まず、LED 状態に対して $\alpha + {}^6\text{He}$ 配位と、 $\alpha + \alpha + 2n$ 配位それぞれの寄与を調べる。そのために、模型空間を $\alpha + {}^6\text{He}$ 配位または $\alpha + \alpha + 2n$ 配位に制限して GCM を行い、得られた 1^- 状態への遷移強度を計算した。ただし、終状態への各クラスタ配位の寄与を見るために、始状態には full GCM により得られた 0_1^+ 状態を用いる。混乱を避けるため、 $\alpha + {}^6\text{He}$ (di-cluster) 配位の GCM で得られた 1^- 状態を $1_{k,\text{di}}^-$, $\alpha + \alpha + 2n$ (tri-cluster) 配位の GCM で得られた 1^- 状態を $1_{k,\text{tri}}^-$ と表記する。基底状態から $1_{k,\text{di}}^-$ 状態への TD, E1, および CD 遷移強度を図 2.3 (a) – (c) に、 $1_{k,\text{tri}}^-$ 状態への TD, E1, および CD 遷移強度を図 2.3 (d) – (f) に示す。ここで、横軸は full GCM の基底状態から測った励起エネルギーである。

$\alpha + {}^6\text{He}$ 配位による計算結果では、強い TD 強度を持った状態 ($1_{1,\text{di}}^-$) が $E_x = 9.63$ MeV に得られた。 $1_{1,\text{di}}^-$ 状態は TD 状態と 86 % の squared overlap を持つ状態であり、これは TD 状態が主に $\alpha + {}^6\text{He}$ 配位によって記述できることを意味している。 $\alpha + \alpha + 2n$ 配位による計算でも同様に TD 遷移の強い状態が得られているが、これは $\alpha + \alpha + 2n$ 配位の模型空間に $\alpha + {}^6\text{He}$ 配位が部分的に含まれていることによるものである。 $1_{1,\text{di}}^-$ 状態と TD 状態とを比較すると、 $\alpha + {}^6\text{He}$ 配位に加えて $\alpha + \alpha + 2n$ 配位が含まれることによって、およそ 2 MeV のエネルギー減少が生じ、また $B(\text{CD})$ はおよそ 3 倍に増加している。

また、 $\alpha + {}^6\text{He}$ 配位による GCM では $E_x = 14.2$ MeV の $1_{2,\text{di}}^-$ 状態に強い CD 遷移が得られている。この状態は発達した $\alpha + {}^6\text{He}(0^+)$ 状態であり、full GCM における E1 (1_2^-) 状態と 59 % の squared overlap を持つ。これは E1 状態が α クラスタ励起状態であることを示唆しているが、遷移強度の特徴は大きく異なっている。一方、 $\alpha + \alpha + 2n$ 配位による計算では $E_x = 11.4$ MeV に強い E1 遷移で特徴づけられる $1_{2,\text{tri}}^-$ 状態が得られており、この状態は E1 状態と 87 % の squared overlap を持つ。 $\alpha + {}^6\text{He}$ 配位による GCM では CD 状態に対応する状態は得られなかったが、 $\alpha + \alpha + 2n$ 配位による計算では $E_x = 15.6$ MeV に強い CD 遷移で特徴づけられる $1_{3,\text{tri}}^-$ 状態が得られ、CD 状態に対して 57 % の squared overlap を持つ状態であった。以上の結果から、full GCM によって得られた E1 状態および CD 状態は、主に $\alpha + \alpha + 2n$ クラスタ配位によって形成される状態であると結論付けられる。 $\alpha + \alpha + 2n$ 配位による計算では E1 強度は $1_{2,\text{tri}}^-$ に集中しており、 $\alpha + {}^6\text{He}$ 配位が混ざることによって CD 状態へと E1 強度がフラグメントしている。つまり、 $\alpha + {}^6\text{He}$ 成分の混ざりが E1 状態や CD 状態の詳細な性質に影響を与えていると言える。

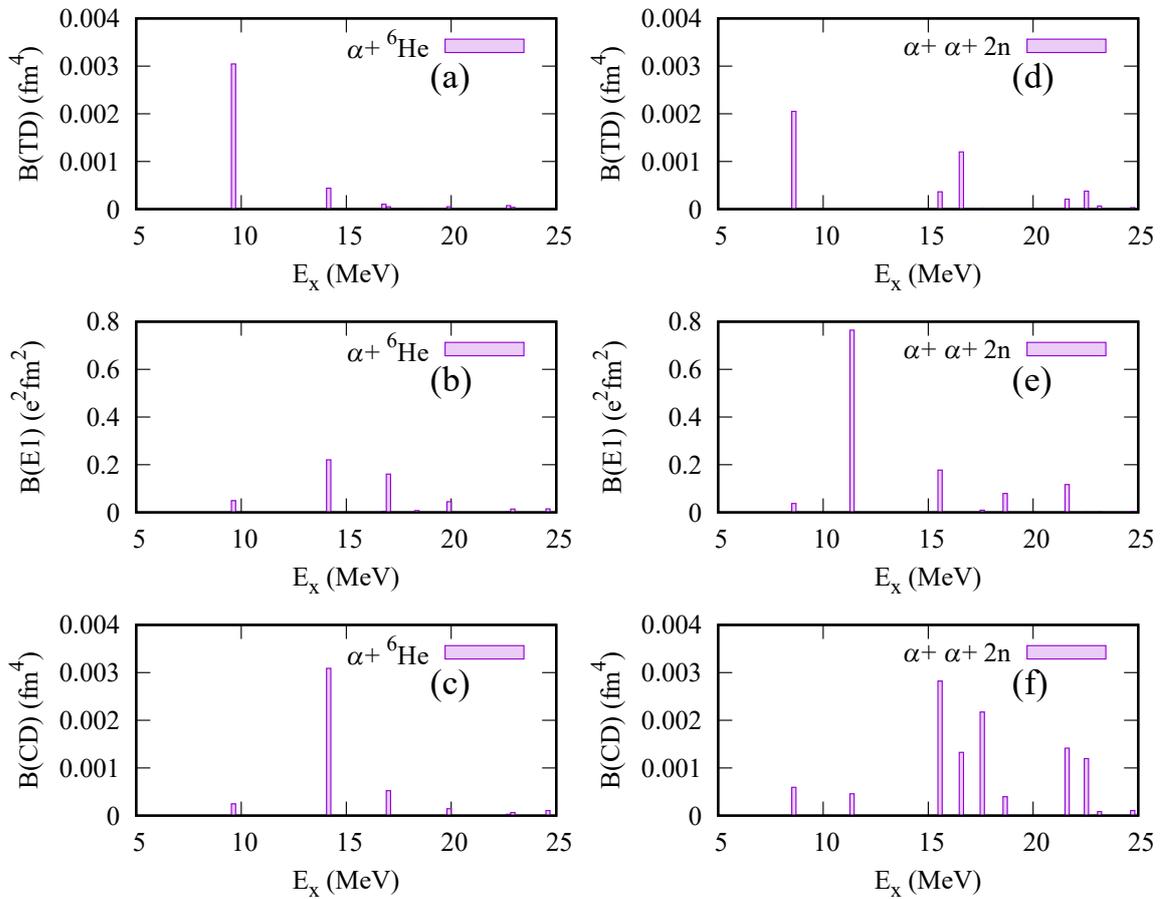


図 2.3: $\alpha + {}^6\text{He}$ 配位および $\alpha + \alpha + 2n$ 配位による GCM で得られた 1^- 状態に対する dipole 遷移強度. (a) – (c) が $1_{k,\text{di}}^-$ 状態への, (d) – (f) が $1_{k,\text{tri}}^-$ 状態への TD, E1, および CD 演算子に対する遷移強度をそれぞれ表している. 横軸は full GCM の 0_1^+ 状態から測った励起エネルギーである.

2.3.2.2 LED 状態における α クラスター成分と α クラスターモードの寄与

基底状態と LED 状態において α クラスターの発達度合いを調べるために, $\alpha + {}^6\text{He}$ 配位と $\alpha + \alpha + 2n$ 配位の模型空間において, 式 (2.2.21) および式 (2.2.22) で定義されるクラスター間距離 D の部分空間 (D -subspace) に対する squared overlap を計算した. ここでの D は $\alpha + {}^6\text{He}$ 配位においては α - ${}^6\text{He}$ 間の距離を, $\alpha + \alpha + 2n$ 配位においては α - α 間の距離を表している. 計算した D -subspace との overlap を図 2.4 に D の関数として示す. $\alpha + {}^6\text{He}$ 配位に対する overlap は四角, $\alpha + \alpha + 2n$ 配位に対する overlap は丸で示されている. 基底状態は $\alpha + {}^6\text{He}$ が dominant な成分であり, $D = 3 \text{ fm}$ にピークを持つ比較的 α クラスターの発達が弱い状態である (図 2.4 (a)). LED 状態は, 基底状態に対して α クラスターの発達した状態である. 図 2.4 (b) によると TD 状態は

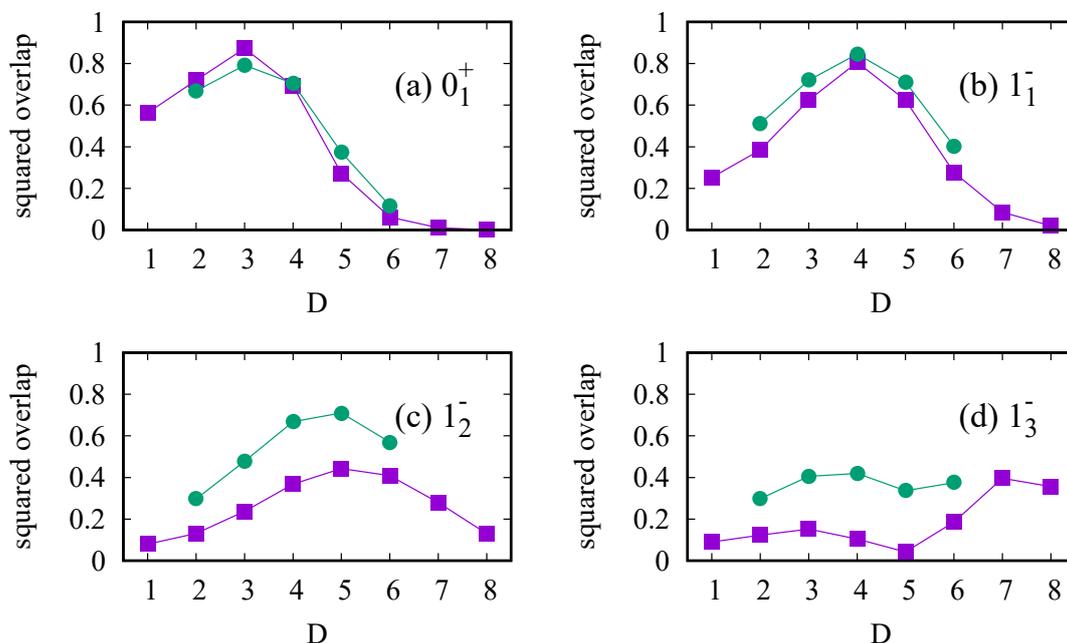


図 2.4: $\alpha + {}^6\text{He}$ および $\alpha + \alpha + 2n$ 配位における α クラスター成分. 各パネルは full GCM で得られた (a) 0_1^+ , (b) 1_1^- , (c) 1_2^- , および (d) 1_3^- 状態に対する計算結果を α - α 間距離 D の関数としてプロットしている. 四角が $\alpha + {}^6\text{He}$ 配位, 丸が $\alpha + \alpha + 2n$ 配位の成分を表している.

$D = 4$ fm に最大値を持ち, 基底状態よりも α クラスターが発達していることが見て取れる. また, $\alpha + {}^6\text{He}$ 配位が dominant な寄与をもたらしていることは前小節の結果とも対応している. 一方, $E1$ 状態と CD 状態は $\alpha + \alpha + 2n$ 配位が主要な成分である. $E1$ 状態は図 2.4 (c) に示されているように, α クラスターの発達が見られ, $D = 5$ fm に最大値を持つ. このことから, $E1$ 状態は α クラスター励起状態であることがわかる. CD 状態は主成分は $\alpha + \alpha + 2n$ 配位だが, D の広い領域に overlap が分散している様子が見て取れる (図 2.4 (d)).

次に, α クラスターモードが LED 状態にどのような寄与をもたらすのかを調べるために, 模型空間を制限した GCM を行った. 用意した基底のうち, $D \leq 3$ fm または $D \leq 5$ fm に模型空間を制限した GCM で得られた 1^- 状態への遷移強度を図 2.5 に示した. ただし, 始状態には full GCM で得られた基底状態を用いており, 横軸は full GCM の 0_1^+ 状態から測った励起エネルギーである.

TD 状態は $D = 4-5$ fm の配位が加わることによって, 3.5 MeV のエネルギー減少が生じており, 重要な寄与をもたらしていることがわかる. また, $D = 4-5$ fm の配位によって, TD 強度はおよそ 10% 減少している. これは, α クラスターの発達により, 基底状態との overlap が減少したことによる. さらに, 図 2.5 (c1), (c2) を比較すると, $D = 4-5$ fm の配位によって, TD 状態の CD 強度はおよそ 2 倍に増加しており, CD 強度の測定は TD 状態におけるクラスター構造の間接的な証拠となりうることを示唆している. $D \leq 3$ fm の GCM と full GCM とを比較すると, $D > 3$

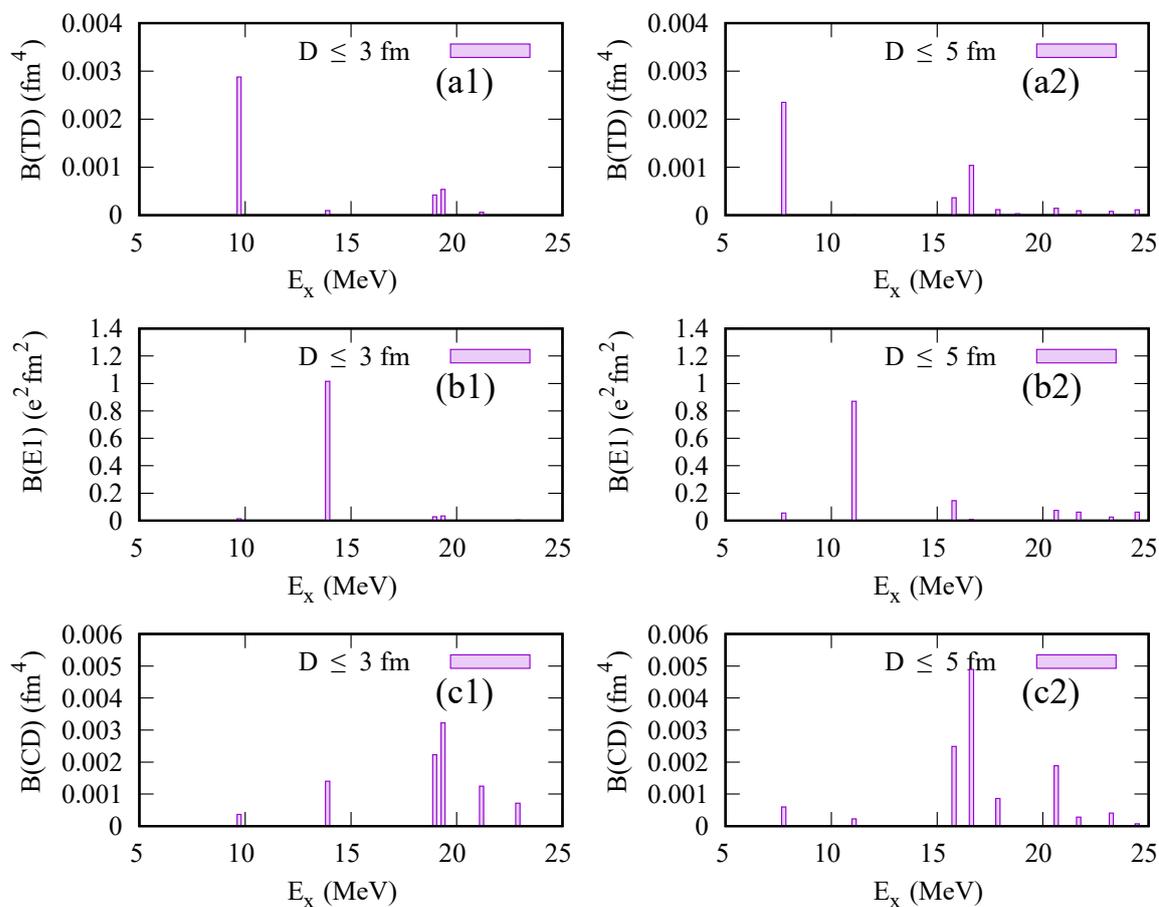


図 2.5: $D \leq 3 \text{ fm}$, $D \leq 5 \text{ fm}$ に模型空間を制限した GCM 計算により得られた 1^- 状態に対する TD, E1, および CD 遷移強度. 横軸は full GCM の 0_1^+ 状態から測った励起エネルギーを表している.

fm の成分が混ざることによって, full GCM における E1 状態は約 4 MeV のエネルギー減少がみられる. つまり, E1 状態の形成には発達した α クラスターの配位が重要な役割を果たしており, D -subspace との overlap (図 2.4 (c)) で得られた結果とも整合している. CD 状態は $D \leq 3 \text{ fm}$ および $D \leq 5 \text{ fm}$ の GCM では明確な対応付けは出来なかった. 1_3^- 状態との overlap を計算すると, $D \leq 3 \text{ fm}$ での GCM では $E_x \sim 20 \text{ MeV}$ の状態に, $D \leq 5 \text{ fm}$ での GCM では $E_x = 15\text{--}17 \text{ MeV}$ の状態にフラグメントしていることが確認された. このことから, 1_3^- 状態の形成には $D > 5 \text{ fm}$ の配位が必要であることが示唆される.

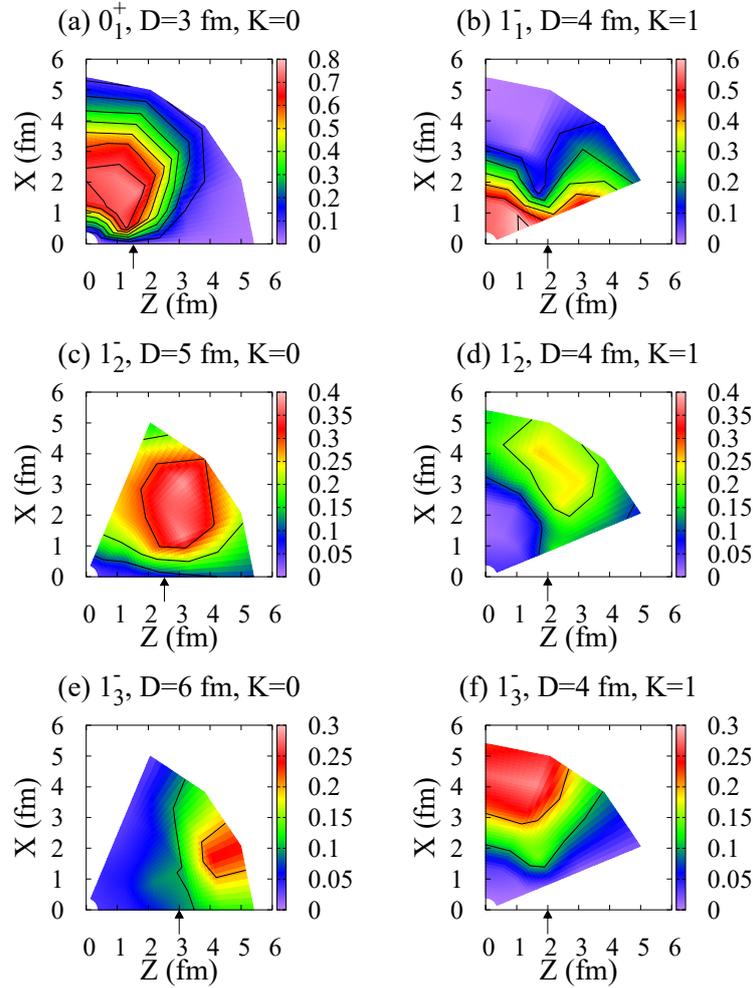


図 2.6: 0_1^+ , 1_1^- , 1_2^- , および 1_3^- 状態における $\alpha + \alpha + 2n$ 配位の $2n$ クラスタ分布. 各パネルは特定の D と K に対する GCM amplitude を Z - X 平面にプロットしている. (a) と (b) はそれぞれ ($D = 3$ fm, $K = 0$) における 0_1^+ 状態と ($D = 4$ fm, $K = 1$) における 1_1^- 状態に対する $2n$ 分布を示している. 1_2^- と 1_3^- 状態は $K = 0$ と $K = 1$ の両成分を図示しており, (c) と (d) は 1_2^- 状態の ($D = 5$ fm, $K = 0$) と ($D = 4$ fm, $K = 1$) における $2n$ 分布を, (e) と (f) は 1_3^- 状態の ($D = 6$ fm, $K = 0$) と ($D = 4$ fm, $K = 1$) における $2n$ 分布を表している. また, Z 軸上の矢印は各パネルにおける α クラスタの位置を示している.

2.3.2.3 $2n$ クラスタの発達による寄与

各状態に対する $2n$ クラスタの発達による寄与を議論するために, $\alpha + \alpha + 2n$ 配位における $2n$ の分布を調べた. 具体的には, 基底状態と三つの LED 状態に対して, α クラスタ間距離を $D = D_0$ に固定して, 基底 $\Phi_{\alpha+\alpha+2n}(D_0, r, \theta)$ との GCM amplitude (式 (2.2.6)) を計算した. ただ

し, D_0 は最大の GCM amplitude を与える基底が含まれる D とする. 計算した GCM amplitude を X - Z 平面にプロットしたものを図 2.6 に示す. Z 軸上の矢印は α クラスタの位置を示している. 基底状態は $K = 0$ の, TD 状態は $K = 1$ の成分に対する GCM amplitude をそれぞれ図 2.6 (a), (b) に示した. $E1$, CD 状態に対しては $K = 0$ と $K = 1$ の両成分に対して計算した GCM amplitude を図 2.6 (c)–(f) に示した.

TD 状態の $2n$ 分布は α クラスタの周りに $2n$ が局在しており, ^6He を形成している. TD 状態は $K = 1$ が主成分の状態であり, $\alpha + ^6\text{He}$ の P 波 ($L = 1$) の相対励起とは異なる. この状態は ^6He が α - α 軸に対して傾いた構造をしており, これは二つの余剰中性子のうち一つが p_x 軌道に, もう一つが分子軌道模型の σ 軌道に入っていると捉えることもできる. この描像は分子軌道模型 [109, 110] で得られている 1_1^- 状態とも対応する結果であり, TD 状態は基底状態からの一粒子励起状態とみなせる. 一方, $E1$ 状態と CD 状態には $2n$ クラスタの発達が見られる. $E1$ 状態は主に $K = 0$ 成分が dominant で, $(X, Z) = (2\text{--}3 \text{ fm}, 3 \text{ fm})$ に最大値を持つ発達した $2n$ 分布を示している. この状態では α - α が $D = 5 \text{ fm}$ と大きく発達しているのに対して, $2n$ クラスタは $Z > 0$ の α クラスタに比較的近い距離に分布しており, $2n$ の発達した ^6He 的な構造をしていると考えられる. そのため, $E1$ 状態は ^6He 的な ($\alpha + 2n$) に対して α クラスタが発達する P 波相対励起であると考えられる. また, CD 状態の $K = 1$ 成分は $(X, Z) = (4 \text{ fm}, 1 \text{ fm})$ に最大値を持ち, α - α 軸に対して非常に発達した $2n$ 分布を示す. この時, α - α の発達度合いは弱く, ^8Be 的な構造をしているとみなすことが出来る. そのため, CD 状態は ^8Be 的な ($\alpha + \alpha$) に対して, $2n$ クラスタが発達する P 波相対励起であると考えられる. つまり, $E1$ 状態および CD 状態は leading-order で, それぞれ α -($\alpha + 2n$) および $2n$ -(2α) の P 波相対励起であると言える. しかし, 図 2.6 (d), (e) を見てもわかるように, 異なる K の成分も有意な寄与をもたらしており, LED 強度の性質に重要な役割を果たす.

最後に, $\alpha + \alpha + 2n$ 配位におけるクラスタの発達モードが遷移強度にどのように寄与するかを議論する. 図 2.2 に示されているように, $E1$ 演算子は 1_2^- ($E1$) 状態と 1_3^- (CD) 状態のどちらにも励起するが, CD 演算子は 1_3^- 状態のみに強い励起をもたらし, 1_2^- 状態にはほとんど励起しない. α クラスタ励起で特徴づけられる 1_2^- 状態で CD 強度が弱いことは, クラスタ励起が強い CD 強度を生じるという理解と矛盾するように見える. これらの $E1$, CD 遷移の性質を調べるために, 1_2^- 状態と 1_3^- 状態に大きく寄与する二つのモードに着目する. 一つは α -($\alpha + 2n$) の $K = 0$ モードで, もう一つは $2n$ -(2α) の $K = 1$ モードである. 前者のモードは large D で特徴づけられるモードで, α -($\alpha + 2n$) の P 波相対励起 (α クラスタ励起) とみなせる. また, 後者のモードは $2n$ が 2α に対して空間的に発達したモードで, $2n$ -(2α) の P 波相対励起 ($2n$ クラスタ励起) とみなせる.

CD 強度に対しては α -($\alpha + 2n$) と $2n$ -(2α) のどちらのモードも強い寄与をもたらす. 1_2^- 状態と 1_3^- 状態は GCM によってこれらの線形結合で記述される状態である. その際, 1_3^- 状態は二つのモードが同位相で重ね合わされることによって, コヒーレントに CD 強度への寄与をもたらすが, 1_2^- 状態は二つのモードが逆位相で重ね合わされるために, それぞれの寄与が打ち消し合い, 結果として CD 遷移強度が小さい状態になると考えられる. $E1$ 強度に関しては, 陽子数の非対称度の大きさから, $2n$ -(2α) モードが非常に強く $E1$ 強度を生じる. 一方, α -($\alpha + 2n$) は陽子数の非対称

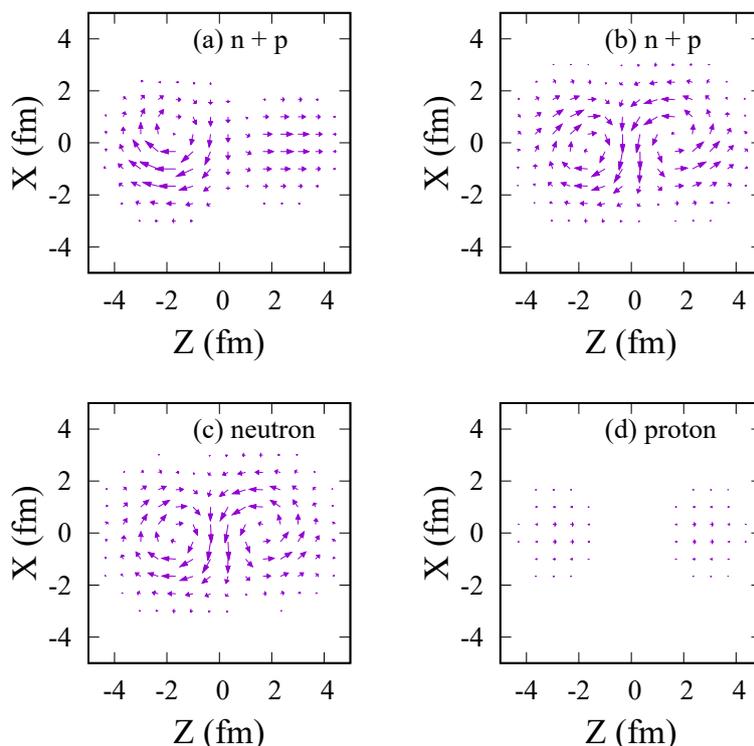


図 2.7: 基底状態から $1_{\bar{1}}$ 状態への transition current density $\delta\mathbf{j}(\mathbf{r})$. (a) はパリティ射影を行う前の intrinsic 状態に対して計算した $\delta\mathbf{j}(\mathbf{r})$ をプロットしている. (b), (c), および (d) はパリティ射影された intrinsic 状態において, 全核子, 中性子のみ, および陽子のみに対して計算した $\delta\mathbf{j}(\mathbf{r})$ をプロットしている. ベクトルは $Y = 0$ の Z - X 平面上にプロットしており, その絶対値は 400 倍している.

度も小さく, また, α クラスターの発達により基底状態との overlap が小さいことからほとんど $E1$ 強度には寄与しないモードである. そのため, $2n$ -(2α) モードが直接的に $1_{\bar{2}}$ 状態と $1_{\bar{3}}$ 状態に $E1$ 強度を生じていると考えられる. 定量的には, $1_{\bar{3}}$ 状態は非常に強く $2n$ クラスターの発達した状態であり, 結果として基底状態との overlap が小さくなるため $1_{\bar{2}}$ 状態に比べて小さい $E1$ 強度が得られていると考えられる.

2.3.2.4 TD 状態の渦的性質

$1_{\bar{1}}$ 状態は TD 遷移の強い状態であるため, 渦的な励起を示すと考えられる. この状態への励起モードの解析を行うために, $0_{\bar{1}}^+$ 状態と $1_{\bar{1}}$ 状態に dominant な寄与をもたらす基底を intrinsic 状態として定義して, その間の transition current density を計算する. $0_{\bar{1}}^+$ 状態に対しては $\alpha + {}^6\text{He}$ 模型の $D = 3$ fm, $\theta = 0$, $\sigma_{nn} = (p_{3/2})^2$ の基底が最大の GCM amplitude (80 %) を示すため, intrinsic 状態として定義し, $|0_{\text{int}}^+\rangle$ と呼ぶ. 殻模型的に見ると, $|0_{\text{int}}^+\rangle$ は ${}^6\text{He}$ 周りの二中性子が $(p_x)^2$ 配位を

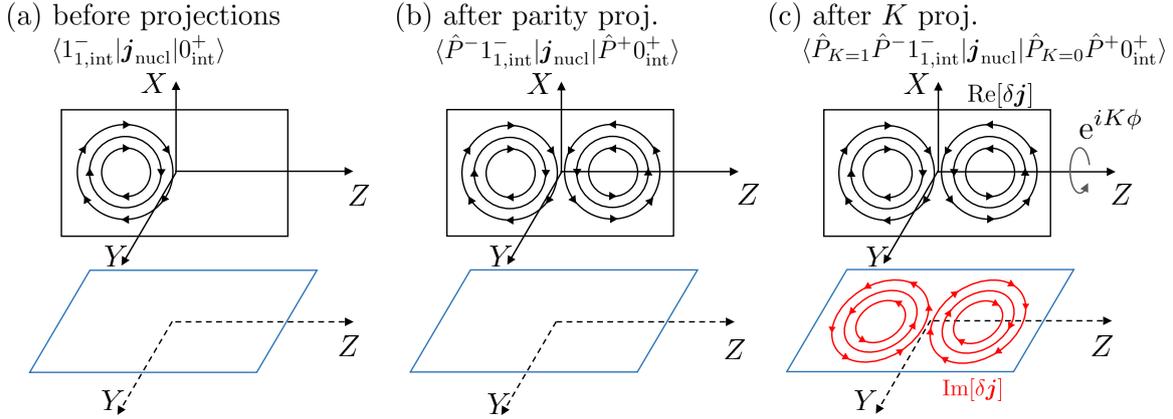


図 2.8: ^{10}Be の VD モードにおける transition current density の概略図。各図はそれぞれ intrinsic 状態に対して異なる射影を作用させたときの δj を模式的に表しており、(a) は射影を行う前の、(b) はパリティ射影のみ作用させた、(c) はパリティ射影と K 射影を作用させた際の結果が示されている。図の上部は $Y = 0$ の Z - X 平面における δj の実部が、下部には $X = 0$ の Z - Y 平面に射影された δj の虚部が図示されている。

取ることに対応している。 $1_{\bar{1}}$ 状態に対しては、 $\alpha + {}^6\text{He}$ 模型の $D = 4 \text{ fm}$, $\theta = \pi/4$, $\sigma_{nn} = (p)^2$ の基底が 64 % の最大の GCM amplitude を示すため、 intrinsic 状態として定義し、 $|1_{\bar{1},\text{int}}^- \rangle$ と呼ぶ。 $|1_{\bar{1},\text{int}}^- \rangle$ は ${}^6\text{He}$ 周りの二中性子が $(p_x + p_z)^2/2$ の配位を取ることに対応する。式 (2.2.12) で定義された transition current density に対して、 $|i\rangle = |0_{\text{int}}^+ \rangle$, $|f\rangle = |1_{\bar{1},\text{int}}^- \rangle$ とした場合と、パリティ射影を作用させて $|i\rangle = P^+ |0_{\text{int}}^+ \rangle$, $|f\rangle = P^- |1_{\bar{1},\text{int}}^- \rangle$ とした場合とで計算を行った。その結果を図 2.7 に示す。計算した current を見ると、中性子によって、 α - α 軸 (Z 軸) の左右に逆向きの渦が生じていることがわかる。これらの渦は ${}^6\text{He}$ 内の $2n$ が $(p_x)^2$ と $(p_x + p_z)^2/2$ の配位の間で振動することによって生じており、変形した ${}^6\text{He}$ が回転振動するモードとも解釈することが出来る。 $1_{\bar{1}}$ 状態は単に遷移強度の特徴から TD 状態と呼んでいたが、以下で議論するように、この渦状の励起はトーラス状に渦を生じる toroidal dipole モードではなく、vortical dipole (VD) モードと呼ぶべきである。

TD 状態における VD モードを直感的に理解するために、intrinsic 状態に対してパリティ射影と K 射影を作用させた時の transition current density に関して考察を行う。パリティ射影と K 射影を行う前と行った後の状態に対する current の概略図を図 2.8 に示す。何も射影を行わない場合、intrinsic におけるパリティ対称性と軸対称性は破れており、傾いた ${}^6\text{He}$ の回転振動によって、核表面に中性子の current が生じ、図 2.8 (a) のように Z - X 平面の左側に一つだけ渦が生じる。パリティ射影を作用させた状態 ($P^+ |0_{\text{int}}^+ \rangle$, $P^- |1_{\bar{1},\text{int}}^- \rangle$) ではパリティ対称性が回復して、図 2.8 (b) のように、 Z - X 平面の右側に逆向きの渦が複製される。 K 射影を行う前の段階では Z - X 平面のみに current が現れ、 Z - Y 平面には生じない。 K 射影を行った状態 ($P_{K=0} P^+ |0_{\text{int}}^+ \rangle$, $P_{K=1} P^- |1_{\bar{1},\text{int}}^- \rangle$) では、 $\exp(-iK\phi)$ の位相をかけて、 Z 軸周りに回転させた状態が重ね合わされるため、軸対称性が回復する。特に、 $0_{\text{int}}^+ \rightarrow 1_{\bar{1}}^-$ の遷移は $K = 1$ の遷移のため、current には Z 軸周りに $\exp(-i\phi)$ の位相が生

じる。その結果、図 2.8 (c) のように、 Z - Y 平面には transition current density の虚部が生じる。注意すべき点は、 ^{10}Be における VD モードは prolate 変形における $K = 1$ モードであり、TD モードのようなトーラス型をしていないということである。そのような、トーラス型の渦励起は $K = 0$ の dipole 励起として現れる。同様のモードは prolate 変形核である ^{24}Mg でも議論されている [63]。このような $K = 1$ の VD モードは prolate 変形核における新しい現象である。

2.4 第2章のまとめ

本章では LED 励起が生じる仕組みをクラスター構造の観点から理解するために、クラスター模型を用いて ^{10}Be における LED 励起を調べた。二体の $\alpha + ^6\text{He}$ クラスター模型と三体の $\alpha + \alpha + 2n$ クラスター模型を GCM によって重ね合わせることで ^{10}Be の状態波動関数を求めた。計算の結果、15 MeV 以下の低エネルギー領域に三つの LED 状態が得られた。基底状態と LED 状態である 1_1^- , 1_2^- , および 1_3^- 状態の遷移強度の特徴と各状態に寄与する主要な成分の概略図を図 2.9 に示す。 1_1^- 状態には非常に強い TD 遷移が得られた。この状態は変形した ^6He クラスターが回転振動することによって渦的な transition current が生じる状態であり、VD モードであるとみなせる。 1_2^- と 1_3^- 状態には非常に強い $E1$ 遷移強度が得られ、 1_3^- 状態へは強い CD 遷移が得られた。この 1_2^- と 1_3^- 状態は発達した $\alpha + \alpha + 2n$ クラスター構造を持つ状態であり、特に二つのモードが大きく寄与していることが分かった。一つは $\alpha - (\alpha + 2n)$ の P 波相対励起 ($K = 0$) で、もう一つは $(2\alpha) - 2n$ の P 波相対励起 ($K = 1$) である。これら二つのモードが K -mixing の際に線形結合で混ざることによって、 1_2^- と 1_3^- 状態における $E1$ と CD 強度が生じる。特に、 $E1$ 遷移強度は $\alpha + ^6\text{He}$ モードではなく、 $(2\alpha) - 2n$ モードによって主に生成されるということがわかった。

本研究では ^{10}Be において、クラスター構造および余剰中性子が LED 励起に重要な役割を果たしているということがわかった。つまり、 $2n$ クラスターモードが $E1$ と CD 強度に非常に大きな寄与をもたらし、また、 $2n$ クラスターの回転振動モードが TD 状態を形成する。さらに、 α クラスターモードは CD 強度に重要な寄与を持たしている。特徴的な点は K 量子数に応じた励起モードが得られている点である。本研究では α クラスター励起は $K = 0$ 、 $2n$ クラスター励起は $K = 1$ で特徴づけられている。特に、 K -mixing の効果でこれらの励起モードが混ざることが、 1_2^- や 1_3^- 状態の詳細な性質に重要な役割を果たしていることも注目すべき点である。同様の現象は他のプロレート変形をしており、かつ余剰中性子を持つような原子核においても出現すると期待される。VD モードはプロレート変形した系における新しい現象であり、中性子過剰核における LED の isospin の性質を明らかにするために重要な要素の一つであると考えられる。

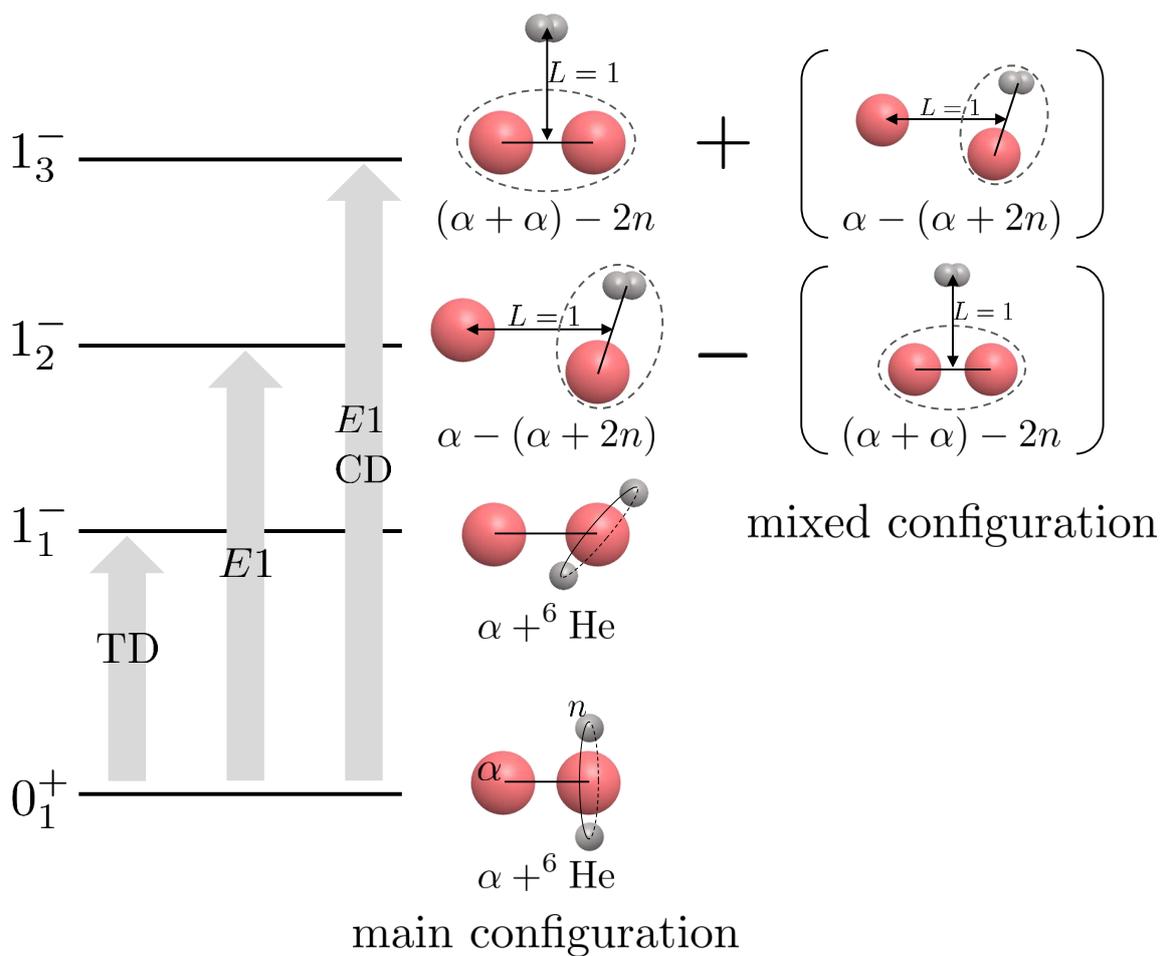


図 2.9: クラスタモデルによる ^{10}Be の研究で得られた基底状態と三つの LED 状態の遷移強度の特徴と、各状態の主要成分の概略図. スペクトルの横に各状態の主成分が示されている. 1_2^- には $(2\alpha)-2n$ モードが逆位相で, 1_3^- 状態には $\alpha-(\alpha+2n)$ モードが同位相で混合している.

第 3 章

K -projected AMD 法の定式化と ^{10}Be への適用

本章では構造が未知の原子核に対して LED 励起を研究するために AMD の拡張を行い, ^{10}Be における LED 励起の研究に適用する. AMD は拘束法や射影法を用いることで, 対応する物理量に関する励起を取り入れることが可能である. そのため, LED をクラスター構造の観点から調べるためには, LED 励起モードを特徴づける物理量, およびクラスター自由度に対応する物理量を取り入れる必要がある.

近年の Nesterenko らの変形核における LED 研究 [63–67] や, AMD 計算による軽い核における研究 [68, 69, 125, 126], および第 2 章のクラスター模型を用いた研究によると, LED 励起モードは K 量子数によって特徴づけられる傾向があることが示唆される. そこで, 本研究では LED 励起を記述するために, K 射影後変分法を用いた AMD 法へと拡張する. また, クラスター構造の励起を取り扱うために, 四重極変形度 β に対する拘束条件を課し, β を生成座標とする GCM を行う. これら一連の手法を K -projected AMD 法と名付ける.

本章では 3.1 節で K -projected AMD 法の定式化を行い, 3.2 節で ^{10}Be に適用した結果と本手法の有効性について議論する.

3.1 K -projected AMD 法の定式化

核子数 A の AMD 波動関数はスレーター行列式で表される.

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{A!}} \mathcal{A} [\psi_1 \psi_2 \cdots \psi_A] \quad (3.1.1)$$

ここで、 ψ_i は核子 i の一粒子波動関数であり、以下のように空間部分 ϕ_i 、スピン部分 χ_i 、アイソスピン部分 τ_i の積で記述される。

$$|\psi_i(\mathbf{Z}_i, \boldsymbol{\xi}_i)\rangle = |\phi(\mathbf{Z}_i)\rangle |\chi(\boldsymbol{\xi}_i)\rangle |\tau_i\rangle, \quad (3.1.2)$$

$$\langle \mathbf{r} | \phi(\mathbf{Z}_i) \rangle = \left(\frac{2\nu}{\pi} \right)^{\frac{3}{4}} \exp \left[-\nu \left(\mathbf{r} - \frac{\mathbf{Z}_i}{\sqrt{\nu}} \right)^2 + \frac{1}{2} \mathbf{Z}_i^2 \right], \quad (3.1.3)$$

$$|\chi(\boldsymbol{\xi}_i)\rangle = \xi_{i\uparrow} |\uparrow\rangle + \xi_{i\downarrow} |\downarrow\rangle, \quad (3.1.4)$$

$$|\tau_i\rangle = p \text{ or } n \quad (3.1.5)$$

$\{\mathbf{Z}_i, \boldsymbol{\xi}_i\}$ は複素数であり、変分の際の変分パラメータとして扱われる。

AMD は一種の変分法であり、次のように有効ハミルトニアン¹の期待値を最小化することで系の最低エネルギー状態が求められる。

$$\delta \left(\frac{\langle \Psi | H | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \right) = 0 \quad (3.1.6)$$

試行関数 $|\Psi\rangle$ は多くの場合、射影演算子を作用させた AMD 波動関数²が用いられる。この手法は射影後変分 (variation after projection, VAP) 法と呼ばれる。主に用いられるのはパリティ射影であり、式 (3.1.6) において $|\Psi\rangle = P^\pi |\Phi\rangle$ として変分を行うものである。本研究では試行関数として、パリティ射影と K 射影を作用させた AMD 波動関数 $|\Psi\rangle = P^\pi P_K |\Phi\rangle$ を用いる、 K 射影後変分 (K-VAP) 法を新たに構築する。 P_K は K 射影演算子であり、

$$P_K = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta e^{-iK\theta} R(\theta), \quad (3.1.7)$$

という表式で与えられる。ここで、 $R(\theta)$ は物体固定系において主軸回りに角度 θ だけ回転させる演算子である。K-VAP を行うことで、各 K^π に最適化された AMD 波動関数 $|\Phi_K^\pi\rangle$ が得られる。本論文では基底状態と dipole 状態を記述するために、 $K^\pi = 0^+$ 、 $K^\pi = 0^-$ 、および $K^\pi = 1^-$ に対する射影後変分を行う。

本研究ではクラスター構造の発達した状態の記述と K 量子数の適切な定義のために、変形核を記述できる枠組みが必要となる。そのため、変分を行う際に四重極変形度 β に対して拘束条件を課す、 β 拘束 AMD を用いる。四重極変形パラメーター β 、 γ は以下の式によって定義される。

$$\beta \cos \gamma = \frac{\sqrt{5}}{3} \frac{2\langle z^2 \rangle - \langle x^2 \rangle - \langle y^2 \rangle}{R^2}, \quad (3.1.8)$$

$$\beta \sin \gamma = \sqrt{\frac{5}{3}} \frac{\langle x^2 \rangle - \langle y^2 \rangle}{R^2}, \quad (3.1.9)$$

$$R^2 = \frac{5}{3} (\langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle + \langle z^2 \rangle), \quad (3.1.10)$$

ここで、 $\langle r_\sigma^2 \rangle$ 、 $(\sigma = x, y, z)$ は AMD 波動関数による一核演算子 $r_\sigma^2 = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^A r_{i\sigma}^2$ の期待値である。ただし、intrinsic 状態の変形度を記述するので、ここでの期待値は射影演算子を作用させない AMD 波動関数を用いている。特定の $\beta = \beta_0$ に対して拘束条件を課して変分を行った結果、期待

値として $\langle\beta\rangle = \beta_0$ を持つ AMD 波動関数 $|\Phi(\beta_0)\rangle$ が得られる。この拘束条件の下で K -VAP による変分を行うことで変形度 β_0 において K^π ごとに最適化された AMD 波動関数 $|\Phi_K^\pi(\beta_0)\rangle$ が得られる。本論文ではこの β 拘束と K -VAP を組み合わせた手法を K -projected AMD 法と名付ける。本研究では K -projected AMD 法の有効性を確かめるために、 ^{10}Be に対しては β, γ の両方に拘束を課した計算も行う。 $\beta\gamma$ 拘束を用いた手法では、 $(\beta, \gamma) = (\beta_0, \gamma_0)$ に拘束をかけたとき、変分の結果として $|\Phi(\beta_0, \gamma_0)\rangle$ で特徴づけられる AMD 波動関数が求まる。

計算の都合上、変分の途中で原子核は自由に向きを変えてしまうため、そのままでは上記の K 射影や変形度拘束が上手く行えない。そのため、変形度拘束に加えて原子核を物体固定系に固定するための拘束条件を加える。具体的には慣性モーメントの非対角成分が 0、つまり、 $\langle xy\rangle = \langle yz\rangle = \langle zx\rangle = 0$ となるように拘束をかける。

本研究の計算ではこれらの拘束条件を課するためにペナルティ法を用いる。ペナルティ法は最適化を行う関数に、拘束条件に対応したコスト関数を加えることで、拘束条件の無い場合と同じ枠組みで変分を行う手法である。 β 拘束、 $\beta\gamma$ 拘束および物体固定系への拘束の際に用いるコスト関数 $V_\beta, V_{\beta\gamma}$, および V_{BF} はそれぞれ以下の表式で与えられる。

$$V_\beta = \lambda_\beta (\langle\beta\rangle - \beta_0)^2, \quad (3.1.11)$$

$$V_{\beta\gamma} = \lambda_{\beta\gamma 1} (\langle\beta \cos \gamma\rangle - \beta_0 \cos \gamma_0)^2 + \lambda_{\beta\gamma 2} (\langle\beta \sin \gamma\rangle - \beta_0 \sin \gamma_0)^2, \quad (3.1.12)$$

$$V_{\text{BF}} = \lambda_{xy} \langle xy\rangle^2 + \lambda_{yz} \langle yz\rangle^2 + \lambda_{zx} \langle zx\rangle^2 \quad (3.1.13)$$

ただし、 β_0, γ_0 は定数であり、変分の結果として得られる波動関数が持つべき期待値である。各項の係数 λ_i を十分大きい値にとることで、最適化された波動関数によるコスト関数の期待値は 0 に近づき、近似的に拘束条件を満たしつつエネルギー変分を行うことが出来る。

K -projected AMD 計算によって得られた各 β における基底 $\Phi_K^\pi(\beta)$ を、 β を生成座標として GCM によって重ね合わせることで、原子核の状態波動関数を求める。

$$\Psi^{J_k \pi} = \sum_{K, K'} \sum_{\beta} c_{\beta; K K'} P_{M K'}^J P^\pi \Phi_K^\pi(\beta) \quad (3.1.14)$$

ただし、角運動量射影の際にすべての K 量子数 ($-J \leq K' \leq J$) に対して射影を行い、それらを K -mixing によって重ね合せている。また、 K -mixing とは別に、 K -VAP で得られた異なる K 量子数の基底も配位混合によって重ね合わせを行う。 $\beta\gamma$ 拘束 AMD で得られた基底に対する GCM 波動関数は、式 (3.1.14) における生成座標を β から (β, γ) に置き換えることで得られる。

3.2 ^{10}Be への適用

K -projected AMD 法 (本章では他の手法と区別するために βK -VAP と呼ぶ) が LED の記述に適していることを確認するために、 ^{10}Be に適用する。本章では通常のパリティ射影後変分を用いた β 拘束付き AMD (以降 βP -VAP とする) との比較を行う。また、 βK -VAP の有効性を確認するために、パリティ射影後変分または K 射影後変分を用いた $\beta\gamma$ 拘束付き AMD (それぞれ $\beta\gamma P$ -VAP,

表 3.1: ^{10}Be に AMD を適用する際に用いた射影, 拘束条件, および略称のリスト. 左の列から順に手法の略称, 波動関数に課す拘束条件, 射影後変分に用いる波動関数 ($|\Psi\rangle$), 射影を行ったパリティ (π) と K 量子数, および変分の結果得られる AMD 波動関数 (Φ) を表している.

method	constraints	$ \Psi\rangle$	π, K	Φ
$\beta\text{P-VAP}$	β	$P^\pi \Phi\rangle$	$\pi = \pm$	$\Phi^\pi(\beta)$
$\beta\text{K-VAP}$	β	$P_K P^\pi \Phi\rangle$	$K^\pi = 0^+, 0^-, 1^-$	$\Phi_K^\pi(\beta)$
$\beta\gamma\text{P-VAP}$	β, γ	$P^\pi \Phi\rangle$	$\pi = \pm$	$\Phi^\pi(\beta, \gamma)$
$\beta\gamma\text{K-VAP}$	β, γ	$P_K P^\pi \Phi\rangle$	$K^\pi = 0^+, 0^-, 1^-$	$\Phi_K^\pi(\beta, \gamma)$

$\beta\gamma\text{K-VAP}$ と称する) も行い, その結果を比較する. 混乱を避けるため, 今回用いた手法とその略称を表 3.1 にまとめる.

各パリティおよび K^π 射影に対して, β 拘束 AMD に関しては $\beta = 0$ から $\beta = 1.0$ まで 0.04 刻みの 26 点で変分を行い, $\beta\gamma$ 拘束 AMD に関しては $\beta \cos \gamma - \beta \sin \gamma$ 平面上で, プロレート ($\gamma = 0^\circ$) 方向は $\beta = 1.0$ を最大, オブレート ($\gamma = 60^\circ$) 方向は $\beta = 0.5$ を最大とする直角三角格子上で, 合計 153 点の変分を行った.

3.2.1 ^{10}Be のエネルギー曲面と密度分布

$\beta\gamma\text{P-VAP}$ によって得られたエネルギー曲面を図 3.1 に示す. 図中のエネルギーはパリティ射影を作用した状態の期待値である. 図の黒丸は $\beta\text{P-VAP}$ において, 各 β でエネルギーが最小となる γ に最適化された (β, γ) をプロットしたものである. $\beta\gamma\text{P-VAP}$ によって得られたエネルギー曲面はどちらのパリティにおいても $\gamma \sim 0^\circ$ のプロレート変形領域にエネルギー最小値を持つ. $\beta\text{P-VAP}$ で得られた基底も同様に, 主に $\gamma \sim 0^\circ$ 付近に最適化されている.

次に, $\beta\gamma\text{K-VAP}$ によって得られたエネルギー曲面を図 3.2 に示す. 図 3.2 (a), (b), および (c) はそれぞれ $K^\pi = 0^+$, $K^\pi = 0^-$, および $K^\pi = 1^-$ 射影後変分によって得られた基底に対して, 対応する K^π 射影をしたエネルギー局面が示されている. $\beta\gamma\text{K-VAP}$ によって得られたエネルギー曲面の大きな特徴は, エネルギー最小値が P-VAP の場合とは違って, γ が有限の値を持つ領域に広がっていることである. それに伴い, $\beta\text{K-VAP}$ で得られた基底も $\beta\text{P-VAP}$ と比較して大きい γ を持つ傾向にある. 特に, $K^\pi = 0^-$ 基底で顕著であり, 最大で $\gamma = 29^\circ$ の強い triaxial 変形をした基底が得られている.

$\beta\text{P-VAP}$ で得られた基底の密度分布を図 3.3 に示す. 図には対応する β と γ の値も表記されている. $\beta\text{P-VAP}$ の密度分布は主に $\gamma \sim 0^\circ$ のプロレート変形核が現れている. 正パリティにおける $\beta = 0.44$ の基底は $\alpha + ^6\text{He}$ 構造がみられ, 変形した ^6He の主軸が $\alpha\text{-}^6\text{He}$ 軸 (Z 軸) に対して直交している (図 3.3 (a)). この基底は ^{10}Be の基底状態に dominant な寄与を与える基底であり, 第 2

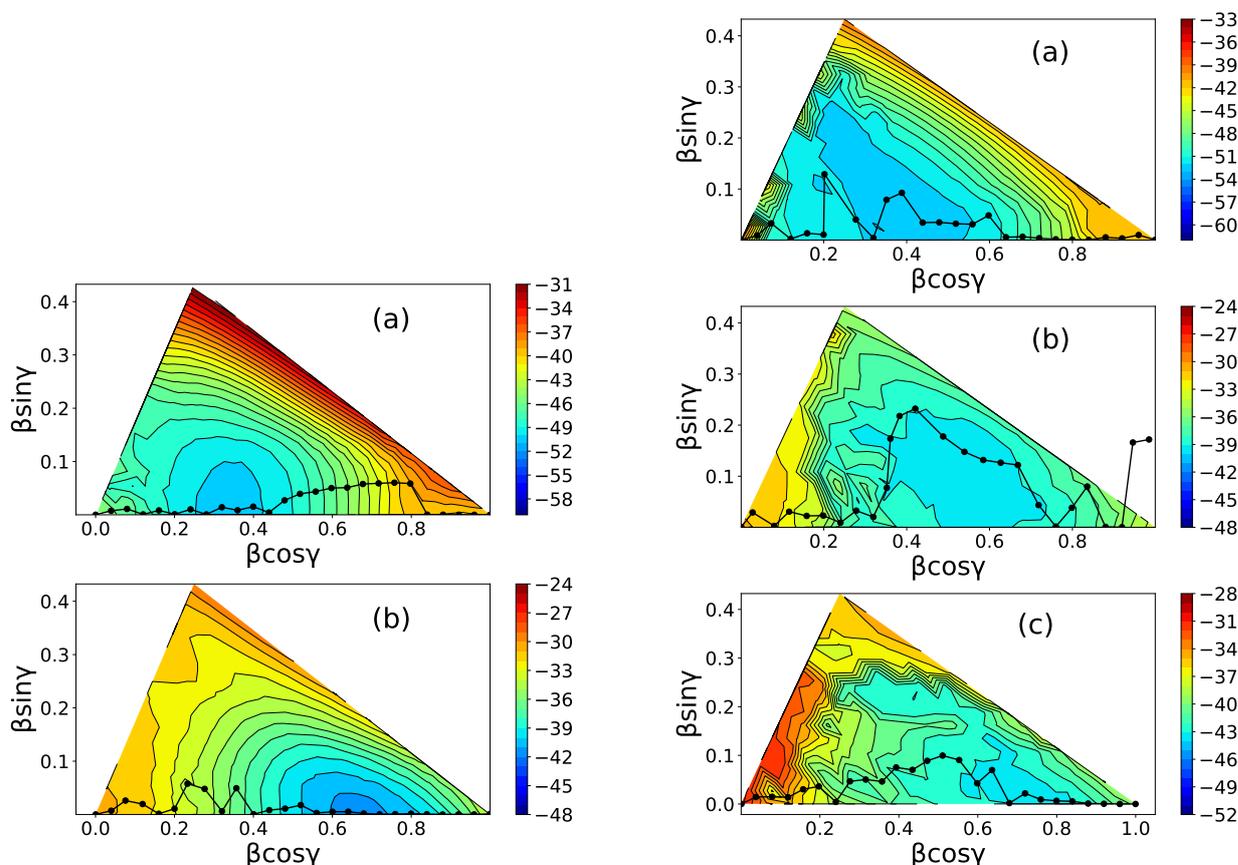


図 3.1: $\beta\gamma$ P-VAP によって得られた ^{10}Be のエネルギー曲面. (a) は正パリティ, (b) は負パリティ射影後変分によって得られた基底に対して, パリティ射影されたエネルギー期待値を示す. 黒丸は β P-VAP で得られた基底の (β, γ) を表している. カラーマップの数値は MeV を単位としてプロットされている.

図 3.2: $\beta\gamma$ K-VAP によって得られた ^{10}Be のエネルギー曲面. (a), (b), および (c) はそれぞれ $K^\pi = 0^+, 0^-,$ および 1^- 射影後変分によって得られた基底に対して, K^π 射影したエネルギー期待値を示す. 黒丸は β K-VAP で得られた基底の (β, γ) を表している. カラーマップの数値は MeV を単位としてプロットされている.

章の結果とも対応している. 大きく変形した $\beta = 0.96$ の基底ではさらに発達した $\alpha + {}^6\text{He}$ クラスター構造が得られており, ${}^6\text{He}$ の主軸は Z 軸に対して平行となる. この基底は 0_2^+ に主に寄与する状態で, 発達したクラスター状態を形成する. 負パリティでは, 図 3.3 (c) と (d) に示されているように, 変形の比較的小さい基底 ($\beta = 0.44$) と変形の大きい基底 ($\beta = 0.72$) で似た構造が得られており, ${}^6\text{He}$ の主軸が Z 軸に対して斜めに傾いた $\alpha + {}^6\text{He}$ 構造をしている. $\beta = 0.72$ はエネルギー最小値に対応する基底であり, ${}^6\text{He}$ が傾いた時に α と ${}^6\text{He}$ 間のパウリブロッキングの効果でクラスターが発達してエネルギーを稼いでいると考えられる. $\beta = 0.72$ の基底は主に $K = 1$ の量子数で特徴づけられ, 1_1^- 状態に dominant な寄与をもたらす.

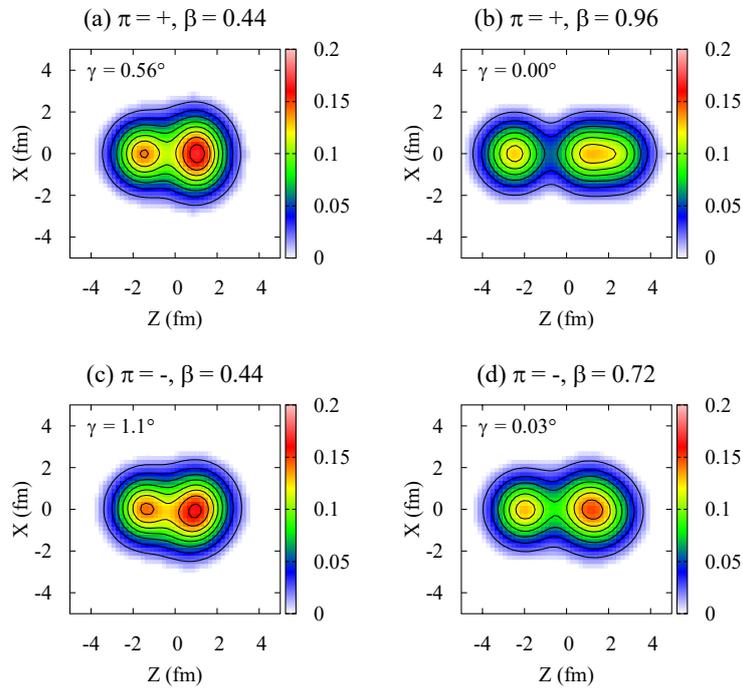


図 3.3: β P-VAP で得られた ^{10}Be の基底における密度分布. 各 β の基底に対して最適化されて得られた γ の値も記している. (a) と (b) には正パリティの基底に対する, (c) と (d) には負パリティの基底に対する密度分布が示されている. Y 軸方向に関しては積分を行い, Z - X 平面上に射影されている.

β K-VAP で得られた基底の密度分布を図 3.4 に示す. 図 3.3 と同様に各基底の β と γ の期待値も表記している. $K^\pi = 0^+$ の基底では, β P-VAP と同様の構造が得られている. 図 3.4 (a) の $\beta = 0.60$ の基底は基底状態に dominant な寄与を与える. また, $\gamma = 4.6^\circ$ であり, 有限の triaxiality を持つ. $K^\pi = 0^-$ の基底では, 非常に強い triaxiality を持つ状態が得られた. $\beta = 0.48$ の基底では $\gamma = 29^\circ$ であり, ^6He が X 軸方向に広がった分布をしている (図 3.4 (c)). これは ^6He 内の二つの余剰中性子が X 軸方向に発達した構造である. $\beta = 0.84$ の基底は発達した $\alpha + ^6\text{He}$ 構造を持つが, ^6He の主軸は X 軸からわずかに傾いており, 全体で非軸対称な構造となっている (図 3.4 (d)). その結果, この基底は $\gamma = 5.5^\circ$ と有限の triaxiality を持つ. この基底は 1_2^- 状態を形成するうえで必要不可欠な基底であり, β P-VAP では得られない励起配位である. $K^\pi = 1^-$ 基底では β の小さい領域 (図 3.4 (e)) では β P-VAP と異なり, triaxiality の大きい基底が得られていたが, β の大きい領域 (図 3.4 (f)) では β P-VAP で得られた基底と同様の構造を持つ.

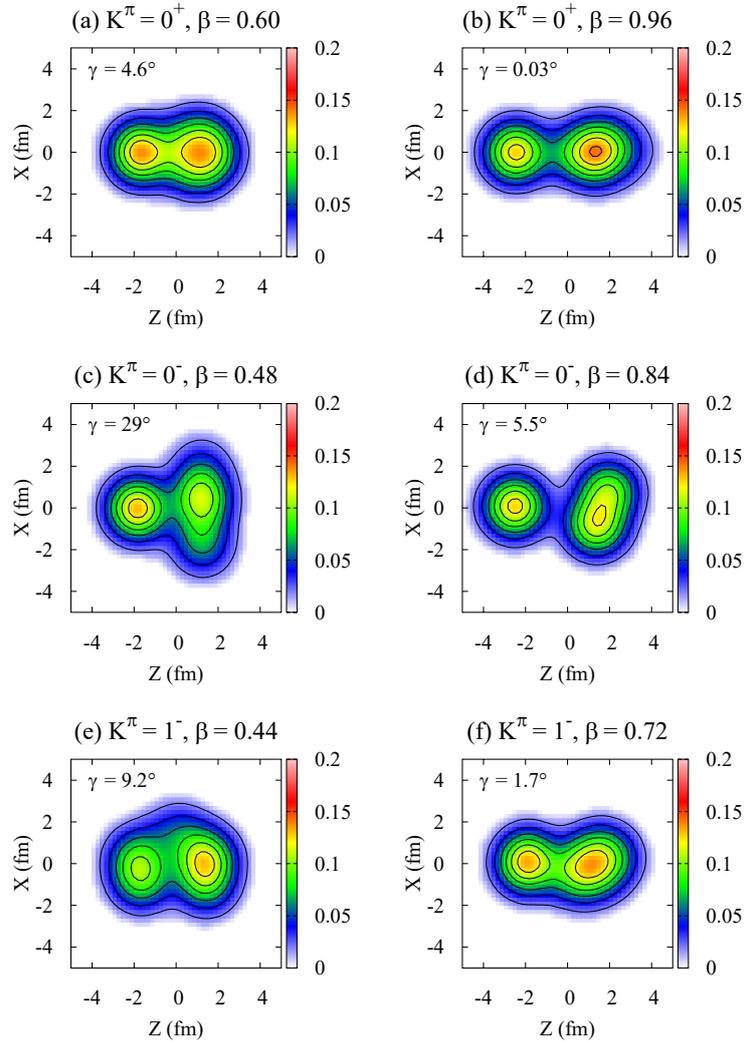


図 3.4: β K-VAP で得られた ^{10}Be の基底の密度分布. 各行は上から順に $K^\pi = 0^+, 0^-, 1^-$ の基底に対する密度分布が示されている. Y 軸方向に関しては積分を行い, Z - X 平面上に射影されている. 図は文献 [139] から引用した.

3.2.2 エネルギースペクトルと LED 強度

各種の AMD 法により得られた基底関数を GCM によって重ね合わせることで, 得られたエネルギースペクトルが図 3.5 である. 図には, 得られた $0_1^+, 0_2^+$ 状態と, 励起エネルギーが 15 MeV 以下で強い dipole 遷移を生じる 1^- 状態をプロットしている. $\beta\gamma$ 拘束による AMD では P-VAP と K-VAP のどちらの手法でも低エネルギー領域に二つの LED 状態 ($1_1^-, 1_2^-$) が得られた. しかし, β 拘束のみの AMD では異なる結果が得られた. β P-VAP では LED 状態として 1_1^- しか得られていな

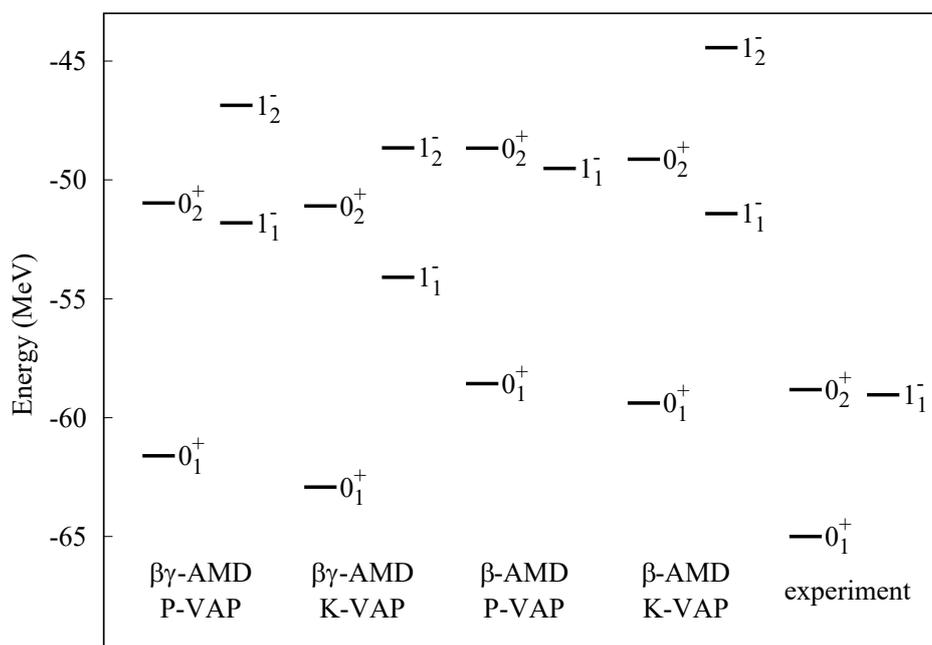


図 3.5: 四種類の基底を用いた GCM 計算で得られた ^{10}Be のエネルギースペクトル. 各計算では, 0_1^+ , 0_2^+ 状態と励起エネルギー 15 MeV 以下で dipole 遷移強度の強い 1^- 状態を示している. 比較のために実験で得られた対応する状態も示す. 図は文献 [139] から引用した.

いのにに対して, $\beta\text{K-VAP}$ では 1_2^- も LED 状態として得られた. $\beta\text{K-VAP}$ で得られた 1_1^- 状態と 1_2^- 状態は $\beta\gamma$ 拘束による AMD で得られた 1_1^- 状態と 1_2^- 状態にそれぞれ対応する状態であった. 1_1^- 状態は $\beta = 0.72$ の $K^\pi = 1^-$ 基底 (図 3.4 (f)) に 83% の GCM amplitude を持ち, $K = 1$ で特徴づけられる状態である. 一方, 1_2^- 状態は $K = 0$ で特徴づけられる発達した $\alpha + ^6\text{He}$ クラスター状態であり, 主に図 3.4 (d) に対応する $K^\pi = 0^-$ の $\beta = 0.84$ 基底に 70% の GCM amplitude を持つ状態である. しかし, $K^\pi = 0^-$ の $\beta = 0.48$ 基底 (図 3.4 (c)) も 52% の GCM amplitude を示しており, 大きな混ざりを見せている.

表 3.2 に 0_1^+ 状態から LED 状態への TD, CD, および $E1$ 遷移強度を記載する. 実験で測定されている 1_1^- 状態への $E1$ 強度も記載した [138]. まず, β 拘束 AMD の結果を比較すると, 1_1^- 状態に関しては, P-VAP と K-VAP で共通して TD 遷移が非常に強く, $E1$ 遷移が弱いという結果が得られた. しかし, $\beta\text{K-VAP}$ で得られた 1_1^- 状態における CD 強度は, $\beta\text{P-VAP}$ で得られたものより, 約 3.5 倍大きい強度が得られている. 実験と比較すると, 1_1^- 状態の $E1$ 遷移強度は定量的には過大評価しているが, 定性的には弱いという傾向を再現していると言える. $\beta\text{K-VAP}$ で得られた 1_2^- 状態は 1_1^- 状態よりも強い CD 遷移と, TRK sum rule の 10% を尽くす非常に強い $E1$ 遷移が得られている. $\beta\gamma$ 拘束 AMD と $\beta\text{K-VAP}$ の結果を比較すると, 1_2^- 状態の CD 強度において $\beta\gamma\text{K-VAP}$ と $\beta\text{K-VAP}$ の間で 2 倍程度の違いが見られるが, 定性的には LED 状態における強度の傾向は一致し

表 3.2: $\beta\text{P-VAP}$ と $\beta\text{K-VAP}$ で得られた ^{10}Be の励起エネルギーと dipole 遷移強度. 実験データは文献 [138] から引用した.

		E_x (MeV)	$B(\text{TD})$ (fm^4)	$B(\text{CD})$ (fm^4)	$B(E1)$ ($e^2\text{fm}^2$)
$\beta\text{P-VAP}$	1_1^-	9.80	2.47×10^{-3}	3.80×10^{-4}	8.29×10^{-3}
	1_2^-	14.7	4.09×10^{-6}	2.61×10^{-4}	5.13×10^{-1}
$\beta\text{K-VAP}$	1_1^-	8.82	2.43×10^{-3}	4.87×10^{-4}	2.39×10^{-3}
	1_2^-	14.3	3.15×10^{-6}	6.84×10^{-4}	4.46×10^{-1}
$\beta\text{P-VAP}$	1_1^-	9.05	2.66×10^{-3}	6.79×10^{-5}	6.42×10^{-3}
$\beta\text{K-VAP}$	1_1^-	7.96	2.39×10^{-3}	2.39×10^{-4}	6.92×10^{-3}
	1_2^-	14.9	2.59×10^{-4}	2.89×10^{-4}	2.47×10^{-1}
exp.	1_1^-	5.96	-	-	$\leq 1.46 \times 10^{-3}$

ている.

最後に, $\beta\text{K-VAP}$ によって得られた LED 状態の励起モードと LED 強度の起源を考察する. 1_1^- 状態への transition current density を計算すると図 2.7 と同等の渦状のカレントが得られた. そのため, 1_1^- 状態への励起モードは VD モードであり, 変形した ^6He が基底状態から 1_1^- 状態への励起の際に回転振動することによって生じる. 1_2^- 状態は主に図 3.4 (d) の発達した $\alpha + ^6\text{He}$ クラスタ基底で構成されるクラスタ励起状態である. この基底は α クラスタの発達によって強い CD 強度を生じる. 前述したように, 1_2^- 状態には図 3.4 (c) の ^6He 内の余剰中性子が X 軸方向に発達した成分も混ざっている. 余剰中性子の発達クラスタモデル計算でも示した通り, 非常に強い $E1 \cdot \text{CD}$ 強度を生じる. そのため, 1_2^- 状態の励起モードは主に $\alpha + ^6\text{He}$ クラスタ励起であり, それにより強い CD 遷移が生じるが, 余剰中性子の発達モードの混ざりが $E1$ 遷移の起源であり, CD 強度の増加にもつながっていると結論付けられる.

3.3 第3章のまとめ

本章では K -projected AMD 法 ($\beta\text{K-VAP}$) を構築して, その有効性を確かめるべく ^{10}Be への適用を行った. 比較のために, パリティ射影後変分を用いた β ($\beta\gamma$) 拘束付き AMD ($\beta\text{P-VAP}$ ($\beta\gamma\text{P-VAP}$)) と K 射影後変分を用いた $\beta\gamma$ 拘束付き AMD 計算 ($\beta\gamma\text{K-VAP}$) も行った.

計算の結果, $\beta\text{K-VAP}$ では LED の記述に必要な不可欠な基底を得ることに成功した. 特に, $\beta\text{P-VAP}$

では $\gamma \sim 0$ の軸対称な状態しか得られなかったのに対して、 βK -VAP では非軸対称な triaxial 変形した状態も記述できていた。 $\beta\gamma$ -AMD においても、 $\beta\gamma K$ -VAP は $\beta\gamma P$ -VAP に比べて、エネルギー最小値が triaxial 変形領域に広がったエネルギー曲面が得られていた。 βK -VAP の基底による GCM 計算の結果、15 MeV 以下の低エネルギー領域に二つの LED 状態 (1_1^- , 1_2^-) が得られた。 1_1^- 状態は強い TD 遷移を示す $K = 1$ の状態であり、変形した ^6He クラスターの回転による VD モードで特徴づけられる。 1_2^- 状態は発達した $\alpha + ^6\text{He}$ クラスター状態であり、強い $E1$ と CD 遷移を示す。 α クラスターの発達により、CD 強度が生じているが、この状態には ^6He 内の余剰中性子が X 軸方向に発達することによって強い triaxiality を示す配位が混ざっており、余剰中性子の発達モードが強い $E1$ 遷移の起源となっている。

βP -VAP では 1_2^- 状態に対応する LED 状態は得られなかった。 1_2^- 状態は非軸対称な $K = 0$ の発達した $\alpha + ^6\text{He}$ クラスター状態であるが、 βP -VAP の負パリティ変分では主に $K = 1$ の配位しか得られなかったことが原因である。また、 βK -VAP で得られた二つの LED 状態は $\beta\gamma$ -AMD で得られている二つの LED 状態に対応する状態であった。これらの比較から、 βK -VAP は $K = 0$ と $K = 1$ それぞれに対応する励起配位を記述することに成功しており、LED にとって必要不可欠な配位を $\beta\gamma$ -AMD よりも少ない基底で効率よく得られていることを意味している。

第 4 章

K -projected AMD による O 同位体の LED 励起モードの研究

4.1 O 同位体の背景

O 同位体は LED の研究において最も注目されている同位体の一つである。その理由の一つとしては、O 同位体の drip line は ^{24}O であり、他の同位体に比べて余剰中性子が少なく、余剰中性子が増える際の LED 励起の傾向を比較的調べやすいことが挙げられる。実験的には、 $^{17-22}\text{O}$ における低エネルギー領域の $E1$ 強度が測定され、15 MeV 以下に TRK 和則の数 % を尽くす $E1$ 強度が得られている [140]。他にも ^{16}O や ^{20}O における低エネルギー領域の ISD 強度 [22, 39] が測定されており、O 同位体は LED 励起を示す原子核として、注目を集めている。O 同位体における LED 励起は主に平均場模型に基づいた理論研究がこれまで行われてきており、中性子過剰な O 同位体における LED 励起は弱束縛な余剰中性子の一粒子励起によって記述できると指摘されている [45, 141, 142]。最近では Inakura らによる平均場計算が O 同位体に対して系統的に行われたが、クラスター構造の平均場近似による記述の難しさから、低エネルギー領域に再現できない状態があるなど、課題が残る。

^{16}O におけるクラスター構造は 4α および $^{12}\text{C}+\alpha$ クラスター模型 [80–84] や AMD 計算 [85, 120] によって研究されてきた。最近では基底バンドが 4α 正四面体構造によって記述でき、 1_1^- 状態はそこからの振動モードとして記述できる状態であると指摘されている [86, 120]。 0_2^+ 状態および 1_2^- 状態は $^{12}\text{C}+\alpha$ クラスター状態であり、パリティ二重項を形成する。Kanada-En'yo らの sAMD + GCM 計算によると 1_1^- 状態は強い TD および CD 遷移を示し、 1_2^- 状態への dipole 遷移は弱いという結果が得られている [126]。しかし、sAMD + GCM 計算におけるクラスター配位はクラスター模型関数によって取り入れられており、クラスターの存在を仮定した計算である。そこで、本研究では、変分によって自動的に発達したクラスター配位を取り入れることができ、さらに LED 励起の記述に適した枠組みである K -projected AMD 法を用いて改めて ^{16}O の LED 励起を詳細に調べる。

^{18}O のクラスター構造は実験的にも理論的にも盛んに議論されており、実験的にクラスター構造の証拠の指摘がいくつかなされているが、それらの主張の間には矛盾も存在しており、クラスター

バンドの特定には至っていない。理論的には ^{18}O における $^{14}\text{C} + \alpha$ クラスター構造や $^{12}\text{C} + \alpha + 2n$ 分子構造がクラスター模型 [143, 144] や AMD 法 [145–147] によって調べられてきた。しかし、これらのクラスター構造研究と LED 励起とを関連付けて議論されたものは無い。

本章では前章で構築した K -projected AMD 法を用いて、 ^{16}O と ^{18}O における LED 励起を研究する。特に、これらの同位体において出現する LED 励起モードをクラスター構造の観点から解析して、O 同位体における LED 励起モードの傾向について議論する。

4.2 解析手法

K -projected AMD 法についてはすでに第3章で説明しているため、ここでは本章で新たに用いる解析手法について述べる。

O 同位体におけるバンド構造を調べるために $E2$ および $E3$ 遷移強度の計算を行う。 $E\lambda$ 演算子は以下で定義される。

$$M_{E\lambda}(\mu) = e^2 \sum_{i=1}^A \frac{1 + \tau_{i,3}}{2} (r_i - r_G)^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{r}_i - \hat{r}_G) \quad (4.2.1)$$

ここで、 $\frac{1 + \tau_{i,3}}{2}$ は陽子状態へのアイソスピン射影演算子である。

始状態 $J_i^{\pi_i}$ から終状態 $J_f^{\pi_f}$ への $E\lambda$ 遷移強度は以下の表式で表される。

$$B(E\lambda; J_i^{\pi_i} \rightarrow J_f^{\pi_f}) = \frac{1}{2J_i + 1} |\langle J_f^{\pi_f} || M_{E\lambda} || J_i^{\pi_i} \rangle|^2 \quad (4.2.2)$$

ここで、 $\langle J_f^{\pi_f} || M_{E\lambda} || J_i^{\pi_i} \rangle$ は換算行列要素である。

本章では O 同位体における LED 励起モードを調べるために transition current density の計算を行う。しかし、二次元的に解析を行えた ^{10}Be とは異なり、O 同位体は立体的な構造を持つため、その transition current density は複雑なものとなる。そこで、O 同位体における transition current density を平面上で解析するために K 射影した状態間の transition current density $\delta \mathbf{j}^K(\mathbf{r})$ を計算する。

$$\delta \mathbf{j}^K(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{N_f^K N_i}} \langle P_K f | \mathbf{j}_{\text{nucl}}(\mathbf{r}) | P_{K=0} i \rangle \quad (4.2.3)$$

ただし、 ^{16}O および ^{18}O の基底状態は 0^+ 状態のため、始状態には $K = 0$ 射影を作用させている。また、 $N_i = \sqrt{\langle i | P_{K=0} | i \rangle}$ 、 $N_f = \sqrt{\langle f | P_K | f \rangle}$ である。 K 射影を行うことによって、三次元的な寄与は足し合わされて、平面上に射影される。計算した transition current density が遷移強度にもたら

す寄与を調べるために、以下で定義される量を計算する。

$$\mathcal{M}_{\text{TD}}^{K=0}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \left[(2X^2 + 2Y^2 + Z^2) \delta j_Z^{K=0} - ZX \delta j_X^{K=0} - YZ \delta j_Y^{K=0} \right], \quad (4.2.4)$$

$$\mathcal{M}_{\text{TD}}^{K=1}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \left[(X^2 + 2Y^2 + 2Z^2) \delta j_X^{K=1} - XY \delta j_Y^{K=1} - ZX \delta j_Z^{K=1} \right], \quad (4.2.5)$$

$$\mathcal{M}_{\text{CD}}^{K=0}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \left[-(X^2 + Y^2 + 3Z^2) \delta j_Z^{K=0} - 2ZX \delta j_X^{K=0} - YZ \delta j_Y^{K=0} \right], \quad (4.2.6)$$

$$\mathcal{M}_{\text{CD}}^{K=1}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \left[-(3X^2 + Y^2 + Z^2) \delta j_X^{K=1} - 2XY \delta j_Y^{K=1} - 2ZX \delta j_Z^{K=1} \right] \quad (4.2.7)$$

ここでの座標 $\mathbf{r} = (X, Y, Z)$ は物体固定系での座標である。これらの量は TD および CD 演算子の被積分関数の行列要素に対応するものであり、TD strength density および CD strength density と名付ける。

4.3 有効相互作用：O 同位体

本研究では ^{16}O と ^{18}O に K -projected AMD を適用する。 ^{10}Be に対しては中心力ポテンシャルとして有限レンジの二体相互作用で記述される Volkov No.2 力を用いた。この有効相互作用は主に軽い核の研究に利用される相互作用であるが、O 同位体やさらに重い原子核においては束縛エネルギーが over-binding となることが知られている。そのため、O 同位体に対しては over-binding 問題を避けるために ^{10}Be とは異なる有効相互作用を用いる。

^{16}O , ^{18}O の研究で用いるハミルトニアンと中心力ポテンシャルは以下の形で与えられる。

$$H = \sum_i t_i - T_G + \sum_{i<j} \left(v_{ij}^{LS} + v_{ij}^{\text{coulomb}} \right) + V_{\text{central}}, \quad (4.3.1)$$

$$V_{\text{central}} = \sum_{i<j} v_{ij}^{\text{central}} + \sum_{i<j<k} v_{ijk}^{\text{central}} \quad (4.3.2)$$

ここで、有効相互作用として、中心力には MV1 力 [148] を用いた。MV1 力は式 (2.2.24) で与えられる有限レンジの二体相互作用に加えて、次の形で与えられる接触型の三体相互作用を含む。

$$v_{ijk}^{\text{central}} = v^{(3)} \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \delta(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_k) \quad (4.3.3)$$

表 4.1: O 同位体で用いた有効相互作用のパラメーター。

	v_1 (MeV)	v_2 (MeV)	a_1 (fm)	a_2 (fm)	$W (= 1 - M)$	$B (= H)$	$v^{(3)}$ (MeV)
MV1	-83.34	99.86	1.60	0.82	0.38	0.0	5000
	u_1 (MeV)	u_2 (MeV)	b_1 (fm)	b_2 (fm)			
G3RS	-3000	3000	0.6	0.447			

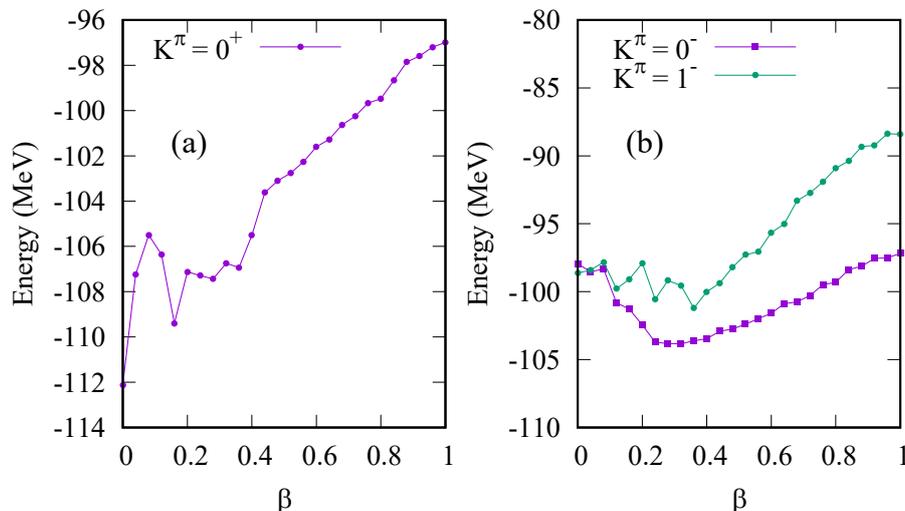


図 4.1: K -projected AMD によって得られた ^{16}O のエネルギー曲線. (a) は $K^\pi = 0^+$, (b) は $K^\pi = 0^-$ または $K^\pi = 1^-$ 射影されたエネルギー曲線が β の関数として示されている.

パラメータは文献 [148] における case1 の組を採用する. また, スピン軌道力に対しては, 式 (2.2.25) で与える G3RS のスピン軌道相互作用を用いる. O 同位体に用いた有効相互作用のパラメータの具体的な値を表 4.1 にまとめる. このパラメーターセットは ^{12}C の 1^- 状態まで含めたスペクトルを再現することに成功しており, p 殻や sd 殻の原子核に対する AMD 計算でしばしば用いられる [120, 129, 149, 150]. 調和振動子パラメータ ν は, ^{16}O に対しては $\nu = 0.19 \text{ fm}^{-2}$ を用いる. これは α , ^{12}C , および ^{16}O の束縛エネルギーを系統的に再現する. また, ^{18}O に対しては $\nu = 0.16 \text{ fm}^{-2}$ を用いる. これは ^{16}O の半径を再現する値であり, ^{18}O の基底状態のエネルギーが最小となるように選んだ.

4.4 ^{16}O における LED 励起の研究

4.4.1 ^{16}O のエネルギー曲線と密度分布

K -projected AMD によって得られた基底 $|\Phi_K^\pi(\beta)\rangle$ に対して K^π 射影して得られたエネルギー曲線を図 4.1 に β の関数として示す. 図 4.1 (a) は $K^\pi = 0^+$ 基底に対して $K^\pi = 0^+$ 射影したエネルギーが, 図 4.1 (b) は $K^\pi = 0^-$ および $K^\pi = 1^-$ 基底に対してそれぞれ $K^\pi = 0^-$, $K^\pi = 1^-$ 射影したエネルギーが示されている. ^{16}O におけるエネルギー曲線は ^{10}Be に比べて変形の小さい $\beta = 0.2-0.4$ の領域にエネルギー最小値が存在する. 負パリティにおいては全体的に $K^\pi = 0^-$ 基底の方が, $K^\pi = 1^-$ 基底よりも低いエネルギーを持つ基底として得られた. 変形の小さい $\beta \leq 0.4$ の領域では $K^\pi = 0^-$ 基底と $K^\pi = 1^-$ 基底のエネルギー差は大きくても数 MeV 程であるが, 変形の

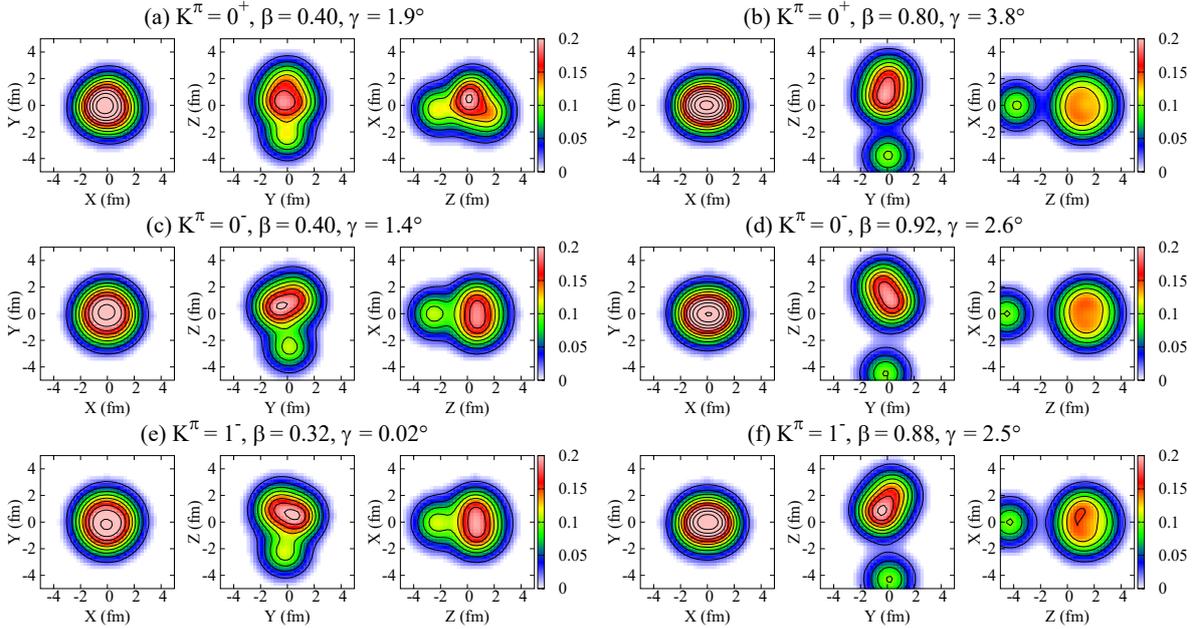


図 4.2: K -projected AMD で得られた ^{16}O の密度分布. 各行は上から順に $K^\pi = 0^+$, $K^\pi = 0^-$, および $K^\pi = 1^-$ 基底の密度分布が示されている. Y 軸方向に関しては積分を行い, Z - X 平面上に射影されている. 図は文献 [139] から引用した.

大きい領域 ($\beta > 0.4$) では, $K^\pi = 0^-$ 基底と $K^\pi = 1^-$ 基底の間には 10 MeV 近いエネルギー差が生じている. 変形が小さいとき, K 量子数がうまく定義できないことから, $\beta \leq 0.4$ の領域では $K = 0$ と $K = 1$ 成分がほとんど縮退していることを表している. 従来の β 拘束 AMD では主に軸対称な $K = 0$ 状態が得られており, $K = 1$ 成分を持たなかったのに対して, 今回の K -VAP 法では $K = 1$ 成分を含む非軸対称な状態が得られており, $K^\pi = 1^-$ に対しても滑らかなエネルギー曲線が得られている.

変分によって得られた各基底の密度分布を図 4.2 に示す. すべての K^π 基底において, エネルギー最小値に対応する変形度の小さい基底は表面に α が形成された構造をしており, 変形度が大きくなるにつれて α クラスターが空間的に発達していく構造が得られた. 図 4.2 (a) に示されている $\beta = 0.4$ の $K^\pi = 0^+$ 基底は 4α の正四面体的な構造をしており, 基底状態の主成分となる状態である. 変形が大きくなると発達した $\alpha + ^{12}\text{C}$ クラスター構造が得られ (図 4.2 (b)), この基底は主に 0_2^+ 状態に寄与する. 負パリティにおける変形の小さい $\beta \sim 0.4$ の基底では, $K^\pi = 0^-$ と $K^\pi = 1^-$ の両方で, ^{12}C コアに対して α クラスターが表面に形成される構造が見られた. ここで, α - ^{12}C 軸 (Z 軸) に対して, ^{12}C の主軸は斜めに傾いた構造をしている. これらの $K^\pi = 0^-$, $K^\pi = 1^-$ 基底はどちらも 1_1^- 状態の主成分となる. 変形度が大きい領域では正パリティと同様に発達した $\alpha + ^{12}\text{C}$ クラスター構造が得られた. しかし, ^{12}C クラスターの主軸は Z 軸に対して傾いた構造をしており, 全体として非軸対称な構造を形成している (図 4.2 (d), (f)). この発達したクラスター構造を持つ $K^\pi = 0^-$ 基底は 1_2^- 状態の主成分となる基底である.

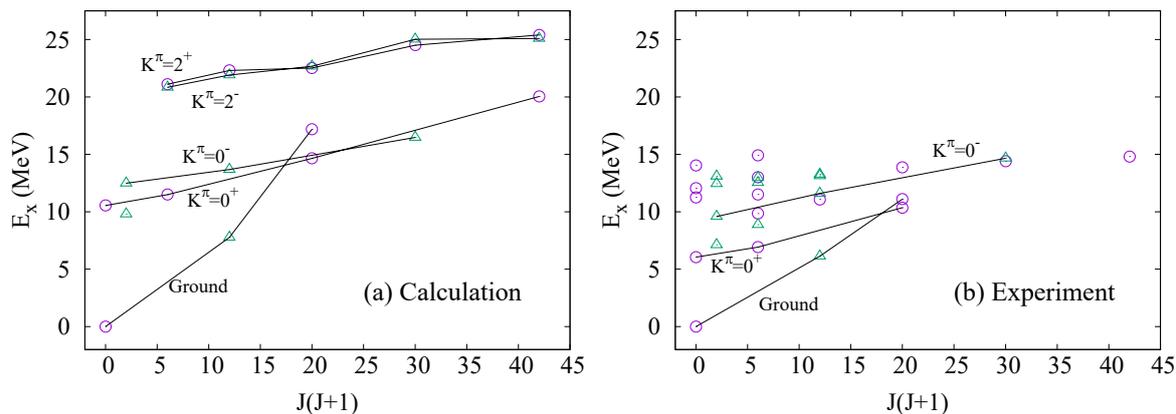


図 4.3: (a) GCM 計算で得られた状態および (b) 15 MeV 以下の観測されている状態に対する ^{16}O のエネルギースペクトル。丸点が正パリティ状態を，三角点が負パリティ状態を表す。計算で得られた状態に関しては，基底バンド， $(K=0)$ $^{12}C+\alpha$ バンド，および $(K=2)$ $^{12}C+\alpha$ バンドに属する状態と， 1_1^- 状態が示されている。バンド構造は実線で結ばれており，基底バンドは“Ground”， $(K=0(2))$ $^{12}C+\alpha$ バンドは“ $K^\pi=0^\pm$ ($K^\pi=2^\pm$)”とラベルされている。実験で得られたスペクトルに対しても基底バンドおよび $(K=0)$ $^{12}C+\alpha$ バンドに対応する状態が実線で結ばれており，それぞれ“Ground”および“ $K^\pi=0^\pm$ ”とラベルされている。

4.4.2 ^{16}O におけるエネルギースペクトルと LED 強度

GCM を適用して得られたエネルギースペクトルを図 4.3 に示す。今回の計算で得られた基底状態の束縛エネルギーは 120.3 MeV であり，実験値 127.6 MeV に対して過小評価している。図 4.3 は $J(J+1)$ の関数としてスペクトルをプロットしており，丸点が正パリティ状態，三角点が負パリティ状態を表している。図 4.3 (a) は今回の計算で得られたスペクトルであり，バンド構造を形成する状態および 1_1^- 状態が示されている。バンド構造を形成する状態は実線で結ばれている。今回の計算では基底バンド， $K^\pi=0^\pm$ クラスターバンド，および $K^\pi=2^\pm$ クラスターバンドが得られ，それぞれ“Ground”，“ $K^\pi=0^\pm$ ”，および“ $K^\pi=2^\pm$ ”とラベルされている。図 4.3 (b) は 15 MeV 以下で観測されている状態であり，計算と対応するバンド構造が実線で示されている。

0_1^+ 状態は $\beta=0.4$ の $K^\pi=0^+$ 基底 (図 4.2 (a)) に対して 86% の GCM amplitude を持つ状態であり， 3_1^- ， 4_2^+ 状態とバンド構造を形成する。基底バンドは 4α 正四面体構造を持つことが指摘されているが，今回の計算で得られている 3_1^- 状態は図 4.2 (c)，(d) に示されているような $\alpha+^{12}C$ 相関で記述される状態である。 0_2^+ 状態は変形の発達した $\beta\sim 0.8$ の基底を主成分とする，発達した $\alpha+^{12}C$ クラスター状態であり， $K^\pi=0^+$ クラスターバンドのバンドヘッド状態である。負パリティにおいては，15 MeV 以下の低エネルギー領域に二つの dipole 状態が得られた。 1_1^- 状態は主に変形の小さい基底によって記述される殻模型的な状態である。 1_2^- 状態は主に $\beta\geq 0.8$ の $K^\pi=0^-$ 基底を主成分とする発達した $\alpha+^{12}C$ クラスター状態であり， 0_2^+ 状態のパリティパートナーであ

表 4.2: ^{16}O のバンド内状態間の $E\lambda$ 遷移強度. Ground, $K^\pi = 0^+$, および $K^\pi = 0^-$ とラベルされたバンドに対して計算を行っている. 対応する状態において, 観測されている遷移強度も記載している. 各状態 (J_k^π) 横の括弧内には MeV を単位とする励起エネルギーが記されている. 実験データは文献 [151] から引用している.

Band	Calculation			Experiment		
	J_{init}^π	J_{fin}^π	$B(E\lambda)$	J_{init}^π	J_{fin}^π	$B(E\lambda)$
Ground	3_1^- (7.76)	0_1^+ (0.00)	$104 e^2\text{fm}^6$	3^- (6.13)	0^+ (0.00)	$205 \pm 11 e^2\text{fm}^6$
$K^\pi = 0^+$	2_1^+ (11.5)	0_2^+ (10.5)	$98.3 e^2\text{fm}^4$	2^+ (6.92)	0^+ (6.05)	$65 \pm 7 e^2\text{fm}^4$
	4_1^+ (14.7)	2_1^+ (11.5)	$125 e^2\text{fm}^4$	4^+ (10.4)	2^+ (6.92)	$156 \pm 14 e^2\text{fm}^4$
	6_1^+ (20.0)	4_2^+ (14.7)	$182 e^2\text{fm}^4$	6^+ (14.8)	4^+ (10.4)	-
$K^\pi = 0^-$	3_2^- (13.7)	1_2^- (12.48)	$167 e^2\text{fm}^4$	3^- (11.6)	1^- (9.59)	-
	5_1^- (16.5)	3_2^- (13.7)	$221 e^2\text{fm}^4$	5^- (14.7)	3^- (11.6)	-

る. 1_2^- 状態は $K^\pi = 0^-$ クラスターバンドを形成する. 実験と比べて, 励起エネルギーは全体的に数 MeV ほど過大評価してしまっているが, $K^\pi = 0^\pm$ バンド内の準位間隔は良く再現できている. 今回の計算では高いエネルギー領域に $K^\pi = 2^\pm$ クラスターバンドが得られている. このバンドは内部状態として $\beta \sim 0.8$ の発達したクラスター構造を示しており, バンド内で強い $E2$ 遷移を示している.

バンド内の状態間に対して計算した $E\lambda$ 遷移強度を表 4.2 に示す. また, 実験で対応する状態における遷移強度も示した [151]. まず, 基底バンドでは 3_1^- から 0_1^+ 状態に $B(E3; 3_1^- \rightarrow 0_1^+) = 104 e^2\text{fm}^6$ と強い遷移が得られており, 実験で対応する 3^- (6.13) \rightarrow 0_1^+ の $B(E3) = 205 \pm 11 e^2\text{fm}^6$ と同程度のオーダーで得られており, 定性的にはバンドを再現していると言える. 定量的には二倍ほど過小評価しているが, これは 3_1^- 状態における 4α 相関が今回の計算で上手く記述できていないことが原因と考えられる. $K^\pi = 0^\pm$ バンドではバンド内で $B(E2)$ がおよそ $100 e^2\text{fm}^4$ 以上の強い遷移が得られている. 特に, $K^\pi = 0^+$ バンドの $2_1^+ \rightarrow 0_2^+$ および $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$ に関しては遷移強度や準位間隔が実験値を良く再現しており, 実験で対応する状態 0^+ (6.05), 2^+ (6.92), および 4^+ (10.4) 状態はクラスターバンド状態と対応付けられる.

基底状態や dipole 状態の性質を調べるために, 0_1^+ , 0_2^+ , 1_1^- , および 1_2^- 状態の GCM amplitude を図 4.4 に示す. 図 4.4 (a) をみると, 0_1^+ 状態と 0_2^+ 状態はそれぞれ, 主に $\beta \leq 0.4$ の変形の小さい状態, および $\beta \sim 0.8$ の $^{12}\text{C} + \alpha$ クラスター状態であることが確かめられる. 1_1^- 状態は広い β 領域に GCM amplitude を持っており, 変形の小さい $\beta \sim 0.4$ に最大値 63% を持つ状態である (図 4.4 (b)). また, この状態は $K = 0$ と $K = 1$ の両成分を同程度含んでいることがわかる. 後に詳しく述べるように, この K 量子数の二面性が LED 強度に重要な寄与をもたらす. 1_2^- 状態は主に $\beta \geq 0.8$ の $K^\pi = 0^-$ 基底を主成分とする発達した $\alpha + ^{12}\text{C}$ クラスター状態であるが, $\beta \leq 0.5$ の

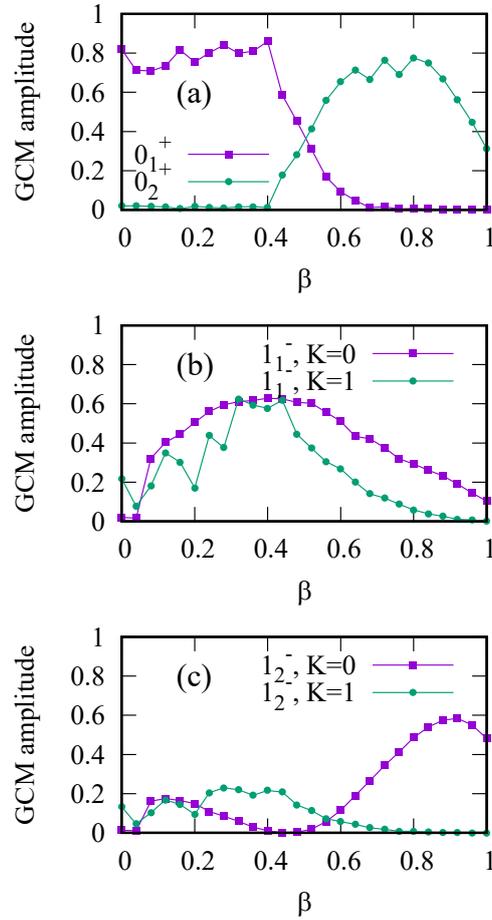


図 4.4: ^{16}O の状態に対する GCM amplitude. (a) には 0_1^+ と 0_2^+ の GCM amplitude がそれぞれ四角と丸でプロットされている. (b), (c) には 1_1^- および 1_2^- 状態の GCM amplitude が示されており, $K^\pi = 0^-$ 基底の $K = 0$ 成分を四角で, $K^\pi = 1^-$ 基底の $K = 1$ 成分を丸でプロットしている. 図は文献 [139] から引用した.

$K^\pi = 1^-$ 成分が 20–30 % の混ざりを見せている (図 4.4 (c)).

今回の計算で得られた状態のうち, 15 MeV 以下の低エネルギー領域で強い dipole 強度を示すのは 1_1^- と 1_2^- 状態であり, これらの状態への dipole 遷移強度を表 4.3 に載せる. 1_1^- 状態へは TD 遷移と CD 遷移が非常に強いという結果が得られ, この結果は AMD による先行研究 [126] の結果と consistent である. CD 強度の強さに関しては ISD 強度に換算して EWSR の 3.97 % を占める強度であり, 実験で測定されている 4.2 % という値を再現している. 一方, 1_2^- 状態は 1_1^- 状態と同程度の強さの TD 遷移を示したが, CD 強度は EWSR の 0.1 % 未満の弱い強度を示している. $N = Z$ 核の低エネルギー領域の 1^- 状態に対する $E1$ 遷移は荷電対称性のために今回の模型では記述できない. 正確に見積もるためにはアイソスピン (T) 射影および T -mixing の効果を模型に取り入れる

表 4.3: ^{16}O の 1^- 状態における励起エネルギーと TD・CD 演算子の遷移強度. ISD 強度の EWSR に対する割合 f_{ISD} も記載している. 実験データは文献 [39] から引用した.

		E_x (MeV)	$B(\text{TD})$ (fm^4)	$B(\text{CD})$ (fm^4)	f_{ISD} (%)
calculation	1_1^-	9.80	4.38×10^{-3}	3.57×10^{-3}	3.97
	1_2^-	12.48	4.70×10^{-3}	1.28×10^{-5}	0.0802
experiment	1_1^-	7.12	-	-	4.2
	1_2^-	9.59	-	-	-

必要がある.

4.4.3 ^{16}O における励起モードと遷移強度の起源

今回の計算で得られた ^{16}O の LED 状態に対して, 各状態への励起モードおよび遷移強度の起源を解析する. 解析を行うにあたり, 準備として基底状態と LED 状態における intrinsic 状態を定義しておく. 基底状態は図 4.2 (a) の $\beta = 0.4$ の基底に 86 % の GCM amplitude を持つため (図 4.4 (a)), この状態を intrinsic 状態として定義して, 以下では 0_{int}^+ と呼ぶ. 1_1^- 状態は変形の小さい $\beta \sim 0.4$ (normal deformation) の $K^\pi = 0^-$, $K^\pi = 1^-$ 基底に GCM amplitude のピークを持つため (図 4.4 (b)), $\beta = 0.4$ の $K^\pi = 0^-$ 基底と $\beta = 0.32$ の $K^\pi = 1^-$ 基底の 2 つを intrinsic 状態として定義して, それぞれ $1_{\text{ND}}^-(K=0)$ および $1_{\text{ND}}^-(K=1)$ と呼ぶ. 最後に, 発達した $\alpha + ^{12}\text{C}$ クラスタ状態である 1_2^- 状態は, 図 4.4 (c) に示されているように, 最大の GCM amplitude を持つ $\beta = 0.92$ の $K^\pi = 0^-$ 基底を intrinsic 状態として定義し, 1_{cl}^- と呼ぶ. ここで定義した intrinsic 状態を用いて, ^{16}O における LED 励起モードの解析を行う.

まず, 各状態への励起モードの解析を行うために, intrinsic 状態間の transition current density を計算した. ただし, ^{16}O は ^{10}Be とは異なり, 三次元的な構造をしているため, 直接 transition current density を調べることは困難である. そこで, 励起モードの特徴を損なわずに, 二次元的に解析するために, 式 (4.2.3) で定義した, K 射影された intrinsic 状態間の transition current density を計算した. ここで, 始状態には $|i\rangle = P_{K=0}|0_{\text{int}}^+\rangle$ を用い, 終状態 $|f\rangle$ には $P_{K=0}|1_{\text{ND}}^-(K=0)\rangle$, $P_{K=1}|1_{\text{ND}}^-(K=1)\rangle$, および $P_{K=0}|1_{\text{cl}}^-\rangle$ を用いる. 各終状態に対して計算した transition current density を図 4.5 に載せる. その結果, 1_{ND}^- 状態に対しては K 量子数に対応して二つのモードが存在していることが見て取れる. $K=0$ モードは核表面の α が ^{12}C コアに対して振動するモードであり, $K=1$ のモードは渦状の振動モードである. この渦状の振動モードは $1_{\text{ND}}^-(K=0)$ の密度分布 (図 4.2 (e)) において, ^{12}C コアが傾いた構造をしていることから, ^{12}C コアの回転振動によって生じていると考えられる. 従って, 1_1^- への励起モードは $K=0$ の α 振動モードと $K=1$ の渦モー

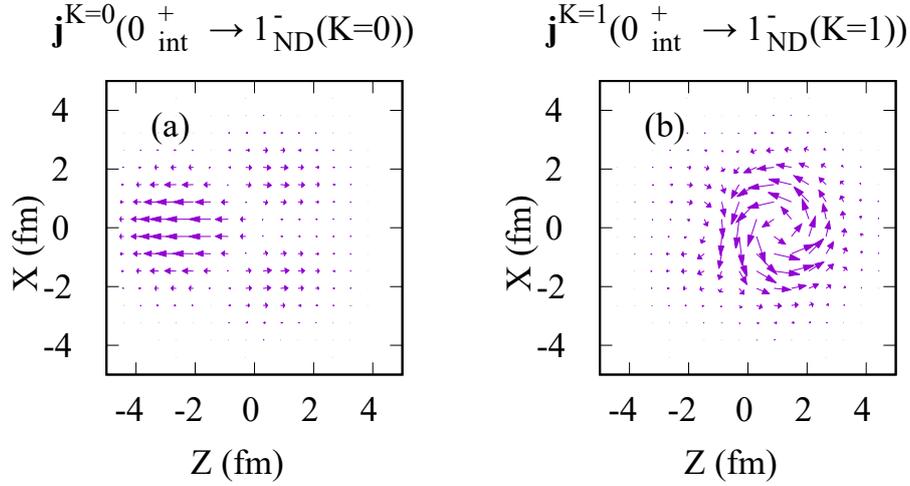


図 4.5: ^{16}O の K 射影した intrinsic 状態間の transition current density. (a) は $1_{\text{ND}}^-(K=0)$, (b) は $1_{\text{ND}}^-(K=1)$ 状態への計算結果である. 図は $Y=0$ の Z - X 平面上に示されており, ベクトルはその絶対値を 20 倍したものを示している. 図は文献 [139] から引用した.

下の二面性を持つと言える. 一方, 1_{cl}^- への transition current density は非常に弱いという結果が得られた. これは, 変形の小さい基底状態 0_{int}^+ と, 発達したクラスター状態 1_{cl}^- との overlap が小さいことに起因する.

これらの励起モードが dipole 遷移強度にどのような寄与をもたらすのかを解析するために式 (4.2.4)–(4.2.7) で定義した strength density を計算した. 各終状態に対して計算した TD · CD strength density を図 4.6 に示す. ここでは, $Y=0$ における Z - X 平面上に strength density を図示している. まず, $1_{\text{ND}}^-(K=0)$ 状態への $K=0$ モードは, ($Z \sim -1$ fm, $X \sim 0$ fm) の領域に CD 強度への大きな寄与がみられる (図 4.6 (b)). これは, 図 4.5 (a) において, α の振動により生じる Z 方向への current と対応する領域であり, α の $K=0$ 振動モードが直接的に CD 強度への寄与をもたらしていることを意味している. また, $1_{\text{ND}}^-(K=1)$ 状態への $K=1$ モードでは, ^{12}C の回転振動によって生じる渦状の current のうち, 原子核表面 ($Z \sim 3$ fm) の流れが TD 強度への大きな寄与をもたらしている (図 4.6 (c)). つまり, 1_{cl}^- 状態における非常に強い TD · CD 遷移強度は, それぞれ, $K=1$ の渦モードと $K=0$ の α 振動モードにより生じていると結論付けられる. 一方, 1_{cl}^- への strength density を見ると, TD · CD のどちらにも寄与がほとんどない. そのため, ^{16}O における 1_2^- へのクラスター励起モードは dipole 強度に寄与しないということがわかる. しかし, 表 4.3 にあるように, 1_2^- 状態は 1_{cl}^- 状態と同程度の TD 強度を示している. これは図 4.4 (c) の GCM amplitude から見てとれるように, 非常に強い TD 強度を生じる $1_{\text{ND}}^-(K=1)$ の基底が 1_2^- 状態に対して有意な ($\sim 30\%$) 寄与を持つことによる. この $1_{\text{ND}}^-(K=1)$ 基底の混ざりによって, 結果として 1_2^- 状態は強い TD 強度を示していると考えられる.

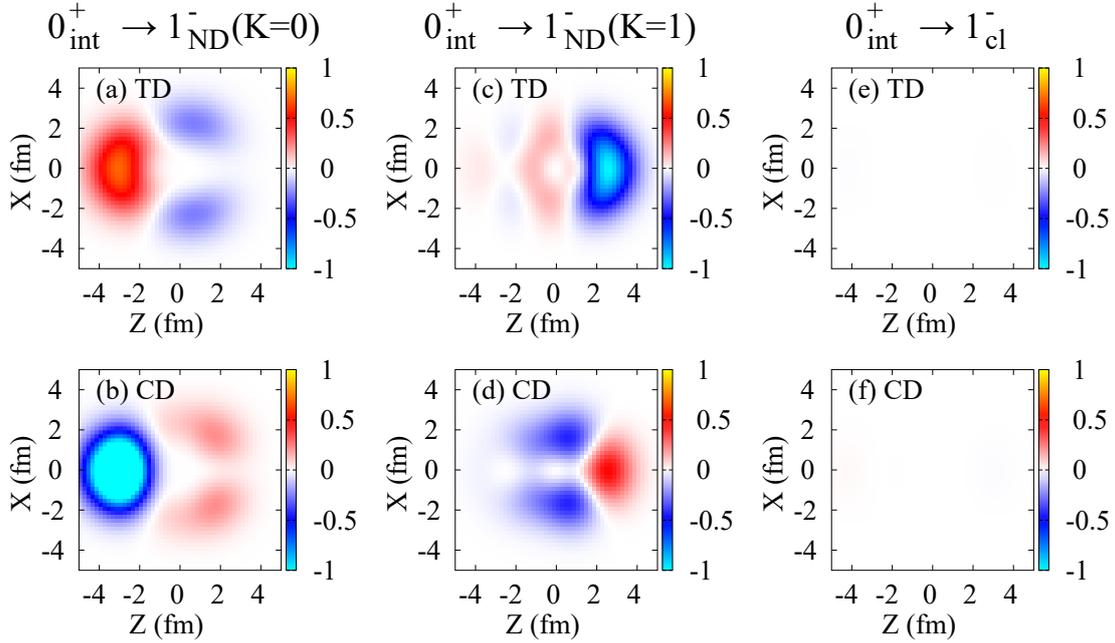


図 4.6: ^{16}O における 0_{int}^+ 状態から $1_{\text{ND}}^-(K=0)$, $1_{\text{ND}}^-(K=1)$ および 1_{cl}^- 状態への strength density. (a), (b) には $1_{\text{ND}}^-(K=0)$ 状態への $M_{\text{TD(CD)}}^{K=0}$ が, (c), (d) には $1_{\text{ND}}^-(K=1)$ 状態への $M_{\text{TD(CD)}}^{K=1}$ が, (e), (f) には 1_{cl}^- 状態への $M_{\text{TD(CD)}}^{K=0}$ が示されている. カラーマップは $[-1 \text{ fm}, 1 \text{ fm}]$ の範囲で Z - X 平面にプロットされている. 図は文献 [139] から引用した.

4.5 ^{18}O における LED 励起の研究

4.5.1 ^{18}O のエネルギー曲線と密度分布

K -projected AMD によって得られた各 K^π 基底に対して, 対応する K^π 射影を行って計算したエネルギー曲線を β の関数として図 4.7 に示す. ^{16}O の場合と同様に, 全ての K^π 基底は $\beta < 0.4$ の変形が小さい領域にエネルギー最小値を持ち, $\beta > 0.4$ の変形が大きい領域には極小値が存在しないという結果が得られた. 負パリティに関しては, $\beta \leq 0.4$ では $K^\pi = 0^-$ と $K^\pi = 1^-$ の各 K^π エネルギーは同程度の値を持っており, 変形の大きい $\beta > 0.4$ の領域では $K^\pi = 0^-$ 基底の方が $K^\pi = 1^-$ 基底よりもエネルギーが低くなるという結果が得られた (図 4.7 (b)). これは $\beta > 0.4$ の $K^\pi = 1^-$ 基底は $K^\pi = 0^-$ 基底には含まれない励起成分を含んでいることを示唆している. 通常の β 拘束 AMD 法では, 変形の大きい領域においては軸対称な $K=0$ 基底が得られてしまうため [145], このような $K=1$ 成分を含む基底が得られているのは K -projected AMD 法の利点と言える.

K -VAP によって得られた基底は変形の小さい殻模型的な状態, 表面に α クラスターを形成する $\alpha + ^{14}\text{C}$ クラスター状態, さらに α クラスターの発達した状態の主に三種類の配位に分類できる.

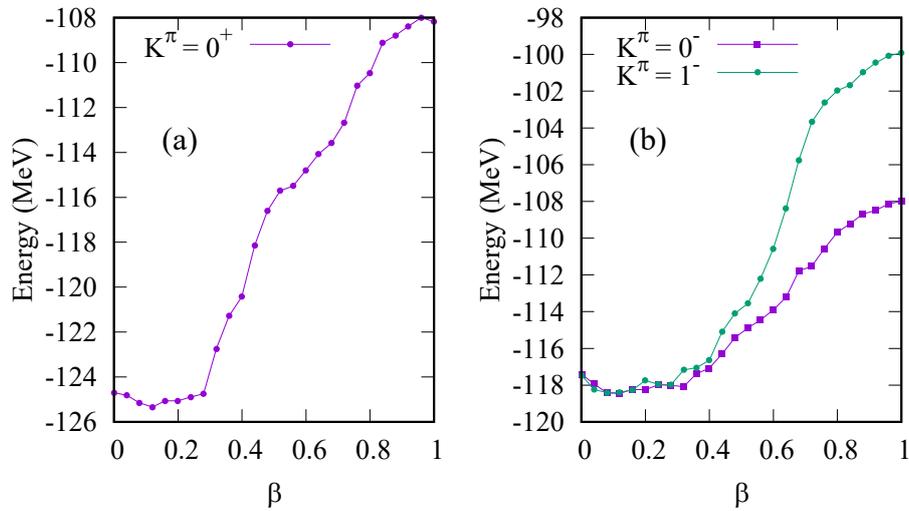


図 4.7: K -projected AMD によって得られた ^{18}O のエネルギー曲線. (a) は $K^\pi = 0^+$ 基底に対して, $K^\pi = 0^+$ 射影したエネルギー曲線, (b) は $K^\pi = 0^-$ 基底および $K^\pi = 1^-$ 基底に対して, それぞれ $K^\pi = 0^-$ および $K^\pi = 1^-$ 射影したエネルギー曲線が β の関数として示されている.

各 K^π 基底におけるこれらの状態の密度分布を図 4.8 に示す. 図 4.8 (a)–(c) は $\beta = 0.28, 0.64, 0.92$ における $K^\pi = 0^+$ 基底の密度分布である. $\beta < 0.4$ のエネルギー最小値周りの基底は図 4.8 (a) に示すような殻模型的状态で, 基底状態の主成分となる. $\beta \sim 0.6$ では変形の発達に伴って, 表面に α クラスターが形成された構造をしている. この状態は 0_2^+ 状態の主成分となる状態であり $^{14}\text{C} + \alpha$ クラスターバンドを形成する. さらに変形の大きい $\beta \sim 1.0$ の基底では α クラスターが発達した $^{14}\text{C} + \alpha$ クラスター基底が得られた. この基底は 0_4^+ 状態に大きく寄与する状態であり, higher-nodal $^{14}\text{C} + \alpha$ クラスターバンドを形成する. 負パリティに関しては, 図 4.8 (d)–(f) に $\beta = 0.28, 0.64, 0.88$ における $K^\pi = 0^-$ 基底の密度分布を, 図 4.8 (g)–(i) に $\beta = 0.28, 0.52, 0.88$ における $K^\pi = 1^-$ 基底の密度分布を示した. エネルギー最小値に対応する $\beta < 0.4$ の基底では殻模型的状态が得られた (図 4.8 (d), (g)). この領域では $K^\pi = 0^-$ と $K^\pi = 1^-$ 基底はほとんど同一の密度分布をしており, どちらも 1_1^- 状態に大きな寄与を持つ. $\beta > 0.4$ の $K^\pi = 0^-$ 基底は図 4.8 (e) と (f) に示すような発達した $\alpha + ^{14}\text{C}$ クラスター構造が見られ, この 2 種類の基底はそれぞれ 1_2^- , 1_3^- 状態の主成分となる. 一方, $K^\pi = 1^-$ 基底の $\beta \sim 0.5$ では表面に α クラスターが形成されているが, Z 方向の非対称性が $K^\pi = 0^-$ よりも弱い構造が得られている. このことから, この基底への励起は主に一粒子励起によるものであると考えられる. $K^\pi = 1^-$ 基底の $\beta > 0.6$ では α クラスターの発達した $\alpha + ^{14}\text{C}$ クラスター構造が得られた (図 4.8 (i)). しかし, $K^\pi = 0^+$ や $K^\pi = 0^-$ 基底ではほぼ球形の ^{14}C クラスターであるのに比べて, $K^\pi = 1^-$ 基底の ^{14}C クラスターは歪んだ構造をしていることが見て取れる.

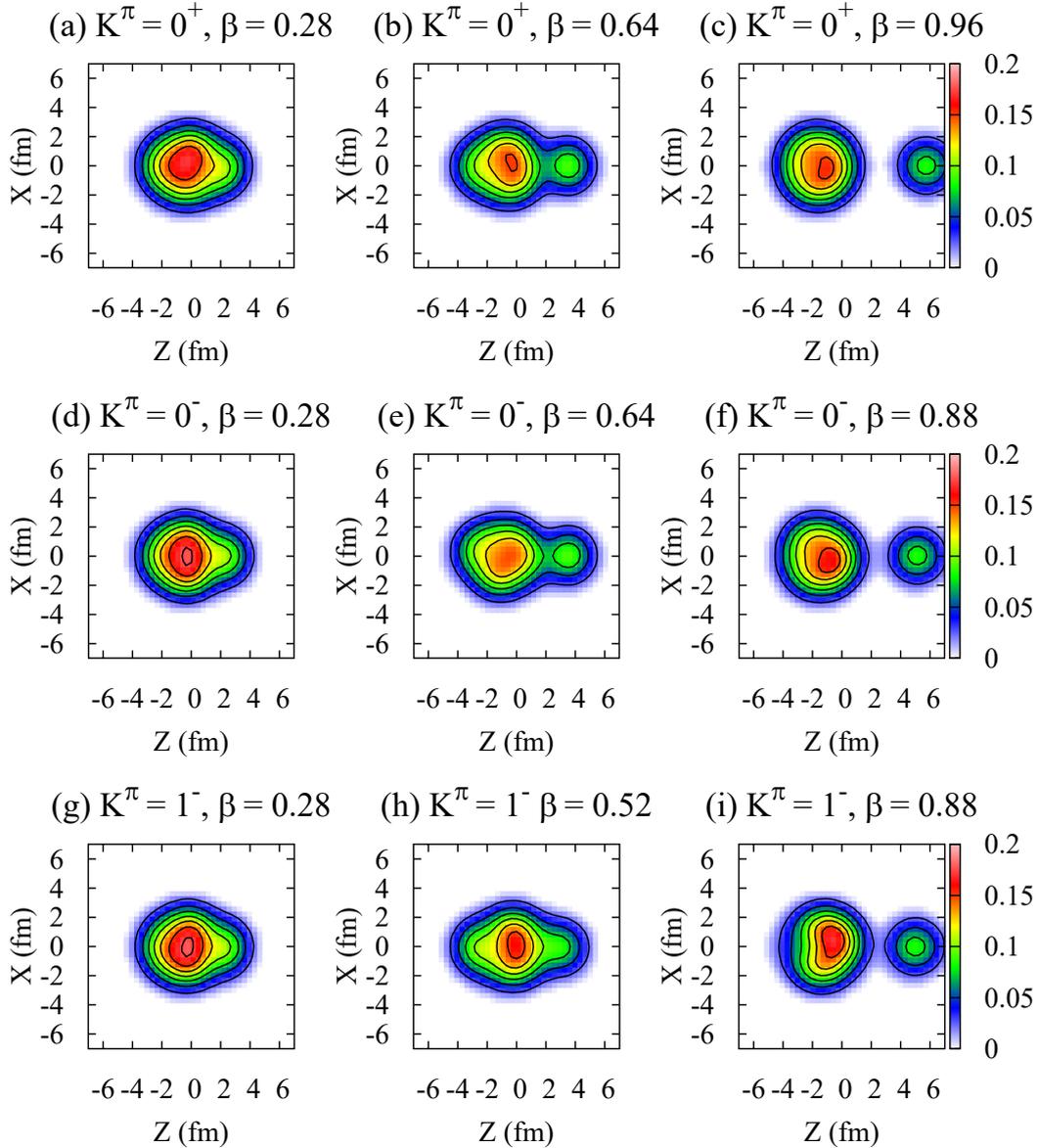


図 4.8: AMD で得られた ^{18}O における基底関数の密度分布. 各パネルは (a) $\Phi_{K=0}^+(\beta = 0.28)$, (b) $\Phi_{K=0}^+(\beta = 0.64)$, (c) $\Phi_{K=0}^+(\beta = 0.96)$, (d) $\Phi_{K=0}^-(\beta = 0.28)$, (e) $\Phi_{K=0}^-(\beta = 0.64)$, (f) $\Phi_{K=0}^-(\beta = 0.88)$, (g) $\Phi_{K=1}^-(\beta = 0.28)$, (h) $\Phi_{K=1}^-(\beta = 0.52)$, および (i) $\Phi_{K=1}^-(\beta = 0.88)$ に対する密度分布が示されている. Y 軸方向に関しては積分を行い, Z - X 平面上に射影した分布が示されている.

4.5.2 ^{18}O におけるエネルギースペクトルと LED 強度

GCM を行うことによって得られた ^{18}O のエネルギースペクトルを図 4.9 に示す. 今回の計算で得られた基底状態の束縛エネルギーは 128.8 MeV であり, 実験値の 139.8 MeV に対して過小評価

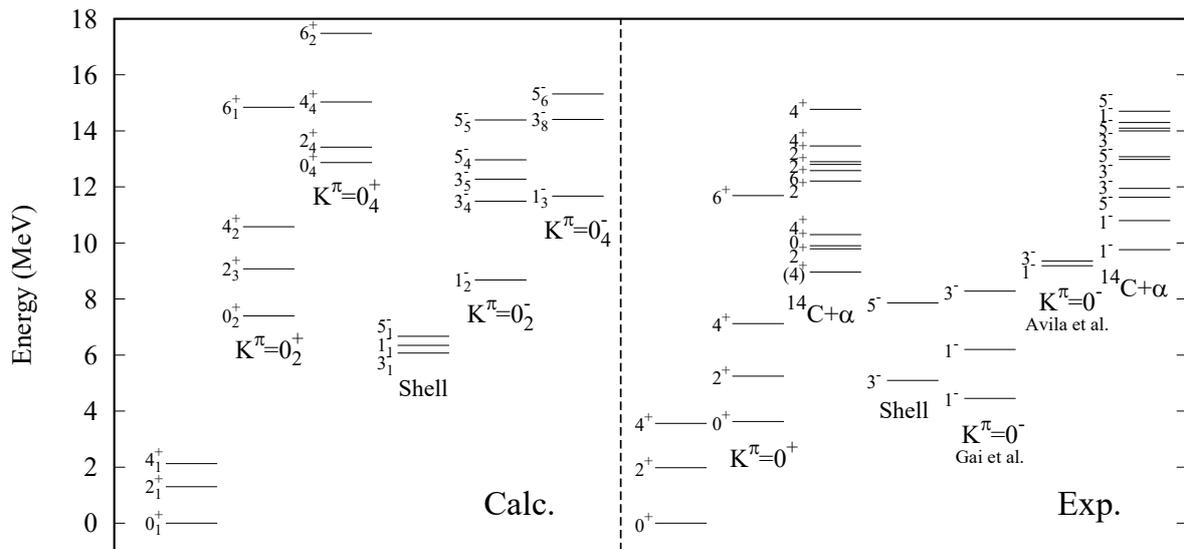


図 4.9: GCM によって得られた状態および実験で観測された状態に対する ^{18}O のエネルギースペクトル. 今回の計算で得られたエネルギースペクトルに関しては, 基底バンド, $^{14}\text{C} + \alpha$ バンド, および higher nodal $^{14}\text{C} + \alpha$ バンドに属する状態と, 低エネルギーの殻模型的状态である 1_1^- , 3_1^- , および 5_1^- 状態を図の左半面に示した. $^{14}\text{C} + \alpha$ バンドおよび higher nodal $^{14}\text{C} + \alpha$ バンドはそれぞれ, $K^\pi = 0_2^\pm$ および $K^\pi = 0_4^\pm$ とラベルされている. 観測されたスペクトルに関しては, 基底バンドと $^{14}\text{C} + \alpha$ クラスターバンドの候補となる状態を右半面に示した. クラスターバンドの候補としては $K^\pi = 0^+$ [152, 153] バンドと, Gai ら [154, 155] および Avila ら [153] によって指摘されている $K^\pi = 0^-$ バンドを示している. $^{14}\text{C} + \alpha$ とラベルされている状態は文献 [153] において測定された α -spectroscopic factor θ_α が $\theta_\alpha^2 \geq 0.09$ を満たす状態を表している. 低エネルギーの殻模型的状态と考えられる $3^-(5.10 \text{ MeV})$ および $5^-(7.96 \text{ MeV})$ 状態も図示している.

している. 図 4.9 には基底バンドに加えて, $K^\pi = 0_2^\pm$, $K^\pi = 0_4^\pm$ でラベルされたクラスターバンドに属する状態を記載している. また, 低エネルギー領域の殻模型的状态である, 1_1^- , 3_1^- , 5_1^- 状態もプロットした. 測定されている ^{18}O の状態も図 4.9 に示した. 実験データに関しては, 基底バンドに属する状態に加えて, $\alpha + ^{14}\text{C}$ クラスターバンドの候補と考えられている状態を $K^\pi = 0^\pm$ とラベル付けして示した. また, $^{14}\text{C} + \alpha$ 弾性散乱 [153] によって測定された α -spectroscopic factor θ_α^2 が $\theta_\alpha^2 \geq 0.09$ である状態を $^{14}\text{C} + \alpha$ とラベルして示した. 低エネルギーの殻模型状态と考えられている $3^-(5.10 \text{ MeV})$, $5^-(7.96 \text{ MeV})$ 状態も比較のために示してある.

0_1^+ 状態は $\beta = 0.28$ の $K^\pi = 0^+$ 基底に 93 % の GCM amplitude を持っており, 0_1^+ 状態をバンドヘッドとする基底バンド $\{0_1^+, 2_1^+, 4_1^+\}$ は β の小さい領域の殻模型的状态によって構成される. 正パリティにおける励起状態では二つのクラスターバンドが得られた. 一つ目は 0_2^+ 状態をバンドヘッドとする $^{14}\text{C} + \alpha$ クラスターバンドである. このバンドは $\beta = 0.5\text{--}0.7$ の $^{14}\text{C} + \alpha$ クラスター基底 (図 4.8 (b)) を主成分とする状態である. もう一つは 0_4^+ 状態をバンドヘッドとする higher nodal

表 4.4: ^{18}O の基底バンドおよび正パリティクラスターバンドのバンド内 $E2$ 遷移強度. 観測されている遷移強度も対応がつけられる状態に対して示した. 実験データは文献 [156] より引用している. 記載している $B(E2)$ の値の単位は $e^2\text{fm}^4$ である. また, 各状態 (J_k^π) 横の括弧内には MeV を単位とする励起エネルギーが記されている.

Calculation			
Band	J_{init}^π	J_{fin}^π	$B(E2)$
Ground	2_1^+ (1.30)	0_1^+ (0.00)	1.02
	4_1^+ (2.13)	2_1^+ (1.30)	1.00
$^{14}\text{C} + \alpha$	2_3^+ (9.08)	0_2^+ (7.40)	78.6
	4_2^+ (10.6)	2_3^+ (9.08)	87.2
	6_1^+ (14.8)	4_2^+ (10.6)	122
$^{14}\text{C} + \alpha$ (higher)	2_4^+ (13.4)	0_4^+ (12.9)	402
	4_4^+ (15.0)	2_4^+ (13.4)	718
	6_2^+ (17.5)	4_4^+ (15.0)	818
Experiment			
Band	J_{init}^π	J_{fin}^π	$B(E2)$
Ground	2^+ (1.98)	0^+ (0.00)	9.3
	4^+ (3.56)	2^+ (1.98)	3.3
$^{14}\text{C} + \alpha$	2^+ (5.26)	0^+ (3.64)	70 ± 42
	4^+ (7.12)	2^+ (5.26)	15.7 ± 4.5

表 4.5: ^{18}O の基底バンドおよび負パリティクラスターバンドのバンド内 $E2$ 遷移強度. 観測されている遷移強度は文献 [156] において $B(E2) > 10 e^2\text{fm}^4$ を満たす遷移を示している. 記載している $B(E2)$ の値の単位は $e^2\text{fm}^4$ である. また, 各状態 (J_k^π) 横の括弧内には MeV を単位とする励起エネルギーが記されている.

Calculation			
Band	J_{init}^π	J_{fin}^π	$B(E2)$
$K^\pi = 1_1^-$	3_1^- (6.07)	1_1^- (6.35)	23.9
	5_1^- (6.68)	3_1^- (6.07)	17.8
$^{14}\text{C} + \alpha$	3_4^- (11.5)	1_2^- (8.68)	27.4
	3_5^- (12.3)	1_2^- (8.68)	24.7
	5_4^- (13.0)	3_4^- (11.5)	5.66
$^{14}\text{C} + \alpha$ (higher)	5_4^- (13.0)	3_5^- (12.3)	10.4
	5_5^- (14.4)	3_4^- (11.5)	17.1
	5_5^- (14.4)	3_5^- (12.3)	16.8
$^{14}\text{C} + \alpha$ (higher)	3_8^- (14.4)	1_3^- (8.68)	105
	5_6^- (15.3)	3_8^- (14.4)	136
Experiment			
Band	J_{init}^π	J_{fin}^π	$B(E2)$
Not assigned	3^- (6.40)	1^- (4.46)	25 ± 17
	5^- (8.13)	3^- (5.10)	14 ± 14
	3^- (8.28)	1^- (4.46)	22 ± 22

$^{14}\text{C} + \alpha$ クラスターバンドである. このバンドは $\beta > 0.8$ の発達した $^{14}\text{C} + \alpha$ クラスター基底によって構成されている. 一方, 負パリティに関しては, 三つの dipole 状態が低エネルギー領域に得られた. 1_1^- 状態は主に β の小さい殻模型基底によって構成される状態であり, 1_2^- 状態と 1_3^- 状態はそれぞれ, $^{14}\text{C} + \alpha$ クラスター基底 (図 4.8 (e)) と発達した $^{14}\text{C} + \alpha$ クラスター基底 (図 4.8 (f)) を主成分とする状態である. 特に, 1_2^- 状態と 1_3^- 状態はクラスターバンドを形成しており, それぞれ $K^\pi = 0_2^+$ バンドと $K^\pi = 0_4^+$ バンドのパリティパートナーとなる状態である.

正パリティと負パリティにおいて, バンド内の状態間に対して計算した $E2$ 遷移強度をそれぞれ表 4.4 と表 4.5 に載せる. 実験で得られている $E2$ 強度も表に記載したが, 正パリティにおいては

基底バンドとクラスターバンドの候補と考えられている状態間の遷移に、負パリティにおいては $B(E2) > 10 e^2\text{fm}^4$ を満たす遷移に限定して示した。まず、正パリティでは、基底バンドの $E2$ 遷移強度は実験に対して過小評価していることがわかる。これは陽子の励起を上手く記述できていないことが原因であると考えられ、他の AMD による研究でも同様の傾向が見られている [145, 157]。 0_2^+ をバンドヘッドとする $^{14}\text{C} + \alpha$ バンドではメンバー間に強い遷移強度を持つ。特に、 $2_3^+ \rightarrow 0_2^+$ の遷移は、実験で得られている $2^+ (5.26 \text{ MeV}) \rightarrow 0^+ (3.64 \text{ MeV})$ 間の $B(E2)$ を再現しており、今回の計算では $0^+ (3.64 \text{ MeV})$ と $2^+ (5.26 \text{ MeV})$ 状態が $^{14}\text{C} + \alpha$ クラスターバンド状態であると対応付けられる。 higher-nodal $^{14}\text{C} + \alpha$ クラスターバンドはさらに強いバンド内遷移を持つという結果が得られている。負パリティに関しても、バンド内に強い遷移が得られた。しかし、 1_2^- 状態をバンドヘッドとする $^{14}\text{C} + \alpha$ クラスターバンドにおいては $E2$ 遷移強度が $3_{4,5}^-$, $5_{4,5}^-$ にフラグメントしており、バンドメンバーの対応付けが一意に決められないという結果が得られた。実験においてもいくつか強い $B(E2)$ が観測されているが、未だ実験データが少なく、バンド構造を対応付けるには不十分である。

dipole 状態の性質をより詳細に解析するために、計算した GCM amplitude を図 4.10 に示す。図には 1_1^- , 1_2^- , および 1_3^- 状態に対して、 $K^\pi = 0^-$ 基底の $K = 0$ 成分と $K^\pi = 1^-$ 基底の $K = 1$ 成分の GCM amplitude をプロットした。図 4.10 (a) によると、 1_1^- 状態は主成分は $\beta \leq 0.4$ の殻模型の状態であるが、 $\beta < 0.7$ の広い領域に GCM amplitude を持っている。また、 $K = 0$ と $K = 1$ の両成分が同程度寄与していることが特徴である。 1_2^- 状態は $K^\pi = 0^-$ の $^{14}\text{C} + \alpha$ 基底 ($\beta \sim 0.6$) にピークを持つ $^{14}\text{C} + \alpha$ クラスター状態であることがわかる (図 4.10 (b))。さらに、 1_3^- 状態は $K^\pi = 0^-$ の発達した $^{14}\text{C} + \alpha$ 基底 ($\beta \sim 0.9$) を主成分とする状態であることが図 4.10 (c) から見て取れる。注目すべきは、 $\beta = 0.4\text{--}0.6$ の $K^\pi = 1^-$ 基底が 1_1^- と 1_2^- 状態に大きな寄与をもたらしている点である。この $K^\pi = 1^-$ 基底の寄与が LED 遷移強度に重要な役割をもたらすことを後で議論する。

^{16}O における LED 状態の GCM amplitude (図 4.4) と比較すると、 1_1^- 状態においては、変形の小さい $\beta \leq 0.4$ の領域にピークを持つが、 β の広い範囲に amplitude を持つという結果が、 ^{16}O と ^{18}O で共通して得られている。また、 $K = 0$ と $K = 1$ 成分が同程度含まれていることも共通している。 1_2^- 状態に関しても、 1_1^- 状態に含まれる $K = 1$ 成分が大きく混ざっていることが共通の特徴として挙げられる。一方で、異なる点として、 ^{16}O の 1_2^- 状態は $\beta \geq 0.8$ と強く変形した基底が主成分であるが、 ^{18}O の 1_2^- 状態では $\beta \sim 0.6$ の基底が主成分であり、 ^{16}O の 1_2^- 状態に比べて変形の小さい状態として得られている。

最後に基底状態から 1^- 状態への dipole 遷移強度を図 4.11 に載せる。図 4.11 (a), (c), および (d) はそれぞれ $E1$, TD, CD 演算子に対して計算した遷移強度であり、図 4.11 (b) は EWSR に対する ISD 強度の割合 f_{ISD} をプロットしたものである。 1_1^- , 1_2^- , および 1_3^- 状態に着目すると、 $E1$ 強度はどの状態に対しても TRK sum rule の $2.2 \times 10^{-3} \%$ 以下という非常に弱い値が得られた。 1_1^- 状態への $E1$ が弱いという傾向は定性的には実験を再現しているが、定量的には実験値の $B(E1 : 0_1^+ \rightarrow 1_1^-) = 6.6 \times 10^{-7} e^2\text{fm}^2$ [155] に対して過大評価している。 1_1^- , 1_2^- 状態は TD・CD 強度のどちらも強く、TD と CD モードの分離がこの二つの状態では生じていないことがわかる。それに対して、 1_3^- 状態は TD 強度も CD 強度もほとんど持たない状態である。

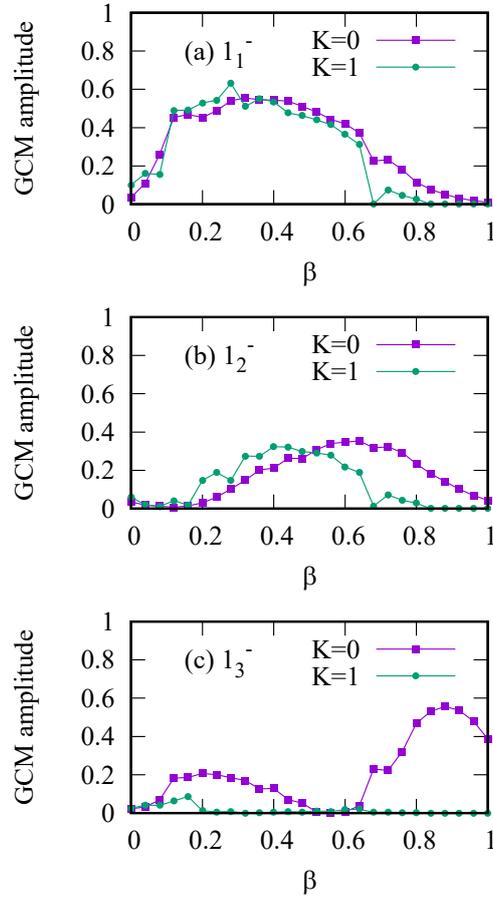


図 4.10: ^{18}O の 1^- 状態に対する GCM amplitude. (a), (b), および (c) はそれぞれ 1_1^- , 1_2^- , および 1_3^- 状態の GCM amplitude を示している. $K^\pi = 0^-$ ($K^\pi = 1^-$) 基底の $K = 0$ ($K = 1$) 成分が四角 (丸) でプロットされている.

4.5.3 ^{18}O における LED 励起モードの解析

^{18}O の低エネルギー領域には強い TD および CD 遷移を示す二つの LED 状態 (1_1^- , 1_2^-) が存在することを見てきた. これら LED 状態の励起モードと強度の起源を解析する.

励起モードの解析を行うために基底状態と LED 状態に対して intrinsic 状態の定義を行う. 基底状態に対しては最大の GCM amplitude を持つ $|\Phi_{K=0}^+(\beta = 0.28)\rangle$ を intrinsic 状態とし, 簡単のため 0_{int}^+ と呼ぶ. LED 状態に対しては, まず 1_1^- 状態の主成分である $|\Phi_{K=0}^-(\beta = 0.28)\rangle$ と $|\Phi_{K=1}^-(\beta = 0.28)\rangle$ を 1_1^- 状態の intrinsic 状態として定義する. これらの intrinsic 状態はそれぞれ $1_{ND}^-(K = 0)$, $1_{ND}^-(K = 1)$ とラベルする. また, 1_2^- 状態に対しては $^{14}C + \alpha$ 構造である $|\Phi_{K=0}^-(\beta = 0.64)\rangle$ を intrinsic 状態として定義し, $1_{cl}^-(K = 0)$ と呼ぶ. ただし, LED 状態には

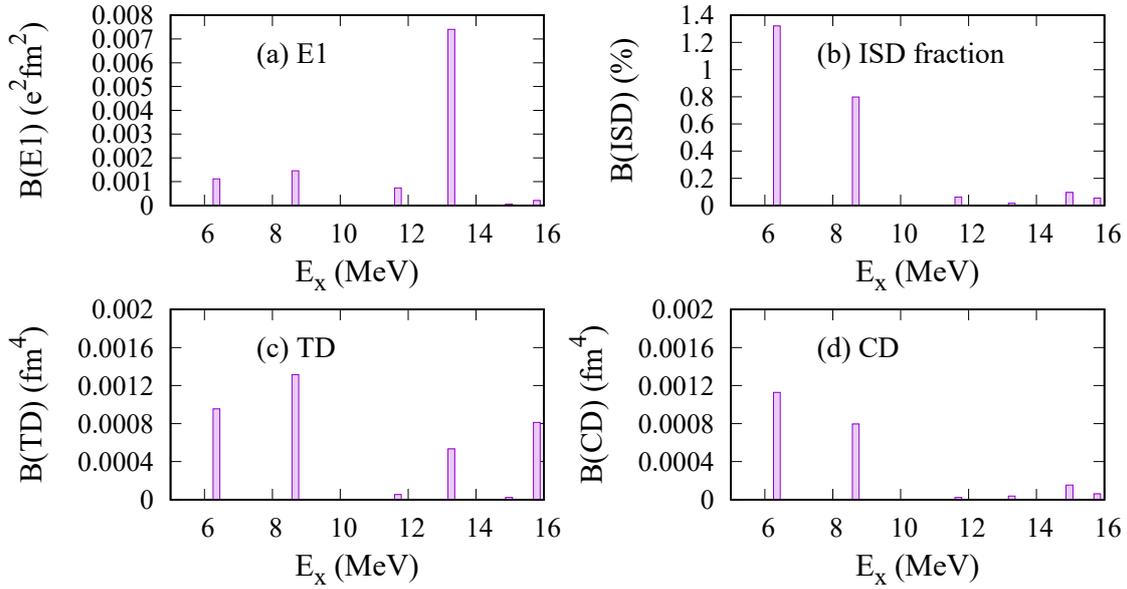


図 4.11: ^{18}O における 0_1^+ 状態から 1^- 状態への (a) $E1$, (c) TD , および (d) CD 遷移強度. (b) には EWSR に対する ISD 強度の割合 f_{ISD} が示されている.

$\beta = 0.4\text{--}0.6$ の $K^\pi = 1^-$ 基底も大きな寄与を持っているため, これらの intrinsic 状態に加えて, $|\Phi_{K=1}^-(\beta = 0.52)\rangle$ に対しても $1_{\text{cl}}^-(K = 1)$ と定義して解析を行う.

励起モードや遷移強度の起源を解析するために, intrinsic 状態間の transition current density と strength density を計算した. ただし, transition current の計算には ^{16}O の時と同様に, 式 (4.2.3) で定義される K 射影した状態間の表式を用いる. 始状態には $|i\rangle = \hat{P}_{K=0}|0_{\text{int}}^+\rangle$ を用い, 終状態 $|f_K\rangle$ には $\hat{P}_{K=0}|1_{\text{ND}}^-(K = 0)\rangle$, $\hat{P}_{K=1}|1_{\text{ND}}^-(K = 1)\rangle$, $\hat{P}_{K=0}|1_{\text{cl}}^-(K = 0)\rangle$, および $\hat{P}_{K=1}|1_{\text{cl}}^-(K = 1)\rangle$ を用いる. これらの状態間に対して計算した transition current density を図 4.12 に, strength density を図 4.13 に示す.

まず, 1_1^- 状態の主成分である, $1_{\text{ND}}^-(K = 0)$ と $1_{\text{ND}}^-(K = 1)$ への current を見ると, $1\text{p}1\text{h}$ 励起によって核の内部領域に current が生成されていることがわかる. $1_{\text{ND}}^-(K = 0)$ への遷移は Z 軸方向の並進 current が (図 4.12 (a)), $1_{\text{ND}}^-(K = 1)$ への遷移は渦状の current が (図 4.12 (b)) 生じている. この渦状の current は主に陽子の流れによって生じる current である. これらの $1_{\text{ND}}^-(K = 0)$ と $1_{\text{ND}}^-(K = 1)$ における current はそれぞれ, CD と TD 強度に大きく寄与していることが strength density の計算により確認できる (図 4.13 (a), (b)). これらの解析により, 1_1^- における $\text{CD} \cdot \text{TD}$ 強度の起源はそれぞれ $1\text{p}1\text{h}$ 励起の $K = 0$ と $K = 1$ モードによるものと結論付けられる.

次に, 1_2^- 状態に関する解析を行う. まず, 1_2^- 状態の主成分である, $1_{\text{cl}}^-(K = 0)$ への transition current を見ると, α クラスターの発達により, $Z \sim 2.5 \text{ fm}$ の領域に非常に強い Z 方向への並進 current が生じている (図 4.12 (c)). この並進 current は核表面に生じているために, 強く CD 強度

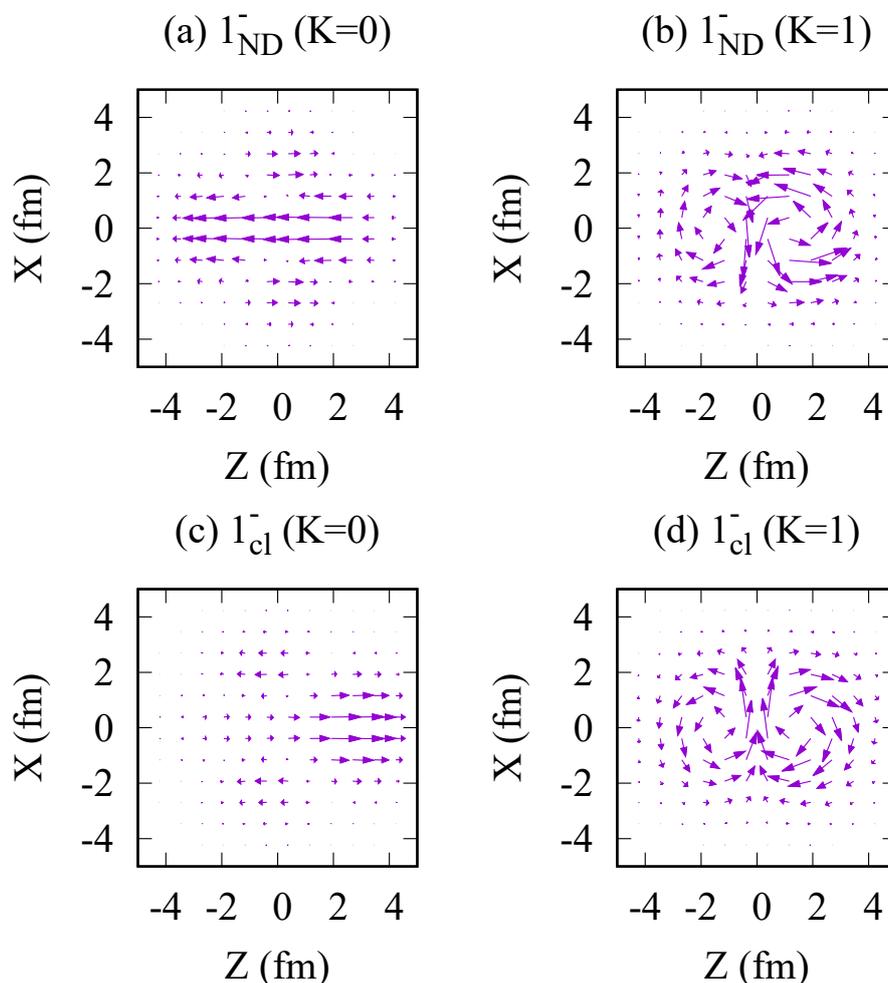


図 4.12: ^{18}O の intrinsic 状態に対して計算した transition current density. (a), (b), (c), および (d) はそれぞれ $1^-_{\text{ND}} (K=0)$, $1^-_{\text{ND}} (K=1)$, $1^-_{\text{cl}} (K=0)$, および $1^-_{\text{cl}} (K=1)$ 状態に対して計算した current である. 図は $Y=0$ の Z - X 平面上に示されており, ベクトルはその絶対値を 50 倍したものを示している.

に寄与していることが strength density から見て取れる (図 4.13 (c)). さらに, 1^-_2 状態に大きく混ざっている $1^-_{\text{cl}} (K=1)$ に対しても同様の解析を行うと, 図 4.12 (d) と図 4.13 (d) から $1^-_{\text{cl}} (K=1)$ への遷移は, 渦状の current が生じており, その核表面の current が非常に強く TD 強度へ寄与していることが分かった. この $1^-_{\text{cl}} (K=1)$ における渦状の current は 1^-_2 状態への TD 強度の主要な起源となっている. $1^-_{\text{cl}} (K=1)$ は 1^-_1 状態へも混ざりを見せており, それにより, 1^-_1 状態の TD 強度を増加させていると考えられる.

以上の解析から, ^{18}O の二つの LED 状態における CD・TD 遷移は主に二種類の励起モードによって引き起こされると言える. 一つは 1^-_1 状態の 1p1h 励起であり, もう一つは 1^-_2 状態における

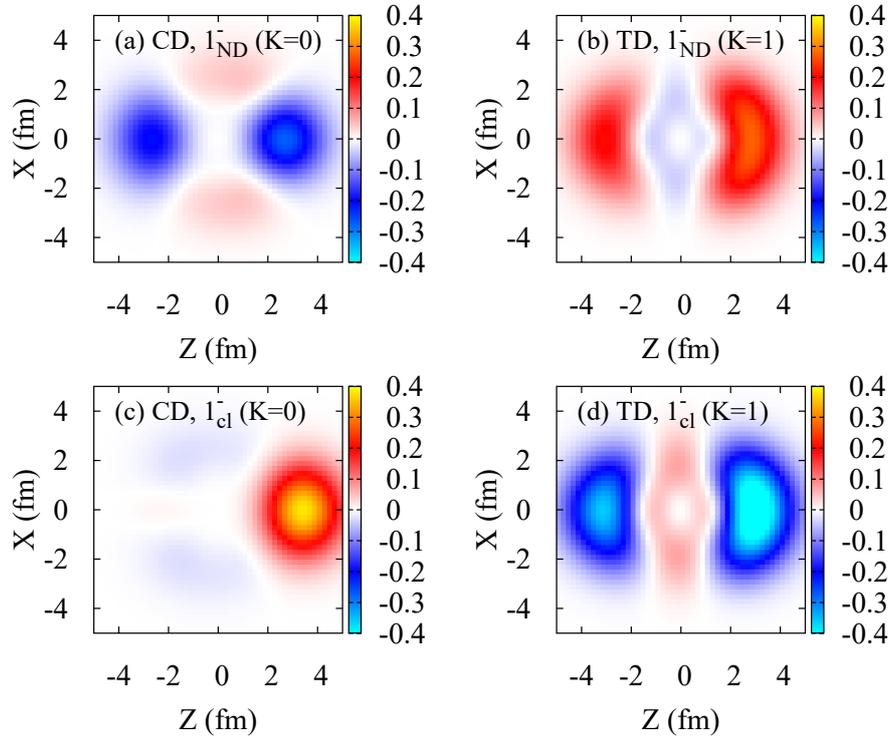


図 4.13: ^{18}O の intrinsic 状態に対して計算した TD および CD strength density. 0_{int}^+ から (a) $1_{\text{ND}}^-(K=0)$ および (c) $1_{\text{cl}}^-(K=0)$ に対して計算した $K=0$ 成分の CD strength density と, (b) $1_{\text{ND}}^-(K=1)$ および (d) $1_{\text{cl}}^-(K=1)$ に対して計算した $K=1$ 成分の TD strength density が示されている. カラーマップは $[-0.4 \text{ fm}, 0.4 \text{ fm}]$ の範囲で Z - X 平面にプロットされている.

クラスター励起である. これら二種類の励起モードは $K=0$ と $K=1$ のそれぞれの成分が CD・TD 遷移強度を生じているが, クラスター励起は表面付近に強い current を生じるため, より大きな遷移強度への寄与をもたらす. そのため, クラスター励起は LED 状態の形成に非常に重要な役割を果たしていると言える. 図 4.10 (a) および (b) の GCM amplitude によると, $\beta = 0.5\text{--}0.6$ のクラスター基底は 1_1^- 状態と 1_2^- 状態に大きく混ざっている. β に関する重ね合わせの結果, CD・TD 強度が増加し, K -mixing の効果によって CD 強度と TD 強度は分離せずに, 二つの LED 状態に混ざって出現したと考えられる. モードが分離しないこの状況は変形の大きい ^{10}Be などとは異なるが, ^{16}O では同様のモード混合が得られている.

4.6 O 同位体における LED 励起の特徴と傾向

前章で議論した強いプロレート変形を示す ^{10}Be では O 同位体で見られる傾向とは異なる LED 励起の振る舞いがみられた. ^{10}Be において出現した LED 励起をもたらす内部状態は主に一つの

モードで特徴づけられる。例えば、第2章、第3章で共通して得られた結果として、VDモードは $K = 1$ の ${}^6\text{He}$ の回転振動励起であり、 $K = 0$ の α クラスターの発達励起は CD モードを引き起こしていた。このように、強くプロレート変形した原子核においては LED 励起が K 量子数で特徴づけられるモードで分離すると期待される。この推測は Nesterenko 氏らの変形核に対する LED 研究でも示唆されている。それに対して、基底状態において、球形および変形の小さい原子核ではどのような傾向が得られるかについて、本研究で得られた結果から言及することは系統的に LED 励起を理解するうえで意義のあることと考える。本研究で得られた ${}^{16}\text{O}$ と ${}^{18}\text{O}$ における LED 励起は以下で挙げられる共通点を持っている。

1. 低エネルギー領域に二つの LED 状態が得られ、最低エネルギーの LED 状態は変形の小さい ($\beta \leq 0.4$) 殻模型の状態、二番目の LED 状態は α クラスター励起状態。
2. 変形の小さい殻模型の状態は基底状態からの $K = 0$ 励起が CD 強度を、 $K = 1$ 励起が TD 強度を生じるという励起モードの二面性を持つ。
3. 二つの LED 状態は互いの成分が混合しており、それによって LED 強度にも混ざりが生じる。

O 同位体における最低エネルギーの LED 状態は殻模型の状態ではあるが、 α クラスターの相関が存在する。例えば ${}^{16}\text{O}$ の 1_1^- 状態の intrinsic 状態は図 4.2 (c), (e) に見られるように、 α クラスターが発達しかかっている様子が見られる。この α クラスター相関によって、 $K = 0$ モードは α クラスターの振動モードにより CD 強度が生成される。また、 $K = 1$ モードは渦的な励起モードが生じている。二番目の状態においてはどちらも主な成分は $K = 0$ の α クラスター励起状態であるが、一つ目の状態との成分の混合によって、 $K = 1$ の渦的なモードが共存している。このように O 同位体においては K 量子数に対応したモードの二面性および殻模型の状態とクラスター励起状態との混合によって、励起モードの混合が生じている。これは、励起モードが状態ごとに分離する傾向にある変形核とは異なる傾向である。この状態の混合によって、クラスター励起が二つの LED 状態の形成に重要な役割を果たしていることが特筆すべき特徴である。この傾向は他の O 同位体や変形の小さい原子核に系統的に現れると期待される。

最後に、 ${}^{16}\text{O}$ と ${}^{18}\text{O}$ における LED 励起の違いについても言及しておく。dipole 状態において二つの原子核の違いは変形度合いの違いが挙げられる。特に、 1_2^- 状態において、 ${}^{16}\text{O}$ では $\beta \geq 0.8$ と変形度が大きく、完全に発達した α クラスター構造が得られているが(図 4.2 (d)), ${}^{18}\text{O}$ では $\beta \sim 0.6$ と変形度はあまり大きくなく、 ${}^{14}\text{C}$ の表面付近に α クラスターが形成されている(図 4.8 (e)). r^3 の factor を持つ ISD 演算子は基底状態から原子核半径を増大させるようなクラスター励起によって強い強度を生じるが、クラスターが発達しすぎると、基底状態との overlap が小さくなるため、逆に強度は弱くなってしまう。これは大きく発達した ${}^{14}\text{C} + \alpha$ クラスター構造を示す ${}^{18}\text{O}$ の 1_3^- 状態が ISD 強度をほとんど生じないことから確認できる。そのため、 ${}^{16}\text{O}$ における ${}^{12}\text{C} + \alpha$ クラスター構造は発達しすぎることによって ISD (CD) 強度がほとんど生じないのに対して、 ${}^{18}\text{O}$ における ${}^{12}\text{C} + \alpha$ クラスター構造は“程よい”発達によって強い ISD (CD) 遷移を生じるという違いが生じている。この違いは ${}^{16}\text{O}$ に余剰中性子が加わったことで、クラスター間の引力が増加したことが

原因であると考えられる.

第 5 章

結論

low-energy dipole (LED) 励起は isovector 型と isoscalar 型の強度が同じエネルギー領域に混在しており、複雑な isospin の性質を示している。その励起モードとしてはこれまで複数の候補が考えられてきたが、性質の複雑さや実験事実の少なさから未だに明らかになっていない。軽い核においては低エネルギー状態にクラスター構造が形成されることが知られている。低エネルギー領域における dipole 強度はこのクラスター構造と密接に関連していることが予想され、LED の研究にはクラスター構造を記述できる手法を用いた研究が必要である。しかし、これまで、クラスター構造の観点から行われた LED の研究は少なく、その関係性はほとんど明らかになっていない。そのため、本研究では質量数の軽い原子核における LED 励起モードをクラスター構造の観点から明らかにすべく、クラスターモデルおよび新しく構築した AMD 法を用いて解析を行った。

第 2 章の研究ではクラスター励起と LED 励起との関係を詳細に調べるために、二種類のクラスターモデルを GCM と組み合わせた手法を用いて ^{10}Be における LED 励起を研究した。その結果、クラスターダイナミクスによって多様な LED 励起が引き起こされることが分かった。非常に強い toroidal dipole (TD) 遷移で特徴づけられる最低 LED 状態は、 ^6He クラスターが回転することによって渦励起を生じる vortical dipole (VD) モードである。この VD モードは $K = 1$ によって特徴づけられるモードで、toroidal モードとは異なる変形核特有の新しい励起モードである。また、 $E1$ および compressive dipole (CD) 遷移は $K = 0$ で特徴づけられる $\alpha - (\alpha + 2n)$ の P 波相対励起と、 $K = 1$ で特徴づけられる $(2\alpha) - 2n$ の P 波相対励起によって記述されることがクラスター成分の解析によって得られた。特に K -mixing によるこれらのモードの重ね合わせが、LED 状態における LED 強度の性質を説明するために重要であるということがわかった。また、この研究で得られた励起モードはそれぞれ K 量子数によって特徴づけられており、変形核における平均場計算や AMD 計算を用いた先行研究によって示唆されていた事実を支持する結果となった。

不安定な中性子過剰核などの未知の構造を持つ原子核に対しても、クラスター構造の観点から LED 励起を調べるために、 K 射影後変分法と β 拘束法を組み合わせた K -projected AMD 法を構築した。第 3 章ではこの手法の有効性を確認するために ^{10}Be に適用した研究を行った。その結果、 β 拘束 AMD では $\gamma \sim 0$ のプロレート変形基底が主に得られ、 $K = 1$ の VD モードを持つ最低 LED 状態しか記述できなかったが、 K -projected AMD 法では γ が有限の、強い triaxial 変形を示す基底

や、非軸対称な $\alpha + {}^6\text{He}$ 基底を得ることができ、その結果、強い $E1 \cdot \text{CD}$ 遷移を示す二番目の LED 状態の記述に成功した。triaxial 変形基底では余剰中性子が α から発達するモードが得られており、第2章で得られたような α 発達モードと $2n$ 発達モードを β 拘束法の枠組みで記述できたことになる。 $\beta\gamma$ 拘束 AMD との比較も行ったが、基底状態および LED 状態に関しては K -projected AMD 法と同等の結果であった。この結果から、 K -projected AMD 法は少ない基底で効率よく LED に必要不可欠な基底を記述することが出来る手法であることが確かめられた。

第4章では K -projected AMD 法を ${}^{16}\text{O}$, ${}^{18}\text{O}$ に適用して LED 励起を調べた。 ${}^{16}\text{O}$ および ${}^{18}\text{O}$ における最低 LED 状態は変形度の小さい殻模型的な状態であり、 $K = 0$ モードは CD 遷移を、 $K = 1$ は渦的な TD 遷移を生じるという励起モードの二面性を持つ状態であるという結果が得られた。この $K = 0$ モードは $1p1h$ 励起によって生じるモードであるが、表面付近の α 相関によって生じると解釈することも出来る。二番目の LED 状態は $K = 0$ の α クラスタ励起で特徴づけられる状態である。 ${}^{16}\text{O}$ ではクラスタの発達度合いが強すぎるため、基底状態との overlap が小さく、 CD 遷移が弱いという結果であったが、 ${}^{18}\text{O}$ では α クラスタが ${}^{14}\text{C}$ の表面付近に形成される状態であり、核表面の α 振動モードによって強く CD 遷移を生じる状態であった。さらに、注目すべき結果として、 ${}^{16}\text{O}$, ${}^{18}\text{O}$ では TD 強度が分離せずに、最低 LED 状態と二番目の LED 状態にフラグメントしていた。これは主に、この二つの LED 状態の成分が互いに混ざり合っているために生じている。この傾向は ${}^{10}\text{Be}$ などの基底状態で変形の大きい原子核とは異なる傾向であり、他の O 同位体や軽い球形核においても見られる現象であると考えられる。

本論文では LED 励起モードが K 量子数によって特徴づけられること、および軽い核における LED 励起の記述にクラスタ構造が重要な役割を果たすことを明らかにした。特に、現実的な LED 励起の記述には K -mixing や変形共存による励起モードの混合の効果が必要不可欠であることを示した。本論文の結果から言及できる LED 励起モードの傾向として、変形の大きい原子核では励起モードおよび LED 強度の特徴は状態ごとに分離しやすいが、変形の小さい原子核では K 量子数による励起モードの分離が出来ず、一つの状態に複数の励起モードが混ざって出現するということが考えられる。今後の課題として、まずは K -projected AMD 法を他の O 同位体に適用して余剰中性子が増えた際の励起モードの変化を検証する必要がある。さらには、 Ne 同位体や Mg 同位体などの中重核に適用して、変形と LED 励起との関係をより詳細に調べていくことで、LED 励起モードのより一般的な理解を深める。

付録 A

${}^6\text{He}$ クラスタ一模型関数

ここでは、第 2 章で用いた $\alpha + {}^6\text{He}$ クラスタ一模型において、 ${}^6\text{He}$ クラスタ一模型関数 $\Phi_{{}^6\text{He}}(\mathbf{S}, \sigma_{nm}, \theta)$ の記述の仕方を説明する。 \mathbf{S} は ${}^6\text{He}$ クラスタ一の中心位置パラメータである。また、 $\{\sigma_{nm}, \theta\}$ は ${}^6\text{He}$ の配位を表すパラメータであり、図 2.1 (a) に示されているように ${}^6\text{He}$ の主軸の向き θ と二中中性子の配位 σ_{nm} で特徴づけられる。本研究で用いる $\{\sigma_{nm}, \theta\}$ としては、文献 [131] と同じく、 $\theta = 0, \pi/4, \pi/2$ 、および σ_{nm} に関しては LS -結合殻模型における $(p)^2$ 軌道と jj -結合殻模型における $(p_{3/2})^2$ 軌道の二種類を考える。 LS -結合殻模型における二中中性子の合成スピンは $S_{nm} = 0$ となる配位を用いる。 $p_{3/2}$ 軌道と $p_{1/2}$ 軌道の線形結合によって記述されるため、 $S_{nm} = 0$ 配位と $(p_{3/2})^2$ の配位混合を行うことによって、 ${}^6\text{He}$ における $(0p)$ 軌道の模型空間を尽くすことが出来るうえに、 $S_{nm} = 0$ 配位は Brink 模型によって容易に記述できる配位であるため、ここでは $p_{1/2}$ 軌道の代わりに $S_{nm} = 0$ 配位を用いている。

まず、 LS -結合における $S_{nm} = 0$ 配位の記述方法について述べる。 $\theta = 0$ を考えると、二中中性子は $(p_x)^2$ 配位をとり、この場合の ${}^6\text{He}$ 模型関数は以下の形で記述できる。

$$\Phi_{{}^6\text{He}}(\mathbf{S}, (p_x)^2) = \mathcal{A} [\phi_{\uparrow p}(\mathbf{S})\phi_{\downarrow p}(\mathbf{S})\phi_{\uparrow n}(\mathbf{S})\phi_{\uparrow n}(\mathbf{S} + \epsilon\mathbf{e}_x)\phi_{\downarrow n}(\mathbf{S} - \epsilon\mathbf{e}_x)] \quad (\text{A.0.1})$$

ここで、 $\phi_{\chi\tau}(\mathbf{S})$ は式 (1.2.3) で定義される Brink 模型における一粒子波動関数である。 ϵ は微小量であり、 ϵ に関して余剰中性子の波動関数を展開すると、

$$\begin{aligned} \phi(\mathbf{S} + \epsilon\mathbf{e}_x) &= C(1 - 2\nu x\epsilon + \mathcal{O}(\epsilon^2)) \exp[-\nu(\mathbf{r} - \mathbf{S})^2] \\ &= C \{ \phi_0(\mathbf{S}) + \epsilon\phi_{p_x}(\mathbf{S}) + \mathcal{O}(\epsilon^2) \}, \end{aligned} \quad (\text{A.0.2})$$

ϵ の一次までで $(0s)$ 軌道と p_x 軌道の波動関数の線形結合で書ける。 C は展開の際に出てくる定数であるが波動関数の定数倍に意味はないので、以降無視する。この展開を式 (A.0.1) に代入すると、式 (A.0.2) の一項目を含む項は α コアとの反対称化により消える。そのため、二つの余剰中性子の波動関数は展開式 (A.0.1) の二項目以降しか寄与せず、最低次の寄与として $(p_x)^2$ 軌道を表現できる。他の θ に対する $S_{nm} = 0$ 配位は式 (A.0.1) の余剰中性子の波動関数に対して \mathbf{S} を中心として Y 軸周りに θ だけ回転させる演算子 $R_Y(\theta, \mathbf{S})$ を作用させることで求められる。

次に、 $(p_{3/2})^2$ 軌道の記述法について述べる。ここでも、 $\theta = 0$ の場合のみを考え、他の θ に関しては回転演算子を作用させることで求める。 Brink 模型の枠組みでは $(p_{3/2})^2$ 軌道は記述できない

ため, AQCM 法によって記述することを考える. AQCM 法における ${}^6\text{He}$ モデル関数は以下のように記述される.

$$\Phi_{{}^6\text{He}}(\mathbf{S}, \theta = 0, (p_{3/2})^2) = \mathcal{A} [\phi_{\uparrow p}(\mathbf{S})\phi_{\downarrow p}(\mathbf{S})\phi_{\uparrow n}(\mathbf{S})\phi_{\uparrow n}(\Xi_+)\phi_{\downarrow n}(\Xi_-)] \quad (\text{A.0.3})$$

ここで, Ξ_{\pm} は複素数パラメータであり,

$$\Xi_{\pm} = \mathbf{S}_{\pm} \pm i\epsilon \mathbf{e}^{(\text{spin})} \times \mathbf{e}_X, \quad (\text{A.0.4})$$

$$\mathbf{S}_{\pm} = \mathbf{S} \pm \epsilon \mathbf{e}_X, \quad (\text{A.0.5})$$

で表される. ただし, $\theta = 0$ のときスピンは Z 軸方向を向いているとする ($\mathbf{e}^{(\text{spin})} = \mathbf{e}_Z$). このように, AQCM を用いると, Brink モデルからの簡単な拡張によって $(p_{3/2})^2$ 軌道を記述することが出来る.

付録 B

AMD 波動関数による各種行列要素の計算

本章では種々の演算子に対する，以下の二つの AMD 波動関数間の行列要素の表式を与える．

$$|\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{A!}} \mathcal{A} [\varphi_1 \cdots \varphi_A], \quad (\text{B.0.1})$$

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{A!}} \mathcal{A} [\psi_1 \cdots \psi_A] \quad (\text{B.0.2})$$

ただし，一粒子波動関数 φ_i および ψ_i は式 (3.1.2) で定義されている一粒子波動関数を用いて

$$|\varphi_i\rangle \equiv |\psi(\mathbf{X}_i, \boldsymbol{\xi}_i)\rangle, \quad (\text{B.0.3})$$

$$|\psi_i\rangle \equiv |\psi(\mathbf{Z}_i, \boldsymbol{\eta}_i)\rangle, \quad (\text{B.0.4})$$

と定義しなおす．以下では簡単のためにケット状態 $|i\rangle$ は $|i\rangle = |\varphi_i\rangle$ ，ブラ状態 $\langle i|$ は $\langle i| = \langle \psi_i|$ を表すものとする．

B.1 準備

まず，AMD 波動関数による行列要素を与えるにあたって必要となる，波動関数間の overlap などの定義を行う．

一粒子波動関数間の空間・スピン・アイソスピン部分の overlap をそれぞれ次のように定義する．

$$\beta_{ij} \equiv \langle \psi_i | \phi_j \rangle = \exp[\mathbf{Z}_i^* \cdot \mathbf{X}_j] \quad (\text{B.1.1})$$

$$\Sigma_{ij} \equiv \langle \chi_i | \xi_j \rangle = \boldsymbol{\eta}_i^* \cdot \boldsymbol{\xi}_j \quad (\text{B.1.2})$$

$$T_{ij} \equiv \langle \tau_i | \tau_j \rangle = \begin{cases} 1 & (\tau_i = \tau_j) \\ 0 & (\tau_i \neq \tau_j) \end{cases} \quad (\text{B.1.3})$$

このとき，一粒子波動関数間の overlap $\langle i | j \rangle \equiv B_{ij}$ は以下のように定義される．

$$B_{ij} = \beta_{ij} \Sigma_{ij} T_{ij} \quad (\text{B.1.4})$$

また, AMD 波動関数間の overlap は

$$\langle \Psi | \Phi \rangle = \det_{ij} [B_{ij}], \quad (\text{B.1.5})$$

で与えられる.

演算子 O が一休演算子 $O = \sum o_i$ のとき, AMD 波動関数間の行列要素は

$$\langle \Psi | O | \Phi \rangle = \det B \sum_{i,j} \langle i | o | j \rangle B_{ji}^{-1}, \quad (\text{B.1.6})$$

で与えられる.

次に核子の入れ替えに対して対称な二休演算子

$$O = \sum_{i \neq j} o_{ij} = \sum_{i \neq j} o_{ji} \quad (\text{B.1.7})$$

についての行列要素の表式を与える. i 番目の核子と j 番目の核子の行列要素は番号に依存しないので,

$$\langle ab | o_{ij} | cd \rangle = \langle ab | o_{12} | cd \rangle \quad (\text{B.1.8})$$

と表せる. このとき, AMD 波動関数間の行列要素は次のように書ける.

$$\langle \Psi | O | \Phi \rangle = \det B \sum_{i,j,k,l} \mathcal{E}_{ij,kl}^{(2)} \langle ij | o_{12} | kl \rangle, \quad (\text{B.1.9})$$

$$\mathcal{E}_{ij,kl}^{(2)} \equiv B_{ki}^{-1} B_{lj}^{-1} - B_{kj}^{-1} B_{li}^{-1} \quad (\text{B.1.10})$$

核子の入れ替えに対して対称な三休演算子

$$O = \sum_{i \neq j \neq k} o_{ijk}, \quad (\text{B.1.11})$$

に対しても, 行列要素は番号に依存しない. このとき, AMD 波動関数間の行列要素は次のように書ける.

$$\langle \Psi | O | \Phi \rangle = \det B \sum_{\substack{i,j,k, \\ l,m,n}} \mathcal{E}_{ijk,lmn}^{(3)} \langle ijk | o_{123} | lmn \rangle, \quad (\text{B.1.12})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{ijk,lmn}^{(3)} \equiv & B_{li}^{-1} B_{mj}^{-1} B_{nk}^{-1} + B_{lj}^{-1} B_{mk}^{-1} B_{ni}^{-1} + B_{lk}^{-1} B_{mi}^{-1} B_{nj}^{-1} \\ & - B_{lj}^{-1} B_{mi}^{-1} B_{nk}^{-1} - B_{li}^{-1} B_{mk}^{-1} B_{nj}^{-1} - B_{lk}^{-1} B_{mj}^{-1} B_{ni}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{B.1.13})$$

最後に, 基本的な演算子に対する行列要素を与えておく.

$$R_{ij,\sigma} = \frac{1}{2\sqrt{V}} (Z_{i\sigma}^* + X_{j\sigma}) \quad (\text{B.1.14})$$

と定義すると, 空間座標成分 r_σ , (x, y, z) の行列要素は

$$\langle i | r_\sigma | j \rangle = B_{ij} R_{ij,\sigma}, \quad (\text{B.1.15})$$

となる。以降、添え字のギリシャ文字は空間またはスピンの成分を表すこととする。同様に、 $r_\mu r_\nu$ の行列要素は

$$\langle i|r_\mu r_\nu|j\rangle = B_{ij} \left(\frac{1}{4\nu} \delta_{\mu\nu} + R_{ij,\mu} R_{ij,\nu} \right), \quad (\text{B.1.16})$$

となる。微分演算子 ∇_μ , $\nabla_\mu \nabla_\nu$ に対する行列要素は

$$\langle i|\nabla_\mu|j\rangle = -\sqrt{\nu} B_{ij} (Z_{i\mu}^* - X_{j\mu}), \quad (\text{B.1.17})$$

$$\langle i|\nabla_\mu \nabla_\nu|j\rangle = \nu B_{ij} \left\{ (Z_{i\mu}^* - X_{j\mu})(Z_{i\nu}^* - X_{j\nu}) - \delta_{\mu\nu} \right\} \quad (\text{B.1.18})$$

で与えられる。

B.2 ハミルトニアン of 行列要素

この節ではハミルトニアン of 各項に対する行列要素 of 表式を与える。ただし、行列要素は $\langle O \rangle \equiv \langle \Psi|O|\Phi \rangle / \langle \Psi|\Phi \rangle$ で表すこととする。

まずは一体演算子である運動エネルギー $T = \sum t_i$ の行列要素を求め、一体演算子 t_i が

$$t_i = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 \quad (\text{B.2.1})$$

の形をしているとき、一粒子状態間の行列要素は式 (B.1.18) を用いて

$$\begin{aligned} \langle i|t|j\rangle &= -\frac{\hbar^2}{2m} \langle i|\nabla^2|j\rangle, \\ &= \frac{\nu \hbar^2}{2m} B_{ij} \left\{ 3 - (\mathbf{Z}_i - \mathbf{X}_j)^2 \right\}, \end{aligned} \quad (\text{B.2.2})$$

と与えられる。よって、運動エネルギー of AMD 波動関数による行列要素は

$$\langle T \rangle = \frac{\nu \hbar^2}{2m} \sum_{i,j} B_{ji}^{-1} B_{ij} \left\{ 3 - (\mathbf{Z}_i - \mathbf{X}_j)^2 \right\} \quad (\text{B.2.3})$$

となる。

重心の運動エネルギー of 行列要素は以下の表式で与えられる。

$$\langle T_G \rangle = \frac{\nu \hbar^2}{2m} \left[3A - (\mathbf{Z}_G^* - \mathbf{X}_G)^2 \right] \quad (\text{B.2.4})$$

ただし、ここでは $\mathbf{X}_G = \frac{1}{A} \sum \mathbf{X}_i$ で定義している。

次に、式 (2.2.24) で与えられる二体の中心力ポテンシャル $V_{\text{central}}^{(2)} = \sum_{i>j} v_{ij}^{\text{central}}$ の表式を求め、二核子状態間の行列要素は次のように求まる。

$$\langle ij|v_{ij}^{\text{central}}|kl\rangle = \beta_{ik} \beta_{jl} W_{ij,kl} \sum_{n=1}^2 (1 - \lambda_n)^{\frac{3}{2}} \exp \left[-\nu \lambda_n (\mathbf{R}_{ik} - \mathbf{R}_{jl})^2 \right] \quad (\text{B.2.5})$$

ただし, $\lambda_n = 1/(1 + \nu a_n^2)$ であり, $W_{ij,kl}$ はスピン・アイソスピンの交換項を表す.

$$\begin{aligned} W_{ij,kl} &\equiv \langle \chi_i \chi_j | \langle \tau_i \tau_j | (W + BP_\sigma - HP_\tau - MP_\sigma P_\tau) | \tau_k \tau_l \rangle \chi_k \chi_l \rangle \\ &= W \Sigma_{ik} \Sigma_{jl} T_{ik} T_{jl} + B \Sigma_{jk} \Sigma_{il} T_{ik} T_{jl} - H \Sigma_{ik} \Sigma_{jl} T_{jk} T_{il} - M \Sigma_{il} \Sigma_{jk} T_{jk} T_{il} \end{aligned} \quad (\text{B.2.6})$$

よって, 二体の中心力ポテンシャルの AMD 波動関数による行列要素は

$$\langle V_{\text{central}}^{(2)} \rangle = \frac{1}{2} \sum_{i,j,k,l} \mathcal{E}_{ij,kl}^{(2)} \langle ij | v_{12}^{\text{central}} | kl \rangle \quad (\text{B.2.7})$$

となる.

次に二体のスピン軌道力 $V_{LS} = \sum_{i>j} v_{ij}^{LS}$ に対する行列要素の表式を示す. 二体演算子 v_{12}^{LS} は式 (2.2.25) で与えられるので, 二核子状態間の行列要素は次のように求まる.

$$\begin{aligned} \langle ij | v_{12}^{LS} | kl \rangle &= -\frac{i}{16} \hbar \beta_{ik} \beta_{jl} (T_{ik} T_{jl} + T_{il} T_{jk}) \mathbf{I}_{ijkl} \cdot (\mathbf{Z}_i^* - \mathbf{Z}_j^*) \times (\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_l) \\ &\quad \cdot \sum_{n=1}^2 u_n (1 - \lambda_n)^{\frac{5}{2}} \exp[-\nu \lambda_n (\mathbf{R}_{ik} - \mathbf{R}_{jl})^2] \end{aligned} \quad (\text{B.2.8})$$

ここで, $\lambda_n = 1/(1 + \nu b_n^2)$ であり, \mathbf{I}_{ijkl} はパウリ行列 σ_μ を用いて以下のように定義される.

$$\mathbf{I}_{ijkl,\mu} = \langle \sigma_\mu \rangle_{ik} \Sigma_{jl} + \Sigma_{ik} \langle \sigma_\mu \rangle_{jl} + \langle \sigma_\mu \rangle_{il} \Sigma_{jk} + \Sigma_{il} \langle \sigma_\mu \rangle_{jk}, \quad (\text{B.2.9})$$

$$\langle \sigma_\mu \rangle_{ik} \equiv \langle \chi_i | \sigma_\mu | \chi_k \rangle \quad (\text{B.2.10})$$

式 (B.2.8) を用いて, スピン軌道力の行列要素は

$$\langle V_{LS} \rangle = \frac{1}{2} \sum_{i,j,k,l} \mathcal{E}_{ij,kl}^{(2)} \langle ij | v_{12}^{LS} | kl \rangle \quad (\text{B.2.11})$$

で与えられる.

クーロン力 $V_{\text{coulomb}} = \sum_{i>j} v_{ij}^{\text{coulomb}}$ は七つのガウシアンを重ね合わせで近似する.

$$v_{ij}^{\text{coulomb}} \approx \frac{1 + \tau_{i3}}{2} \frac{1 + \tau_{j3}}{2} \sum_{n=1}^7 e^2 \sqrt{\nu} C_n \exp \left[-\nu \left(\frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j}{\mu_n} \right)^2 \right] \quad (\text{B.2.12})$$

各パラメータは以下の値を用いる.

n	μ_n	C_n
1	8.888194	0.437686
2	6.244998	-0.421877
3	4.358899	0.363035
4	3.000000	0.082946
5	2.000000	0.179389
6	1.224745	0.717984
7	0.500000	2.108250

ただし、パラメータ μ_n は

$$\mu_n = \sqrt{\frac{1 + \mu_1^2}{2^{n-1}} - 1}, \quad (\text{B.2.13})$$

の漸化式を満たしている．式 (B.2.12) の行列要素は中心力ポテンシャルの時と同様にして求められて、 $\lambda_n = 1/(1 + \mu_n^2)$ および $v_n = e^2 \sqrt{v} C_n$ とすると、

$$\langle ij | v_{12}^{\text{coulomb}} | kl \rangle = \delta_{\tau_i p} \delta_{\tau_j p} \delta_{\tau_k p} \delta_{\tau_l p} \beta_{ik} \beta_{jl} \Sigma_{ik} \Sigma_{jl} \sum_{n=1}^N (1 - \lambda_n)^{\frac{3}{2}} v_n E_n, \quad (\text{B.2.14})$$

$$E_n \equiv \exp \left[-v \lambda_n (\mathbf{R}_{ik} - \mathbf{R}_{jl})^2 \right], \quad (\text{B.2.15})$$

で与えられる．ここで、 μ_n の関係式 (B.2.13) によって、 $\lambda_n = 2^{n-1} \lambda_1$ 、および $E_n = E_1^{2^{n-1}}$ が成り立っている．クーロン力の行列要素は、式 (B.2.14) を用いて

$$\langle V_{\text{coulomb}} \rangle = \frac{1}{2} \sum_{i,j,k,l} \mathcal{E}_{ij,kl}^{(2)} \langle ij | v_{12}^{\text{coulomb}} | kl \rangle, \quad (\text{B.2.16})$$

で与えられる．

最後に、三体の中心力ポテンシャル $V_{\text{central}}^{(3)} = \sum_{i>j>k} v_{ijk}^{\text{central}}$ に対する行列要素の表式を与える． v_{ijk}^{central} が式 (4.3.3) で与えられているとすると、三核子状態間の行列要素は

$$\langle ijk | v_{123}^{\text{central}} | lmn \rangle = \frac{1}{3\sqrt{3}} \left(\frac{2v}{\pi} \right)^3 v^{(3)} B_{il} B_{jm} B_{kn} E_{ijlm} E_{jkmn} E_{kinl}, \quad (\text{B.2.17})$$

$$E_{ijlm} \equiv \exp \left[-\frac{1}{6} (\mathbf{Z}_i^* - \mathbf{Z}_j^* + \mathbf{X}_l - \mathbf{X}_m)^2 \right], \quad (\text{B.2.18})$$

となる．よって、三体の中心力ポテンシャル $V_{\text{central}}^{(3)}$ の AMD 波動関数による行列要素は以下で表される．

$$\langle V_{\text{central}}^{(3)} \rangle = \frac{1}{6} \sum_{\substack{i,j,k, \\ l,m,n}} \langle ijk | v_{123}^{\text{central}} | lmn \rangle \quad (\text{B.2.19})$$

β 拘束および $\beta\gamma$ 拘束の際に持ちいたコスト関数 V_β および $V_{\beta\gamma}$ に対する行列要素の表式を与える．具体形はそれぞれ式 (3.1.11) および式 (3.1.12) で与えられている． β, γ の定義式 (3.1.8)–(3.1.10) より、座標成分の二次の行列要素 $\langle r_\mu r_\nu \rangle$ を求める必要がある．重心 $r_{G\mu} = \frac{1}{A} \sum_i r_{i\mu}$ の寄与を抜いたとき、座標成分の二次の行列要素は以下で与えられる．

$$\begin{aligned} \langle r_\mu r_\nu \rangle &\equiv \frac{\langle \Psi | \frac{1}{A} \sum_i (r_{i\mu} - r_{G\mu})(r_{i\nu} - r_{G\nu}) | \Phi \rangle}{\langle \Psi | \Phi \rangle} \\ &= \frac{1}{4vA} \left[(A-1) \delta_{\mu\nu} + \sum_{i,j} B_{ji}^{-1} B_{ij} (\mathbf{Z}_{i\mu}^* + \mathbf{X}_{j\mu})(\mathbf{Z}_{i\nu}^* + \mathbf{X}_{j\nu}) \right. \\ &\quad \left. - (\mathbf{Z}_{G\mu}^* + \mathbf{X}_{G\mu})(\mathbf{Z}_{G\nu}^* + \mathbf{X}_{G\nu}) \right] \quad (\text{B.2.20}) \end{aligned}$$

この表式を式 (3.1.8)–(3.1.10) に代入して得られる $\langle \beta \cos \gamma \rangle$ および $\langle \beta \sin \gamma \rangle$ を用いることで、式 (3.1.12) で与えられるコスト関数 $V_{\beta\gamma}$ を求めることが出来る。また、 V_{β} における $\langle \beta \rangle$ は

$$\langle \beta \rangle = \sqrt{\langle \beta \cos \gamma \rangle^2 + \langle \beta \sin \gamma \rangle^2} \quad (\text{B.2.21})$$

によって与えられる。

B.3 行列要素の微分の表式

AMD で変分を行う際に必要となる、空間パラメーター $Z_{h\tau}^*$ およびスピンパラメーター $\eta_{h\tau}^*$ による各種行列要素の微分の表式を与える。

まず、overlap 行列および逆行列の微分は以下の表式で与えられる。

$$\frac{\partial B_{ij}}{\partial Z_{h\tau}^*} = \sum_j X_{j\tau} B_{hj}, \quad (\text{B.3.1})$$

$$\frac{\partial B_{ij}}{\partial \eta_{h\tau}^*} = \sum_j \xi_{j\tau} \beta_{hj} T_{hj}, \quad (\text{B.3.2})$$

$$\frac{\partial B_{ji}^{-1}}{\partial Z_{h\tau}^*} = G_{ih,\tau} B_{jh}^{-1}, \quad (\text{B.3.3})$$

$$\frac{\partial B_{ji}^{-1}}{\partial \eta_{h\tau}^*} = g_{ih,\tau} B_{jh}^{-1}, \quad (\text{B.3.4})$$

$$G_{ih,\tau} \equiv - \sum_m X_{m\tau} B_{hm} B_{mi}^{-1}, \quad (\text{B.3.5})$$

$$g_{ih,\tau} \equiv - \sum_m \xi_{m\tau} \beta_{hm} T_{hm} B_{mi}^{-1} \quad (\text{B.3.6})$$

運動エネルギーの一粒子状態間の行列要素の微分は以下の表式で与えられる。

$$\frac{\partial \langle i|t|j \rangle}{\partial Z_{h\tau}^*} = \frac{\nu \hbar^2}{2m} \sum_j B_{hj} [X_{j\tau} \{5 - (Z_h^* - X_j)^2\} - 2Z_{h\tau}], \quad (\text{B.3.7})$$

$$\frac{\partial \langle i|t|j \rangle}{\partial \eta_{h\tau}^*} = \frac{\nu \hbar^2}{2m} \sum_j \xi_{j\tau} \beta_{hj} T_{hj} \{3 - (Z_i - X_j)^2\} \quad (\text{B.3.8})$$

この表式を用いて、運動エネルギーの微分は

$$\frac{\partial \langle T \rangle}{\partial Z_{h\tau}^*} = \left[\sum_{i,j} G_{ih,\tau} B_{jh}^{-1} \langle i|t|j \rangle + \sum_i B_{jh}^{-1} \frac{\partial \langle i|t|j \rangle}{\partial Z_{h\tau}^*} \right], \quad (\text{B.3.9})$$

$$\frac{\partial \langle T \rangle}{\partial \eta_{h\tau}^*} = \left[\sum_{i,j} g_{ih,\tau} B_{jh}^{-1} \langle i|t|j \rangle + \sum_i B_{jh}^{-1} \frac{\partial \langle i|t|j \rangle}{\partial \eta_{h\tau}^*} \right], \quad (\text{B.3.10})$$

で与えられる。

二体の中心力ポテンシャルの微分は次の表式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle V_{\text{central}}^{(2)} \rangle}{\partial Z_{h\tau}^*} &= \sum_{i,j,k,l} \mathcal{E}_{hj,kl}^{(2)} \beta_{ik} \beta_{jl} X_{ij,kl} \sum_n v_n (1 - \lambda_n)^{\frac{3}{2}} \exp[-\nu \lambda_n (\mathbf{R}_{ik} - \mathbf{R}_{jl})^2] \\ &\quad \times [\{X_{k\tau} - 2\sqrt{\nu} \lambda_n (R_{ik,\tau} - R_{jl,\tau})\} \delta_{ih} + G_{ih,\tau}], \end{aligned} \quad (\text{B.3.11})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle V_{\text{central}}^{(2)} \rangle}{\partial \eta_{h\tau}^*} &= \sum_{i,j,k,l} \mathcal{E}_{hj,kl}^{(2)} \beta_{ik} \beta_{jl} (\delta_{ih} W'_{ij,kl;\tau} + g_{ih,\tau} W_{ij,kl}) \\ &\quad \times \sum_n v_n (1 - \lambda_n)^{\frac{3}{2}} \exp[-\nu \lambda_n (\mathbf{R}_{ik} - \mathbf{R}_{jl})^2] \end{aligned} \quad (\text{B.3.12})$$

ここで、 $W'_{ij,kl;\tau}$ は $W_{ij,kl}$ のスピン微分であり、以下のように定義される量である。

$$W'_{ij,kl;\tau} \equiv W \xi_{k\tau} \Sigma_{jl} T_{ik} T_{jl} + B \xi_{l\tau} \Sigma_{jk} T_{ik} T_{jl} - H \xi_{k\tau} \Sigma_{jl} T_{jk} T_{il} - M \xi_{l\tau} \Sigma_{jk} T_{jk} T_{il} \quad (\text{B.3.13})$$

スピン軌道力の微分は次の表式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle V_{LS} \rangle}{\partial Z_{h\tau}^*} &= -\frac{i}{16} \sum_{i,j,k,l} \mathcal{E}_{hj,kl}^{(2)} \beta_{ik} \beta_{jl} (T_{ik} T_{jl} + T_{il} T_{jk}) \mathbf{I}_{ijkl} \sum_n u_n (1 - \lambda_n)^{\frac{5}{2}} \\ &\quad \cdot [\{\delta_{ih} (X_{k\tau} - \sqrt{\nu} \lambda_n (R_{ik,\tau} - R_{jl,\tau})) + G_{ih,\tau}\} (\mathbf{Z}_i^* - \mathbf{Z}_j^*) \\ &\quad + \delta_{ih} \mathbf{e}_\tau] \times (\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_l) \exp[-\nu \lambda_n (\mathbf{R}_{ik} - \mathbf{R}_{jl})^2], \end{aligned} \quad (\text{B.3.14})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle V_{LS} \rangle}{\partial \eta_{h\tau}^*} &= -\frac{i}{16} \sum_{i,j,k,l} \mathcal{E}_{hj,kl}^{(2)} \beta_{ik} \beta_{jl} (T_{ik} T_{jl} + T_{il} T_{jk}) (\delta_{ih} \partial \mathbf{I}_{ijkl,\tau} + g_{ih,\tau} \mathbf{I}_{ijkl}) \\ &\quad \cdot (\mathbf{Z}_i^* - \mathbf{Z}_j^*) \times (\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_l) \sum_n u_n (1 - \lambda_n)^{\frac{5}{2}} \exp[-\nu \lambda_n (\mathbf{R}_{ik} - \mathbf{R}_{jl})^2] \end{aligned} \quad (\text{B.3.15})$$

ここで、 $\partial \mathbf{I}_{ijkl,\tau}$ は

$$(\partial \mathbf{I}_{ijkl,\tau})_\mu = [(\sigma_\mu \xi_k)_\tau \Sigma_{jl} + \xi_{k\tau} \langle \sigma_\mu \rangle_{jl} + \xi_{l\tau} \langle \sigma_\mu \rangle_{jk} + (\sigma_\mu \xi_l)_\tau \Sigma_{jk}], \quad (\text{B.3.16})$$

で定義される。

クーロン力の微分は次の表式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle V_{\text{coulomb}} \rangle}{\partial Z_{h\tau}^*} &= \sum_{i,j,k,l} \mathcal{E}_{hj,kl}^{(2)} \delta_{\tau i p} \delta_{\tau j p} \delta_{\tau k p} \delta_{\tau l p} B_{ik} B_{jl} \sum_n (1 - \lambda_n)^{\frac{3}{2}} v_n E_n \\ &\quad \times [\{X_{k\tau} - 2\sqrt{\nu} \lambda_n (R_{ik,\tau} - R_{jl,\tau})\} \delta_{ih} + G_{ih,\tau}], \end{aligned} \quad (\text{B.3.17})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle V_{\text{coulomb}} \rangle}{\partial \eta_{h\tau}^*} &= \sum_{i,j,k,l} \mathcal{E}_{hj,kl}^{(2)} \delta_{\tau i p} \delta_{\tau j p} \delta_{\tau k p} \delta_{\tau l p} \beta_{ik} (\delta_{ih} \xi_{k\tau} + g_{ih,\tau} \Sigma_{ik}) B_{jl} \\ &\quad \times \sum_n (1 - \lambda_n)^{\frac{3}{2}} v_n E_n \end{aligned} \quad (\text{B.3.18})$$

三体の中心力の微分は次の表式で与えられる。

$$\frac{\partial \langle V_{\text{central}}^{(3)} \rangle}{\partial Z_{h\tau}^*} = \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j,k, \\ l,m,n}} \mathcal{E}_{hjk,lmn}^{(3)} \langle ijk | v_{123}^{\text{central}} | lmn \rangle \left[G_{ih,\tau} - \frac{\delta_{ih}}{3} (2Z_{i\tau}^* - Z_{j\tau}^* - Z_{k\tau}^* - X_{l\tau} - X_{m\tau} - X_{n\tau}) \right], \quad (\text{B.3.19})$$

$$\frac{\partial \langle V_{\text{central}}^{(3)} \rangle}{\partial \eta_{h\tau}^*} = \frac{1}{6\sqrt{3}} \left(\frac{2\nu}{\pi} \right)^3 \nu^{(3)} \sum_{\substack{i,j,k, \\ l,m,n}} \mathcal{E}_{hjk,lmn}^{(3)} \times B_{jm} B_{kn} E_{ijlm} E_{jkmn} E_{kinl} (g_{ih,\tau} B_{il} + \delta_{ih} \xi_{l\tau} \beta_{il} T_{il}) \quad (\text{B.3.20})$$

最後にコスト関数の微分の表式を与える。その際に必要となる $\langle r_{\mu} r_{\nu} \rangle$ の微分を書き下すと、以下の表式で与えられる。

$$\frac{\partial \langle r_{\mu} r_{\nu} \rangle}{\partial Z_{h\tau}^*} = \frac{1}{4\nu A} \sum_j B_{jh}^{-1} \left[B_{hj} \left\{ X_{j\tau} (Z_{h\mu}^* + X_{j\mu}) (Z_{h\nu}^* + X_{j\nu}) + \delta_{\mu\tau} (Z_{h\nu}^* + X_{j\nu}) + \delta_{\nu\tau} (Z_{h\mu}^* + X_{j\mu}) \right\} + \sum_i G_{ih,\tau} B_{ij} (Z_{i\mu}^* + X_{j\mu}) (Z_{i\nu}^* + X_{j\nu}) \right], \quad (\text{B.3.21})$$

$$\frac{\partial \langle r_{\mu} r_{\nu} \rangle}{\partial \eta_{h\tau}^*} = \frac{1}{4\nu A} \sum_j B_{jh}^{-1} \left[\xi_{j\tau} \beta_{hj} T_{hj} (Z_{h\mu}^* + X_{j\mu}) (Z_{h\nu}^* + X_{j\nu}) + \sum_i g_{ih,\tau} B_{ij} (Z_{i\mu}^* + X_{j\mu}) (Z_{i\nu}^* + X_{j\nu}) \right] \quad (\text{B.3.22})$$

このとき、 $\langle \beta \cos \gamma \rangle$ および $\langle \beta \sin \gamma \rangle$ の微分は

$$\partial(\langle \beta \cos \gamma \rangle) = \frac{\sqrt{5\pi}}{3} \frac{1}{R^2} \partial(2\langle z^2 \rangle - \langle x^2 \rangle - \langle y^2 \rangle) - \beta \cos \gamma \frac{\partial R^2}{R^2}, \quad (\text{B.3.23})$$

$$\partial(\langle \beta \sin \gamma \rangle) = \frac{\sqrt{5\pi}}{3} \frac{1}{R^2} \partial(\langle x^2 \rangle - \langle y^2 \rangle) - \beta \sin \gamma \frac{\partial R^2}{R^2}, \quad (\text{B.3.24})$$

で与えられる。ただし、微分 ∂ は空間またはスピン微分を表している。よって、コスト関数 $\langle V_{\beta\gamma} \rangle$ の微分は次の式で求まる。

$$\begin{aligned} \partial \langle V_{\beta\gamma} \rangle &= 2\lambda_{\beta\gamma 1} (\langle \beta \cos \gamma \rangle - \beta_0 \cos \gamma_0) \partial(\langle \beta \cos \gamma \rangle) \\ &\quad + 2\lambda_{\beta\gamma 2} (\langle \beta \sin \gamma \rangle - \beta_0 \sin \gamma_0) \partial(\langle \beta \sin \gamma \rangle) \end{aligned} \quad (\text{B.3.25})$$

また、 $\langle \beta \rangle$ は式 (B.2.21) で与えられるため、その微分は

$$\partial \langle \beta \rangle = \frac{1}{\langle \beta \rangle} (\langle \beta \cos \gamma \rangle \partial \langle \beta \cos \gamma \rangle + \langle \beta \sin \gamma \rangle \partial \langle \beta \sin \gamma \rangle), \quad (\text{B.3.26})$$

と書ける。よって、コスト関数 V_{β} の微分は次の式で求まる。

$$\partial \langle V_{\beta} \rangle = \lambda_{\beta} \frac{2}{\langle \beta \rangle} (\langle \beta \rangle - \beta_0) (\langle \beta \cos \gamma \rangle \partial \langle \beta \cos \gamma \rangle + \langle \beta \sin \gamma \rangle \partial \langle \beta \sin \gamma \rangle) \quad (\text{B.3.27})$$

B.4 射影された状態間の行列要素

本節では射影後変分を行うために必要な射影された状態間の行列要素の表式を与える。パリティ射影および K 射影演算子は次の形で与えられる。

$$P^\pi = \frac{1 + \pi P_r}{2}, \quad (\text{B.4.1})$$

$$P_K = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta e^{-iK\theta} R_Z(\theta) \quad (\text{B.4.2})$$

ここで、 P_r は空間反転演算子、 $R_Z(\theta)$ は Z 軸周りで θ 回転させる演算子である。パリティ射影演算子は AMD 波動関数に作用すると $P^\pi|\Phi(\mathbf{X})\rangle = |\Phi(-\mathbf{X})\rangle$ と変換される。パリティ射影された状態間のハミルトニアン行列要素は

$$\begin{aligned} \frac{\langle\Psi|(P^\pi)^\dagger H P^\pi|\Phi\rangle}{\langle\Psi|(P^\pi)^\dagger P^\pi|\Phi\rangle} &= \frac{\langle\Psi|H P^\pi|\Phi\rangle}{\langle\Psi|P^\pi|\Phi\rangle} \\ &= \frac{h_1 n_1 + \pi h_2 n_2}{n_1 + \pi n_2}, \end{aligned} \quad (\text{B.4.3})$$

で求まる。ただし、

$$n_1 = \langle\Psi|\Phi\rangle, \quad (\text{B.4.4})$$

$$n_2 = \langle\Psi|P_r|\Phi\rangle, \quad (\text{B.4.5})$$

$$h_1 = \langle\Psi|H|\Phi\rangle/n_1, \quad (\text{B.4.6})$$

$$h_2 = \langle\Psi|H P_r|\Phi\rangle/n_2, \quad (\text{B.4.7})$$

である。このとき、空間またはスピン微分は次の式で与えられる。

$$\begin{aligned} \partial \left(\frac{\langle\Psi|H P^\pi|\Phi\rangle}{\langle\Psi|P^\pi|\Phi\rangle} \right) &= \frac{1}{n_1 + \pi n_2} (n_1 \partial h_1 + \pi n_2 \partial h_2) \\ &\quad + \pi \frac{h_1 - h_2}{(n_1 + \pi n_2)^2} (n_2 \partial n_1 - n_1 \partial n_2) \end{aligned} \quad (\text{B.4.8})$$

次にパリティ射影および K 射影された状態間のハミルトニアンの行列要素は以下で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\langle\Psi|(P_K P^\pi)^\dagger H P_K P^\pi|\Phi\rangle}{\langle\Psi|(P_K P^\pi)^\dagger P_K P^\pi|\Phi\rangle} &= \frac{\langle\Psi|H P_K P^\pi|\Phi\rangle}{\langle\Psi|P_K P^\pi|\Phi\rangle} \\ &= \frac{\int_0^{2\pi} d\theta e^{-iK\theta} \{h_1(\theta)n_1(\theta) + \pi h_2(\theta)n_2(\theta)\}}{\int_0^{2\pi} d\theta e^{-iK\theta} \{n_1(\theta) + \pi n_2(\theta)\}} \end{aligned} \quad (\text{B.4.9})$$

ただし、

$$n_1(\theta) = \langle\Psi|R_Z(\theta)|\Phi\rangle, \quad (\text{B.4.10})$$

$$n_2(\theta) = \langle\Psi|R_Z(\theta)P_r|\Phi\rangle, \quad (\text{B.4.11})$$

$$h_1(\theta) = \langle\Psi|H R_Z(\theta)|\Phi\rangle/n_1(\theta), \quad (\text{B.4.12})$$

$$h_2(\theta) = \langle\Psi|H R_Z(\theta)P_r|\Phi\rangle/n_2(\theta), \quad (\text{B.4.13})$$

である。空間またはスピン微分は次の式で与えられる。

$$\begin{aligned}
& \partial \left(\frac{\langle \Psi | H P_K P^\pi | \Phi \rangle}{\langle \Psi | P_K P^\pi | \Phi \rangle} \right) \\
&= \frac{\int_0^{2\pi} d\theta e^{-iK\theta} \{n_1(\theta) \partial h_1(\theta) + h_1(\theta) \partial n_1(\theta) + \pi n_2(\theta) \partial h_2(\theta) + \pi h_2(\theta) \partial n_2(\theta)\}}{\int_0^{2\pi} d\theta e^{-iK\theta} \{n_1(\theta) + \pi n_2(\theta)\}} \\
&\quad - \frac{\int_0^{2\pi} d\theta e^{-iK\theta} \{\partial n_1(\theta) + \pi \partial n_2(\theta)\}}{\left(\int_0^{2\pi} d\theta e^{-iK\theta} \{n_1(\theta) + \pi n_2(\theta)\} \right)^2} \int_0^{2\pi} d\theta e^{-iK\theta} \{h_1(\theta) n_1(\theta) + \pi h_2(\theta) n_2(\theta)\}
\end{aligned} \tag{B.4.14}$$

B.5 遷移行列要素

本節では解析に用いた遷移行列要素の表式を与える。まず、式 (2.2.10) および式 (2.2.9) で与えられる CD・TD 演算子は以下の形に書き換えられる。

$$\begin{aligned}
M_{\text{CD}}(-1) &= \frac{-i}{20c} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \int d\mathbf{r} [(-3x^2 - y^2 - z^2 + 2ixy)j_x \\
&\quad + (x^2 + 3y^2 + z^2 + 2ixy)ij_y - 2(x - iy)zj_z],
\end{aligned} \tag{B.5.1}$$

$$M_{\text{CD}}(0) = \frac{i}{20c} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \int d\mathbf{r} [2xzj_x + 2yzi j_y + (x^2 + y^2 + 3z^2)j_z], \tag{B.5.2}$$

$$\begin{aligned}
M_{\text{CD}}(1) &= \frac{-i}{20c} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \int d\mathbf{r} [(3x^2 + y^2 + z^2 + 2ixy)j_x \\
&\quad + (x^2 + 3y^2 + z^2 - 2ixy)ij_y + 2(x + iy)zj_z],
\end{aligned} \tag{B.5.3}$$

$$\begin{aligned}
M_{\text{TD}}(-1) &= \frac{-i}{20c} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \int d\mathbf{r} [(x^2 + 2y^2 + 2z^2 + ixy)j_x \\
&\quad + (-2x^2 - y^2 - 2z^2 + ixy)ij_y + (-x + iy)zj_z],
\end{aligned} \tag{B.5.4}$$

$$M_{\text{TD}}(0) = \frac{-i}{20c} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \int d\mathbf{r} [-xzj_x - yzi j_y + (2x^2 + 2y^2 + z^2)j_z], \tag{B.5.5}$$

$$\begin{aligned}
M_{\text{TD}}(1) &= \frac{-i}{20c} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \int d\mathbf{r} [(-x^2 - 2y^2 - 2z^2 + ixy)j_x \\
&\quad + (-2x^2 - y^2 - 2z^2 - ixy)ij_y + (x + iy)zj_z]
\end{aligned} \tag{B.5.6}$$

ここで、 j_σ ($\sigma = x, y, z$) は式 (2.2.12) で与えられる $\mathbf{j}_{\text{nucl}}(\mathbf{r})$ の各成分であり、引数は省略した。current 演算子は一体演算子 $\mathbf{j}_{\text{nucl}}(\mathbf{r}) = \sum \mathbf{j}^{(\text{sp})}(\mathbf{r})$ であるので、CD・TD 演算子も一体演算子である。そこで、

$$\int d\mathbf{r} \langle \Psi | j_{\alpha r \beta r \gamma} | \Phi \rangle = \frac{\hbar}{m} i \sqrt{v} \sum_{i,j} B_{ji}^{-1} B_{ij} (\mathbf{Z}_i^* - \mathbf{X}_j)_\alpha \left(R_{ij,\beta} R_{ij,\gamma} + \delta_{\beta\gamma} \frac{1}{4v} \right), \tag{B.5.7}$$

を用いて, CD・TD 演算子の行列要素は以下で与えられる.

$$\begin{aligned} \langle \Psi | M_{\text{CD}}(-1) | \Phi \rangle &= \frac{C}{\sqrt{2}} \sum_{i,j} B_{ji}^{-1} B_{ij} \left[-2K_{ij,z} R_{ij,z} (R_{ij,x} - iR_{ij,y}) \right. \\ &\quad + K_{ij,x} \left(-\frac{5}{4\nu} - 3R_{ij,x}^2 - R_{ij,y}^2 - R_{ij,z}^2 + 2iR_{ij,x}R_{ij,y} \right) \\ &\quad \left. + iK_{ij,y} \left(\frac{5}{4\nu} + R_{ij,x}^2 + 3R_{ij,y}^2 + R_{ij,z}^2 + 2iR_{ij,x}R_{ij,y} \right) \right], \end{aligned} \quad (\text{B.5.8})$$

$$\begin{aligned} \langle \Psi | M_{\text{CD}}(0) | \Phi \rangle &= C \sum_{i,j} B_{ji}^{-1} B_{ij} \left[-2K_{ij,x} R_{ij,x} R_{ij,z} - 2K_{ij,y} R_{ij,y} R_{ij,z} \right. \\ &\quad \left. - K_{ij,z} \left(\frac{5}{4\nu} + R_{ij,x}^2 + R_{ij,y}^2 + 3R_{ij,z}^2 \right) \right], \end{aligned} \quad (\text{B.5.9})$$

$$\begin{aligned} \langle \Psi | M_{\text{CD}}(1) | \Phi \rangle &= \frac{C}{\sqrt{2}} \sum_{i,j} B_{ji}^{-1} B_{ij} \left[2K_{ij,z} R_{ij,z} (R_{ij,x} + iR_{ij,y}) \right. \\ &\quad + K_{ij,x} \left(\frac{5}{4\nu} + 3R_{ij,x}^2 + R_{ij,y}^2 + R_{ij,z}^2 + 2iR_{ij,x}R_{ij,y} \right) \\ &\quad \left. + iK_{ij,y} \left(\frac{5}{4\nu} + R_{ij,x}^2 + 3R_{ij,y}^2 + R_{ij,z}^2 - 2iR_{ij,x}R_{ij,y} \right) \right], \end{aligned} \quad (\text{B.5.10})$$

$$\begin{aligned} \langle \Psi | M_{\text{TD}}(-1) | \Phi \rangle &= \frac{C}{\sqrt{2}} \sum_{i,j} B_{ji}^{-1} B_{ij} \left[-K_{ij,z} R_{ij,z} (R_{ij,x} - iR_{ij,y}) \right. \\ &\quad + K_{ij,x} \left(\frac{5}{4\nu} + R_{ij,x}^2 + 2R_{ij,y}^2 + 2R_{ij,z}^2 + iR_{ij,x}R_{ij,y} \right) \\ &\quad \left. - iK_{ij,y} \left(\frac{5}{4\nu} + 2R_{ij,x}^2 + R_{ij,y}^2 + 2R_{ij,z}^2 - iR_{ij,x}R_{ij,y} \right) \right], \end{aligned} \quad (\text{B.5.11})$$

$$\begin{aligned} \langle \Psi | M_{\text{TD}}(0) | \Phi \rangle &= C \sum_{i,j} B_{ji}^{-1} B_{ij} \left[-K_{ij,x} R_{ij,x} R_{ij,z} - K_{ij,y} R_{ij,y} R_{ij,z} \right. \\ &\quad \left. + K_{ij,z} \left(\frac{5}{4\nu} + 2R_{ij,x}^2 + 2R_{ij,y}^2 + R_{ij,z}^2 \right) \right], \end{aligned} \quad (\text{B.5.12})$$

$$\begin{aligned} \langle \Psi | M_{\text{TD}}(1) | \Phi \rangle &= \frac{C}{\sqrt{2}} \sum_{i,j} B_{ji}^{-1} B_{ij} \left[K_{ij,z} R_{ij,z} (R_{ij,x} + iR_{ij,y}) \right. \\ &\quad - K_{ij,x} \left(\frac{5}{4\nu} + R_{ij,x}^2 + 2R_{ij,y}^2 + 2R_{ij,z}^2 - iR_{ij,x}R_{ij,y} \right) \\ &\quad \left. - iK_{ij,y} \left(\frac{5}{4\nu} + 2R_{ij,x}^2 + R_{ij,y}^2 + 2R_{ij,z}^2 + iR_{ij,x}R_{ij,y} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.5.13})$$

ここでは, 簡単のため $C \equiv \det B \hbar \sqrt{3\nu} / (20\sqrt{\pi} m c)$, $K_{ij,\alpha} \equiv (\mathbf{Z}_i^* - \mathbf{X}_j)_\alpha$ とした.

次に, ISD 演算子に対する EWSR の表式 (2.2.17) を求めるために必要となる $\langle \Psi | r^4 | \Phi \rangle$ および $\langle \Psi | r^2 | \Phi \rangle$ を求める. ただし,

$$r^\lambda = \frac{1}{A} \sum_i (r_i - r_G)^\lambda, \quad (\lambda = 2 \text{ or } 4), \quad (\text{B.5.14})$$

である。ここで、

$$r_\mu^2 r_\nu^2 = \frac{1}{A} \sum_i (r_{i\mu} - r_{G,\mu})^2 (r_{i\nu} - r_{G,\nu})^2, \quad (\text{B.5.15})$$

を導入すると、 r^4 演算子は以下の形に書き表される。

$$r^4 = \sum_{\mu,\nu} r_\mu^2 r_\nu^2 \quad (\text{B.5.16})$$

従って、 $r_\mu^2 r_\nu^2$ に対する行列要素の表式を与えれば、 r^4 演算子に対する行列要素が求まる。 r_μ^2 および $r_\mu^2 r_\nu^2$ の行列要素は以下で与えられる。

$$\frac{\langle \Psi | r_\mu^2 | \Phi \rangle}{\langle \Psi | \Phi \rangle} = \frac{A-1}{4\nu A} + \frac{1}{A} \langle \tilde{R}_\mu^2 \rangle - \tilde{R}_{G,\mu}^2, \quad (\text{B.5.17})$$

$$\begin{aligned} \frac{\langle \Psi | r_\mu^2 r_\nu^2 | \Phi \rangle}{\langle \Psi | \Phi \rangle} &= \frac{1}{16A^4 \nu^2} \left[(1 + 2\delta_{\mu\nu}) A^2 (A-1)^2 + A^2 (A-1) (\langle \tilde{R}_\mu^2 \rangle + \langle \tilde{R}_\nu^2 \rangle) + A^3 \langle \tilde{R}_\mu^2 \tilde{R}_\nu^2 \rangle \right. \\ &\quad - 2A^3 (\tilde{R}_{G,\mu} \langle \tilde{R}_\nu^2 \tilde{R}_\mu \rangle + \tilde{R}_{G,\nu} \langle \tilde{R}_\mu^2 \tilde{R}_\nu \rangle) - A^3 (A-1) (\tilde{R}_{G,\mu}^2 + \tilde{R}_{G,\nu}^2) \\ &\quad + A^3 (\tilde{R}_{G,\mu}^2 \langle \tilde{R}_\nu^2 \rangle + 4\tilde{R}_{G,\mu} \tilde{R}_{G,\nu} \langle \tilde{R}_\mu \tilde{R}_\nu \rangle + \tilde{R}_{G,\nu}^2 \langle \tilde{R}_\mu^2 \rangle) + A^4 \tilde{R}_{G,\mu}^4 \\ &\quad \left. + \delta_{\mu\nu} (A-1) \left\{ 2(A^2 - 3A + 3) (\langle \tilde{R}_\mu^2 \rangle + \langle \tilde{R}_\nu^2 \rangle) + 12(A-1) \langle \tilde{R}_\mu \tilde{R}_\nu \rangle \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 4A^3 \tilde{R}_{G,\mu} \tilde{R}_{G,\nu} \right\} \right] \quad (\text{B.5.18}) \end{aligned}$$

ここで、 $\tilde{R}_{ij,\mu} = 2\sqrt{\nu} R_{ij,\mu}$, $\tilde{R}_{G,\mu} = Z_{G,\mu}^* + X_{G,\mu}$, および

$$\langle \tilde{R}_\mu \rangle = \sum_{i,j} B_{ji}^{-1} B_{ij} \tilde{R}_{ij,\mu}, \quad (\text{B.5.19})$$

$$\langle \tilde{R}_\mu \tilde{R}_\nu \rangle = \sum_{i,j} B_{ji}^{-1} B_{ij} \tilde{R}_{ij,\mu} \tilde{R}_{ij,\nu}, \quad (\text{B.5.20})$$

$$\langle \tilde{R}_\mu^2 \tilde{R}_\nu \rangle = \sum_{i,j} B_{ji}^{-1} B_{ij} \tilde{R}_{ij,\mu}^2 \tilde{R}_{ij,\nu}, \quad (\text{B.5.21})$$

$$\langle \tilde{R}_\mu^2 \tilde{R}_\nu^2 \rangle = \sum_{i,j} B_{ji}^{-1} B_{ij} \tilde{R}_{ij,\mu}^2 \tilde{R}_{ij,\nu}^2, \quad (\text{B.5.22})$$

を用いた。

謝辞

本論文は、著者が京都大学大学院理学研究科物理学・宇宙物理学専攻博士後期課程在学中に原子核理論研究室において行った研究をまとめたものである。本研究を遂行し、学位論文としてまとめるに当たり、本学所属の金田佳子准教授には多大なご支援およびご指導を賜った。金田氏には学部の卒業研究から六年もの間、原子核理論の基礎から、研究者として必要な教養に至るまで、様々なことをご教授頂いた。本学位論文は金田氏の存在なしには完成しなかったものであり、ここに深く感謝の意を表す。また、本論文をご精読頂き、有用なコメントを頂きました本学所属の萩野浩一教授にも厚く感謝申し上げる。発表での活発な議論を通じて、鋭いご指摘や有用な意見を賜りました核多体系サブグループの皆様にも深く感謝申し上げます。最後に、素晴らしい研究環境を整えて頂き、本研究を支えてくださった本研究室の皆様にも心より感謝の意を表す。本研究の数値計算には京都大学基礎物理学研究所のスーパーコンピュータを使用させて頂いた。本研究は JSPS 科研費 18J20926 の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] M. Goldhaber and E. Teller, *Phys. Rev.* **74**, 1046 (1948).
- [2] B. Berman and S. Fultz, *Rev. Mod. Phys.* **47**, 713 (1975).
- [3] J. Piekarewicz, *Eur. Phys. J. A* **50**, 25 (2014).
- [4] D. Guillemaud-Mueller *et al.*, *Nucl. Phys. A* **426**, 37 (1984).
- [5] E. K. Warburton, J. A. Becker, and B. A. Brown, *Phys. Rev. C* **41**, 1147 (1990).
- [6] T. Suzuki *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3241 (1995).
- [7] I. Tanihata *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2676 (1985).
- [8] T. Aumann and T. Nakamura, *Phys Scr* **2013**, 014012 (2013).
- [9] N. Paar, D. Vretenar, E. Khan, and G. Colo, *Rept. Prog. Phys.* **70**, 691 (2007).
- [10] D. Savran, T. Aumann, and A. Zilges, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **70**, 210 (2013).
- [11] A. Bracco, F. Crespi, and E. Lanza, *Eur. Phys. J. A* **51**, 99 (2015).
- [12] A. Bracco, E. Lanza, and A. Tamii, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **106**, 360 (2019).
- [13] S. Goriely and E. Khan, *Nucl. Phys. A* **706**, 217 (2002).
- [14] S. Goriely, E. Khan, and M. Samyn, *Nucl. Phys. A* **739**, 331 (2004).
- [15] S. Goriely, *Phys. Lett. B* **436**, 10 (1998).
- [16] S. Goriely, P. Demetriou, H. T. Janka, J. Pearson, and M. Samyn, *Nucl. Phys. A* **758**, 587 (2005).
- [17] G. Colò, U. Garg, and H. Sagawa, *Eur. Phys. J. A* **50**, 26 (2014).
- [18] M. B. Tsang *et al.*, *Phys. Rev. C* **86**, 015803 (2012).
- [19] U. Garg, *Nucl. Phys. A* **649**, 66 (1999).
- [20] E. Tryggestad *et al.*, *Phys. Lett. B* **541**, 52 (2002).
- [21] E. Tryggestad *et al.*, *Phys. Rev. C* **67**, 064309 (2003).
- [22] N. Nakatsuka *et al.*, *Phys. Lett. B* **768**, 387 (2017).
- [23] T. Hartmann, J. Enders, P. Mohr, K. Vogt, S. Volz, and A. Zilges, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 274 (2000).
- [24] V. Derya *et al.*, *Phys. Lett. B* **730**, 288 (2014).
- [25] K. Govaert *et al.*, *Phys. Rev. C* **57**, 2229 (1998).
- [26] J. Endres *et al.*, *Phys. Rev. C* **85**, 064331 (2012).
- [27] T. Inakura and Y. Togano, *Phys. Rev. C* **97**, 054330 (2018).
- [28] B. A. Brown, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 5296 (2000).

- [29] K. S. Kumar, *Ann Phys (N Y)* **412**, 168012 (2020).
- [30] P. Van Isacker, M. A. Nagarajan, and D. D. Warner, *Phys. Rev. C* **45**, R13 (1992).
- [31] J. Piekarewicz, *Phys. Rev. C* **73**, 044325 (2006).
- [32] A. Tamii *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 062502 (2011).
- [33] J. Piekarewicz *et al.*, *Phys. Rev. C* **85**, 041302 (2012).
- [34] J. Birkhan *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 252501 (2017).
- [35] T. Inakura, T. Nakatsukasa, and K. Yabana, *Phys. Rev. C* **84**, 021302 (2011).
- [36] J. Gibelin *et al.*, *Nucl. Phys. A* **788**, 153 (2007).
- [37] J. Gibelin *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 212503 (2008).
- [38] B. John *et al.*, *Phys. Rev. C* **68**, 014305 (2003).
- [39] M. N. Harakeh and A. E. L. Dieperink, *Phys. Rev. C* **23**, 2329 (1981).
- [40] D. H. Youngblood, Y. W. Lui, and H. L. Clark, *Phys. Rev. C* **65**, 034302 (2002).
- [41] T. D. Poelhekkens *et al.*, *Phys. Lett. B* **278**, 423 (1992).
- [42] K. Ikeda, INS Report JHP-7 (in Japan) (1988).
- [43] R. Mohan, M. Danos, and L. C. Biedenharn, *Phys. Rev. C* **3**, 1740 (1971).
- [44] Y. Suzuki, K. Ikeda, and H. Sato, *Prog. Theor. Phys.* **83**, 180 (1990).
- [45] D. Vretenar, N. Paar, P. Ring, and G. A. Lalazissis, *Nucl. Phys. A* **692**, 496 (2001).
- [46] G. Colo and P. F. Bortignon, *Nucl. Phys. A* **696**, 427 (2001).
- [47] D. Sarchi, *Phys. Lett. B* **601**, 27 (2004).
- [48] L.-G. Cao and Z.-Y. Ma, *Phys. Rev. C* **71**, 034305 (2005).
- [49] J. Terasaki and J. Engel, *Phys. Rev. C* **74**, 044301 (2006).
- [50] K. Yoshida and N. Van Giai, *Phys. Rev. C* **78**, 014305 (2008).
- [51] V. M. Dubovik and A. A. Cheshkov, *Sov. J. Part. Nucl.* **5**, 318 (1975).
- [52] V. M. Dubovik and L. A. Tosunyan, *Sov. J. Part. Nucl.* **14(5)**, 504 (1983).
- [53] S. F. Semenko, *Sov. J. Nucl. Phys.* **34**, 356 (1981).
- [54] S. Misicu, *Phys. Rev. C* **73**, 024301 (2006).
- [55] D. G. Ravenhall and J. Wambach, *Nucl. Phys. A* **475**, 468 (1987).
- [56] N. Ryezayeva *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 272502 (2002).
- [57] D. Vretenar, N. Paar, and P. Ring, *Phys. Rev. C* **65**, 021301 (2002).
- [58] J. Kvasil, N. L. Iudice, C. Stoyanov, and P. Alexa, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **29**, 753 (2003).
- [59] J. Kvasil *et al.*, *Phys. Rev. C* **84**, 034303 (2011).
- [60] A. Repko, P. G. Reinhard, V. O. Nesterenko, and J. Kvasil, *Phys. Rev. C* **87**, 024305 (2013).
- [61] P. G. Reinhard, V. O. Nesterenko, A. Repko, and J. Kvasil, *Phys. Rev. C* **89**, 024321 (2014).
- [62] Y. Chiba, M. Kimura, and Y. Taniguchi, *Phys. Rev. C* **93**, 034319 (2016).
- [63] V. O. Nesterenko, A. Repko, J. Kvasil, and P. G. Reinhard, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 182501 (2018).
- [64] V. O. Nesterenko *et al.*, *Phys. Atom. Nucl.* **79**, 842 (2016).
- [65] J. Kvasil *et al.*, *Eur. Phys. J. A* **49**, 119 (2013).

- [66] A. Repko, J. Kvasil, V. O. Nesterenko, and P. G. Reinhard, *Eur. Phys. J. A* **53**, 221 (2017).
- [67] J. Kvasil, V. O. Nesterenko, W. Kleinig, and P. G. Reinhard, *Phys Scr* **89**, 054023 (2014).
- [68] Y. Kanada-En'yo and Y. Shikata, *Phys. Rev. C* **95**, 064319 (2017).
- [69] Y. Chiba, Y. Kanada-En'yo, and Y. Shikata, (2019), arXiv:1911.08734 [nucl-th] .
- [70] W. von Oertzen, M. Freer, and Y. Kanada-En'yo, *Phys. Rep.* **432**, 43 (2006).
- [71] H. Horiuchi, K. Ikeda, and K. Katō, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **192**, 1 (2012).
- [72] M. Freer *et al.*, *Rev. Mod. Phys.* **90**, 035004 (2018).
- [73] L. R. Hafstad and E. Teller, *Phys. Rev.* **54**, 681 (1938).
- [74] I. Shimodaya, R. Tamagaki, and H. Tanaka, *Prog. Theor. Phys.* **27**, 793 (1962).
- [75] R. Tamagaki and H. Tanaka, *Prog. Theor. Phys.* **34**, 191 (1965).
- [76] R. B. Wiringa *et al.*, *Phys. Rev. C* **62**, 014001 (2000).
- [77] E. Uegaki, S. Okabe, Y. Abe, and H. Tanaka, *Prog. Theor. Phys.* **57**, 1262 (1977).
- [78] E. Epelbaum, H. Krebs, D. Lee, and U.-G. Meißner, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 192501 (2011).
- [79] R. Bijker and F. Iachello, *Phys. Rev. C* **61**, 067305 (2000).
- [80] D. M. Dennison, *Phys. Rev.* **96**, 378 (1954).
- [81] W. Bauhoff, H. Schultheis, and R. Schultheis, *Phys. Rev. C* **29**, 1046 (1984).
- [82] M. Libert-Heinemann, D. Baye, and P.-H. Heenen, *Nucl. Phys. A* **339**, 429 (1980).
- [83] P. Descouvemont, *Phys. Rev. C* **44**, 306 (1991).
- [84] W. Horiuchi and Y. Suzuki, *Phys. Rev. C* **89**, 011304 (2014).
- [85] Y. Kanada-En'yo, *Phys. Rev. C* **89**, 024302 (2014).
- [86] R. Bijker and F. Iachello, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 152501 (2014).
- [87] M. Kimura, T. Suhara, and Y. Kanada-En'yo, *Eur. Phys. J. A* **52**, 373 (2016).
- [88] M. G. Mayer, *Phys. Rev.* **75**, 1969 (1949).
- [89] M. G. Mayer, *Phys. Rev.* **78**, 22 (1950).
- [90] O. Haxel, J. H. D. Jensen, and H. E. Suess, *Phys. Rev.* **75**, 1766 (1949).
- [91] D. M. Brink, in *Proceedings of the International School of Physics "E. Fermi"*, edited by C.L. Bloch (Academic, New York, 1965), p. 247.
- [92] S. Saito, *Prog. Theor. Phys.* **40**, 893 (1968).
- [93] S. Saito, *Prog. Theor. Phys.* **41**, 705 (1969).
- [94] N. Itagaki, H. Masui, M. Ito, and S. Aoyama, *Phys. Rev. C* **71**, 064307 (2005).
- [95] N. Itagaki, J. Cseh, and M. Płoszajczak, *Phys. Rev. C* **83**, 014302 (2011).
- [96] H. Matsuno and N. Itagaki, *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2017** (2017), 123D05.
- [97] D. J. Marín-Lámbarri *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 012502 (2014).
- [98] R. Bijker and F. Iachello, *Nucl. Phys. A* **957**, 154 (2017).
- [99] R. Bijker and F. Iachello, *Nucl. Phys. A* **1006**, 122077 (2021).
- [100] A. Ono, H. Horiuchi, T. Maruyama, and A. Ohnishi, *Prog. Theor. Phys.* **87**, 1185 (1992).
- [101] A. Ono, H. Horiuchi, T. Maruyama, and A. Ohnishi, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2898 (1992).

- [102] Y. Kanada-En'yo, H. Horiuchi, and A. Ono, Phys. Rev. C **52**, 628 (1995).
- [103] Y. Kanada-En'yo and H. Horiuchi, Prog. Theor. Phys. Suppl. **142**, 205 (2001).
- [104] Y. Kanada-En'yo, M. Kimura, and H. Horiuchi, C R Phys **4**, 497 (2003).
- [105] D. L. Hill and J. A. Wheeler, Phys. Rev. **89**, 1102 (1953).
- [106] J. J. Griffin and J. A. Wheeler, Phys. Rev. **108**, 311 (1957).
- [107] M. Seya, M. Kohno, and S. Nagata, Prog. Theor. Phys. **65**, 204 (1981).
- [108] W. von Oertzen, Z. Phys. A **354**, 37 (1996).
- [109] N. Itagaki and S. Okabe, Phys. Rev. C **61**, 044306 (2000).
- [110] N. Itagaki, S. Okabe, and K. Ikeda, Phys. Rev. C **62**, 034301 (2000).
- [111] N. Itagaki, S. Okabe, K. Ikeda, and I. Tanihata, Phys. Rev. C **64**, 014301 (2001).
- [112] M. Milin and W. von Oertzen, Eur. Phys. J. A **14**, 295 (2002).
- [113] Y. Liu *et al.*, Phys. Rev. Lett. **124**, 192501 (2020).
- [114] T. Baba, Y. Liu, J. X. Han, and Y. L. Ye, Phys. Rev. C **102**, 041302 (2020).
- [115] A. Dote, H. Horiuchi, and Y. Kanada-En'yo, Phys. Rev. C **56**, 1844 (1997).
- [116] Y. Taniguchi, M. Kimura, and H. Horiuchi, Prog. Theor. Phys. **112**, 475 (2004).
- [117] T. Suhara and Y. Kanada-En'yo, Prog. Theor. Phys. **123**, 303 (2010).
- [118] Y. Kanada-En'yo, Phys. Rev. Lett. **81**, 5291 (1998).
- [119] H. Morita and Y. Kanada-En'yo, Prog. Theor. Exp. Phys. **2016** (2016), 103D02.
- [120] Y. Kanada-En'yo, Phys. Rev. C **96**, 034306 (2017).
- [121] T. Yamada *et al.*, Phys. Rev. C **85**, 034315 (2012).
- [122] Y. Chiba, Y. Taniguchi, and M. Kimura, Phys. Rev. C **95**, 044328 (2017).
- [123] M. Kimura, Y. Chiba, and Y. Taniguchi, J. Phys. Conf. Ser. **863**, 012024 (2017).
- [124] D. H. Youngblood, Y. W. Lui, and H. L. Clark, Phys. Rev. C **60**, 014304 (1999).
- [125] Y. Kanada-En'yo, Y. Shikata, and H. Morita, Phys. Rev. C **97**, 014303 (2018).
- [126] Y. Kanada-En'yo and Y. Shikata, Phys. Rev. C **100**, 014301 (2019), 1903.01075 [nucl-th] .
- [127] Y. Ogawa, K. Arai, Y. Suzuki, and K. Varga, Nucl. Phys. A **673**, 122 (2000).
- [128] K. Fujimura, D. Baye, P. Descouvemont, Y. Suzuki, and K. Varga, Phys. Rev. C **59**, 817 (1999).
- [129] Y. Kanada-En'yo, H. Horiuchi, and A. Dote, Phys. Rev. C **60**, 064304 (1999).
- [130] P. Descouvemont, Nucl. Phys. A **699**, 463 (2002).
- [131] Y. Kanada-En'yo and T. Suhara, Phys. Rev. C **85**, 024303 (2012).
- [132] M. Ito, K. Kato, and K. Ikeda, Phys. Lett. B **588**, 43 (2004).
- [133] M. Ito, Phys. Lett. B **636**, 293 (2006).
- [134] Y. Kanada-En'yo, Phys. Rev. C **93**, 024322 (2016).
- [135] A. Volkov, Nucl. Phys. **74**, 33 (1965).
- [136] N. Yamaguchi, T. Kasahara, S. Nagata, and Y. Akaishi, Prog. Theor. Phys. **62**, 1018 (1979).
- [137] R. Tamagaki, Prog. Theor. Phys. **39**, 91 (1968).
- [138] C. Mattoon *et al.*, Phys. Rev. C **80**, 034318 (2009).

- [139] Y. Shikata and Y. Kanada-En'yo, Prog. Theor. Exp. Phys. **2020**, 073D01 (2020).
- [140] A. Leistenschneider *et al.*, Phys. Rev. Lett. **86**, 5442 (2001).
- [141] H. Sagawa and T. Suzuki, Nucl. Phys. A **687**, 111 (2001).
- [142] N. Paar, P. Ring, T. Niksic, and D. Vretenar, Phys. Rev. C **67**, 034312 (2003).
- [143] D. Baye and P. Descouvemont, Phys. Lett. B **146**, 285 (1984).
- [144] P. Descouvemont and D. Baye, Phys. Rev. C **31**, 2274 (1985).
- [145] N. Furutachi *et al.*, Prog. Theor. Phys. **119**, 403 (2008).
- [146] T. Baba and M. Kimura, Phys. Rev. C **100**, 064311 (2019).
- [147] T. Baba and M. Kimura, Phys. Rev. C **102**, 024317 (2020).
- [148] T. Ando, K. Ikeda, and A. Tohsaki-Suzuki, Prog. Theor. Phys. **64**, 1608 (1980).
- [149] Y. Kanada-En'yo, Prog. Theor. Phys. **117**, 655 (2007).
- [150] Y. Kanada-En'yo and K. Ogata, Phys. Rev. C **101**, 064308 (2020).
- [151] D. Tilley, H. Weller, and C. Cheves, Nucl. Phys. A **564**, 1 (1993).
- [152] A. Cunsolo *et al.*, Phys. Rev. C **24**, 476 (1981).
- [153] M. Avila *et al.*, Phys. Rev. C **90**, 024327 (2014).
- [154] M. Gai *et al.*, Phys. Rev. Lett. **50**, 239 (1983).
- [155] M. Gai, M. Ruscev, D. Bromley, and J. Olness, Phys. Rev. C **43**, 2127 (1991).
- [156] D. Tilley, H. Weller, C. Cheves, and R. Chasteler, Nucl. Phys. A **595**, 1 (1995).
- [157] Y. Kanada-En'yo and K. Ogata, Phys. Rev. C **100**, 064616 (2019).