

磁界解析の高精度化と高速化に向けた
巻線界磁形同期機の
電氣的・磁氣的モデル化手法に関する研究

竹内 活徳

目次

第 1 章	序論.....	1
1.1	研究対象とする巻線界磁形同期機の一般的な構造と用途.....	1
1.2	同期機の開発における磁界解析の重要性と課題.....	5
1.3	磁界解析の高精度化と高速化に対する研究事例と課題.....	7
1.3.1	回転機に共通の解析における研究事例.....	7
1.3.2	同期機に特有の解析における課題.....	8
1.4	本研究の目的と目標.....	13
1.5	本論文の構成.....	14
1.6	検討対象とした同期機の諸元と測定システムの構成.....	15
1.6.1	検討対象とした同期機の諸元.....	15
1.6.2	測定システムの構成.....	17
1.6.3	等価回路と巻数比の定義.....	19
第 2 章	無負荷飽和曲線の解析を高精度化するためのモデル化手法[2.1].....	29
2.1	2 章の検討内容.....	29
2.2	誤差要因を考慮しない場合の計算精度.....	30
2.3	インダクタンスに対する磁気回路の影響度と誤差発生個所の分析.....	35
2.3.1	インダクタンスに対する磁気回路の影響度分布.....	35
2.3.2	影響度分布による誤差発生個所の分析.....	37
2.3.3	影響度分布と等価回路の関係.....	42
2.4	各領域における誤差要因の考察.....	46
2.4.1	高電圧領域(領域 A)における誤差要因.....	46
2.4.2	中電圧領域(領域 B)における誤差要因.....	49
2.4.3	低電圧領域(領域 C)における誤差要因.....	51
2.5	最適化を用いたモデル化定数の同定.....	52
2.5.1	山登り法による最適化.....	52
2.5.2	モデル化定数の同定結果についての考察.....	56
2.6	実際の設計・製造現場における活用方法.....	64
2.7	2 章のまとめ.....	65

第3章	端部磁束のモデル化手法と二次元解析の補正法[3.1].....	69
3.1	3章の検討内容	69
3.2	端部磁束を正確に表現するための境界条件.....	70
3.3	部分三次元解析による端部インダクタンスの計算	72
3.3.1	端部インダクタンスの計算手順.....	72
3.3.2	境界条件が異なる解析を用いた端部インダクタンスの分解	73
3.4	二次元解析を高精度化するための補正法	76
3.4.1	端部インダクタンスの補正.....	76
3.4.2	端板に分流する磁束の補正.....	78
3.5	補正を考慮した二次元解析の計算精度	80
3.5.1	負荷状態における鎖交磁束の測定と解析	80
3.5.2	測定値と解析値の比較.....	82
3.6	磁気飽和が端部インダクタンスに与える影響の考察.....	84
3.7	3章のまとめ	87
第4章	提案したモデル化手法を適用した磁界解析の計算精度と計算時間	91
4.1	4章の検討内容	91
4.2	測定と解析の手順.....	91
4.2.1	測定手順	91
4.2.2	解析手順	94
4.3	計算精度と計算時間の評価.....	103
4.3.1	三次元解析における計算精度	103
4.3.2	二次元解析における計算精度	110
4.3.3	二次元解析による計算時間の短縮効果.....	113
4.4	4章のまとめ	115
第5章	インダクタンスを用いない同期機のモデル化手法[5.1].....	117
5.1	5章の検討内容	117
5.2	飽和関数を適用した電流条件同定法の提案	118
5.2.1	インダクタンスによって同期機をモデル化する場合の問題点	118
5.2.2	飽和関数を適用することによるメリット.....	120
5.3	飽和関数を含んだ連立方程式を解くために適した計算方法の提案	122
5.3.1	合成d軸励磁電流の導入	122
5.3.2	飽和関数の連続化における線形補間の導入	123

5.3.3	Newton-Raphson 法の導入.....	126
5.4	電流条件の計算精度に関する考察	127
5.4.1	飽和関数の算出における計算条件	127
5.4.2	解析点の分割数と計算精度の関係	129
5.4.3	線形補間の誤差と適切な分割数の決定方法	135
5.5	磁気飽和が電流条件に与える影響の考察.....	137
5.5.1	飽和関数に対する影響.....	137
5.5.2	電流条件の同定結果に対する影響.....	140
5.6	5章のまとめ	144
第6章	結論	147
	謝辞	151
付録 A	153
A.1	巻数比が磁気飽和によって変化する理由の定性的な説明	153
A.2	Schwarz-Christoffel 変換を用いたインダクタンスの計算.....	157
A.3	巻数や鉄心長を変更した場合の飽和関数	162
A.4	最大出力動作点における電流条件の同定	163

第1章 序論

1.1 研究対象とする巻線界磁形同期機の一般的な構造と用途

現在実用化されている回転機は、図 1.1 のようにまとめられる。様々な観点で分類できるが、その中の一つとして、駆動時の電流波形があり、これらは大きく、正弦波電流、非正弦波電流(矩形波など)、直流電流に分けられる。以下では、それぞれの回転機について、その用途や特徴などを述べる。

非正弦波電流で駆動される回転機の代表例として、ステッピングモータやスイッチトリラクタンスモータがある。前者は、回転角の制御性に優れており、高精度な位置決めが要求されるサーボモータとして広く用いられている。後者は、回転子が堅牢で機械強度を高められることから、 10000 min^{-1} 以上の高速回転が実現できる。このため、掃除機のファンモータなどに用いられているほか、電気自動車の主機モータとしての適用も期待されている[1.1], [1.2]。これらは、特殊な電流波形で駆動されることから、一般的な三相インバータではなく、専用のインバータで駆動されることが多く、上記に述べた特定の用途に特化した回転機と言える。

直流電流で駆動する回転機としては、整流子機(直流機)が挙げられる。最大の特徴は、電機子電圧の大きさによって回転数が容易に制御できることであり、この特徴を生かして、模型用モータなどの小容量から、鉄道車両用や鉄鋼圧延用の主機という大容量まで、広く用いられてきた。しかし近年では、半導体技術の進歩により、後述する同期機や誘導機の可変速駆動が容易になったことから、特に中・大容量機においては、整流子機の利用は少なくなっている[1.3], [1.4]。なお、整流子機は正弦波電流でも駆動できるが、その用途は限定的であるため、ここでは、直流機としての説明に留める。

現在、最も多く普及しているのが、正弦波電流(高調波を含む)で駆動される回転機である。これらは、図 1.1 に示したように、巻線界磁形同期機、永久磁石形同期機、同期リラクタンスモータ、誘導機に分けられる。経済産業省生産動態統計(2019 年度)によれば、交流発電機(主に、巻線界磁形同期機と考えられる)の生産量は、出力ベースで 19 GVA, PM モータ(主に、永久磁石形同期機と考えられる)は 71 GW, 誘導機は 11 GW となっている¹。直流機の 0.4 GW と比べて、回転機の大部分を占めているこ

¹ 経済産業省生産動態統計における回転機の種類と、本論文における分類(図 1.1)は異なるため、これらの数字は、各回転機における厳密な生産量ではなく、あくまで参考値と考えるべきである。例えば、交流発電機には、永久磁石形同期機や誘導機も含まれる。また、容量ベースの調査がなされていない小形電動機(70 W 未満)には、直流機などが含まれる。

とは容易に想像できる。永久磁石形同期機は、永久磁石によって界磁磁束を得る回転機であり、特に、希土類系磁石の実用化に伴って、急速に普及が進んでいる回転機である。先に参照した統計データより明らかのように、電気自動車やハイブリッド自動車などの移動体における主機として用いられており、その生産量は 66 GW と非常に多い。小形化や軽量化が容易であることから、移動体の性能向上に無くてはならない回転機であり、現在もさらなる高性能化が研究されている[1.5]。一方で、誘導機は、巻線界磁形同期機と並んで古くから利用されている回転機であり、家電製品から鉄道車両の主機、また産業用機器など、多様な用途で使用されている。自己始動ができるという特徴から、特に、商用電源で駆動されるポンプ、コンプレッサ、ブロアなどの産業用機器での利用が多く、国内における産業用電力量の 75%程度が誘導機で消費されているという試算もある[1.6]。同期リラクタンスモータは、回転子の磁気的な突極性によって得られるリラクタンストルクによって駆動する回転機である。近年では省エネルギー化だけでなく、省資源化も求められていることから、永久磁石が不要で、二次銅損も発生しないという特徴を活かして、誘導機に代わる高効率な産業用モータとして実用化が進められている[1.7], [1.8]。これらは、正弦波電流で駆動される代表的な回転機と言えるが、力率が制御できないという共通の欠点がある。この問題を解決できるのが、本研究において検討対象とする巻線界磁形同期機 (Wound-field synchronous machine) である。以降では、その特徴や用途について詳細に説明する。なお、混同の恐れがない場面では、単に同期機と略す。

図 1.2 は、同期機の一般的な構造を模式的に表したものである。固定子鉄心には電機子巻線、回転子鉄心には界磁巻線と制動巻線が設けられている。多くの場合、電機子巻線は三相となっており、電力系統やインバータから三相正弦波電圧 (インバータの場合は高調波を含む) が印加される。界磁巻線は、回転子の軸端部に設けられたスリップリングに接続されており、サイリスタ整流器などによって構成された可変電圧直流電源から電力が供給される。

同期機の最大の特徴は、界磁電流が自由に調整できることであり、他の回転機に比べて電気的な自由度が一つ多い。すなわち、永久磁石形同期機や誘導機の場合は、電機子巻線 (誘導機の場合は固定子巻線) に印加される三相交流の線間電圧実効値 V_a 、電气的または機械的な出力 P 、機械的な角速度 ω_m を決めると、無効電力 Q は従属的に決まってしまうが、同期機においては、それぞれを独立に制御できる。このため、同期機を用いたシステムにおいては、単に要求された機械出力や電気出力を得るだけでなく、力率も自由に制御できる。このため、例えば、回転機を力率 1 で運転す

ることにより、インバータや変圧器などの電源設備の皮相電力容量が小さくなる[1.9]ため、特に、電力容量が大きい設備においては、システム全体のコスト削減や無効電力量に起因したランニングコスト(電力料金)の削減が期待できる。このため、鉄鋼プラントにおける圧延機駆動用途[1.4], [1.10]など、MW 級以上の電動機が必要となる場合に、同期機が採用されている。また、火力・水力・原子力などの大容量の発電設備においては、無効電力の調整機能が求められるため、必然的に同期機が採用されている。一方で、スリップリングという摺動部品があるため、他の回転機と比べて、比較的短い期間での点検や部品交換が必要となる。このため、力率改善や無効電力の調整が求められない中・小容量の回転機においては、同期機の採用は少ない。励磁系にそれほど早い応答速度が求められない大容量の電動機や発電機においては、回転軸上に励磁用の小形発電機と整流器を設置し、界磁巻線に非接触で電力を供給するブラシレス励磁方式[1.11]-[1.14]を採用することで、メンテナンス性の問題を解決している。

以上のように、本研究で対象とする巻線界磁形同期機は、主に大容量の電動機や発電機として用いられており、我々の生活を支えている各種インフラ設備の稼働に欠かすことができない回転機である。特に近年では、再生可能エネルギーの大量投入を背景に、システムの安定性に対する同期機の貢献度が注目される[1.15]など、これまでとは別の視点でも、同期機の重要性が見直されている。したがって、これからの社会をより一層豊かにしていくために、同期機のさらなる高性能化が期待されており、技術開発を加速させる必要がある。

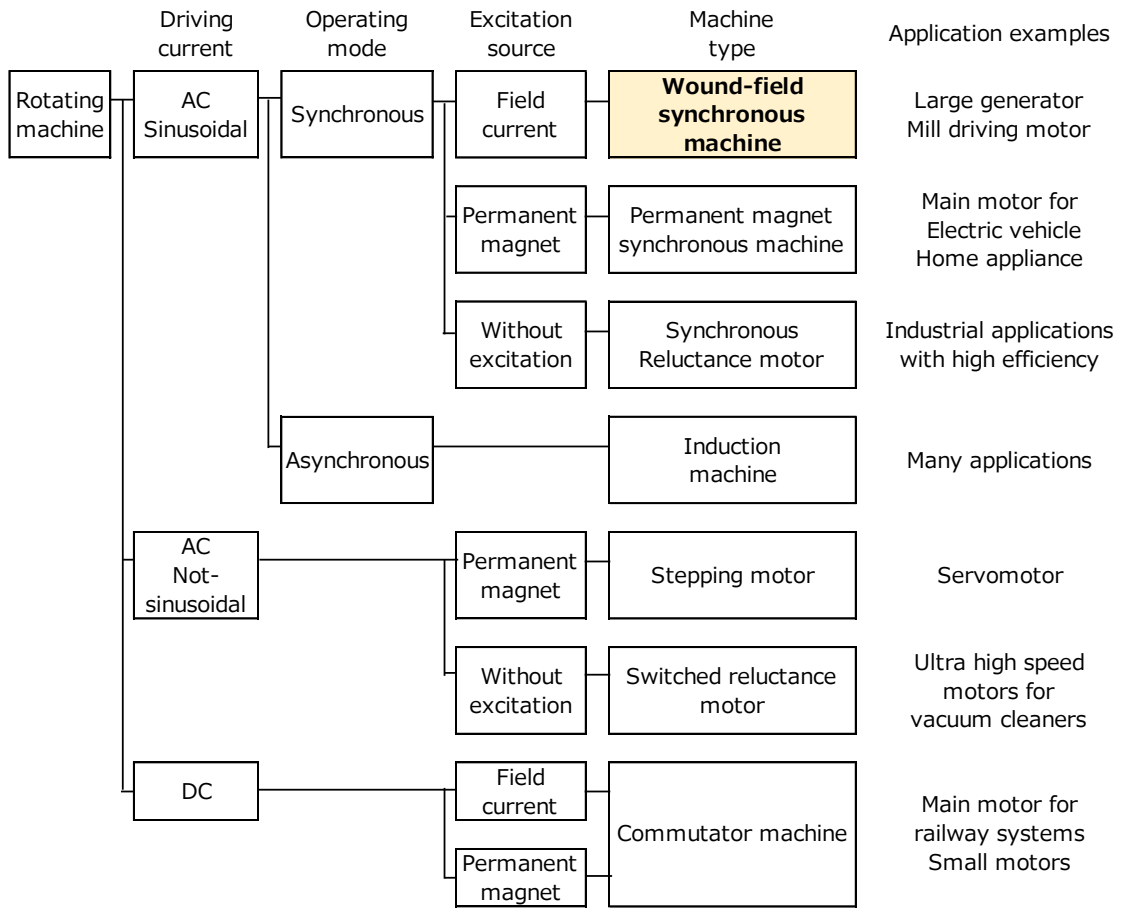


図 1.1 回転機の種類

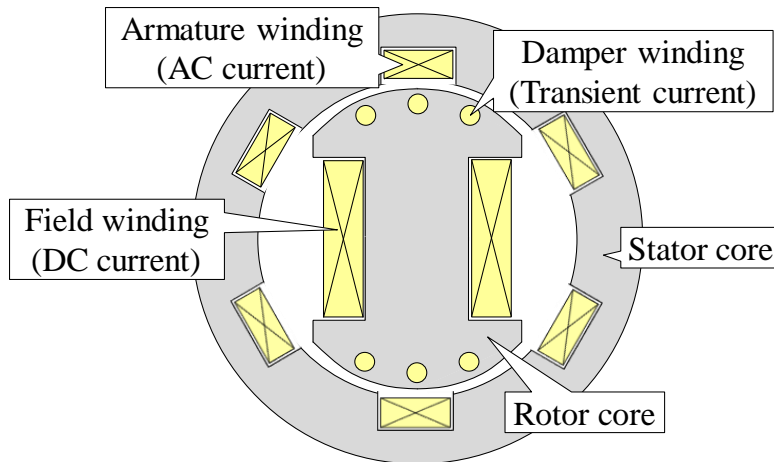


図 1.2 同期機の固定子と回転子の一般的な構造

1.2 同期機の開発における磁界解析の重要性と課題

近年では、回転機のみならず、さまざまな電気機器において、モデルベース開発 (Model based development: MBD) という考え方が定着しつつある[1.16]-[1.17]。用途や対象とする製品によって、MBD の細かな定義は異なるが、大枠の考え方は共通で、「試作機などの実物を用いる場面をできる限り少なくし、数値解析やシミュレーションを用いて効率的に開発すること」と言える。

図 1.3(a)は、回転機の開発における従来の作業フローを示している。「設計」、「試作」、「評価」の三種類に分けることができ、これらを繰り返すことによって、要求仕様を満たす製品を開発している。「試作」では、設計した回転機が所望の性能を満たしているかを評価するための回転機を製作する。正確に評価するためには、実機相当の試作機が必要となり、開発費や開発期間が増大する要因となる。特に、MW 級クラスの同期機においては、実機相当を試作することは容易ではなく、ミニモデルであっても相当の費用と期間を要する。「評価」では、試作機を対象として各種試験を実施するが、ここでも、大容量であることが問題となる。例えば、数 MW の試作機を評価するためには、同等容量の負荷機や電源などの電気設備が必要となる。また、MW 級の同期機は重量も大きく、これを安定して設置するためには、大規模な機械設備も用意しなければならない。このように、大容量ゆえに試作や評価が容易に実施できないということが、同期機の開発における大きな課題である。比較的容易に実施できる無負荷試験や短絡試験の結果を用いて負荷特性を推定し、試験の作業工数を削減する[1.18]という試みはなされているが、本質的な解決には、実機評価に頼らない開発工程の適用が望ましい。

MBD においては、図 1.3(b)のように、「試作」を「モデル化」、「評価」を「シミュレーション」に置き換える。実機評価に頼らない開発工程となるため、特に大容量の同期機においては、開発費の削減や開発期間の短縮が期待できる。また、システム全体を俯瞰した開発が比較的容易に実施できるというメリットもある。例えば、インバータで駆動される回転機の場合、時間高調波の含まれた電圧が印加されるため、正弦波駆動時に比べて各種損失が増加する[1.19]。高調波の大きさは、回転機とインバータの組み合わせによって決まるため、従来はそれぞれを試作し、組み合わせ試験を実施する必要があった。MBD においては、各モデルを連成したシミュレーションによって、高調波の割合や損失増加量が評価できるため、シミュレーションの結果を見ながら、早期の段階で個々の設計が修正できる。

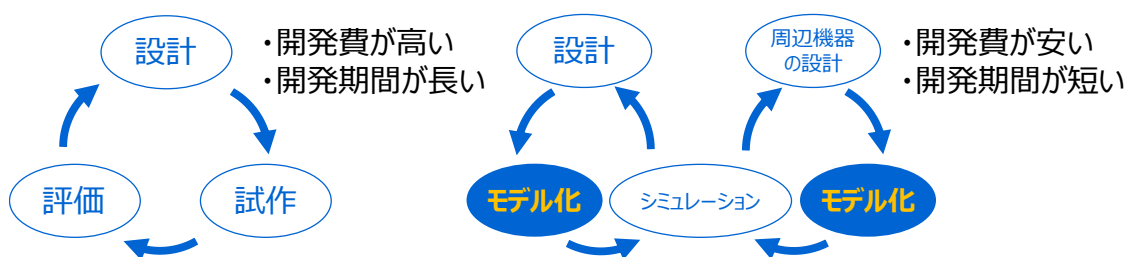
図 1.3 では、単に設計と記載したが、実際には、電気、構造、熱、制御などに分類できる。これらの中で、本研究では電気設計を対象とする。電気設計とは、仕様(電圧、周波数、出力など)を満たすように、各巻線の巻数や配置、鉄心の形状や大きさなど、電磁気的な要素を決定することである。電気設計におけるシミュレーションツールとしては、有限要素法を用いた磁界解析が広く普及している。以降では、有限要素法を用いた磁界解析のことを、単に FEA (Finite Element Analysis) と表記する。MBD における同期機の電気設計では、試作機を用いた評価の代わりに FEA の結果を参照するため、その計算精度が極めて重要となる。

例えば、同期機に関する規格 (JEC-2130) [1.20] においては、裕度 (試験結果と保証値の差の許容範囲) が規定されている。例えば、脱出トルクについては -10% 以内、同期リアクタンスは +15% 以内、定格負荷時の界磁電流は +15% 以内などである。保証値は、設計値から決められるものであり、裕度の規定値は、FEA に要求される計算精度の目安と言える。当然ながら、裕度を満たすためには、計算誤差が裕度の規定値を下回っている必要がある。また、実際には、各製造者が、より厳しい自主規定を設けていることが多く、実用上は、誤差数% という高いレベルが求められる。計算精度を向上させる最も単純な方法は、解析モデルの精密化 (二次元ではなく三次元の解析を適用する、など) であるが、計算時間の増大を伴う。このため、精密化だけで要求精度を得ようとすると、MBD のメリットが損なわれるだけでなく、むしろ、実機ベースの従来フローよりも開発効率が悪化してしまう懸念さえある。特に、時間的制約の厳しい設計業務においては、計算精度と計算時間の背反関係が障壁となり、現状では、FEA の活用が十分に進んでいるとは言えない。

また、同期機の開発において、電気設計は最上流の工程であり、構造、熱、制御など、他の設計に大きく影響することからも、高精度化が強く求められている。例えば、同期機をインバータで駆動する場合、制御装置内では、磁束演算器によって推定された機内の磁束量を用いて、制御対象 (電流) の指令値を生成している。磁束演算器においては、等価回路によって同期機がモデル化されており、その定数 (例えば、上述の同期リアクタンスなど) は電気設計から与えられる。もし、その値に大きな誤差があった場合、電圧やトルクが想定通りに制御できず、場合によっては、機器の動作に支障をきたす可能性がある。文献 [1.21] で示された測定結果においては、磁束演算器の誤差に起因して、最大で約 15% のずれが電圧に生じており、この影響を考慮した電圧裕度をインバータに持たせる必要があると指摘されている。上記文献では、この誤差を制御系で吸収する方法を提案しているが、本質的には、磁束演算器の推定精度を改善す

べきであることは明らかである。この問題を解決するため、FEA の結果を磁束演算に活用する方法[1.22]-[1.24]が検討されており、これも、MBD の一環と考えることができる。文献[1.21]で指摘されている誤差(約 15%)を考えれば、制御設計側からも、FEA に高い計算精度が求められていることは容易に想像できる。当然ながら、磁束演算用データの作成が電気設計作業に与える影響は最小限とする必要があり、FEA の高速化は欠かせない。

上記のように、同期機設計の様々な観点から、FEA の高精度化や高速化が求められている。これらにおいては、明確な目標値は定められていないが、上述の設計裕度や制御性能における実情を考慮して、本研究では、計算精度の目標を誤差5%以下とする。一方、計算時間については、解析の目的や内容によって大きく異なるため、一意の目標値を定義することは難しい。そこで、本研究では、誤差 5%以下を二次元解析によって実現することを目指す。二次元解析は、三次元解析と比べて計算時間が大幅に短いだけでなく、メッシュ生成などのプリ・ポスト処理についても簡易化されるため、FEA の活用を推進する上での支障にはならないと考えられる。



(a) 実機ベースの開発

(b) Model Based Development

図 1.3 回転機の開発における作業フロー

1.3 磁界解析の高精度化と高速化に対する研究事例と課題

1.3.1 回転機に共通の解析における研究事例

巻線界磁形同期機も、固定子の構造については、他の回転機(永久磁石形同期機、誘導機など)と同じである。したがって、電気設計において評価しなければならない特性は、他の回転機と共通であるものが多い。代表的なものに、固定子において発生する銅損や鉄損がある。これらに対する FEA の高精度化や高速化を目的とした研究は、以下のように盛んに実施されている。

銅損を構成する要素の一つとして、電機子巻線において並列接続された素線間に生じる循環電流による損失が挙げられる。文献[1.25]や[1.26]では、巻線界磁形同期機を対象として、循環電流損の解析を簡易化する方法の検討や、鉄心の温度上昇まで含めた計算精度が検証されている。一方で、文献[1.27]や[1.28]では、永久磁石形同期機を対象として循環電流損を解析し、測定値と比較している。このように、回転子の構造は異なっても、同じ問題を対象とした研究が実施されている。

鉄損解析の高精度化については、鉄板を加工した際に生じる磁気特性の劣化[1.29]-[1.32]を考慮する方法が研究されている。文献[1.33]では、構造解析によって、フレームの焼嵌めや鉄板の打ち抜きによって生じる残留応力を算出し、鉄損の応力依存性を考慮したFEAを実施している。応力の影響を考慮すると鉄損は増加し、解析値が測定値とよく一致することが報告されている。文献[1.34]でも、同様の検討がなされている。巻線界磁形同期機の固定子も、他の回転機と同様に、プレス機によって打ち抜いた電磁鋼板を用いて製作されており、また、製造過程においては焼き嵌めやボルトの締め付けなどの影響がある。したがって、これらによって生じた残留応力の影響があるため、FEAによって鉄損を評価する際には、同期機でも注意する必要がある。

以上では、固定子で発生する銅損や鉄損に着目したが、回転子に設けられた短絡巻線(同期機においては制動巻線、誘導機においては二次巻線と呼ばれる)で発生する渦電流損の解析精度[1.35]-[1.37]についても盛んに研究されており、文献[1.38]では、これらの損失評価技術が総合的に論じられている。また、回転子に設けられたスキューについても、解析精度に及ぼす影響や、二次元モデルを用いた近似解析による計算負荷軽減など、多数の研究結果が報告されている[1.39]-[1.42]。同期機においては、スキューは固定子側に設けることが一般的であるが、原理は同一であるため、これらの研究成果が活用できる。以上のように、回転機に共通の構造に起因した特性に対するFEAの高精度化と高速化については、すでに様々な研究が行われている。

1.3.2 同期機に特有の解析における課題

回転機に共通の解析とは対照的に、同期機に特有の構造や特性に関連した解析においては、検討の余地が残されている。特に、高精度化と高速化の観点から、いくつかのモデル化手法について検討が必要であり、以下では、これらを説明する。

(a) 無負荷飽和曲線の解析

1.1 節で述べたように、電氣的に独立した巻線を回転子に有しており、界磁起磁力を任意に変えられるという点が、他の回転機にはない大きな特徴である。これによって、

多くのメリットを有する一方、巻線界磁形同期機に特有の解析が必要となる。その一つが、無負荷飽和曲線の解析である。これは、回転子を一定速度で他力駆動させた場合の、界磁電流と電機子電圧の関係を表す曲線である[1.20]。同期機における最も基本的な特性と言えるが、その誤差要因については十分に整理されていない。例えば、文献[1.43]では、製造公差などに起因したギャップ長の誤差、文献[1.44]では、機械加工による鉄心の磁気特性の劣化が、無負荷飽和曲線の計算精度に影響すると報告されている。しかし、これらの要因が、無負荷飽和曲線のどの範囲に、どの程度影響するのか、また、各誤差要因の関係性や、それらを複合的に考慮した場合の計算精度について、深く検討した文献は見当たらない。鉄鋼圧延用の主機などに用いられるインバータ駆動の同期機は、運転される速度範囲が広く、基底回転数と最高回転数の比を3程度[1.45]、またはそれ以上とする場合がある。このような場合、実際に運転される動作点は、無負荷飽和曲線上のある一点ではなく、広い範囲(励磁範囲)に分布している。すなわち、無負荷飽和曲線の解析では、曲線全体を実機の特性と一致させる必要がある。文献[1.46]-[1.48]でも、無負荷飽和曲線の測定値と解析値が比較されているが、文献によって誤差の表れ方が異なっており([1.46]では、曲線の折れ曲がり点において誤差が大きくなっているのに対して、[1.47]と[1.48]では、電圧が高い領域ほど誤差が大きくなっている。)、曲線全体が一致する結果は得られていない。無負荷飽和曲線全体を高精度に計算するために、どのような誤差要因を考慮する必要があるのかを明らかにし、それらをFEA上で正しく表現するためには、どのようにモデル化すべきか検討する必要がある。

(b) 負荷特性の解析

負荷特性の解析においても、次のような同期機特有の課題があり、モデル化手法を検討する必要がある。

(b-1) 負荷界磁電流の算出における力率や無効電力の計算精度向上

同期機の負荷状態における重要な特性として、負荷界磁電流がある。これは、ある電源条件(電機子電圧の振幅と周波数)を与えた場合に、所望の出力と力率を得るために必要な界磁電流である。負荷界磁電流の大きさによって、界磁電源やスリップリングの電流容量を決定するため、電気設計において正確に予測することが重要である。負荷界磁電流の解析においては力率を制約条件とするため、電機子巻線で発生する漏れ磁束を正しくモデル化し、無効電力を正確に計算する必要がある。

ところで、FEAにおける未知変数は、モデル規模(節点数や辺要素数)に比例する

ため、大規模なモデルになるほど、計算時間が急激に長くなる。この問題を解決するため、マルチコアの CPU や GPU を用いた多並列計算によって、計算時間を削減する取り組み[1.49]がなされている。しかし、これらの高速化技術を用いたとしても、時間的制約の厳しい設計業務においては、製品毎に三次元解析を実施することは現実的でなく、二次元解析を使用せざるを得ない。しかし、二次元解析においては、同期機の断面内のみを模擬しているため、端部領域(巻線の端部やその周囲の空間から構成される鉄心以外の領域)において生じる磁束(端部磁束)が考慮できない。したがって、二次元解析においては、電機子巻線のインダクタンスを補正しなければならない[1.50], [1.51]-[1.54]ことが知られており、力率を正確に計算するという観点でも、この補正が重要となる。

二次元解析を補正するためには、まず、端部磁束に起因した端部インダクタンスを求める必要がある。文献[1.55]-[1.57]は、三次元解析より得た磁束から、二次元解析より得た磁束を差し引くことにより、端部磁束を計算する方法を提案しているが、同期機全体を模擬した三次元解析の実行が必要であることから、計算時間の問題は解決できない。計算時間を短縮するためには、端部領域だけを模擬した部分的な三次元解析の適用が有効であるが、解析モデルにおいて考慮されていない鉄心部の影響をどのように考慮するか、モデル化手法を検討する必要がある。また、得られた端部インダクタンスの影響を二次元解析の結果に正しく反映させるためのモデル化手法も必要となる。

(b-2) 多数の動作点を対象とした負荷界磁電流の算出

二次元解析における端部インダクタンスの問題が解決できたとしても、計算時間の観点では、次のような課題もある。負荷界磁電流の算定では、指定された動作点(電機子電圧、回転数、出力、力率)を満足する条件で、界磁電流を計算する必要がある。しかし、図 1.4 のように、一般的な FEA の入力変数は電流であり、動作点そのものを解析条件として与えることはできない。電気回路モデル(回路方程式)、制御系モデル、機械系モデル(運動方程式)を FEA と連成すれば、動作点を解析条件として与えることはできるが、定常状態へ収束するまでに多大な時間ステップが必要となり、計算時間が増大してしまう。すなわち、複数の動作点に対応する負荷界磁電流を効率よく求める方法が必要である。

これは、負荷界磁電流の算定だけの問題ではない。例えば、損失(銅損、鉄損、漂遊負荷損など)やトルクリプル、鉄心に働く電磁力などの特性を計算する場合、指定された動作点となるような条件で FEA を実行する必要がある。しかし、上述の通り、動

作点を解析条件として与えることはできないため、事前に、動作点に対応する電流条件(電機子電流の振幅と位相, および界磁電流)を求めておき, これらを FEA に入力する必要がある。すなわち, 負荷界磁電流の算定を一般化したものとして, 動作点に対応する電流条件の同定という問題が定義でき, これの高速化が必要である。

この問題を解決するため, 文献[1.58]では, 図 1.5 に示すフローチャートに基づいた界磁電流算定法が提案されている。当該文献の主目的は界磁電流の算定であるが, 最終的には電流条件すべてが同定される。この方法は, (i)非線形 FEA による透磁率分布の算出, (ii)透磁率固定 FEA によるインダクタンスの同定, (iii)電圧方程式を解いて電流条件を算出, という 3 ステップの処理を反復することで構成されており, 少数の動作点に対して電流条件を同定する場合には大変有力である。その一方で, 原理上, 一点の電流条件を同定するたびに複数回の FEA が必要となるため, 多数の動作点を対象とする場合には, 計算時間が長くなる可能性がある。近年では, 回転数と出力を変数とした二次元面内に分布した多数の動作点に対して, 界磁電流やその他の詳細な特性の提出を求められる場合がある。このため, 多数の動作点に対しても, 短時間で電流条件が同定できる方法を構築する必要がある。

文献[1.58]の手法においては, FEA の結果から, 同期機を 3 次のインダクタンス行列の形でモデル化し, それを係数とした電圧方程式を解くことによって電流条件を算出している。その際, インダクタンスを同定するプロセスにおいて, FEA の反復実行が必要となっている。したがって, インダクタンスを介さず, FEA の結果から直接的に同期機を表現するモデル化手法が構築できれば, FEA の反復実行が不要となり, 多数の動作点に対しても, 電流条件の同定が高速化できると考えられる。以上から, インダクタンスを用いることなく同期機が表現できるモデル化手法を検討する必要がある。

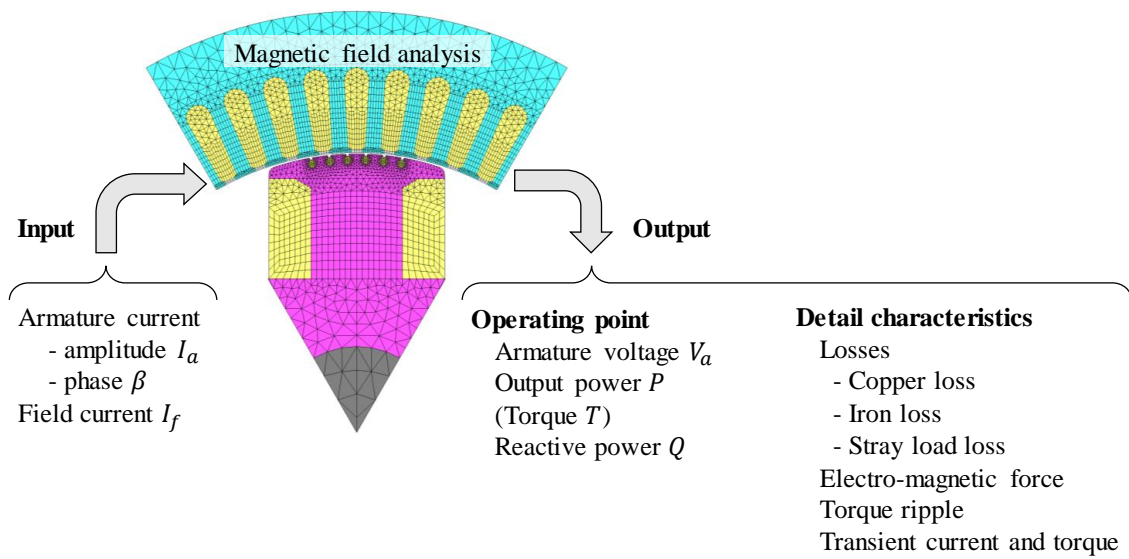


図 1.4 一般的な FEA における入力と出力の関係

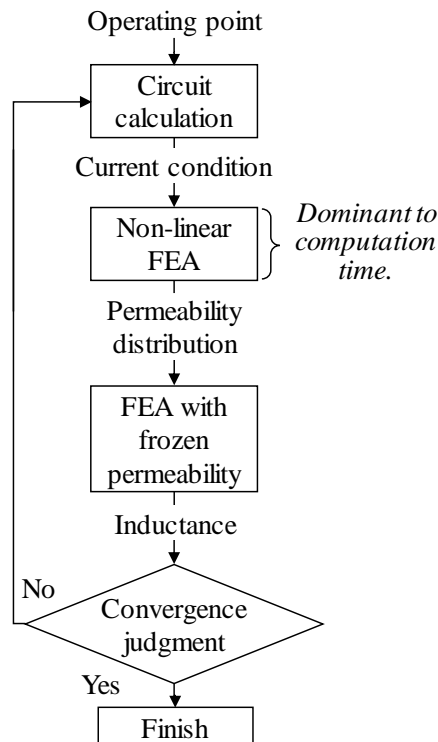


図 1.5 文献[1.58]で提案された負荷界磁電流の算定法

1.4 本研究の目的と目標

本研究では、巻線界磁形同期機の FEA (無負荷解析と負荷解析) において、高精度化と高速化の両立を目指す。具体的には、「二次元解析によって誤差 5%以下の計算精度が得られること」と、「多数の動作点を対象とした場合でも計算時間が増大しないこと」を目標とする。これらを実現することにより、同期機の電気設計において FEA の活用を促進させることが、本研究の最終目的である。

これを達成するためには、1.3.2 項で説明したように、以下の 3 つのモデル化手法について検討が必要である。

- (a) 無負荷飽和曲線を高精度に計算するためのモデル化手法
- (b-1) 部分的な三次元解析を用いて端部インダクタンスを正確に計算するためのモデル化手法と二次元解析を補正するためのモデル化手法
- (b-2) 多数の動作点に対する電流条件を高精度かつ短時間で同定するためのインダクタンスを用いない同期機のモデル化手法

本研究においては、これらをまとめて、電氣的・磁氣的モデル化手法と称する。

ところで、1.3 節では、(a)は無負荷解析、(b-1)と(b-2)は負荷解析という異なる視点から、モデル化手法に関する技術課題を導き出したため、一見、それぞれは独立であるかのように思われる。しかし、実際には、各モデル化手法は密接に関係しており、最終的には、これらを総合的に考慮することが必要となる。

表 1.1 は、各モデル化手法と解析目的の関係をまとめたものである。例えば、(a)が不十分である場合、無負荷飽和曲線の解析に誤差が生じるだけでなく、当然ながら、負荷特性の解析にも誤差が生じる。また、(b-2)は、多数の動作点に対して負荷特性を高速に計算するという目的に対する検討事項であるが、これは、(a)と(b-1)によって、FEA 自体がすでに高精度化、高速化されていることが前提となる。このように、本研究で取り上げる電氣的・磁氣的モデル化手法の構築は、特定の解析目的においてのみ要求されているのではなく、FEA の高精度化と高速化という課題に対して、普遍的な検討事項である。

表 1.1 各モデル化手法と解析目的の関係

Modeling method	Objective of analysis		
	No-load analysis	Load analysis	Load analysis for multiple operating points
(a)	Required	Required	Required
(b-1)	-	Required	Required
(b-2)	-	-	Required

1.5 本論文の構成

本論文の構成は以下のとおりである。

2 章では、1.4 節で説明した(a)について検討する。まず、三次元解析を用いて無負荷飽和曲線を計算し、電圧の変化に対して誤差がどのような傾向を示すかを調査する。次に、磁気回路とインダクタンスの関係を定量化する方法を用いて、磁気回路において誤差要因となっていると考えられる領域を特定する。特定した誤差発生領域ごとに、いくつかの誤差要因を取り上げ、それぞれのモデル化手法について説明する。最後に、これらのモデル化定数を最適化によって同定し、無負荷飽和曲線の計算精度が改善できることを示す。

次に 3 章では、(b-1)について検討する。はじめに、二次元解析における計算精度に関する課題と、その原因となる端部インダクタンスについて説明する。次に、部分的な三次元解析によって端部インダクタンスを正確に計算するために、強磁性体で構成された部品(鉄心など)の影響を自然境界条件によってモデル化する方法を提案する。これを用いることで、部分的な三次元解析において、端部インダクタンスの全成分が考慮でき、かつ、これらを各成分に分解できることを示す。また、得られた端部インダクタンスを用いて、二次元解析を補正する方法を提案する。最後に、補正した二次元解析より得られた電流と鎖交磁束の特性が、測定値や三次元解析の結果とよく一致することを示す。

4 章では、2 章と 3 章で検討したモデル化手法を適用することにより、電流、トルク、力率など、実際の電気設計において評価すべき物理量の計算精度が向上することを示す。(a)と(b-1)は密接にかかわっており、どちらも欠かすことができないことを説明する。また、二次元解析でも、三次元解析と同等の計算精度が得られること、それにより、計算精度を維持しつつ、計算時間が大幅に短縮できることを確認する。

5章では, (b-2)を検討する。まず, 飽和関数(電流を変数とした鎖交磁束のデータテーブル)を用いて同期機を直接的にモデル化する方法を提案し, インダクタンスを用いた従来のモデル化手法において必要となっていたインダクタンスの同定作業(FEAの反復実行)が不要になることを説明する。また, 電流条件の同定が, 非線形の三元連立方程式を解く, という単純な数学問題に帰着できることを示す。提案手法を用いた電流条件の同定例を示し, その精度と計算時間について考察する。また, 所望の精度を得るために必要なデータテーブルの分割数を簡易に決定する方法の検討や, 電流条件の同定結果に対する磁気飽和の影響についての考察を行い, 提案手法の汎用性や重要性を示す。

6章では, 本論文の総括を述べる。

1.6 検討対象とした同期機の諸元と測定システムの構成

1.6.1 検討対象とした同期機の諸元

本研究においては, 6極, 定格出力2kW, 定格電圧145V, 基底回転数 400 min^{-1} , 最大回転数 1200 min^{-1} の巻線界磁形同期機を検討対象とする。設計諸元を表1.2, 回転子を図1.6に示す。反負荷側のベアリングブラケットには, 界磁巻線に電力を供給するためのスリップリングが設けられている。本同期機の構造を図1.7に示す。固定子鉄心は, 厚さ0.5mmの電磁鋼板を積層して構成されており, 三相同心巻の電機子巻線が設けられている。回転子鉄心は突極形で, 厚さ0.5mmの鉄板(SPCC)を積層して構成されており, 界磁巻線と制動巻線が設けられている。また, 回転子鉄心の端部には, 厚さ5mmの端板(SS400)が設けられている。したがって, 回転子の実効的な鉄心長は, 積層した鉄板の厚み(120mm)と端板の厚み(5mm \times 2)を加えた135mmとなり, 固定子鉄心に対してオーバーハングしている。固定子, 回転子ともに, スキューは施されていない。

表 1.2 検討対象とした同期機的设计諸元

Parameter	Value
Center height	132 mm
Stack length	125 mm
Number of slot	54
Thickness of end-plate	5 mm
Number of poles	6
Rated voltage	145 V
Rated current	9 A
Rated power	2 kW
Base speed / frequency	400 min ⁻¹ / 20 Hz
Top speed / frequency	1200 min ⁻¹ / 60 Hz

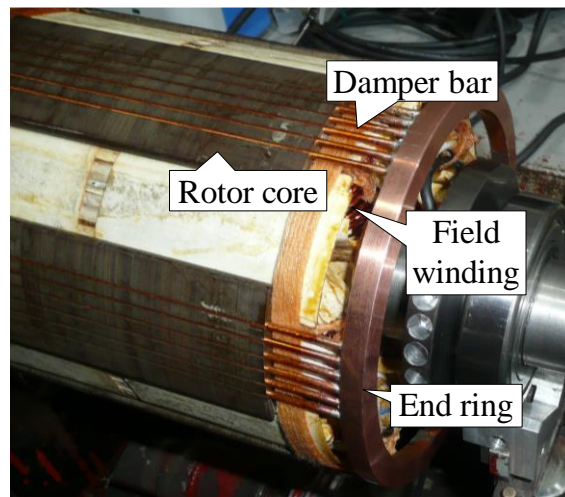
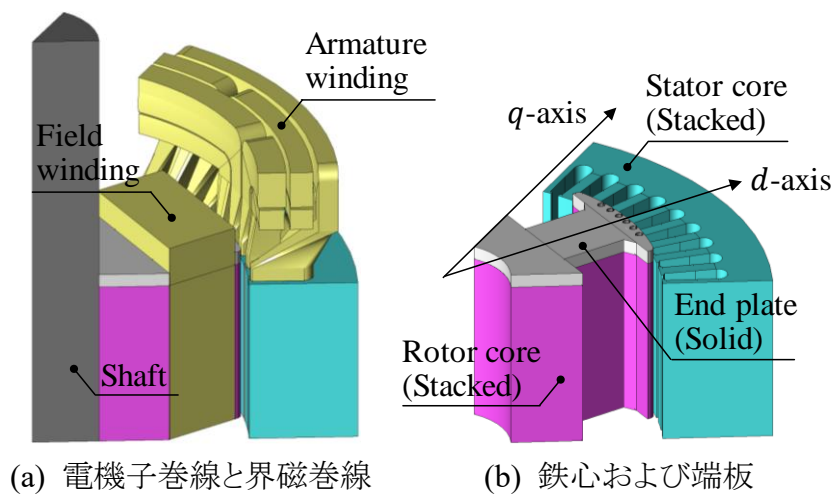


図 1.6 検討対象とした巻線界磁形同期機の回転子



(a) 電機子巻線と界磁巻線

(b) 鉄心および端板

図 1.7 検討対象とした巻線界磁形同期機の構造

1.6.2 測定システムの構成

測定システムの構成を図 1.8 に示す。各種試験において、同期機は負荷機(永久磁石形同期機)と直結されている。負荷機はインバータで駆動されており、一定速度で回転させる速度制御モードと、トルクを指令値として与えるトルク制御モードが選択できる。同期機の電機子巻線には三相正弦波電圧源(AMETEK 製:RS90-3Pi)、界磁巻線には直流電圧源(KIKUSUI 製: PAS40-27)が接続されている。また、同期機と負荷機の軸直結間には、トルクメータと回転子位置を検出するエンコーダ(HBM 製: T12-500 Nm)が取り付けられている。同期機には熱電対が取り付けられており、電機子巻線の端部と界磁巻線(図 1.9)の温度が計測できる。

同期機の電機子電圧と界磁電圧は、データ収集システム(HBM 製:eDrive GEN3i)に直接入力されている。電機子電流は CT(Danisence 製: DS200UB-10V)を介して、界磁電流も CT(Danisence 製: DS50UB-10V)を介して、データ収集システムに入力されている。同様に、トルクや回転角(回転速度)、各部の温度もデータ収集システムに入力されており、すべての物理量の瞬時値が同時計測できる統合型測定システムとなっている。各計測器の確度(真値に対する誤差)を表 1.3 にまとめる。測定システムの総合確度は、測定時の周囲環境(温度、湿度、ノイズなど)にも影響されるため、厳密な値を算出することは容易ではない。しかし、誤差の最大値については、個々の確度を足し合わせたもの(今回の場合は 0.1%程度)を目安と考えることができる。1.2 節で述べたように、本研究では、誤差 5%以下を目標値として議論を進めていくが、本測定システムの総合確度は、それを十分上回っていると考えられ、測定結果が真値であると考えて検討することに問題はないと考えられる。

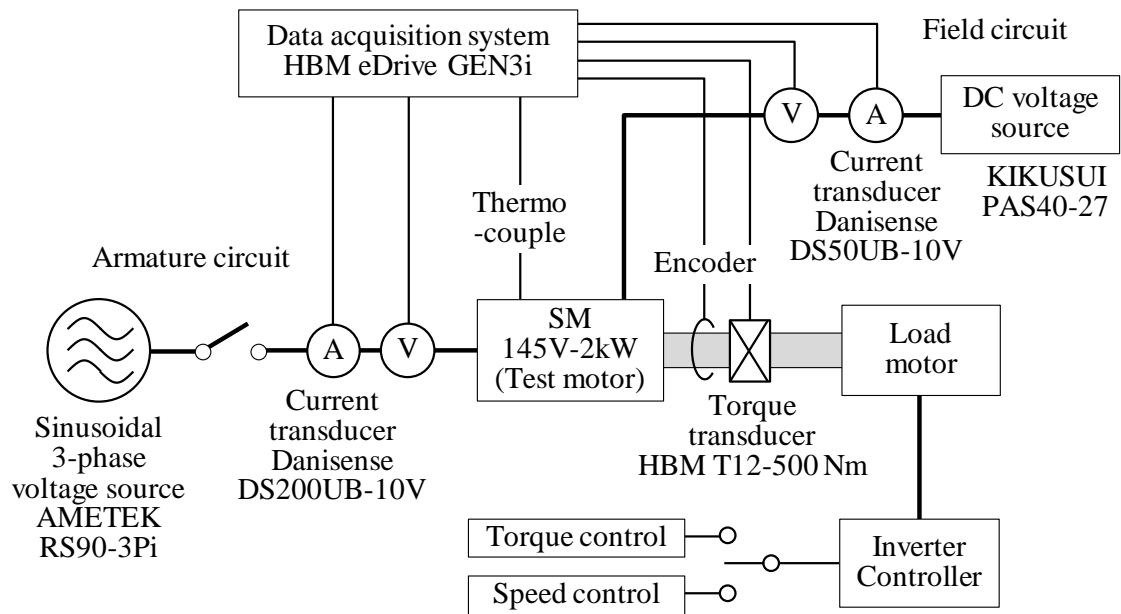


図 1.8 測定システムの構成



図 1.9 界磁巻線に埋め込んだ熱電対

表 1.3 使用した計測器の確度

Measuring instrument	Model	Manufacturer	Specification
Data acquisition system	eDrive GEN3i	HBM	Power accuracy 0.02% reading+0.05% range (53 Hz)
Torque transducer (with encoder)	T12-500 Nm	HBM	Accuracy class 0.03%
Current transducer (armature current)	DS200UB-10V	Danisense	Amplitude error 0.01% Phase error 0.30 deg. (10 Hz-30 kHz)
Current transducer (field current)	DS50UB-10V	Danisense	Linearity error 0.005%

1.6.3 等価回路と巻数比の定義

本研究においては、電機子電圧や電機子電流といった三相の物理量はdq変換し、二軸量として各種評価を行う。dq変換においては、内積(エネルギーや電力)が保存される Unitary 変換となるように係数を決めた。例えば、電機子電流 i_u, i_v, i_w は、(1.1)式によってd軸電流 i_d とq軸電流 i_q に変換される。

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos \theta_e & \cos \left(\theta_e - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta_e + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -\sin \theta_e & -\sin \left(\theta_e - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left(\theta_e + \frac{2\pi}{3} \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_u \\ i_v \\ i_w \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

θ_e は、回転子の位置を電気角に換算したものである。また、図 1.7(b)に示したように、界磁巻線の起磁力方向(突極方向)をd軸、極間をq軸と定義する。電機子電圧 v_u, v_v, v_w も、(1.1)式と同様にd軸電圧 v_d とq軸電圧 v_q に変換できる。

dq変換後の諸量に対する等価回路は、図 1.10 のように書ける[1.11]。 R_a は電機子抵抗、 L_{ad}, L_{aq} はd軸とq軸の電機子反作用インダクタンス、 L_{ld}, L_{lq} はd軸とq軸の電機子漏れインダクタンス、 R_{fd}, L_{fd} は電機子側に換算した界磁抵抗と界磁漏れインダクタンスである。また、 v_d, v_q はd軸とq軸の電機子電圧、 i_d, i_q はd軸とq軸の電機子電流、 Φ_d, Φ_q はd軸とq軸の電機子鎖交磁束、 v_{fd}, i_{fd} は電機子側に換算した界磁電圧と界磁電流である。なお、これは最も基本的な等価回路であり、実際の特性を忠実に表現するためには、いくつかの修正が必要である。例えば、図 1.10 においては鉄損の影響が考慮されておらず、必要に応じて鉄損抵抗を付与する必要がある(これについては、4

章で詳しく述べる)。また、鉄心に流れる渦電流や磁気飽和が制動巻線に及ぼす影響を考慮するためには、制動巻線の並列回路数を増やす必要があることも知られている[1.59], [1.60]。このため、本論文においては、基本的な等価回路としては図 1.10 を参照するが、検討の目的と内容によって、適宜、修正した等価回路を用いることとする。

(1.1)式のdq変換においては、(1.2)式の関係がある。

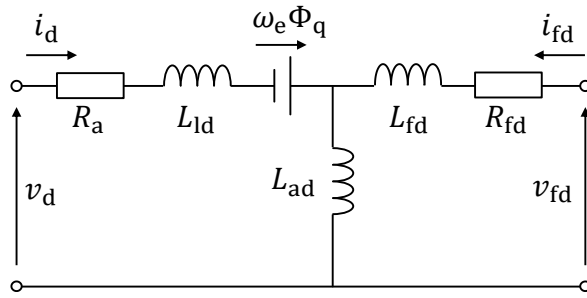
$$\begin{cases} V_a = \sqrt{v_d^2 + v_q^2} \\ I_a = \sqrt{(i_d^2 + i_q^2)}/3 \\ v_{fd} = \sqrt{2/3}v_f/k \\ i_{fd} = \sqrt{3/2}ki_f \end{cases} \quad (1.2)$$

V_a は電機子電圧(線間)の実効値、 I_a は電機子電流の実効値、 v_f は界磁電圧、 i_f は界磁電流、 k は電機子巻線を基準とした界磁巻線の巻数比である。

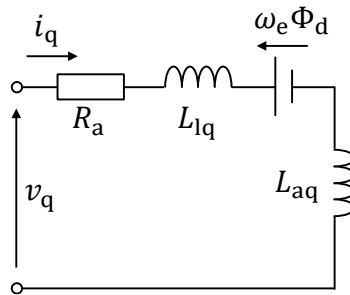
ところで、巻数比 k は、漏れ磁束をどのように定義するかによって任意性があり、また、磁気飽和によって値も変化することが知られている[1.50], [1.61]。その一つの例として、巻数比が磁気飽和によって変化する理由の定性的な説明を、付録 A.1 に示した。本研究においては、各巻線の電圧や電流、インダクタンスなどについて、測定値と解析値の比較を実施する。この時、各物理量の絶対値は、巻数比の定義によって変化するが、その比較結果(測定値と解析値が一致するかどうか)は、巻数比に依らない。したがって、本研究においては、電機子巻線の巻数 N_a と界磁巻線の巻数 N_f から決まる、以下の古典的な巻数比を用いた。

$$k = \frac{2pC_aN_f}{N_sN_a} \quad (1.3)$$

ここで、 C_a は電機子巻線の並列回路数、 N_s は固定子のスロット数である。検討対象とした同期機においては、 $k = 1.8$ となる。



(a) d軸



(a) q軸

図 1.10 同期機の等価回路

R_a は電機子抵抗, L_{ad}, L_{aq} はd軸とq軸の電機子反作用インダクタンス

L_{ld}, L_{lq} はd軸とq軸の電機子漏れインダクタンス

R_{fd}, L_{fd} は電機子側に換算した界磁抵抗と界磁漏れインダクタンス

v_d, v_q はd軸とq軸の電機子電圧, i_d, i_q はd軸とq軸の電機子電流

Φ_d, Φ_q はd軸とq軸の電機子鎖交磁束

v_{fd}, i_{fd} は電機子側に換算した界磁電圧と界磁電流である。

1 章の参考文献

- [1.1] 石川智一・丹羽渉・梶浦裕章:「自動車駆動用全節巻スイッチトリラクタンスモータの開発」, DENSO TECHNICAL REVIEW, vol. 22, 2017
- [1.2] F. Kucuk, and T. Nakamura, “Torque density and efficiency improvement of a Switched Reluctance Motor via low-cost Permanent Magnets,” in *Proc. XIII Int. Conf. Elect. Mach.*, Sep. 2018, pp. 2318-2322.
- [1.3] 萩原善泰:「電気鉄道車両における交流電動機駆動方式の発展」, 電学誌, vol. 121, no. 7, 2001
- [1.4] 石田尚・小玉純康・塚越昌彦:「鉄鋼圧延設備における大容量モータドライブ

- の技術動向」, 平成 26 年電気学会産業応用部門大会, 3-S1-1, 2014
- [1.5] Masaaki Kaizuka, Takeshi Tachibana, Takeshi Kosaka, Shinji Doki, and Yutaka Ota, "Latest Technological Trends for Electrification of Automobile Technologies," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 139, no. 6, pp. 535-542, 2019.
貝塚正明・立花武・小坂卓・道木慎二・太田豊:「自動車の電動化における最新技術動向」, 電学論 D, Vol. 139, No. 6, pp. 535-542, 2019
- [1.6] 財団法人エネルギー総合工学研究所:「平成 21 年度省エネルギー設備導入促進指導事業(エネルギー消費機器実態等調査事業)報告書」, IAE-0919107, 平成 22 年 3 月
- [1.7] L. Aarniovuori, J. Kolehmainen, A. Kosonen, M. Niemela, H. Chen, W. Cao, and J. Pyrhonen, "Application of Calorimetric Method for Loss Measurement of a SynRM Drive System," *IEEE Trans. Ind. Electro.*, vol. 63, no. 4, Apr. 2016.
- [1.8] 「高効率な同期リラクタンスモーターを実現する設計技術」, 東芝レビュー, vol. 75, no. 2, 2020
- [1.9] 南英倫:「最近の圧延機駆動システム」, 富士時報, vol. 70, no. 10, pp. 535-538, 1997
- [1.10] 福島俊司・吉田智和・後藤久夫・林千博:「最新の電動機速度制御システムの発展とシームレスミルへの適用」, 鉄と銅, vol. 86, no. 2, pp. 99-104, 2000
- [1.11] 金東海:「現代電気機器理論」, 電気学会, 2010
- [1.12] G. F. H. Allen, "Brushless excitation systems for synchronous machines," *Electron. Power*, vol. 21, no. 15, pp. 866-869, Sep. 1975.
- [1.13] 野本義弘・平松大典・上村洋市:「ブラシレス励磁タービン発電機の高速度応答化実証」, 東芝レビュー, vol. 68, no. 2, 2013
- [1.14] 片岡道雄・宮武亮治・平松孝士:「火力発電所向け交流界磁ブラシレス励磁システム」, 三菱電機技報, vol. 90, no. 11, 2016
- [1.15] 電力中央研究所:「2016 年度 事業報告書・決算書」, pp. 36-37, 2016
- [1.16] 山口崇:「モデルベース開発(MBD)支援システム」, 明電時報, 通巻 363 号, No. 2, 2019
- [1.17] 藤川智士:「マツダの目指すモデルベース開発」, マツダ技報, No. 31, 2013
- [1.18] J. H. Dymond, B. Mistry, and R. Ong, "Acceleration tests to determine salient pole synchronous motor inrush currents and torques," *IEEE Ind. Applicat. Mag.*, July/Aug. 2002.

- [1.19] N. Kunihiro, K. Nishihama, M. Iizuka, K. Sugimoto, and M. Sawahata, “Loss Evaluation of 1-MW-Class Induction Motor at Inverter Feeding,” *IEEJ trans. Ind. Appl.*, vol. 134, no. 8, pp. 784-791, 2014.
 國廣直希・西濱和雄・飯塚元信・杉本健一・澤島公則:「インバータ駆動時における 1MW 級誘導電動機の損失評価」, 電学論 D, vol. 134, no. 8, pp. 784-791, 2014
- [1.20] 電気学会 電気規格調査会標準規格:「同期機 JEC-2130:2016」, 電気書院, 2016
- [1.21] M. Tsukakoshi and K. Matsuse, “Analysis of Phase Control Characteristics for Vector Control of Wound-Field Synchronous Motor at a Fixed Modulation Ratio,” *IEEJ Trans. Ind. Appl.*, vol. 131, no. 9, pp. 1149-1156, 2011.
 塚越昌彦・松瀬貢規:「巻線界磁同期モータのベクトル制御における固定変調率位相制御の特性解析」, 電学論 D, vol. 131, no. 9, pp. 1149-1156, 2011
- [1.22] M. Kawamura and N. Eto, “A consideration on saturation model of synchronous machine,” *IEEJ Trans. Ind. Appl.* vol. 117, no. 9, pp. 1170-1171, 1997.
 川村光弘・江藤憲昭:「同期機の飽和モデルに関する一考察」, 電学論 D, vol. 117, no. 9, pp. 1170-1171, 1997
- [1.23] 島和男:「磁気飽和を考慮した突極形同期機のインダクタンス解析に関する研究」, 博士論文, 2003
- [1.24] 手塚久貴・中村利孝・新村直人・林誠・竹内活徳・松下真琴:「磁気飽和を考慮した同期機モデルと 2 次元テーブルを用いた新制御方式の構築および動作特性の検証」, 2019 年電気学会産業応用部門大会, 3-S14-6, 2019
- [1.25] K. Ide, K. Takahashi, K. Hattori, N. Motoi, K. Furukawa, and Takashi Watanaba, “Practical Calculation Method of Circulating Current Loss for Large Turbine Generator Designs,” *IEEJ trans. Ind. Appl.*, vol. 123, no. 5, pp. 554-560, 2014.
 井出一正・高橋和彦・服部憲一・本井長則・古川勝也・渡辺孝:「タービン発電機における電機子巻線循環電流損の設計計算」, 電学論 D, vol. 123, no. 5, pp. 554-560, 2014
- [1.26] S. Li, N. A. Gallandat, J. R. Mayor, T. G. Habetler, and R. G. Harley “Calculating the Electromagnetic Field and Losses in the End Resion of a Large Synchronous Generator Under Different Operating Conditions With 3-D Transient Finite-Element Analysis,” *IEEE trans. Ind. Appl.*, vol. 54, no. 4, pp. 3281-3293,

July/Aug. 2018.

- [1.27] F. Jiancheng, L. Xiquan, B. Han, and K. Wang, "Analysis of Circulating Current Loss for High-Speed Permanent Magnet Motor," *IEEE trans. Magn.*, vol. 51, no. 1, Jan. 2015.
- [1.28] K. Yamazaki, H. Yui, H. Ohguchi, and M. Shuto, "Loss Analysis of Permanent Magnet Synchronous Machines by Considering Circulating Currents of Armature Windings," *IEEJ trans. Ind. Appl.*, vol. 138, no. 6, pp. 553-560, 2018.
山崎克巳・于海洋・大口英樹・首藤雅夫:「永久磁石同期機における電機子巻線循環電流を考慮した損失解析」, 電学論 D, vol. 138, no. 6, pp. 553-560, 2018
- [1.29] T. Nakata, M. Nakano, and K. Kawahara, "Effect of Stress Due to Cutting on Magnetic Characteristics of Silicon Steel," *IEEE transl. J. Magn. Jpn.*, vol. 7, no. 6, pp. 453-457, Jul. 1992.
- [1.30] Y. Kashiwara, H. Fujimura, K. Okamura, K. Imanishi, and H. Yashiki, "Estimation Model for Magnetic Properties of Stamped Electrical Steel Sheet," *Elect. Eng. Jpn.*, vol. 183, no. 2, pp. 1-11, Apr. 2013.
- [1.31] M. Hofmann, H. Naumoski, U. Herr, and H.-G. Herzog, "Magnetic Properties of Electrical Steel Sheets in Respect of Cutting: Micromagnetic Analysis and Macromagnetic Modeling," *IEEE trans. Magn.*, vol. 52, no. 2, Feb. 2016.
- [1.32] H. A. Weiss, N. Leuning, S. Steentjes, K. Hameyer, T. Andorfer, S. Jenner, and W. Volk, "Influence of shear cutting parameters on the electromagnetic properties of non-oriented electrical steel sheets," *J. Magn. Magn. Mater.*, vol. 421, pp.250-259, Jan. 2017.
- [1.33] K. Fujisaki, R. Hirayama, T. Kawachi, S. Satou, C. Kaidou, M. Yabumoto, and T. Kubota, "Motor Core Iron Loss Analysis Evaluating Shrink Fitting and Stamping by Finite-Element Method," *IEEE trans. Magn.*, vol. 43, no. 5, May 2007.
- [1.34] S. Yamaguchi, A. Daikoku, Y. Tani, T. Tanaka, and C. Fujino, "Accurate Magnetic Field Analysis for Estimating Motor Characteristics Considering Deteriorated Magnetic Properties in Magnetic Core Due to Stamping," *IEEJ trans. Ind. Appl.* vol. 135, no. 11 pp. 1107-1115, 2015.
山口信一・大穀晃裕・谷良浩・田中敏則・藤野千代:「鉄心打ち抜き時の加工劣化を考慮したモータの磁界解析手法」, 電学論 D, vol. 135, no. 11, pp. 1107-1115, 2015

- [1.35] K. Yamazaki, A. Suzuki, M. Ohto, and T. Takahara, "Harmonic Loss and Torque Analysis of High-Speed Induction Motors," *IEEE trans. Ind. Appl.*, vol. 48, no. 3, May/Jun. 2012.
- [1.36] P. Rasilo, A. Belahcen, A. Arkkio, "Experimental determination and numerical evaluation of core losses in a 150-kVA wound-field synchronous machine," *IET Electr. Power Appl.*, vol. 7, no. 2, pp. 97-105, Feb. 2013.
- [1.37] N. Kunihiro, K. Nishihama, M. Iizuka, K. Sugimoto, and M. Sawahata, "Investigation Into Loss Reduced Rotor Slot Structure by Analyzing Local Behaviors of Harmonic Magnetic Fluxes in Inverter-Fed Induction Motor," *IEEE trans. Ind. appl.* vol. 53, no. 2, pp. 1070-1077, Mar/Apr. 2017.
- [1.38] 交流機の損失評価技術調査専門委員会編:「誘導機と同期機の損失評価技術」, 電気学会技術報告, vol. 967, 2004
- [1.39] P. Dziwniel and F. Piriou, "A Time-Stepped 2D-3D Finite Element Method for Induction Motors with Skewed Slots Modeling," *IEEE trans. Magn.*, vol. 35, no. 3, May 1999.
- [1.40] H. Kometani, S. Sakabe, and A. Kameari, "3-D Analysis of Induction Motor with Skewed Slots Using Regular Coupling Mesh," *IEEE trans. Magn.*, vol. 36, no. 4, July 2000.
- [1.41] K. Yamazaki and M. Matsumoto, "3-D Finite Element Meshing for Skewed Rotor Induction Motors," *IEEE trans. Magn.*, vol. 51, no. 3, Mar. 2015.
- [1.42] K. Yamada, Y. Takahashi, and K. Fujiwara, "Simplified 3-D Modeling for Skewed Rotor Slots With End-Ring of Cage Induction Motors," *IEEE trans. Magn.*, vol. 52, no. 3, Mar. 2016.
- [1.43] X. Liang, A. M. El-Serafi and S. O. Faried, "Application of the Finite-Element Method for the Determination of the Parameters Representing the Cross-Magnetizing in Saturated Synchronous Machines," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 25, no. 1, pp. 70-79, Mar. 2010.
- [1.44] P. Rasilo, A. A. Abdallah, A. Belahcen, A. Arkkio and L. Dupre, "Identification of Synchronous Machine Magnetization Characteristics from Calorimetric Core-Loss and No-Load Curve Measurements," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 51, no. 3, Mar. 2015.
- [1.45] 電気学会 電気規格調査会標準規格:「圧延用交流可変速電動機 FEC-

2140:2014」, 電気書院, 2014

- [1.46] S. Williamson and A. F. Volschenk, “Time-stepping finite element analysis for a synchronous generator feeding a rectifier load,” *Proc. Inst. Elect. Eng. Elect. Power Appl.*, vol. 142, no. 1, pp. 50-56, 1995.
- [1.47] S. Nuzzo, M. Degano, M. Galea, C. Gerada, D. Gerada, and N. Brown, “Improved Damper Cage Design for Salient-Pole Synchronous Generators,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 64, no. 3, pp. 1958-1970, Mar. 2017.
- [1.48] Q. H. Quadri, S. Nuzzo, M. Rashed, C. Gerada, and M. Galea, “Modeling of Classical Synchronous Generators Using Size-Efficient Lookup Tables With Skewing Effect,” *IEEE Access*, vol. 7, pp. 174551-174561, 2019.
- [1.49] 回転機電磁界解析の実用的総合評価技術調査専門委員会編:「回転機電磁界解析の実用的総合評価技術」, 電気学会技術報告, vol. 1476, 2020
- [1.50] K. Shima, K. Ide, M. Takahashi, Y. Yoshinari, M. Yamashina, and K. Saitou, “Variation of Saturated Reactances of a Salient-Pole Synchronous Motor in the Field-Weakening Region,” *IEEJ Trans. Ind. Appl.*, vol. 117, no. 12, pp. 1525-1534, 1997.
島和男・井出一正・高橋身佳・吉成良孝・山品光則・斎藤啓自:「突極形同期機の弱め界磁域におけるリアクタンス変化の考察」, 電学論 D, vol. 117, no. 12, pp. 1525-1534, 1997.
- [1.51] H. Karmarker and C. Mi, “Improving the Starting Performance of Large Salient-Pole Synchronous Machines,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 40, no. 4, pp. 1920-1928, July 2004.
- [1.52] Y. B. Li, S. L. Ho, W. N. Fu, and W. Y. Liu, “An Interpolative Finite-Element Modeling and the Starting Process Simulation of a Large Solid Pole Synchronous Machine,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 45, no. 10, pp. 4605-4608, Oct. 2009.
- [1.53] A. Tassarolo, C. Bassi, and D. Giulivo, “Time-Stepping Finite-Element Analysis of a 14-MVA Salient-Pole Shipboard Alternator for Different Damper Winding Design Solutions,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 59, no. 6, pp. 2524-2535, Jun. 2012.
- [1.54] C. Jager, I. Grinbaum, and J. Smajic, “Dynamic Short-Circuit Analysis of Synchronous Machines,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 53, no. 6, Jun. 2017.
- [1.55] T. Cox, F. Eastham, and J. Proverbs, “End Turn Leakage Reactance of

- Concentrated Modular Winding Stators,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 44, no. 11, pp. 4057-4061, Nov. 2008.
- [1.56] R. Lin and A. Arkkio, “Calculation and Analysis of Stator End-Winding Leakage Inductance of an Induction Machine,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 45, no. 4, pp. 2009-2014, 2009.
- [1.57] J. H. J. Potgieter and M. J. Kamper, “Calculation Methods and Effects of End-Winding Inductance and Permanent-Magnet End Flux on Performance Prediction of Nonoverlap Winding Permanent-Magnet Machines,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 50, no. 4, pp. 2458-2466, 2014.
- [1.58] K. Ide, M. Takahashi, K. Miyakawa, Y. Tanaka, and Y. Yagi, “Synchronous Machine Field Current Calculations Using dq-axes Equations Considering Magnetic Saturation,” *IEEJ Trans. Ind. Appl.*, Vol. 116, No. 3, pp. 328-336, 1996.
井出一正・高橋身佳・宮川家導・田中洋司・八木恭臣:「飽和を考慮した dq 軸方程式に基づく同期機の界磁電流算定」, 電学論 D, Vol. 116, No. 3, pp. 328-336, 1996
- [1.59] J. Tamura, C. Nakazawa, and I. Chihara, “A Consideration on the Accuracy of Various Synchronous Machine Models for Power System Transient Stability Analysis,” *IEEJ trans. Power Energy*, vol. 121, no. 3, pp. 299-306, 2001.
田村淳二・中沢親志・千原勲:「各種同期機モデルの電力系統過渡安定度解析における精度に関する一考察」, 電学論 B, vol. 121, no. 3, pp. 299-306, 2001
- [1.60] D. Hiramatsu, K. Hirayama, T. Tokumasu, Y. Uemura, Y. Ishikawa, and A. Iwai, “Analysis of Damper Circuit Saturated Characteristic on Synchronous Machine Transient Condition,” *IEEJ trans. Power Energy*, vol. 123, no. 5, pp. 624-630, 2003.
平松大典・平山開一郎, 徳増正・上村洋市, 石川芳博・岩井明信:「同期機過渡現象時の制動巻線回路飽和特性」, 電学論 B, vol.123, no. 5, pp. 624-630, 2003
- [1.61] K. Shima, K. Ide, M. Takahashi, Y. Yoshinari, and M. Nitobe, “Theoretical and Numerical Study of Turn Ratio of a Salient-Pole Synchronous Machine,” *IEEJ trans. Ind. Appl.*, vol. 118, no. 10, pp. 1148-1156, 1998.

島和男・井出一正・高橋身佳・吉成良孝・二藤部光弘:「突極形同期機の巻数比に対する理論的および数値的考察」, 電学論 D, vol. 118, no. 10, pp. 1148-1156, 1998

第2章 無負荷飽和曲線の解析を高精度化するためのモデル化手法[2.1]²

2.1 2章の検討内容

2章では、1.4節で説明したモデル化手法のうち、(a)について検討する。無負荷飽和曲線は、界磁電流と電機子巻線に生じる誘起電圧の関係を表すもので、同期機において最も基本的な特性である。無負荷飽和曲線の計算結果に誤差があるということは、磁気回路内の起磁力(\propto 界磁電流)と、磁束(\propto 電機子巻線の誘起電圧)の関係、すなわち、同期機内の磁気抵抗が、FEAにおいて正しく表現できていないことを意味している。本章では、無負荷飽和曲線における誤差が、電機子電圧の変化に対して、どのような傾向を有しているかという分析を実施し、その結果に基づいて、以下の4項目を主要な誤差要因と考える。

- (i) 高磁界領域における鉄心磁気特性のモデル化[2.6], [2.7]
- (ii) 占積率のモデル化[2.10]
- (iii) 機械加工による鉄心磁気特性の劣化に対するモデル化[1.44]
- (iv) ギャップ長さの製造誤差に対するモデル化[1.43]

これらについては、既に先行研究において、FEAの誤差要因となりうることが指摘されており、特に、(ii)~(iv)については、無負荷飽和曲線を具体的な評価対象として、誤差への影響度が分析されている。しかし、これらの検討では、要因ごとの影響度を個別に評価するにとどまっており、これらを複合的に考慮した場合の計算精度は評価されていない。そこで本章では、これら4項目を複合的に考慮することにより、実用上、運転されうるすべての電圧範囲で、無負荷飽和曲線における高精度な解析の実現を目指す。また、(i)と(iii)については、設計者が容易に使えるように、利便性の高いモデル化手法を検討する。最後に、最適化を用いて各モデル化定数を同定し、計算誤差を評価するとともに、その妥当性について議論する。

² ©2021 IEEE. Reprinted, with permission, from K. Takeuchi, M. Matsushita, H. Makino, Y. Tsuboi, and N. Amemiya, "A Novel Modeling Method for No-Load Saturation Characteristics of Synchronous Machines Using Finite Element Analysis," IEEE Trans. Magn., vol. 57, no. 2, Feb. 2021.

2.2 誤差要因を考慮しない場合の計算精度

1.6.2 節において説明した測定システム(図 1.8)において、電機子巻線を開放し(三相正弦波電圧源を切り離し)、負荷機を速度制御モードで運転して基底速度(400 min^{-1})で回転させた。界磁電流 i_f を徐々に増加させて、 u, v, w 各相の電機子電圧 v_u, v_v, v_w を測定し、回転角を用いてdq軸の電圧 v_d, v_q に変換した。本同期機における回転子の鉄心材料は SPCC、端板の材料は SS400 であり、電磁鋼板に比べて磁気ヒステリシスが大きい。従って、一般的な同期機と同様に、界磁電流を増加させた場合(上昇曲線)と減少させた場合(下降曲線)で、異なる曲線となる[1.20]。一方、FEA においては、各磁性材料に初磁化特性が設定されているため、得られる結果は上昇曲線に対応する。このため、測定においては、 i_f は増加方向のみに変化させて、上昇曲線を測定した。測定結果を図 2.1 に示す。機内には i_f によって作られたd軸磁束 Φ_d のみが存在するため、誘起電圧は v_q だけとなっている。無負荷飽和曲線から、d軸の電機子反作用インダクタンス L_{ad} が、次のように計算できる。

$$L_{ad} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{v_q}{k\omega_e i_f} \quad (2.1)$$

k は電機子巻線に対する界磁巻線の巻数比(定義は(1.3)式)、 ω_e は電氣的な角速度である。測定値から得られた L_{ad} を図 2.2 に示す。 v_q が増加すると磁気飽和が強くなり、 L_{ad} が低下している。

株式会社 JSOL の磁界解析ソフトウェア JMAG[®]-Designer ver. 18.1 を用いて三次元解析を実施し、無負荷飽和曲線を計算した。解析モデルのメッシュを図 2.3 に示す。また、解析において各材料に設定した磁気特性(磁界解析ソフトウェアのデータベースを参照した)を図 2.4 に示す。一般に、磁気特性の測定においては、電源容量などの制約により、測定可能な磁束密度に上限値が存在する。本検討の場合は、概ね2 T程度が上限値であった。FEA においては、まず、図 2.4 に示した磁気特性を加工せずにそのまま与えた。すなわち、磁気特性のモデル化における誤差要因を全く考慮していない解析となっている。

図 2.5 は、無負荷飽和曲線の測定値と解析値を比較したものである。曲線の傾きが大きく変化する点(曲線の折れ曲がり点)や、高電圧領域において誤差が見られる。図 2.6 は、図 2.5 のデータから(2.1)式を用いて計算した L_{ad} を v_q に対してプロットしたものである。無負荷飽和曲線よりも、誤差が視覚的に分かり易く表れている。このため、以

降においては、無負荷飽和曲線と等価な $v_q - L_{ad}$ 曲線を対象として、解析精度を検証していく。誤差の傾向によって、図 2.6 に示した 4 種類の電圧範囲に分けられる。

領域 A: $184 \leq v_q$ (V)	解析値 < 測定値
領域 B: $80 \leq v_q < 184$ (V)	解析値 > 測定値
領域 C: $30 \leq v_q < 80$ (V)	解析値 \approx 測定値
領域 D: $v_q < 30$ (V)	解析値 > 測定値

定格電圧 (145 V) が含まれる領域 B において、特に大きな誤差が生じている。これは、実際の運転条件を対象とした解析に、大きな影響があることを意味している。 L_{ad} の誤差は、トルク、電流、力率など、無負荷飽和曲線以外の様々な特性の解析結果に影響すると考えられるため、この誤差を解消することは重要である。

図 2.7 は、各電圧領域における代表的な動作点の磁束密度分布である。領域 A では、固定子のティースや回転子の磁極において、磁束密度が 2 T を超えており、鉄心は大きく飽和している。領域 B では、鉄心の磁束密度が 1~1.5 T 程度となっており、飽和と不飽和の中間状態にあると考えられる。領域 C では、鉄心の磁束密度は 0.5 T 程度であり、不飽和状態とみなせる。領域 D では、領域 C よりさらに磁束密度が小さい。以降では、領域 A, B, C において、それぞれの誤差要因を分析し、モデル化手法を検討する。なお、一般に、同期機を領域 D のような低い電圧 (小さい磁束量) で駆動することはないため、本研究においては、検討対象としない。

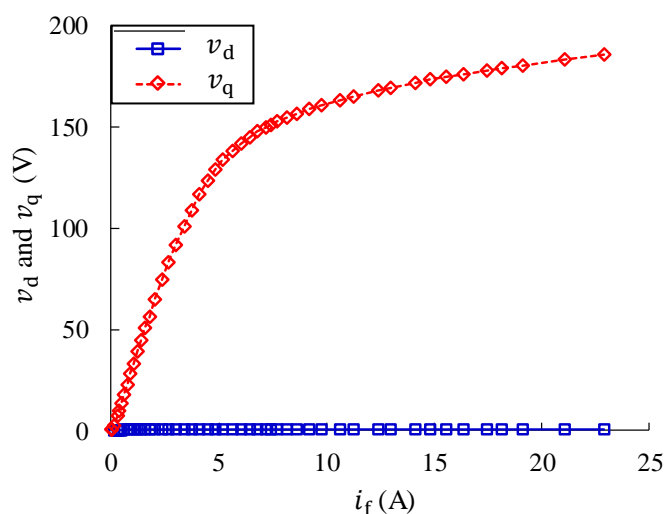


図 2.1 無負荷飽和曲線 (上昇曲線) の測定結果

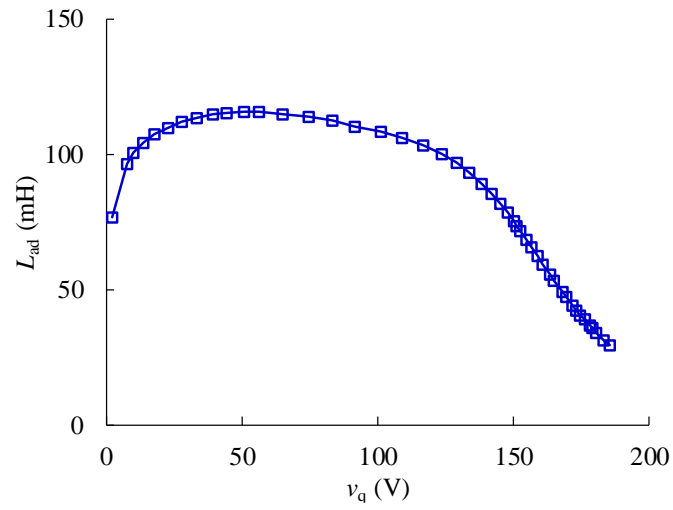


図 2.2 q軸電圧に対する電機子反作用インダクタンスの変化

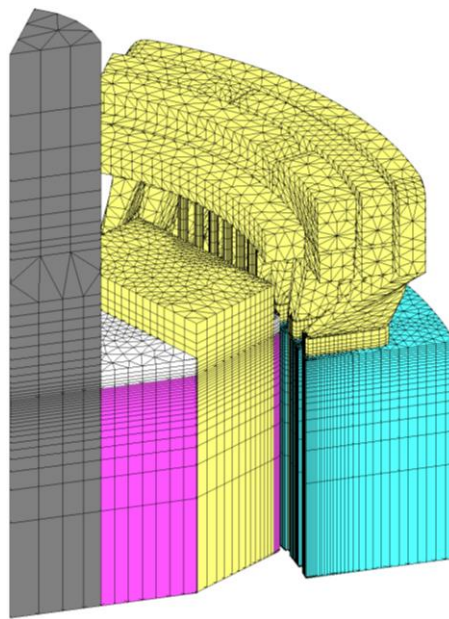


図 2.3 三次元解析モデルのメッシュ
要素数:363,817, 節点数:179,357

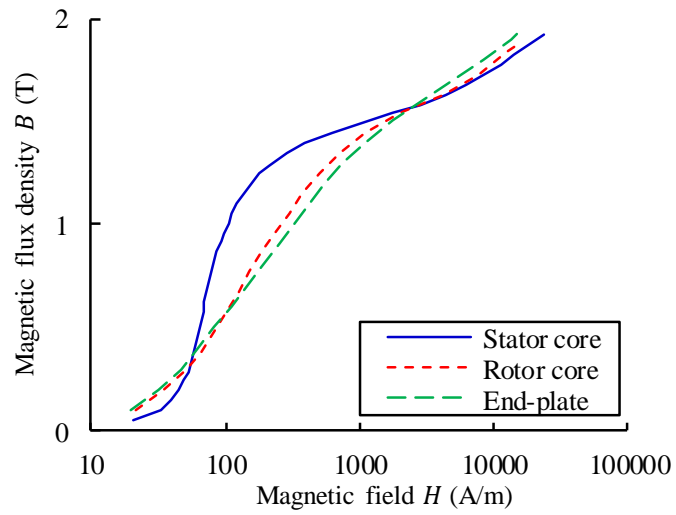


図 2.4 磁性材料の磁気特性

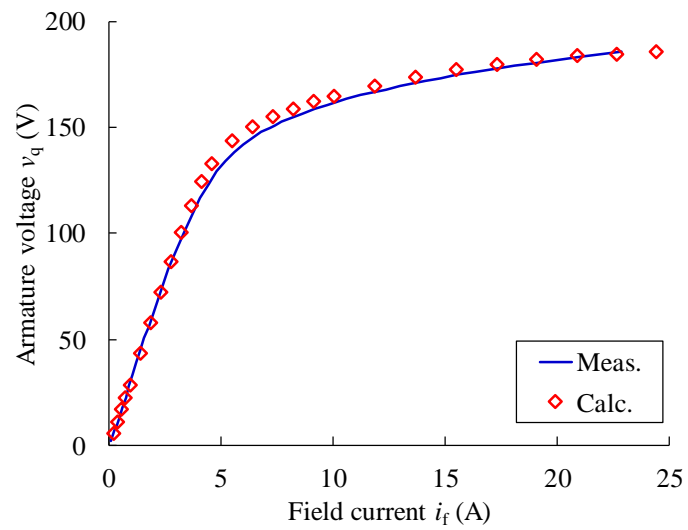


図 2.5 測定値と解析値の比較(無負荷飽和曲線)

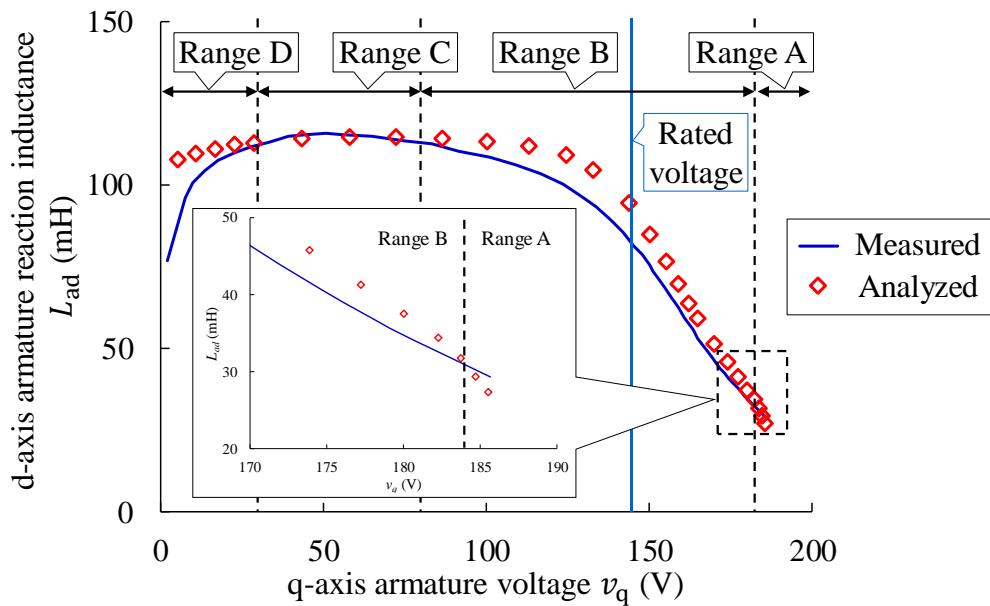


図 2.6 電機子電圧に対する電機子反作用インダクタンスの特性における測定値と解析値の比較

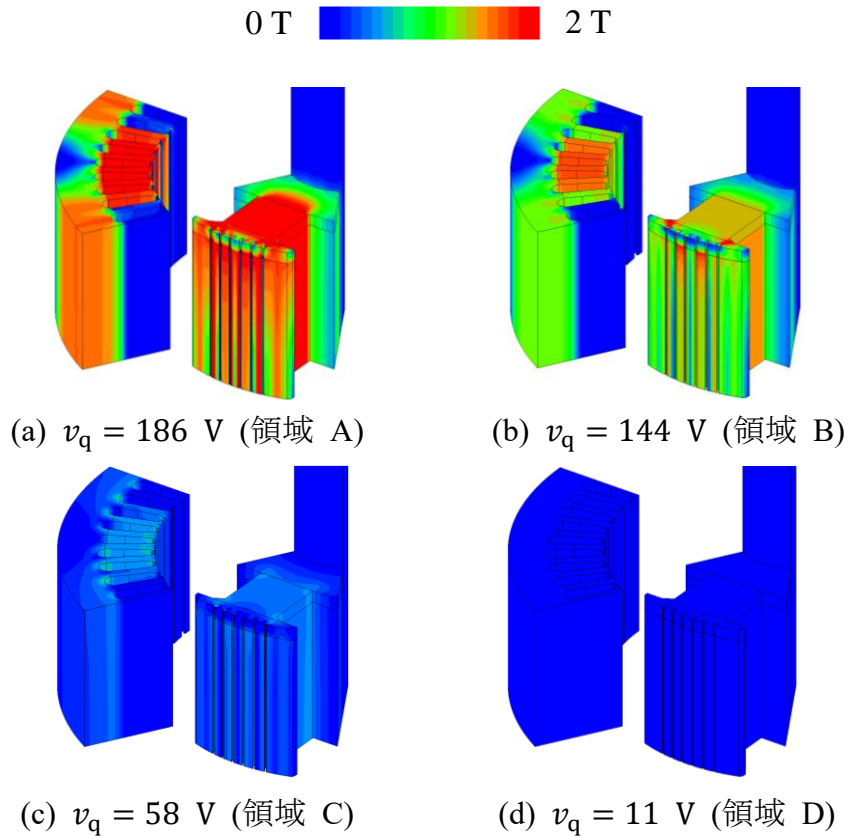


図 2.7 各電圧範囲における代表的な動作点の磁束密度分布

2.3 インダクタンスに対する磁気回路の影響度と誤差発生個所の分析

2.3.1 インダクタンスに対する磁気回路の影響度分布

L_{ad} の解析値における誤差の傾向から、図 2.6 に示したように、4 種類の電圧領域（領域 A～D）が定義できた。各電圧領域において、具体的にどのような誤差要因を検討すべきかを考えるには、インダクタンスの誤差が、磁気回路のどの部分に起因しているのかを特定する必要がある。そこで、磁気回路の各領域とインダクタンスの関係を表す指標（インダクタンスに対する磁気回路の影響度分布）を考える。

図 2.8 は、無負荷運転時における機内の励磁状態を模式的に表したものである。無負荷運転時は界磁電流 i_f のみで励磁されていることから、機内に蓄えられている磁気エネルギー U は次のようになる。

$$U = \int_0^{\Phi_f} i_f d\Phi_f \quad (2.2)$$

Φ_f は界磁巻線の鎖交磁束 Φ_f である。さらに、 U と双対な量である磁気随伴エネルギーを U^\dagger 考える。

$$U^\dagger = \int_0^{i_f} \Phi_f di_f \quad (2.3)$$

ところで、 U と U^\dagger は、機内における磁界の大きさを H 、磁束密度の大きさを B とすれば、次の積分で計算できる。

$$\left\{ \begin{array}{l} U = \int_V \left(\int_0^B H dB \right) dv \\ U^\dagger = \int_V \left(\int_0^H B dH \right) dv \end{array} \right. \quad (2.4)$$

ここで、 V は同期機の内部およびその周囲を含む領域を表している。(2.2)式と(2.3)式は、それぞれ(2.4)式の U および U^\dagger と等価であることから、これらの和に対して、次の関係式が導かれる。

$$U + U^\dagger = \int_0^{i_f \Phi_f} (\Phi_f di_f + i_f d\Phi_f) = \int_V \left\{ \int_0^{H,B} (HdB + BdH) \right\} dv \quad (2.5)$$

(2.5)式の第二項の積分と、第三項の内側にある積分は容易に実行できて、次のようになる。

$$\Phi_f i_f = \int_V BH \, dv \quad (2.6)$$

ここで、積分定数は0とした。

ところで、2.2節では、電機子反作用インダクタンス L_{ad} を(2.1)式で定義した。これは、インダクタンスを鎖交磁束(v_q/ω_e)と電流(i_f)の比として定義していることを意味する。非線形の磁気特性を有する磁気回路においては、電流の変化量に対する鎖交磁束の変化量の比(微分)によってインダクタンスを定義することもできるが、本論文ではこれを微分インダクタンスと呼び、上記のように鎖交磁束と電流の比によって定義したインダクタンスと区別して考える。

(2.6)式においては、インダクタンスが $L_f(i_f) = \Phi_f/i_f$ と計算できる。ここで、非線形磁気特性により、 i_f の大きさによってインダクタンスが変化することを明示的に表すため、 $L_f(i_f)$ とした。これを(2.6)式に代入すれば、次式が得られる。

$$L_f(i_f) = \frac{1}{i_f^2} \int_V BH \, dv = \int_V \left(\frac{BH}{i_f^2} \right) dv = \int_V \lambda_f \, dv \quad (2.7)$$

ここで、 $\lambda_f = BH/i_f^2$ であり、これは、 L_f に対する磁気回路の影響度分布とみなすことができる。すなわち、FEAの結果から得られた B や H の分布から λ_f を計算すれば、磁気回路上のどの部分が、全体のインダクタンスにどの程度影響しているのかを定量的に分析できる。導出過程で説明した通り、これは、系が非線形磁気特性を有する場合にも成り立つ関係である。なお、無負荷飽和曲線の計算精度として着目しているのは、電機子反作用インダクタンス L_{ad} における誤差であるが、次項で説明するように、 L_f とほぼ等しい特性を有する。

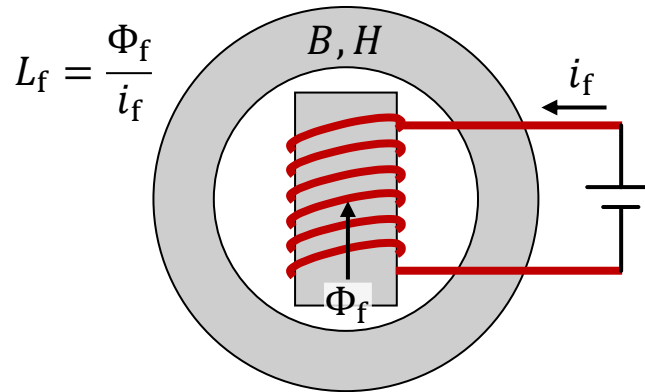


図 2.8 無負荷運転時の励磁状態を表す模式図

2.3.2 影響度分布による誤差発生個所の分析

まず、(2.7)式が同期機の無負荷解析において成立しているかを確認する。FEA の結果において、各要素の磁束密度ベクトル \mathbf{B} と磁界ベクトル \mathbf{H} の内積を i_f^2 で割って λ_f を計算し、解析領域全体で体積積分した。これによって得られた L_f が図 2.9 の実線である。一方、FEA においては、ベクトルポテンシャル \mathbf{A} を電流素片に沿って線積分することにより、界磁巻線の鎖交磁束 Φ_f を得ることができる。これを i_f で割ることによって得られた L_f が、図 2.9 に正方形でプロットした点である。両者は一致しており、無負荷飽和曲線の解析においても、 λ_f の積分からインダクタンスを計算できることが確認できた。

次に、無負荷飽和曲線において着目している L_{ad} と、界磁インダクタンス L_f の関係を考える。巻数比 k を用いれば、 L_f を電機子側に換算したインダクタンス L_f' が、次のように計算できる。

$$L_f' = \frac{2}{3k^2} L_f = \frac{2}{3k^2} \int_V \left(\frac{BH}{i_f^2} \right) dv = \int_V \left(\frac{BH}{i_{fd}^2} \right) dv \quad (2.8)$$

ここで、(1.2)の関係式を用いた。一般に、同期機においては、電機子側に換算した回路定数や等価回路を用いて議論することが多い。このため、以降では、電機子側に換算した界磁電流 i_{fd} と影響度 $\lambda_f' = BH/i_{fd}^2$ を用いることにする。

無負荷運転時には、 i_{fd} によって励磁されており、発生する磁束は、電機子巻線に鎖交する成分 Φ_{ad} と電機子巻線に鎖交しない漏れ成分 Φ_{fd} に分けられる。図 2.10(a) は、これらを模式的に表したものである。これを、電機子側に換算した等価回路で表すと図 2.10(b) のようになる。これは、図 1.10(a) の d 軸等価回路において、各抵抗

と制動巻線回路を省略したものとなっている。 L_{fd} は界磁漏れインダクタンスであり、 $L_{fd}i_{fd}$ が Φ_{fd} 、 $L_{ad}i_{fd}$ が Φ_{ad} に対応している。すなわち、(2.8)式の界磁巻線のインダクタンス L_f' は $L_{ad} + L_{fd}$ に等しい。図 2.11 は、 L_f' と L_{ad} を i_{fd} に対してプロットしたものである。 L_{ad} よりも L_f' の方がわずかに大きくなっており、この差が L_{fd} である。図 2.10(a)から分かるように、 Φ_{fd} が通過する磁路には、磁極間の大きな空隙が含まれており、磁気抵抗が大きい。このため、 L_{fd} は小さく、また、磁気飽和の影響を受けにくい。したがって、 λ_f' を用いて L_f' に対する磁気回路の影響度を分析すれば、その傾向は L_{ad} にも当てはめることができる。

解析領域全体を 3 つの領域(ギャップ領域、固定子領域、回転子領域)に分け、それぞれの領域において影響度分布 λ_f' を体積積分した。固定子領域には、固定子鉄心と電機子巻線、回転子領域には、回転子鉄心、端板、シャフト、界磁巻線、制動巻線が含まれている。ギャップ領域は、固定子領域と回転子領域を除く空気領域すべてを含んでいる。図 2.12 は、各領域での積分値を v_q に対してプロットしたものである。 v_q が小さい(界磁電流が小さい)領域においては、ギャップ領域が L_{ad} の変化に対して支配的であることが分かる。これは、鉄心部分の磁気抵抗が十分小さいことを意味している。しかし、 v_q が増加するにつれて、各領域の影響度は変化し、 $v_q = 187 \text{ V}$ (解析上の最大値)においては、回転子領域の方が、ギャップ領域の影響度よりも大きい。回転子鉄心が磁気飽和することによって、回転子鉄心や端板の磁気抵抗が、ギャップ領域の磁気抵抗より大きくなっているためである。全領域での積分結果を 100 とした時の、各領域における λ_f' の積分値が占める割合を図 2.13 に示す。 v_q が小さい領域では、ギャップ領域が約 80%を占めているが、 v_q が大きい領域では、全体の約 50%を回転子領域が占めている。図 2.14 は、図 2.7(a)~(d)の 4 動作点において、軸方向の中心における断面内での λ_f' の分布を表している。(c)や(d)では、 λ_f' はギャップ領域に集中しており、インダクタンスがギャップの磁気抵抗によって決まっていることが理解できる。一方、(a)や(b)では、回転子の磁極において λ_f' が大きくなっており、これらの磁気抵抗が正しく考慮されているかが、計算精度に影響することが分かる。

以上の結果より、領域 A のように v_q が小さい領域においては、ギャップ領域のモデル化に誤差要因があると推測される。一方で、領域 C のように v_q が大きい領域では、固定子領域や回転子領域のモデル化に誤差要因があると推測できる。領域 B においては、両者の影響を複合的に考える必要があると言える。

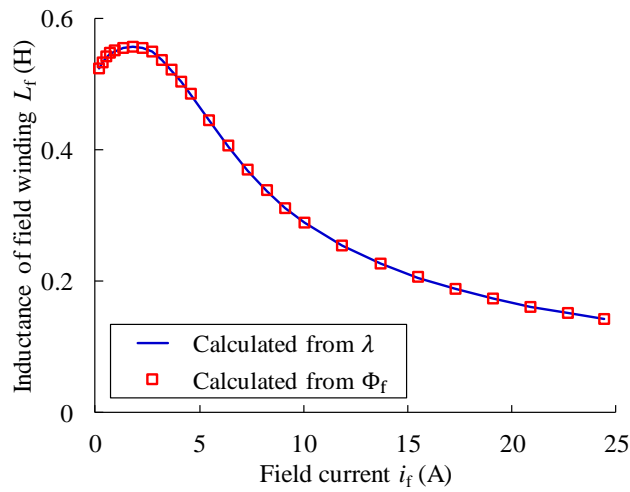
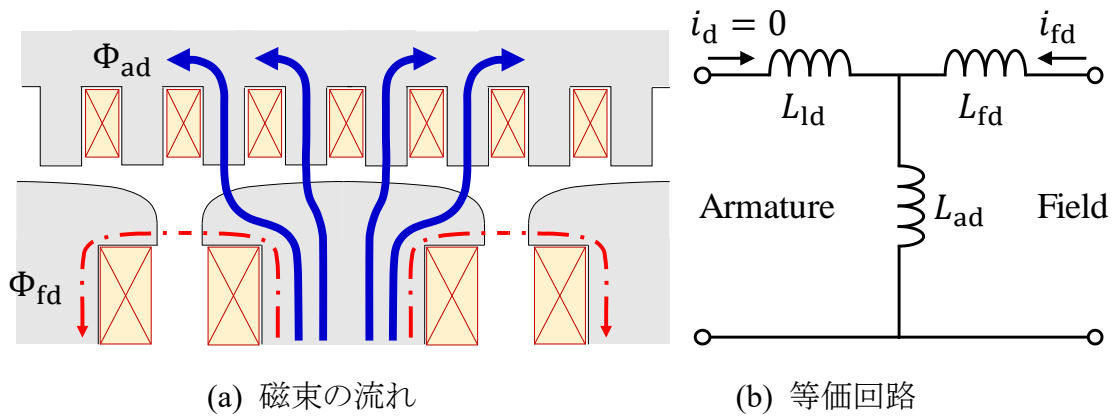


図 2.9 二種類の計算方法から得た界磁インダクタンス L_f の比較



(a) 磁束の流れ

(b) 等価回路

図 2.10 同期機におけるd軸の磁束と等価回路

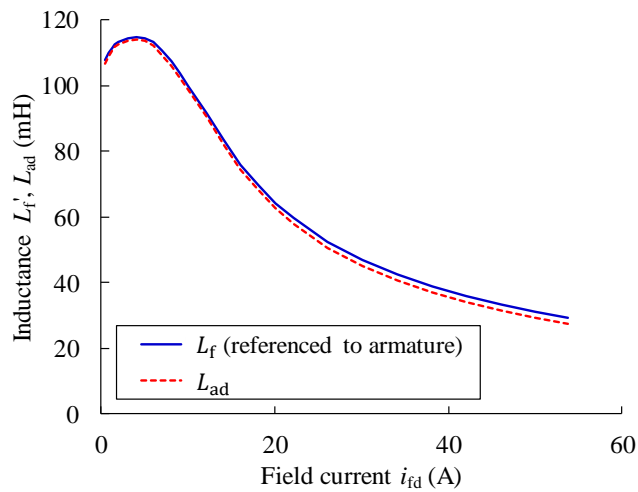


図 2.11 電機子側に換算した界磁インダクタンス L_f' と電機子反作用インダクタンス L_{ad} の比較

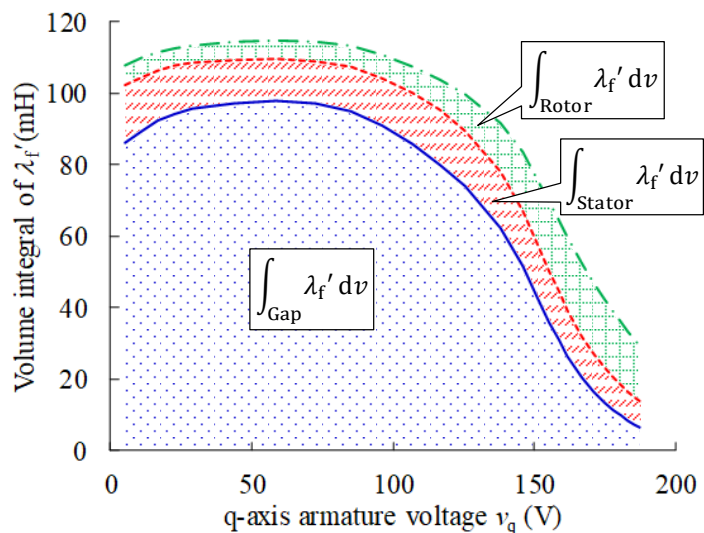


図 2.12 影響度分布 λ_f' の積分結果

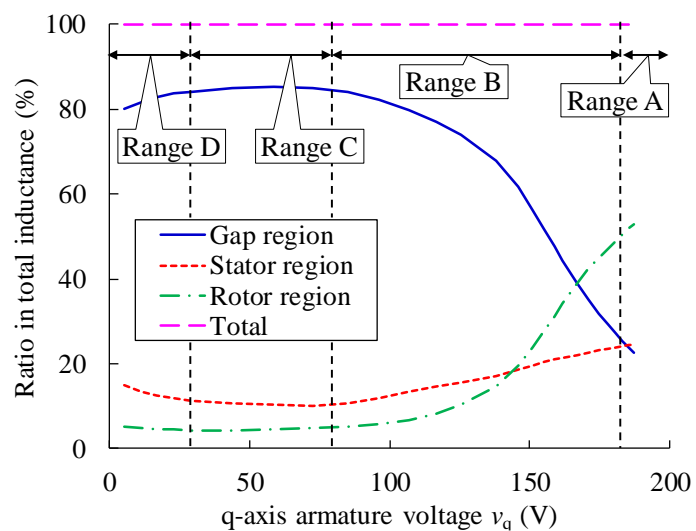
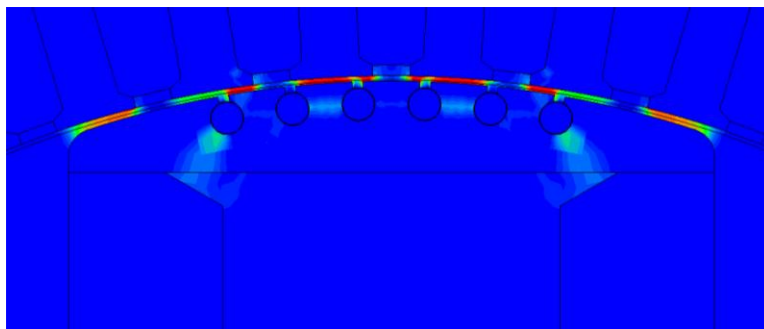
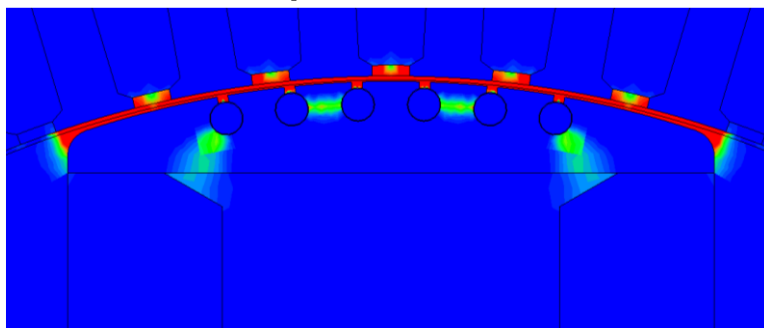


図 2.13 各領域が全インダクタンスに与える影響の割合

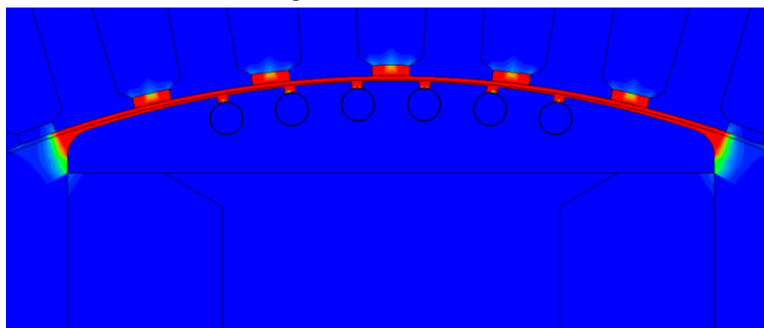
0 H/m³  500 H/m³



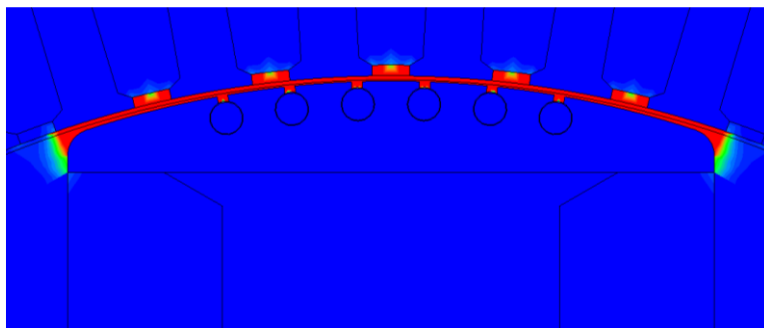
(a) $v_q = 186$ V (領域 A)



(b) $v_q = 144$ V (領域 B)



(c) $v_q = 58$ V (領域 C)



(d) $v_q = 11$ V (領域 D)

図 2.14 各電圧範囲における λ_f' の分布

2.3.3 影響度分布と等価回路の関係

2.3.2では、固定子領域、ギャップ領域、回転子領域のそれぞれで λ_f' を積分し、それらの割合によって、インダクタンスに対する磁気回路の影響度を議論した。ここでは、本筋の議論からは少し離れるが、同期機の等価回路における各インダクタンスと λ_f' の関係について考察し、 λ_f' の物理的な意味をもう少し詳しく整理しておく。

前述のように、領域 A や領域 B においては、ギャップやスロットなどの空隙に生じる磁気抵抗だけでなく、鉄心の磁気抵抗の影響も大きい。そこで、固定子ティースの先端部分と回転子磁極の先端部分が磁気飽和し、磁気抵抗が発生すると仮定した図 2.15 の状態を考える。 $\mathcal{R}_{\text{teeth}}$ と $\mathcal{R}_{\text{pole}}$ は磁気飽和によって生じる鉄心部分の磁気抵抗である。 $\mathcal{R}_{\text{st slot}}$, \mathcal{R}_{gap} , $\mathcal{R}_{\text{rt slot}}$ は、それぞれ、固定子スロットや回転子の磁極間、ギャップなど、空隙に生じる磁気抵抗である。磁気抵抗が発生する領域における λ_f' の積分値を、それぞれ $L_{\text{st slot}}$, L_{teeth} , L_{gap} , L_{pole} , $L_{\text{rt slot}}$ とすれば、次のようになる。

$$\begin{aligned} L_{\text{ad}} + L_{\text{fd}} &= L_f' = \int_V \lambda_f' dv \\ &= \int_{\text{st slot}} \lambda_f' dv + \int_{\text{teeth}} \lambda_f' dv + \int_{\text{gap}} \lambda_f' dv + \int_{\text{pole}} \lambda_f' dv + \int_{\text{rt slot}} \lambda_f' dv \\ &= L_{\text{st slot}} + L_{\text{teeth}} + L_{\text{gap}} + L_{\text{pole}} + L_{\text{rt slot}} \end{aligned} \quad (2.9)$$

(2.9)式を見ると、界磁巻線から見たインダクタンス $L_{\text{ad}} + L_{\text{fd}}$ が、形式的には各領域のインダクタンスに分けられたように見える。しかし、これらは実際のインダクタンスとは異なるため注意が必要である。すなわち、 λ_f' を積分して得られた $L_{\text{st slot}}$, L_{teeth} , L_{gap} , L_{pole} , $L_{\text{rt slot}}$ を用いて、同期機の等価回路を構成することはできない。以下では、その理由を説明する。

図 2.15 における磁束の流れは、図 2.16(a)の磁気回路によって表すことができる。さらに、磁気回路と電気回路の双対性[2.2]を利用すれば、図 2.16(a)の磁気回路は、図 2.16(b)の電気回路に変換できる。すなわち、起磁力源に対して並列／直列に接続された磁気抵抗は、電流源に対して直列／並列に接続されたインダクタンスで表現できる。得られた電気回路において、インダクタンス L_{teeth} , L_{gap} , L_{pole} は並列に接続されており、界磁側から見た合成インダクタンス L_f' は次のようになる。

$$L_f' = L_{\text{fd}} + \left(\frac{1}{L_{\text{teeth}}} + \frac{1}{L_{\text{gap}}} + \frac{1}{L_{\text{pole}}} \right)^{-1} \quad (2.10)$$

ここで、無負荷運転においては $i_d = 0$ であるため、回路の左端は開放とみなせることを用いた。このように、等価回路においては、単純なインダクタンスの和ではなく、逆数の和となっている。一方で、(2.9)式においては単純な和となっており、両者が対応していないことは明らかである。

ここまでの検討では、インダクタンスに対する磁気回路の影響度を議論するため、 BH を i_{fd}^2 で割って得られた λ_f' を用いた。しかし、物理的な意味を考えるためには、より基本的な(2.6)式に着目すべきである。図 2.16(b)の電気回路において、各インダクタンス $L_{\text{teeth}}, L_{\text{gap}}, L_{\text{pole}}, L_{\text{rt slot}}$ に鎖交する磁束を $\Phi_{\text{teeth}}, \Phi_{\text{gap}}, \Phi_{\text{pole}}, \Phi_{\text{rt slot}}$ とすれば、界磁巻線の鎖交磁束 Φ_f' (電機子側に換算)と i_{fd} の積は次のように展開できる。

$$\Phi_f' i_{fd} = (\Phi_{\text{gap}} + \Phi_{\text{rt slot}}) i_{fd} = \Phi_{\text{gap}} i_{fd} + \Phi_{\text{rt slot}} i_{fd} \quad (2.11)$$

ここで、並列接続されたインダクタンスの鎖交磁束は等しいことから、 $\Phi_{\text{teeth}} = \Phi_{\text{gap}} = \Phi_{\text{pole}}$ となることを用いた。また、 $L_{\text{teeth}}, L_{\text{gap}}, L_{\text{pole}}$ に流れる電流を $i_{\text{teeth}}, i_{\text{gap}}, i_{\text{pole}}$ とすれば、 $i_{fd} = i_{\text{teeth}} + i_{\text{gap}} + i_{\text{pole}}$ となる。これを(2.11)式に代入すると、次のように変形できる。

$$\begin{aligned} \Phi_f' i_{fd} &= \Phi_{\text{gap}} (i_{\text{teeth}} + i_{\text{gap}} + i_{\text{pole}}) + \Phi_{\text{rt slot}} i_{fd} \\ &= \Phi_{\text{teeth}} i_{\text{teeth}} + \Phi_{\text{gap}} i_{\text{gap}} + \Phi_{\text{pole}} i_{\text{pole}} + \Phi_{\text{rt slot}} i_{fd} \end{aligned} \quad (2.12)$$

(2.6)式と(2.12)式を比較すると、(2.9)式の各積分項は、次のように対応していると考えることができる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{\text{teeth}} BH \, dv = \Phi_{\text{teeth}} i_{\text{teeth}} = L_{\text{teeth}} i_{\text{teeth}}^2 \\ \int_{\text{gap}} BH \, dv = \Phi_{\text{gap}} i_{\text{gap}} = L_{\text{gap}} i_{\text{gap}}^2 \\ \int_{\text{pole}} BH \, dv = \Phi_{\text{pole}} i_{\text{pole}} = L_{\text{pole}} i_{\text{pole}}^2 \\ \int_{\text{st slot}} BH \, dv = \Phi_{\text{rt slot}} i_{fd} = L_{\text{rt slot}} i_{fd}^2 \end{array} \right. \quad (2.13)$$

これは、次のように説明できる。図 2.17 のように、完全磁気壁に挟まれた磁気的な平行板コンデンサを考える。例えば、固定子スロットの一部分は、このような構造とみなすことができる。磁気壁に鎖交する磁束 Φ は次のようになる。

$$\Phi = BS \quad (2.14)$$

B は磁束密度, S は磁気壁の断面積である。また, Ampere の法則より, 起磁力 i と磁界 H の間には, 次の関係がある。

$$i = Hd \quad (2.15)$$

d は磁気壁間の距離である。したがって, (2.18)式と(2.19)式から, 次のようになる。

$$\Phi i = (BS)(Hd) = \int BH \, dv \quad (2.16)$$

このように, B と H の積をある領域において体積積分すれば, その領域に流れる磁束と電流(起磁力)の積に等しいことが分かる。したがって, (2.13)式のように対応していることが確認できた。以上の考察より, 影響度 λ_f' は, 等価回路における各インダクタンスと次の関係にあることが分かる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{\text{teeth}} \lambda_f' \, dv = L_{\text{teeth}} \left(\frac{i_{\text{teeth}}}{i_{\text{fd}}} \right)^2 \\ \int_{\text{gap}} \lambda_f' \, dv = L_{\text{gap}} \left(\frac{i_{\text{gap}}}{i_{\text{fd}}} \right)^2 \\ \int_{\text{pole}} \lambda_f' \, dv = L_{\text{pole}} \left(\frac{i_{\text{pole}}}{i_{\text{fd}}} \right)^2 \\ \int_{\text{st slot}} \lambda_f' \, dv = L_{\text{rt slot}} \end{array} \right. \quad (2.17)$$

このように, λ_f' の体積積分は, 単純にその部分のインダクタンスを表しているのではなく, 電流の二乗比を乗じたものである。本検討のように, 全インダクタンスへの影響度を調査するという観点では, λ_f' をそのまま用いることに問題はないが, 各領域の磁気回路を表すインダクタンスに分解する際は, 電流の二乗比で換算しなければならないことに注意が必要である。

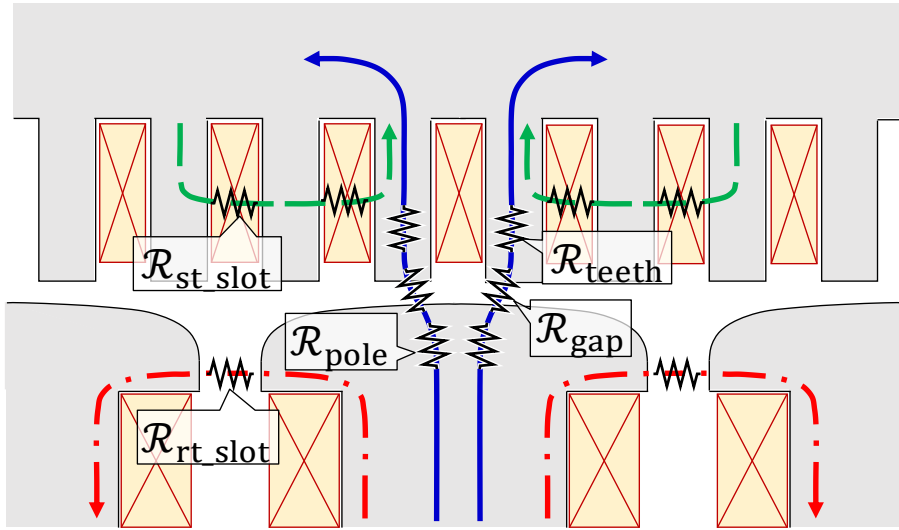
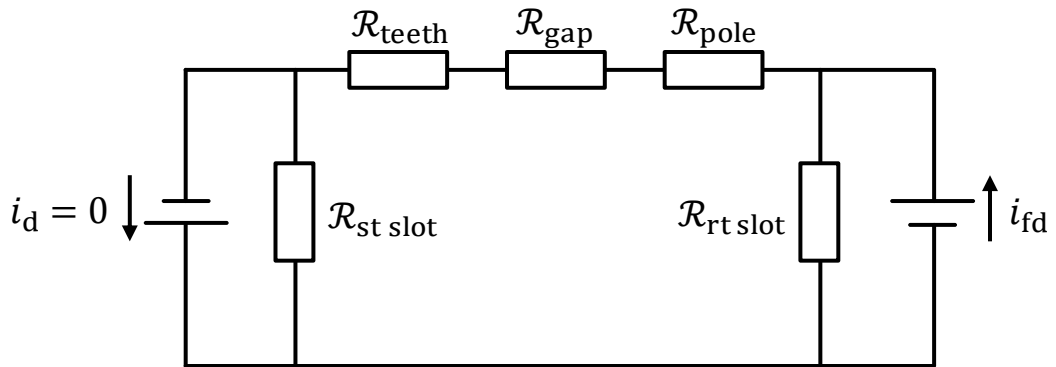
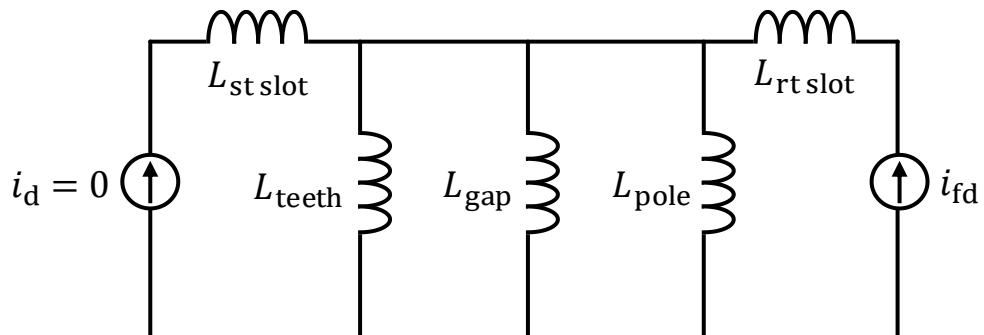


図 2.15 d軸磁束の流れと磁気飽和発生個所の一例



(a) 等価磁気回路



(b) 等価電気回路

図 2.16 同期機のd軸を表す等価回路

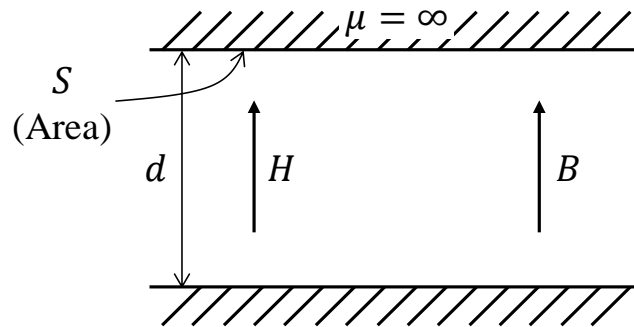


図 2.17 完全磁気壁に挟まれた領域

2.4 各領域における誤差要因の考察

2.4.1 高電圧領域(領域 A)における誤差要因

2.3.2 で考察したように、領域 A においては、電圧(磁束量)が大きく、鉄心が顕著に飽和しているため、固定子鉄心、回転子鉄心、端板など、磁性部品の磁気抵抗が、 L_{ad} の変化に対して支配的である。一般に、鉄心材料の磁気特性は、エプスタイン試験器[2.3]や単板試験器[2.4]を用いて測定できるが、励磁コイルの温度上昇や励磁電源の容量によって測定限界が決まり、一般に上限は 2 T 程度である[2.5]。領域 A においては、図 2.7 に示したように、固定子ティースや回転子磁極の磁束密度が 2 T を上回っており、FEA に設定した磁気特性のデータ範囲を超えてしまっている。図 2.5 の結果を得た FEA においては、真空の透磁率 μ_0 を用いて、データ範囲外の磁気特性をモデル化している。以降では、これを μ_0 モデルと呼ぶことにする。図 2.18 は、 μ_0 モデルによって得られた、高磁界領域における固定子鉄心の磁気特性である。 μ_0 モデルは簡便であることから、様々な解析ソフトウェアにおいて広く採用されているが、一方で、接続点において滑らかな曲線となっておらず、実際の磁気特性を過小評価していると考えられる。これは、FEA に設定した磁気特性データの上限値においても、まだ透磁率が十分に低下しておらず、 μ_0 よりも大きいためである。これが、領域 A において、 L_{ad} を過小評価してしまった原因と考えられる。

高磁界領域における磁気特性のモデル化手法は、これまでもさまざまな方法が提案されている[2.6]-[2.8]。代表的なものに、 H が十分に大きい領域において、 $B = \mu_0 H + M_s$ (M_s は飽和磁化)となることを利用した方法があり、データ上限値との間をどのような関数によって接続すべきかについて、さまざまな検討が行われている。文献[2.7]や[2.8]では、異なる関数を用いてモデル化した結果を比較し、それぞれの違いを

分析している。 M_s を用いたモデル化手法は、高磁界領域の磁気特性を高精度に表現できると考えられるが、磁気特性のデータとは別に、 M_s の測定が新たに必要となる。 M_s の測定においては、数 100 kA/m の外部磁界を加える必要があり、一般に、磁気特性データの取得とは異なる試験設備が必要となる[2.9]。

M_s を使用せずに高磁界領域の磁気特性を簡易に得るため、図 2.19 に示した $\ln H - \ln(\mu_r - 1)$ 平面上で、磁気特性が線形の特性を有することに着目する。これを利用すれば、磁気特性は次の一次関数でモデル化できる。

$$\ln(\mu_r - 1) = a \ln H + b \quad (2.18)$$

a は傾き、 b は切片である。これを変形すれば、次のように書ける。

$$B = \mu_0 H (1 + cH^a) \quad (2.19)$$

ここで、 $c = e^b$ である。本検討においては、 $H > 5000$ (A/m)における最小二乗法によって a と b を求めた。得られた定数を表 2.1 に示す。図 2.18 に示したように、この方法を用いて外挿すると、接続点において滑らかな特性が得られる。最小二乗法によって簡単に高磁界領域の磁気特性を得られる点が、本手法の特徴である。以降では、これを対数モデルと呼ぶことにする。

占積率 η も、固定子や回転子の磁気抵抗に大きな影響を与える。文献[2.1]によれば、占積率を考慮した等価的な磁気特性が次のように計算できる。

$$\mu_{\text{corr}}(H) = \eta \mu_{\text{orig}}(H) + (1 - \eta) \mu_0 \quad (2.20)$$

μ_{org} は η を考慮する前の磁気特性における透磁率である。IEC 規格[2.11]や JIS 規格[2.12]によれば、厚さ 0.5 mm の鉄板における η の最小値は 0.96 と規定されている。しかし、 η は積層時の圧縮力や打ち抜きによって生じるバリなど影響を受けるため、実際の値を見つけ出すことは容易ではない。

対数モデルと η を考慮した解析結果を図 2.20 に示す。なお、固定子鉄心と回転子鉄心の η は同じとした。対数モデルを用いたことにより、 $v_q - L_{\text{ad}}$ 曲線の解析値は、測定値とほぼ平行になっている。これは、高磁界領域における磁気特性の過小評価が修正されたことにより、鉄心や端板の磁気抵抗が実機に近い値となったためである。また、 $\eta = 1$ として得られた曲線と $\eta = 0.95$ として得られた解析値の間に測定値があることから、 η は 0.95~1 の範囲にあると考えられる。

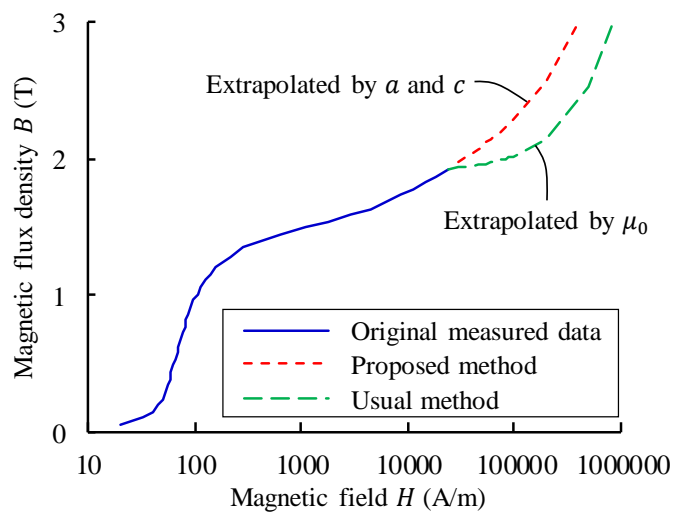


図 2.18 μ_0 モデルと対数モデルによって得られた磁気特性

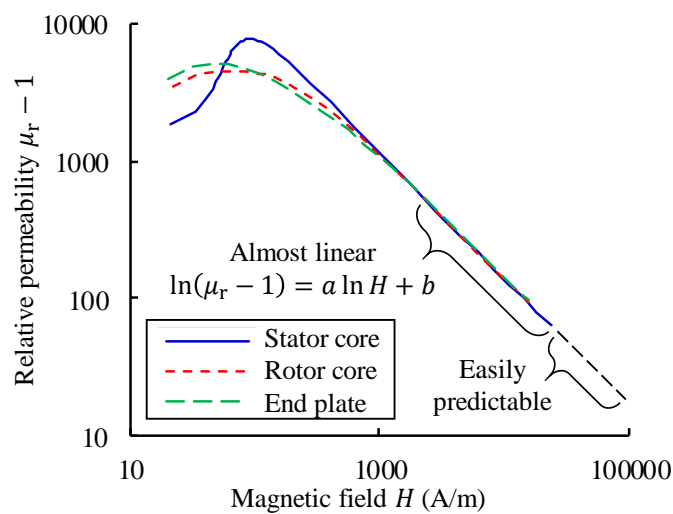


図 2.19 両対数グラフに表れる線形特性

表 2.1 最小二乗法によって得られた定数

	Stator core	Rotor core	End-plate
a	-0.907	-0.885	-0.884
c	6.15×10^5	5.09×10^5	4.97×10^5

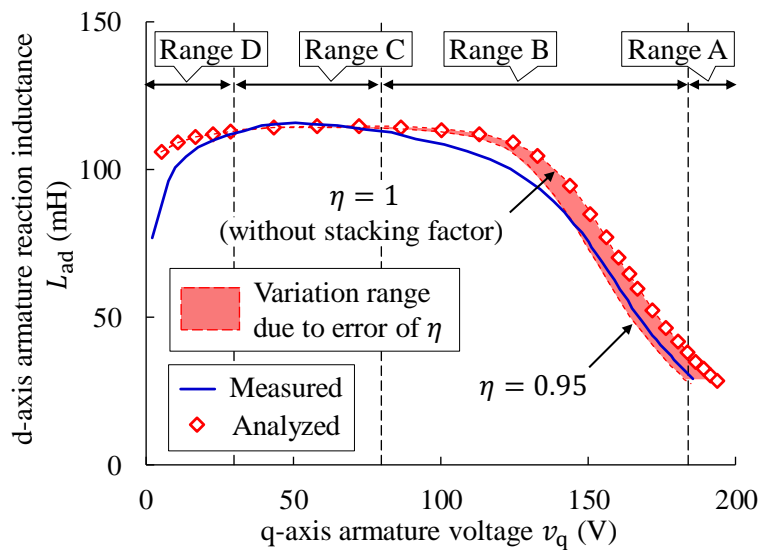


図 2.20 高磁界領域におけるモデル化手法と占積率を考慮した場合の解析値

2.4.2 中電圧領域(領域 B)における誤差要因

図 2.13 に示したように、領域 B においては、固定子領域、回転子領域、ギャップ領域のすべてが、 L_{ad} の誤差に影響する可能性がある。しかし、ギャップ領域の影響が支配的と考えられる領域 C では、図 2.6 に示したように、誤差はほとんど発生していない。すなわち、本解析においては、ギャップ領域のモデル化に大きな問題はないと推測される。したがって、領域 B においても、固定子領域や回転子領域などの鉄心部分における誤差要因を考える必要がある。領域 A の誤差要因として考えた占積率 η について、もし、0.95 という厳しい条件を仮定しても、図 2.20 に示したように、解析値の方が測定値よりも大きい。したがって、領域 B においては、占積率とは異なる誤差要因を考える必要がある。

磁束密度が 1 T 近傍の領域(飽和と不飽和の中間領域)における磁気特性は、鉄板に対するプレス加工による劣化の影響を受け易いことが知られている[2.13]-[2.15]。劣化の影響を考慮するために、文献[2.16]では、劣化係数 γ を導入し、打ち抜いたエッジ付近の磁界を $1/\gamma$ 倍大きくしている。このモデル化手法は、磁気特性の劣化を表現する上で効果的であるが、解析領域を劣化領域と健全領域に分割しておく必要があり、解析モデルの作成に時間を要するという問題がある。文献[2.17]でも、同様のモデル化手法が検討されている。

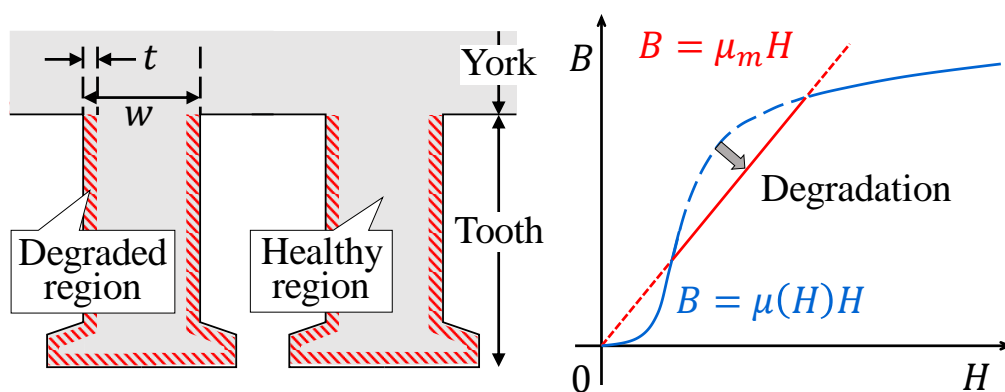
磁気特性の劣化をより簡単にモデル化するために、図 2.21(a)に示すように、鉄板の

切断面から距離 t の範囲を劣化領域と定義した。なお、本検討では、磁路幅が狭く、打ち抜きによる影響を受け易い固定子ティースだけに、劣化領域があると仮定した。本検討では、簡易にモデル化するために、劣化領域において、透磁率の最大値が μ_{\max} によって制限されると仮定した。また、ティース幅 w に対して、劣化領域と健全領域の比率 $\xi = 2t/w$ を定義し、健全状態と劣化状態の平均的な磁気特性が、ティース全体において一様に与えられる[2.18]と仮定した。この場合の透磁率は、次のようなる。

$$\mu_{\text{degr}} = \xi \mu_{\max} H + (1 - \xi) \mu_{\text{corr}}(H) \quad (2.21)$$

$\mu(H)$ は健全領域における透磁率である。このモデル化手法では、ティースは一様な磁気特性で表現されるため、解析モデルの領域を分割する必要がない。

図 2.22 に、磁気特性の劣化を考慮した場合としない場合の解析値を示す。[2.15]のデータを参考とし、 $\mu_{\max} = 500 \times \mu_0$ 、 $\xi = 0.25$ と仮定した。また、 $\eta = 1$ とし、対数モデルを適用している。劣化を考慮することによって、領域 B において曲線の変化が緩やかになり、測定値と近い傾向が得られている。したがって、 η と同様に、 μ_m と ξ が正しく同定できれば、解析誤差を低減できると考えられる。



(a) 劣化領域の定義

(b) 透磁率が μ_m で制限された磁気特性

図 2.21 磁気特性の劣化を考慮した解析モデル

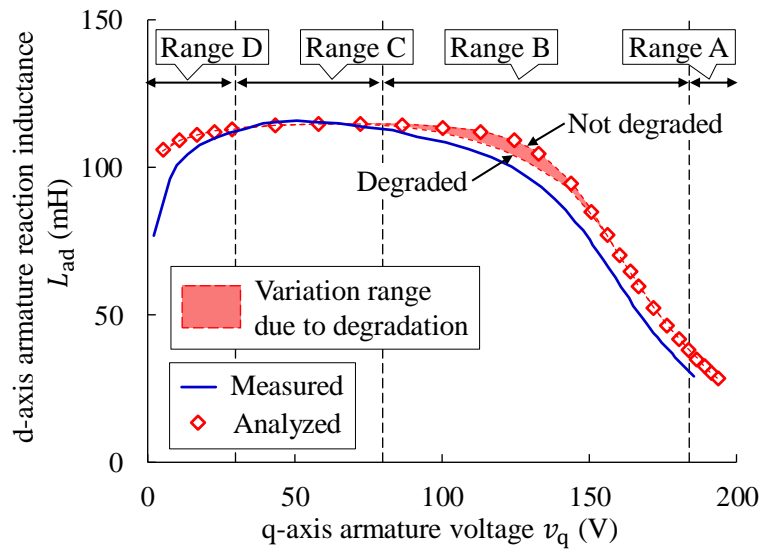


図 2.22 磁気特性の劣化を考慮した場合の解析値

2.4.3 低電圧領域(領域 C)における誤差要因

領域 C においては、領域 A とは対照的に、ギャップの磁気抵抗が L_{ad} の変化に対して支配的となる。2.4.2 でも述べたように、本検討の FEA においては、領域 C における誤差はほとんどなく、モデル化に大きな問題はないと考えられる。しかし、解析対象を変えた場合でも、同様の結果になるとは断定できないため、ギャップ領域のモデル化が、 L_{ad} に対してどの程度影響するのか調べておくことは重要である。

実際のギャップ幅は、製造公差の範囲内で、設計値に対して変動することが考えられる。図 2.23 は、ギャップ幅の設計値 0.4 mm に対して、 ± 0.03 mm の誤差があると仮定した場合の解析結果である。ギャップ幅の誤差は、 L_{ad} の解析値に大きく影響することが分かる。今回対象とした同期機においては、測定値は図中で塗りつぶした領域のほぼ中心にあり、設計通りに製作できていることが分かった。特に、ギャップ幅の狭い小容量の回転機においては、ギャップ幅の誤差に注意する必要がある。

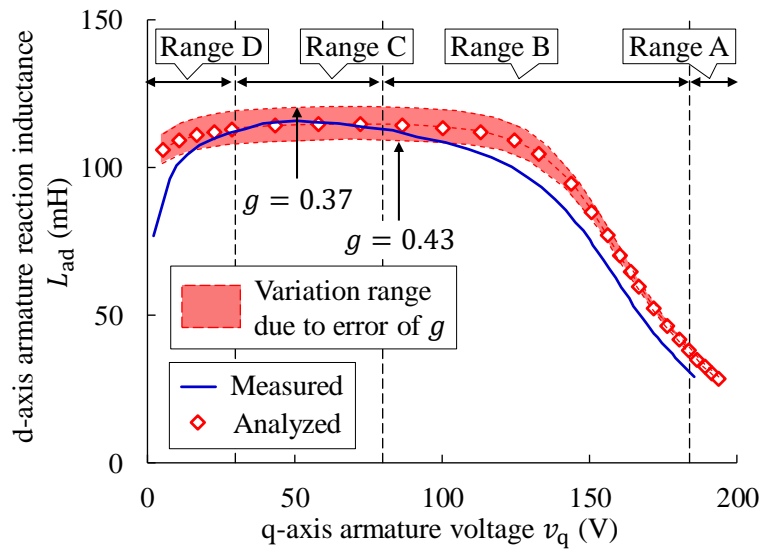


図 2.23 ギャップ幅の誤差を考慮した場合の解析値

2.5 最適化を用いたモデル化定数の同定

2.5.1 山登り法による最適化

磁気特性の正確なモデル化に必要な 6 個の定数を表 2.2 にまとめる。4.3 節で述べたように、高磁界領域のモデル化に必要な a と c は、最小二乗法によって簡単に同定できるが、その他の定数は決定することができない。そこで、 L_{ad} の測定値と解析値の差の最小化を目的関数とした最適化により、残りのパラメータを同定することを検討した。

最適化アルゴリズムのフローチャートを図 2.24 に示す。最適化においては、図 2.25 に示した、領域 A から C に含まれる 8 点を評価点として選択し、各点において FEA を実行する。計算結果から、各反復計算において 8 点の誤差を集計し、その値が増加しているか減少しているかによって、各変数 (η, μ_{max}, ξ, g) の補正量を決定する。

図 2.26 は、反復回数に対する残差の変化である。100 回程度の反復計算で収束することが分かった。最適化によって得られたモデル化定数を考慮した解析値は、図 2.27 に示したように、測定値とよく一致している。最適化によって得られたモデル化定数を表 2.3 に示す。図 2.28 は、各モデル化手法を考慮しない場合の解析値 (図 2.6) と、考慮した場合の解析値 (図 2.27) を、誤差として比較したものである。当初、最大で 13% 生じていた誤差は、最適化したモデル化定数を適用することによって、3% 以下ま

で低減できる。2.3 節で説明したモデル化手法を用いることにより、広い電圧範囲で誤差を低減できることが分かった。

表 2.2 モデル化に必要な定数のまとめ

Voltage range	Analyzed values	Error factor	Parameter
A: High voltage ($184 \leq v_q$)	Underestimated	Extrapolation for magnetic property Stacking factor	a and c η
B: Middle voltage ($80 < v_q \leq 184$)	Overestimated	Degradation of magnetic property	μ_m and t
C: Low voltage ($30 < v_q \leq 80$)	Almost agree	Gap length	g

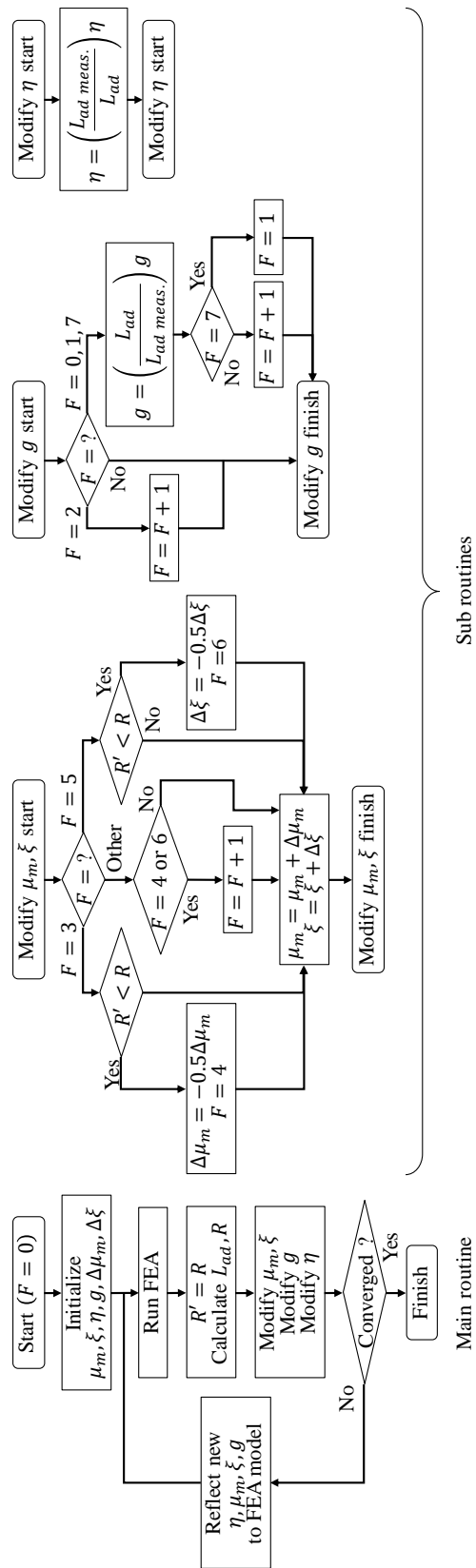


図 2.24 最適化アルゴリズムのフローチャート

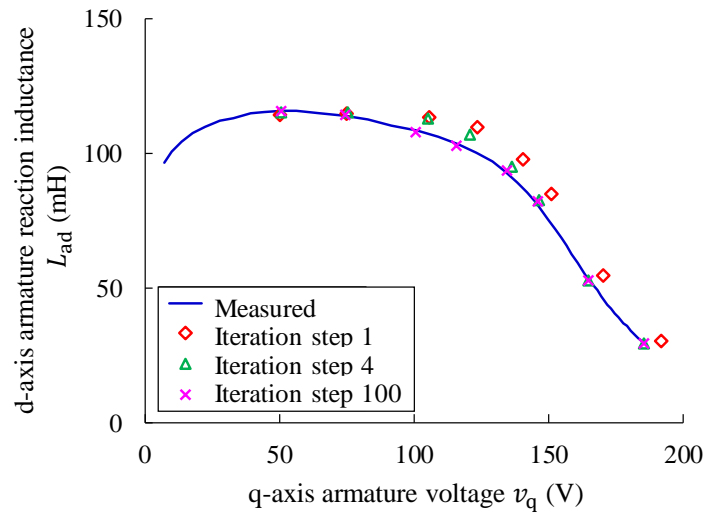


図 2.25 評価点と各反復回数における解析値

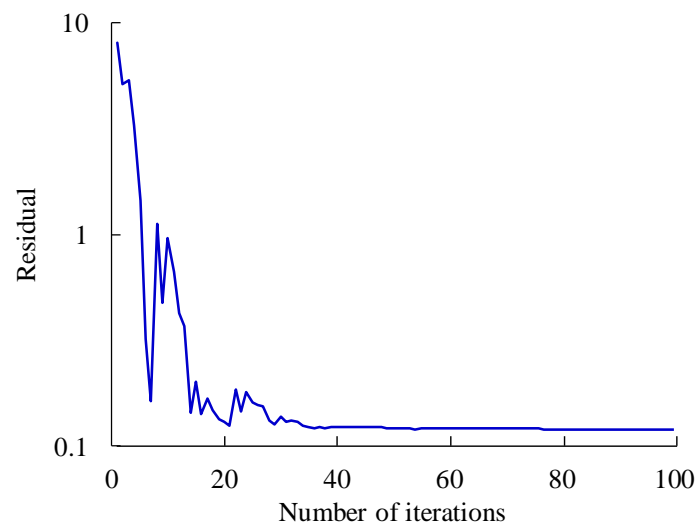


図 2.26 反復回数に対する残差の変化

表 2.3 最適化によって得られたモデル化定数

η	μ_{\max}	t	g
0.964	$391 \times \mu_0$ H/m	0.846 mm	0.391 mm

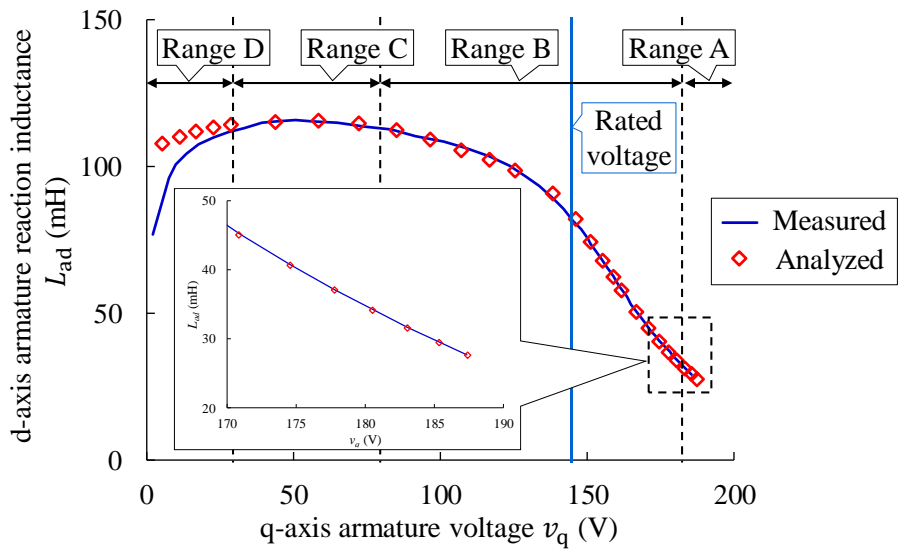


図 2.27 測定値と最適化後の解析値の比較

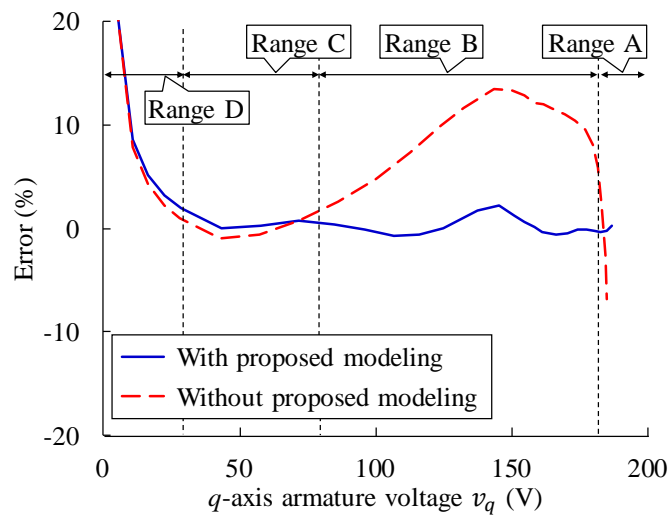


図 2.28 最適化前後における解析誤差の比較

2.5.2 モデル化定数の同定結果についての考察

A. 対数モデルの定数と占積率

本検討では、高磁界領域における磁気特性を簡易に得るため、両対数グラフ上での線形性((2.18)式)を利用してモデル化(対数モデル)することを試みた。真空の透磁率 μ_0 を用いた場合(μ_0 モデル)との違いは図 2.18 に示した通りであるが、ここでは、それ以外に二種類の方法とも比較してみる。一つ目は、磁気特性の点列データにおけ

る傾きの最終値を用いて外挿する方法(以下では、微分透磁率モデルと呼ぶ)である。もう一方は、材料の飽和磁化 M_s を用いる方法(以下では、 M_s モデルと呼ぶ)であり、本検討では、文献[2.6]で提案された手法(二次関数によって磁気特性データと飽和領域を接続する)を用いた。なお、 M_s の値は、文献[1.49]に記載された推定式によって計算した。その際、回転子鉄心や端板については、純鉄(ケイ素添加なし)と同じであるとした。図 2.28(a)は固定子鉄心の磁気特性、(b)は回転子鉄心の磁気特性を比較したものである。対数モデルにより得られた磁気特性は、 μ_0 モデルと微分透磁率モデルから得られた磁気特性の間にある。しかし、最も真値に近いと考えられる M_s モデルによる磁気特性と比べると、過大評価となっている。このように、対数モデルは、真値に対しては誤差があると考えられるにもかかわらず、図 2.27 に示したように、無負荷飽和曲線(電機子反作用インダクタンス L_{ad})の解析値は測定値とよく一致している。以下では、この理由について考える。

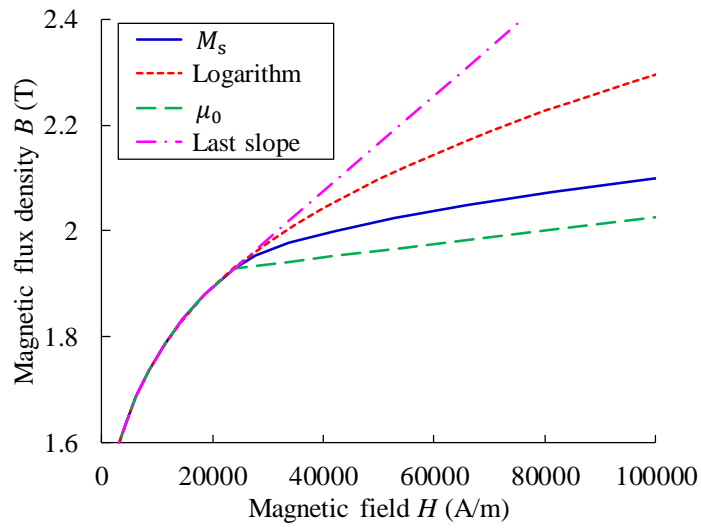
磁気特性に M_s モデルを適用し、それ以外のモデル化定数(η, μ_m, t, g)については、最適化によって得られた値(表 2.3)を適用した場合の解析を実施した。その解析値が図 2.30 において「 $M_s, \eta = 0.964$ 」と示されたデータである。電圧が増加するにつれて、測定値よりも小さくなっており、誤差が拡大している。これは、 M_s モデルによって得られた磁気特性においては、対数モデルによって得られた磁気特性よりも B が小さくなることに対応している。このように、真値に近い磁気特性を用いると、解析値が測定値よりも小さくなり、逆に誤差が増加してしまっている。これには次の理由が考えられる。

$\eta = 0.964$ は、鉄心や端板の磁気特性に対数モデルを適用した解析の誤差が最小となるように最適化した結果、得られた占積率である。IEC 規格[2.11]や JIS 規格[2.12]では、厚さ 0.5 mm の電磁鋼板における η は、0.96 以上とされており、0.96 は最小値である。すなわち、 M_s モデルを適用して最適化すると、0.964よりも大きな値が算出される可能性がある。また、回転子鉄心の鉄板は SPCC であり、電磁鋼板のように絶縁被膜が施されていない。このため、 η はさらに大きくなる可能性がある。回転子鉄心の η を 0.99(固定子鉄心の η は 0.964 のままとした)に設定した場合の解析値を、図 2.30 の「 $M_s, \eta = 0.99$ 」に示す。 M_s モデルを適用した場合でも、解析値が測定値を上回る結果となっている。すなわち、対数モデルを用いたことによる磁気特性の過大評価が、 η によって打ち消され、測定値と近い値が得られていた可能性がある。

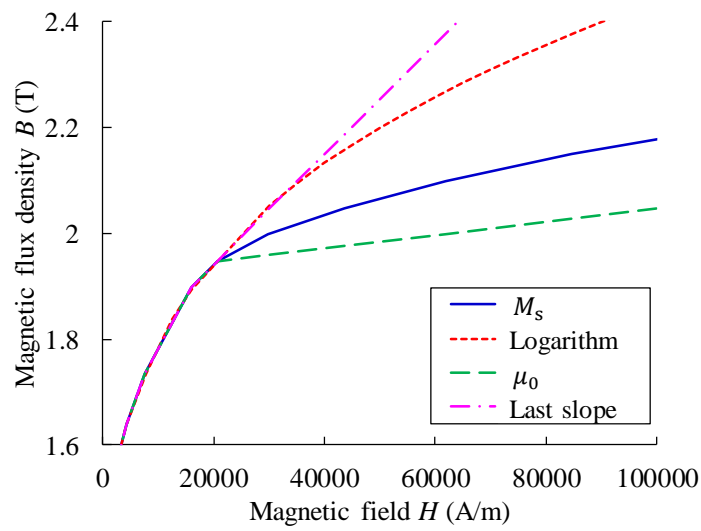
一方で、「 $M_s, \eta = 0.99$ 」の場合、電圧の低い領域においては、解析値が測定値よりも大きくなってしまいうという新たな問題が生じる。この原因は、磁気特性の劣化に対するモデル化が不十分であるためと考えられる。本検討では、劣化領域の透磁率が μ_m に

制限されるという仮定を設け、図 2.21(b)のように、磁気特性の一部分が一次関数で表されるとした。しかし、実際の磁気特性は滑らかに変化するため、図 2.31 のように、比較的高磁界の領域においても、磁気特性の劣化が影響していると考えられる。本節の後半で、テース部分の磁気特性を測定した例を示すが、比較的高磁界の領域($H \approx 10000 \text{ A/m}$)においても劣化の影響が見られる。このように、比較的高磁界における磁気特性の劣化も影響して、測定値と解析値に良い一致が見られたと考えられる。

以上のように、本論文で検討した対数モデルや、最適化によって得られた占積率の値は、実際の物理現象とは、厳密には異なる可能性がある。しかし、高磁界領域における磁気特性のモデル化誤差や占積率が、無負荷飽和曲線の高電圧領域(領域 A)の計算誤差に影響していることは 2 章で説明した通りであり、これらを考慮することで、巨視的な視点での計算精度(磁気回路全体のインダクタンスにおける誤差)は改善されている。このため、電流、電圧、トルクなどを評価する目的においては、これらの手法は活用できると考えられる。



(a) 固定子鉄心



(b) 回転子鉄心

図 2.29 異なる外挿手法を用いた場合の磁気特性

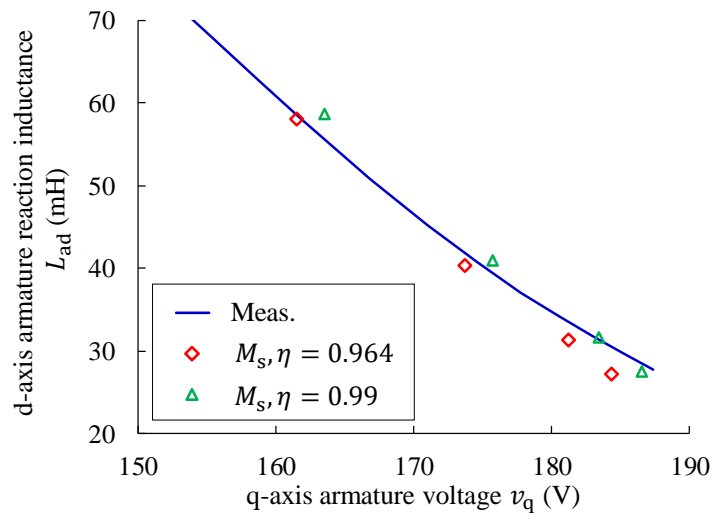


図 2.30 飽和磁化によってモデル化した場合の解析値

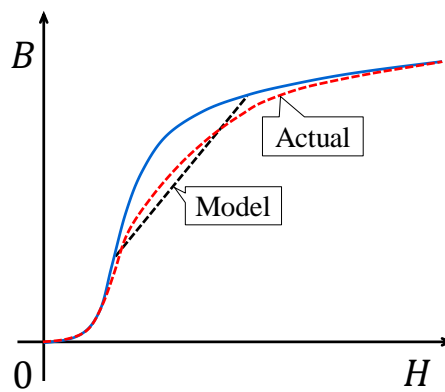


図 2.31 磁気特性の劣化における実現象とモデルの違い

B. 磁気特性の劣化定数

劣化係数の同定値 ($\mu_m = 391 \times \mu_0$, $t = 0.846 \text{ mm}$) から計算された磁気特性を図 2.32 に示す。文献[2.15]では、打ち抜きによる残留応力の分布が報告されている。加工条件にもよるが、切断面から板厚程度の範囲において残留応力が分布している。この結果から、劣化領域の範囲も板厚 (0.5 mm) 程度と考えることができ、最適化より得られた劣化領域の範囲 (0.846 mm) は妥当であると考えられる。

さらに詳細な評価を行うため、図 2.33 に示したように、固定子鉄心の一部分をワイヤーカットで切り出して試験片を作成し、磁気特性を測定した。なお、試験片の切り出しに用いた固定子のティース幅は 5.6 mm となっており、評価した同期機の固定子のティ

ース幅 4.2 mm とは異なることに注意が必要である。このため、定量的に両者を比較することはできないが、磁気特性の劣化がどの程度生じているのか、定性的な議論は可能と考えられる。切り出した試験片と圧延方向 (RD: Rolling Direction) の関係を図 2.34 に示す。固定子鉄心を 4 か所 (No. 1~4) に分けて、それぞれからティース部分の試験片, No. 3 と 4 からはコアバック部分の試験片を作成した。磁気特性の測定結果を図 2.35 に示す (TD は RD に対する直角方向を表している)。コアバック部分に比べて、ティース部分の磁気特性は劣化していることが分かる。ティース部分の 4 つのデータ, コアバック部分の 2 つのデータを平均化し、解析に用いた磁気特性 (図 2.4) と、それに劣化を考慮した磁気特性を比較したものが図 2.36 である。最適化によって得られた劣化定数を考慮した磁気特性は、ティース部分における試験片の磁気特性と近い傾向が得られている。前述の通り、試験片は固定子形状が異なること、また、試験片切り出し時に、さらに歪みが増えられていること、などのため、定量的な評価はできないが、最適化によって得られた $\mu_m = 391 \times \mu_0$ と $t = 0.846$ mm については、概ね妥当であると考えられる。

本検討では、固定子のティース部分だけが劣化していると仮定した。これは、以下の理由により、ティース部の劣化が支配的と考えられるためである。まず、固定子のヨーク部 (コアバック部) においては、磁路幅が t より十分大きいことから、打ち抜きによる磁気特性の劣化は小さいと考えられる。固定子鉄心はフレームに焼き嵌められており、その圧縮応力によっても、ヨーク部の磁気特性は劣化している可能性がある。しかし、文献[2.19]や[2.20]で示されているデータから、本検討において推定された劣化量と比べて、焼き嵌めによる磁気特性の劣化量は小さいと想定される。また、回転子鉄心はワイヤーカットにより製作されており、こちらも文献[2.21]から、劣化の影響は比較的小さいと考えられる。このように、厳密には、ティース部以外にも磁気特性の劣化が生じている。本検討では、これらすべての影響がティース部分に集約された FEA となっていることに注意が必要である。

C. ギャップ幅

ギャップ幅の同定値は 0.391 mm であり、製造誤差は 9 μm となった。一般的な鉄心の加工では、公差は数 10 μm であることから、これも妥当な結果と考えられる。

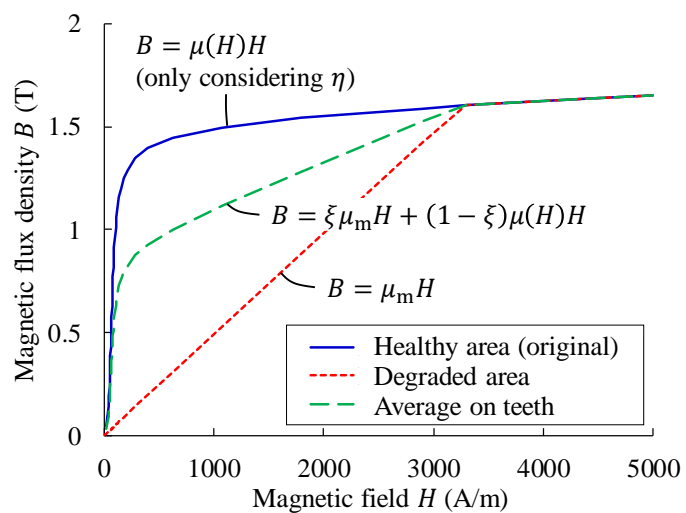


図 2.32 最適化によって得られた磁気特性

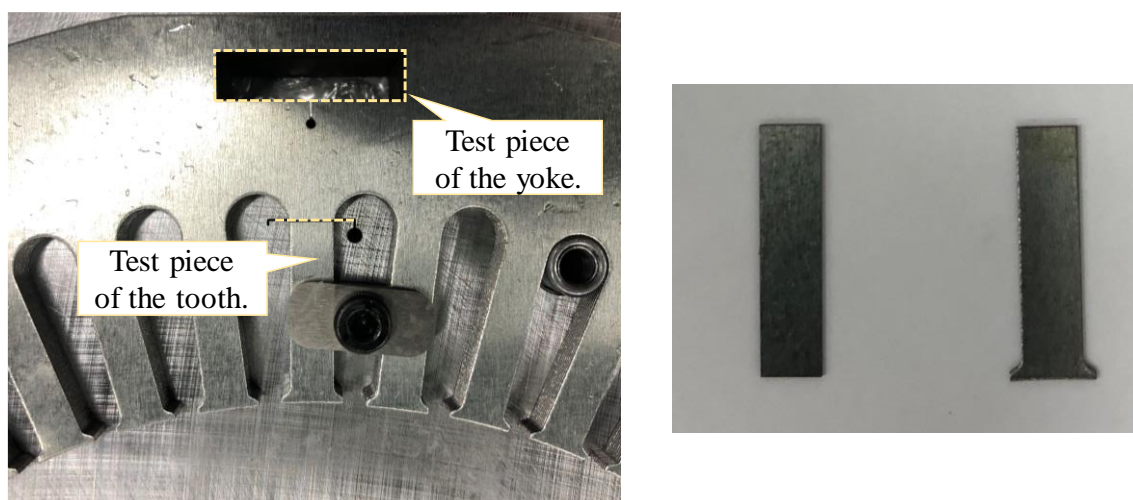


図 2.33 固定子鉄心から切り出した試験片

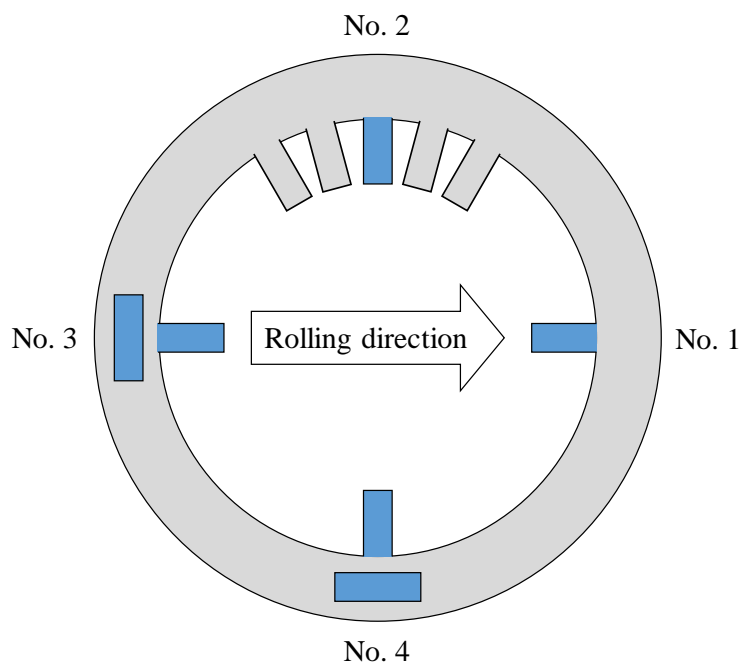


図 2.34 試験片の切り出し位置と圧延方向の関係

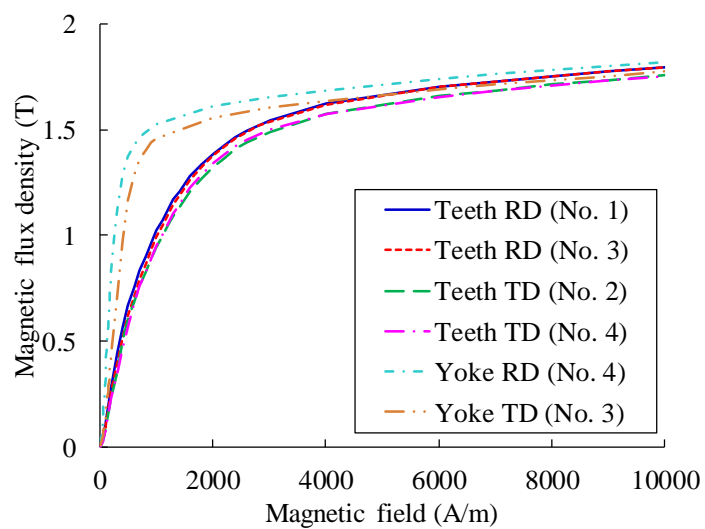


図 2.35 試験片を用いた磁気特性の測定結果

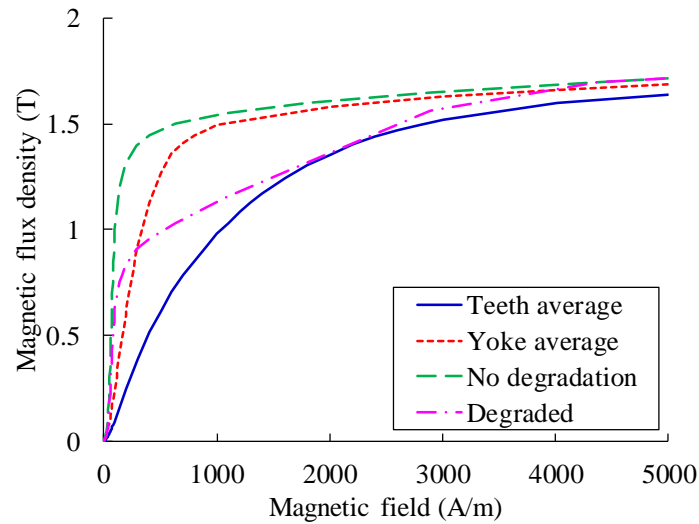


図 2.36 磁気特性の比較

2.6 実際の設計・製造現場における活用方法

本節では、2 章において検討したモデル化手法が、実際の設計・製造現場においてどのように活用できるかを考えてみる。

ある設計の同期機を、同じ製造設備を用いて複数台製造する場合は、最初の一台、理想的には数台、において定数を同定しておけば、以降に製造した同期機は同じ定数を用いて高精度な解析が実現できる。しかし、実際の製造現場においては、設計の異なる(鉄心の形状や大きさ、鉄心材料の種類などが異なる)さまざまな同期機が扱われていることが一般的である。その一つ一つにおいて、各定数を同定することは現実的でない。このような場合において、本モデル化手法をどのように適用するかについて考える。

まず、鉄心の形状や大きさは異なるが、使用する鉄心材料、製造設備、製造方法が同一の場合を考える。対数モデルにおける a と c は、材料の磁気特性からすぐに算出できるため、問題はない。磁気特性の劣化をモデル化する μ_m と t については、材料と製造設備が同じであれば、変化しないと考えられる。すなわち、新しい設計において、ティース幅が w' になったとすれば、健全領域と劣化領域の比率を $\xi' = 2t/w'$ と計算し直せばよい。また、加工公差も大きくは変わらないと考えられるため、ギャップの誤差 Δg に着目して、新しい設計のギャップ幅 g' を推定することができる。このように、鉄心の形状や大きさは変わっても、鉄心材料、製造設備、製造方法が同じであれば、定数を流用できると考えられる。

一方で、鉄心材料や製造設備が異なる場合は、再度同定し直す必要がある。例えば厚みが大きい鉄板を用いた場合、劣化領域はより内部まで広がると推測される。したがって、 μ_m は小さく、 t は大きくなると考えられる。また、ワイヤーカットなど、加工時に鉄板に与えるストレスが小さいものであれば、 μ_m は大きく、 t は小さくなると考えられる。このような傾向を数種類取得しておけば、鉄心材料や製造設備が変わった場合も、簡易的な推定は不可能ではないと考えられる。

2.7 2章のまとめ

2章では、同期機における無負荷飽和曲線(電機子反作用インダクタンス)を対象として、測定値と計算値を比較し、誤差要因を明らかにした。また、それらをモデル化する方法を検討し、無負荷飽和曲線の解析が高精度化できることを示した。以下に、検討内容と結論をまとめる。

- (1) 電機子反作用インダクタンスに表れる誤差の傾向によって、四種類の電圧領域(領域 A, B, C, D)に分けられる。実用性の観点から、領域 A, B, C を対象として検討を行った。
- (2) 磁束密度 B と磁界 H の積を界磁電流 i_f の二乗で割った量 λ によって、インダクタンスに対する磁気回路の影響度が定量的に評価できることを示した。高電圧領域(領域 A)では鉄心部分、低電圧領域(領域 C)ではギャップ部分のモデル化に誤差要因があることが分かった。
- (3) 領域 A においては、高磁界領域における磁気特性と、積層鉄心における占積率を誤差要因として検討した。磁気特性については、両対数グラフ上での透磁率の線形性に着目し、飽和磁化などの追加データが不要な簡易モデル化手法を検討した。これらを適切に考慮すれば、計算誤差は縮小することが分かった。
- (4) 領域 B においては、鉄心磁気特性の加工劣化を誤差要因として検討した。加工劣化によって透磁率が μ_{max} に制限されるというモデル化手法を検討した。簡易な手法ではあるが、実際の特性を比較的良好にモデル化できることが分かった。
- (5) 領域 C においては、製造公差に起因したギャップ長の変化を誤差要因として検討した。本検討で解析対象とした同期機においては、誤差の影響はほとんどなかったが、わずかな製造公差により、計算誤差に大きく影響することが分かった。
- (6) 各誤差要因に対するモデル化定数を、山登り法による最適化によって同定した。その結果、最大で 13%あった誤差が、3%以下まで低減できることが分かった。

- (7) 高磁界領域における磁気特性のモデル化手法について、先行研究[2.6]で提案されている飽和磁化を用いたモデル化手法と比較した。その結果、本検討で用いた対数モデルは、磁気特性を過大評価する傾向にあることが分かった。一方で、固定子鉄心(絶縁被膜のある電磁鋼板を積層)と回転子鉄心(絶縁被膜のない一般鋼板を積層)の占積率を同一と仮定しているため、実際には、回転子鉄心の占積率が過小評価された可能性がある。高電圧領域(領域 A)においては、これらの影響が相殺されたことにより、測定値と整合する結果になったと考えられる。
- (8) 検討したモデル化手法においては、(7)の課題はあるが、各部の磁束密度などの局所量ではなく、トルクや磁束などの積分量を評価する電気設計においては大きな支障はないと考えられる。本モデル化手法は合理的であり、実用的な観点では十分な計算精度を得られることが分かった。

2 章の参考文献

- [2.1] K. Takeuchi, M. Matsushita, H. Makino, Y. Tsuboi, and N. Amemiya, “A Novel Modeling Method for No-Load Saturation Characteristics of Synchronous Machines Using Finite Element Analysis,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 57, no. 2, Feb. 2021.
- [2.2] 猪狩武尚:「電気機械理論」, コロナ社, 1977
- [2.3] JIS C 2550-1: 2011:「電磁鋼帯試験方法-第 I 部:エプスタイン試験器による電磁鋼帯の磁気特性の測定方法」, 日本工業規格, 2011
- [2.4] JIS C 2556: 2015:「単板試験器による電磁鋼帯の磁気特性の測定方法」, 日本工業規格, 2015
- [2.5] 北川亘・堀紘二郎・服部陽助・芳之内優・藤原耕二・石原好之・戸高敏之:「高精度化に向けた磁気特性データベース構築の試み」, 電学研資, MAG-08-29/SA-08-17/RM-08-17, pp. 23-26, 2008
- [2.6] 藤原耕二:「磁化曲線の近似法に関する提案」, 電学研資, SA-04-69/RM-04-93, pp. 57-62, 2004
- [2.7] A. E. Umenei, Y. Melikhov, and D. C. Jiles, “Models for Extrapolation of Magnetization Data on Magnetic Cores to High Fields,” *IEEE Trans Magn.*, vol. 47, no. 12, 2011.
- [2.8] D. K. Rao and V. Kuptsov, “Effective Use of Magnetization Data in the Design of

- Electric Machines With Overfluxed Resions,” *IEEE Trans Magn*, vol. 51, no. 7, July 2015.
- [2.9] 芝滝拓哉・三谷怜・高橋康人・藤原耕二:「電磁石を利用した種々の無方向性電磁鋼板の飽和磁化測定」, 電学研資, SA-18-75/RM-18-94, pp. 35-40, 2018
- [2.10] K. Shima, K. Ide, M. Takahashi, M. Okada, and O. Nagura, “Fast Calculation of Field Currents and Reactances for Doubly Fed Generators with Rotor Duct Pieces,” *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 42, No. 11, pp. 3730-3736, 2006.
- [2.11] *Magnetic Materials—Part 8-4: Specifications for individual materials—Cold-Rolled Non-Oriented Electrical Steel Strip and Sheet Delivered in the Fully-Processed State*, IEC 60404-8-4:2013, 2013.
- [2.12] JIS C 2552:2014, “無方向性電磁鋼帯,”
- [2.13] Y. Kashiwara, H. Fujimura, K. Okamura, K. Imanishi, and H. Yashiki, “Estimation Model for Magnetic Properties of Stamped Electrical Steel Sheet”, *Elect. Eng. In Jpn.*, Vol. 183, No. 2, 2013.
- [2.14] 山口信一, 大穀晃裕, 谷良浩, 田中敏則, 藤野千代:「鉄心打ち抜き時の加工劣化を考慮したモータの磁界解析手法」, 電学論 D, Vol. 135, No. 11, pp. 1107-1115, 2015
- [2.15] H. A. Weiss, N. Leuning, S. Steentjes, K. Hameyer, T. Andorfer, S. Jenner, W. Volk, “Influence of shear cutting parameters on the electromagnetic properties of non-oriented electrical steel sheets,” *Journal of Magn. and Magn. Mater.*, vol. 421, pp.250-259, 2017.
- [2.16] M. Bali, H. D. Gersem, and A. Muetze, ”Finite-Element Modeling of Magnetic Material Degradation Due to Punching,” *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 50, No. 2, 2014.
- [2.17] M. Hofmann, H. Naumoski, U. Herr, and H.-G. Herzog, “Magnetic Properties of Electrical Steel Sheets in Respect of Cutting: Micromagnetic Analysis and Macromagnetic Modeling,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 52, no. 2, 2016.
- [2.18] Z. Gmyrek and M. Lefik, “Influence of Geometry and Assembly Processes on the Building Factor of the Stator Core of the Synchronous Reluctance Motor,” *IEEE Trans. Ind. Electro.*, vol. 64, no. 3, Mar. 2017.
- [2.19] K. Fujisaki, R. Hirayama, T. Kawachi, S. Satou, C. Kaidou, M. Yabumoto, and T. Kubota, “Motor Core Iron Loss Analysis Evaluating Shrink Fitting and Stamping by Finite-Element Method,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 43, no. 5, May 2007.

- [2.20] 青山真大・安達宏・河瀬順洋:「埋込磁石構造回転機の焼嵌め応力が鉄損に及ぼす影響」, 電学研資, SA-13-83/RM-13-97, 2013
- [2.21] M. Hofmann, H. Naumoski, U. Herr, and H-G Herzog, “Magnetic Properties of Electrical Steel Sheets in Respect of Cutting: Micromagnetic Analysis and Macromagnetic Modeling,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 52, no. 2, Feb. 2016.

第3章 端部磁束のモデル化手法と二次元解析の補正法[3.1]³

3.1 3章の検討内容

本章では、1.4節で説明したモデル化手法のうち、(b-1)について検討する。

同期機内に発生する磁束は、図 3.1 に示したように、以下の 5 種類の成分に分けられる[3.2]。

- (i) 鉄心断面内のスロット漏れ磁束： $\Phi_{\text{slot } 2D}$
- (ii) 鉄心断面内の主磁束(電機子反作用磁束)： $\Phi_{\text{gap } 2D}$
- (iii) 巻線の端部のみに鎖交する漏れ磁束： $\Phi_{\text{coil end}}$
- (iv) 鉄心の端部でスロットを横断する漏れ磁束： $\Phi_{\text{slot end}}$
- (v) 鉄心の端部でギャップを横断する主磁束(電機子反作用磁束)： $\Phi_{\text{gap end}}$

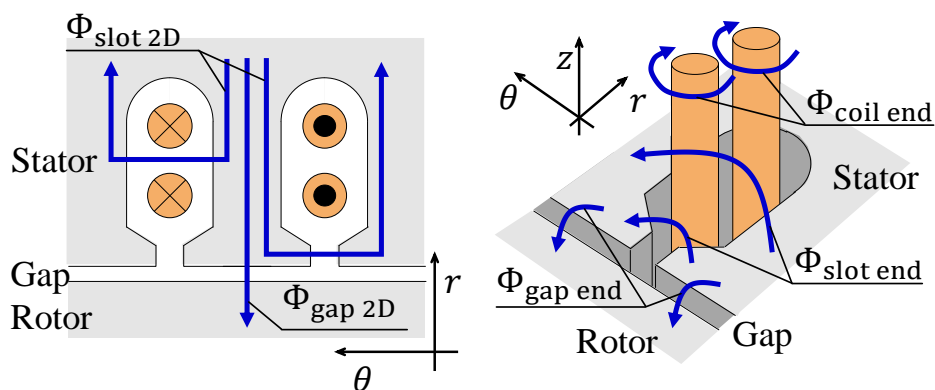
(iv)や(v)の磁束は、一般に **Fringing flux** と呼ばれている。二次元解析では、(i)と(ii)は考慮されているが、(iii)～(v)は考慮されていない。このため、単に二次元解析を実行すると、電機子巻線のインダクタンスを過小評価してしまい、解析誤差の原因となる。以降では、巻線の端部やその周囲の空間から構成される鉄心以外の領域を「端部領域」、そこに発生する磁束 $\Phi_{\text{coil end}}$ 、 $\Phi_{\text{slot end}}$ 、 $\Phi_{\text{gap end}}$ を「端部磁束」と呼ぶことにする。また、端部磁束に起因したインダクタンスを「端部インダクタンス」と呼ぶ。二次元解析の計算精度を改善するためには、まず、端部インダクタンスを正確に計算することが重要である。

端部インダクタンスは、1.3.2 でも述べたように、三次元解析と二次元解析のそれぞれによって得られた磁束の差から計算できる[1.55]-[1.57]。しかし、この場合、鉄心から端部領域まで、同期機全体をモデル化した三次元解析が必要となり、二次元解析による計算時間の短縮効果が薄れてしまう。端部インダクタンスの計算を高速化するために、Neumann 積分を用いた計算手法が検討されている[3.2], [3.3]。しかし、この方法においては、鉄心形状の影響を計算結果へ正確に反映することが難しく、特にその影響を受け易い $\Phi_{\text{slot end}}$ と $\Phi_{\text{gap end}}$ については、精度良く算出することが難しい。文

³ ©2021 IEEE. Reprinted, with permission, from K. Takeuchi, M. Matsushita, H. Makino, Y. Tsuboi, and N. Amemiya, "Finite Element Analysis for Magnetic Flux in End Region of Synchronous Machine Using End-Winding Model," IEEE Trans. Magn., vol. 57, no. 2, Feb. 2021.

献[3.2]は、鉄心形状の影響を考慮した計算式を提案しているが、依然として誤差は大きい。

端部インダクタンスの計算において、高精度化と高速化を両立するために、端部領域だけを模擬した部分的な三次元解析（以降では部分三次元解析と呼ぶ）の適用を考える。部分三次元解析の適用は、これまでも検討されているが、従来のモデル化手法（境界条件の与え方）では、鉄心の影響が考慮されておらず、 $\Phi_{\text{coil end}}$ に起因したインダクタンスしか計算されないため、端部インダクタンスが過小評価されてしまうという問題があった[1.55]。そこで、本章では、境界条件の与え方に着目し、部分的な三次元解析において、すべての端部磁束を考慮するためのモデル化手法を提案する。また、得られた端部インダクタンスを用いて二次元解析を補正する方法を提案し、測定値と解析値の比較によって、その妥当性を評価する。



(a) 断面内磁束 (b) 端部磁束

図 3.1 磁束の分類

3.2 端部磁束を正確に表現するための境界条件

図 3.2 は、同期機の端部を横（径方向の外側）から見た模式図である。本章の冒頭で説明したように、図 3.2 において点線で囲んだ領域（電機子巻線と界磁巻線の端部、およびその周りの空気領域）が端部領域である。また、端部領域だけを模擬した解析を部分三次元解析と呼ぶ。ここで、端板は端部領域に含まれないことに注意が必要である。すなわち、解析モデルは、鉄心側から見ると凹んでいる。

これまでに報告されている部分三次元解析においては、図 3.3(a)に示すように、電機子巻線の端部（1 極分）をモデル化し、回転軸を挟む 2 面には周期境界条件（Periodic boundary condition）、それ以外の面には対称境界条件（Dirichlet boundary

condition)が設定されていた。対称境界面は、磁気シールドとして機能するため、境界面を通過しようとする磁束は遮断される。すなわち、端部領域内で閉ループを構成する磁束しか計算されない。これは、上記のモデル化手法では、鉄心や端板に鎖交しない $\Phi_{\text{coil end}}$ に起因した端部インダクタンスしか計算できないことを意味している。

本検討では、部分三次元解析において $\Phi_{\text{slot end}}$ や $\Phi_{\text{gap end}}$ を考慮するために、図3.3(b)に示すように、強磁性体で構成された部品(鉄心や端板)と接触する面に、自然境界条件(Neumann boundary condition)を設定した。自然境界面は、磁気抵抗がない理想的な鉄心(完全磁気壁)に接触していることと等価であり、接触面を通過して鉄心や端板に流れ込む $\Phi_{\text{slot end}}$ や $\Phi_{\text{gap end}}$ を表現することができる。このモデル化手法を用いることにより、すべての端部磁束の寄与を考慮した端部インダクタンスが部分三次元解析で計算できる。

部分三次元解析に用いたモデルの要素数(194,559)は、三次元解析(鉄心部分も模擬したフルモデル)の要素数(383,617)に対して半分程度となる。さらに、鉄心の影響が考慮されているにもかかわらず、解析領域は線形材料だけで構成されているため、通常の三次元解析に比べて、計算時間を大幅に短縮できるという特徴がある。

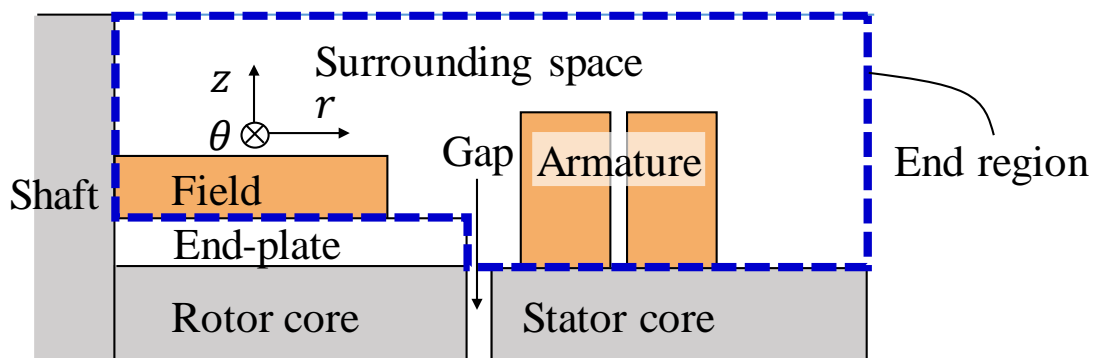


図 3.2 同期機の端部を径方向の外側から見た図

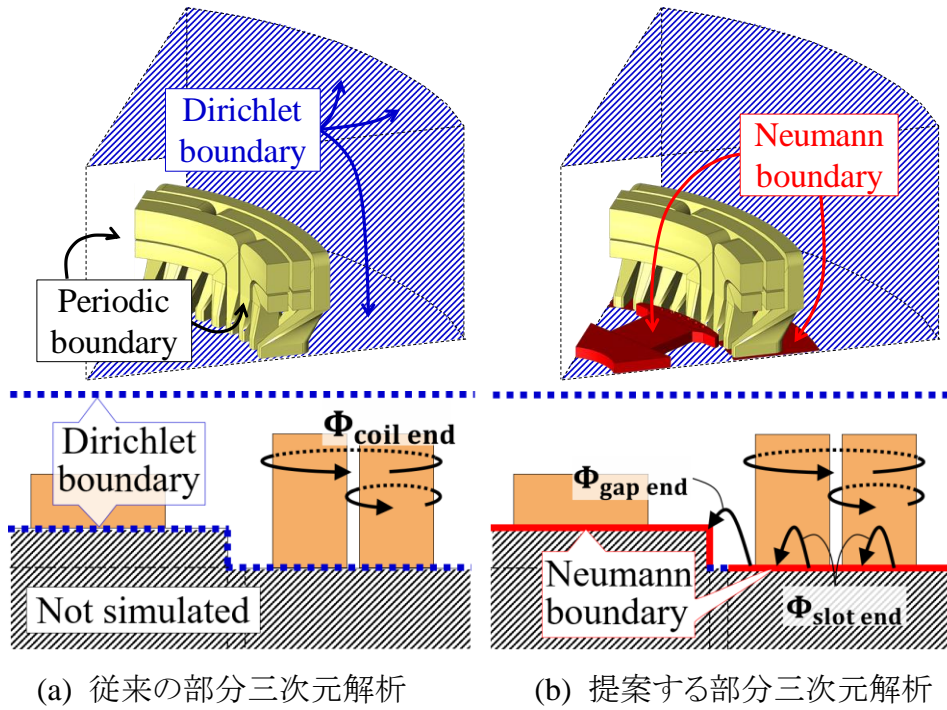


図 3.3 部分三次元解析において設定した境界条件

3.3 部分三次元解析による端部インダクタンスの計算

3.3.1 端部インダクタンスの計算手順

図 3.4 は、端部領域における磁束密度ベクトルの分布である。図 3.4(a)は従来のモデル化手法、(b)は提案するモデル化手法のそれぞれによって得られた分布である。磁束密度ベクトルの分布は、解析領域のほとんどの部分で同じであるが、自然境界条件を与えた面の近傍においては、大きく異なる。すなわち、図 3.4(a)においては、境界面に対して磁束が平行であるのに対して、図 3.4(b)においては垂直になっている。この垂直成分が、端部領域を通過して端板から固定子鉄心に流れる $\Phi_{\text{gap end}}$ を表している。図 3.4(b)においては、 $\Phi_{\text{slot end}}$ も同様に考慮されている。

部分三次元解析から得られた電機子巻線 (u, v, w 相) の端部に鎖交する磁束を $\Phi_{\text{u end}}$, $\Phi_{\text{v end}}$, $\Phi_{\text{w end}}$ とすれば、(1.1)式と同様のdq変換により、端部磁束のd軸成分 $\Phi_{\text{d end}}$ とq軸成分 $\Phi_{\text{q end}}$ が次のように計算できる。

$$\begin{pmatrix} \Phi_{\text{d end}} \\ \Phi_{\text{q end}} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos \theta_e & \cos \left(\theta_e - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta_e + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -\sin \theta_e & -\sin \left(\theta_e - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left(\theta_e + \frac{2\pi}{3} \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_{\text{u end}} \\ \Phi_{\text{v end}} \\ \Phi_{\text{w end}} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

$\Phi_{d \text{ end}}$ をd軸の電機子電流 i_d で割れば、d軸の端部インダクタンスが得られる。q軸についても同様である。部分三次元解析に提案するモデル化を適用した場合、 $\Phi_{d \text{ end}}/i_d$ や $\Phi_{q \text{ end}}/i_q$ は、 $\Phi_{\text{coil end}}$ 、 $\Phi_{\text{slot end}}$ 、 $\Phi_{\text{gap end}}$ のそれぞれに対応した端部インダクタンスの和 $L_{\text{coil end}} + L_{\text{slot end}} + L_{\text{gap end}}$ となる。このように、提案するモデル化手法を適用した部分三次元解析から、端部インダクタンスの合計値は容易に得られる。

3.3.2 境界条件が異なる解析を用いた端部インダクタンスの分解

ところで、実応用上は、成分ごとの値($L_{\text{coil end}}$ 、 $L_{\text{slot end}}$ 、 $L_{\text{gap end}}$)に分解できることが望ましい。特に、漏れインダクタンス $L_{\text{coil end}}$ 、 $L_{\text{slot end}}$ と電機子反作用インダクタンス $L_{\text{gap end}}$ は、同期機の特性和に対する寄与が異なり、等価回路上でも本質的に異なるインダクタンスとして考える必要があることから、各成分に分解する方法が必要である。そこで、以下に示す三種類の部分三次元解析を実行した。

- (i) 自然境界条件を用いない解析(従来のモデル化手法)
- (ii) 強磁性体部品(各鉄心や端板)との接触面すべてに自然境界条件を用いた解析(提案するモデル化手法)
- (iii) 固定子鉄心との接触面だけに自然境界条件を用いた解析

(i)は図 3.3(a)に対応し、(ii)は図 3.3(b)に対応する。図 3.3(a)に示したように、解析(i)には $\Phi_{\text{coil end}}$ しか考慮されておらず、それから得られた磁束を用いて端部インダクタンスを計算すると $L_{\text{coil end}}$ が得られる。解析(ii)からは、上述のとおり $L_{\text{coil end}} + L_{\text{slot end}} + L_{\text{gap end}}$ が得られる。解析(iii)では、図 3.5 に示したように、固定子鉄心との接触面のみに自然境界条件が設定されている。この解析においては、 $\Phi_{\text{gap end}}$ は、端板に設定された対称境界面によって遮断されるため、得られるインダクタンスは $L_{\text{coil end}} + L_{\text{slot end}}$ となる。したがって、解析(ii)と(iii)の差から $L_{\text{gap end}}$ 、解析(iii)と(i)の差から $L_{\text{slot end}}$ が得られることになり、インダクタンスの値を個別に算出できる。なお、異なる境界条件を課した解析の差分が物理的な意味を持つのは、部分三次元解析が線形性を有しているためであることに注意が必要である。すなわち、例えば、三次元解析と二次元解析の差分から端部インダクタンスを計算するという従来法においては、もし鉄心に非線形の磁気特性を考慮していた場合、得られたインダクタンスは、厳密には物理的な意味を持たない。

表 3.1 は、解析によって得られたインダクタンスをまとめたものである。 $L_{\text{slot end}}$ と $L_{\text{gap end}}$ は $L_{\text{coil end}}$ に対して同等の大きさとなっており、自然境界を用いなければ、端

部インダクタンスは正確に計算できないことは明らかである。 $L_{\text{slot end}}$ と $L_{\text{coil end}}$ において、d軸とq軸の値がほぼ同じとなっているのは、これらの漏れインダクタンス成分は回転子の突極性に依存しないためである。一方で、 $L_{\text{gap end}}$ は突極性に依存するため、d軸の値は、q軸の値に対して倍以上大きい。

二次元解析を用いて $\Phi_{\text{slot 2D}}$ と $\Phi_{\text{gap 2D}}$ に対応する $L_{\text{slot 2D}}$ と $L_{\text{gap 2D}}$ も計算した。端部インダクタンスの漏れ成分 $L_{\text{coil end}} + L_{\text{slot end}}$ は、全漏れインダクタンス $L_{\text{coil end}} + L_{\text{slot end}} + L_{\text{slot 2D}}$ の約半分を占めており、解析精度に対して大きな影響があると考えられる。それとは対照的に、電機子反作用成分 $L_{\text{gap end}}$ は、 $L_{\text{gap 2D}}$ と比較して小さい。これは、図 3.6 に示したように、 $\Phi_{\text{gap end}}$ は鉄心や端板の角部に局在しているが、 $\Phi_{\text{gap 2D}}$ はギャップ全体に広く分布しているためである。

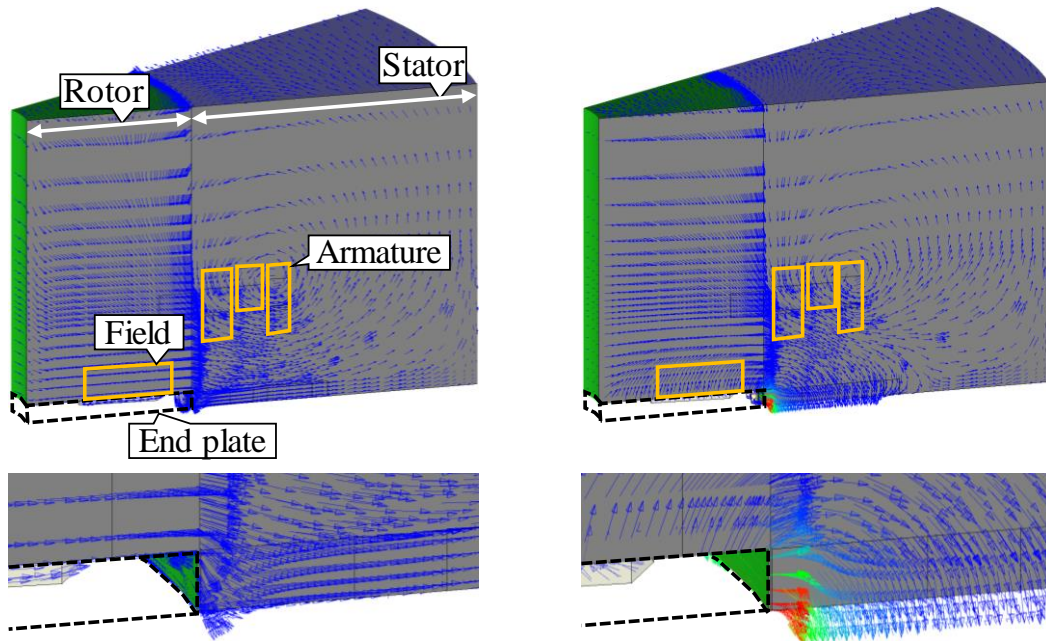
ところで、古くから電気設計においては、様々な磁気回路のインダクタンスを計算する際に、Schwarz-Christoffel 変換に基づいた理論式[3.4]が用いられている。図 3.6 におけるインダクタンスの比率 $\gamma = L_{\text{gap end}}/L_{\text{gap 2D}}$ についても、次の理論式によって近似的に計算できる。なお、導出過程は付録 A.2 に示した。

$$\gamma = \frac{4g}{\pi h} \ln \left\{ \frac{(1 + \sqrt{1 + \alpha})}{\sqrt{\alpha}} \right\} \quad (3.2)$$

ただし、 h は鉄心長、 α は次の方程式の解である。

$$\ln(\sqrt{1 + \alpha} - \sqrt{\alpha}) - \sqrt{\alpha(1 + \alpha)} + \frac{\pi g}{2t} = 0 \quad (3.3)$$

t は端板の厚さである。なお、この理論式においては、図 3.6 において点線で示した、固定子鉄心の上面から端板の上面に流れる成分は考慮されていない。しかし、実際の同期機においては、この成分は十分小さく、無視しても問題ない。検討対象としている同期機において計算すると、 $\gamma = 0.0141$ となり、これは、表 3.1 のd軸成分における $L_{\text{gap end}}$ と $L_{\text{gap 2D}}$ から計算した値 0.0140 と概ね一致している。この結果より、部分三次元解析の妥当性が示された。



(a) 従来の部分三次元解析

(b) 提案する部分三次元解析

図 3.4 磁束密度ベクトルの分布

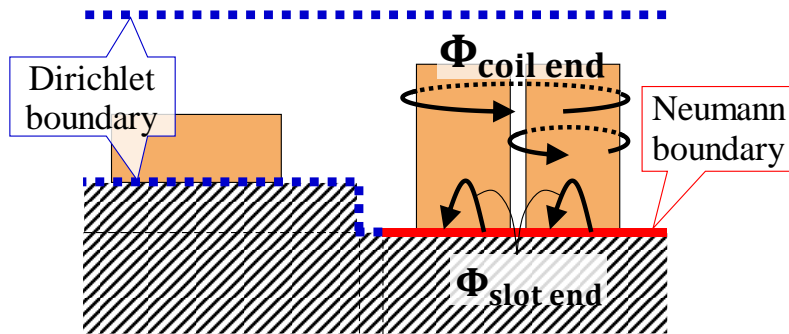


図 3.5 端部インダクタンスの分解のために実施した解析(iii)

表 3.1 解析から得られたインダクタンス

Inductance	d-axis	q-axis	Calculation procedure
$L_{\text{coil end}}$	0.83 mH	0.83 mH	Analysis (1)
$L_{\text{slot end}}$	0.67 mH	0.73 mH	Analysis (3) – Analysis (1)
$L_{\text{gap end}}$	1.79 mH	0.84 mH	Analysis (2) – Analysis (3)
$L_{\text{slot 2D}}$	1.98 mH	1.99 mH	Calculated by 2D FEA
$L_{\text{gap 2D}}$	127.45 mH	48.03 mH	

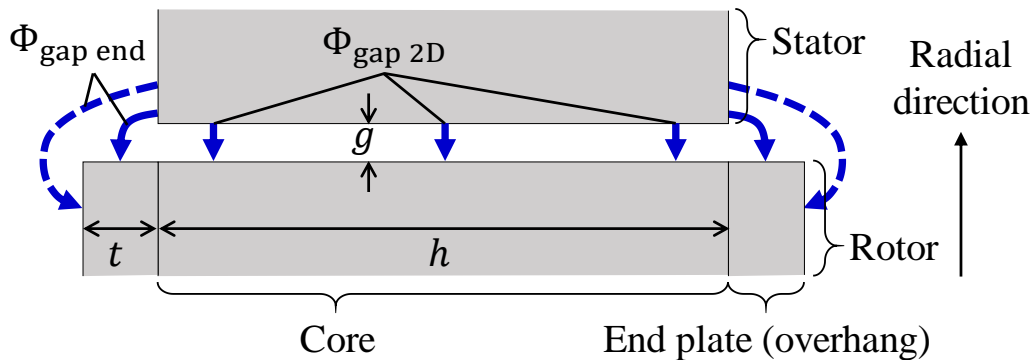


図 3.6 電機子反作用磁束の流れを示す模式図

3.4 二次元解析を高精度化するための補正法

3.4.1 端部インダクタンスの補正

ここでは、3.3節で得られた端部インダクタンスの影響を二次元解析において考慮する方法(補正法)について考える。

まず、同期機のd軸における等価回路を一例として、二次元解析と三次元解析の違いを考えてみる。三次元解析においては、磁気回路の三次元形状が完全に模擬されており、図 3.1 に示したすべての磁束が考慮されている。すなわち、漏れ磁束は $\Phi_{\text{slot 2D}}$, $\Phi_{\text{slot end}}$, $\Phi_{\text{coil end}}$ から構成されており、電機子反作用磁束は $\Phi_{\text{gap 2D}}$, $\Phi_{\text{gap end}}$ から構成されている。これらを等価回路で表すと図 3.7(a)のようになる。一方で、二次元解析の場合は、端部インダクタンスが考慮されていないため、等価回路は図 3.7(b)のようになる。

図 3.7 の(a)と(b)を比較すると、端部磁束による漏れインダクタンス $L_{\text{coil end}}$ と $L_{\text{slot end}}$ は、二次元解析の電機子巻線に外部リアクトルを直列に接続すれば考慮できることが分かる。すなわち、図 3.8 に示したように、有限要素モデル(二次元)と電気回路モデルを連成すればよい[1.50], [1.51]-[1.54]。一方で、端部磁束に起因した電機子反作用インダクタンス $L_{\text{gap end}}$ は相互インダクタンスであり、電機子電流 i_d と(界磁電流 i_f を電機子側に換算した)界磁電流 i_{fd} の合成電流が流れるため、単純に外部リアクトルの形で表現することはできない。

$L_{\text{gap end}}$ による電機子反作用インダクタンスの増加は、図 3.6 に示したように、ギャップにおける磁路断面積の拡大による磁気抵抗の減少とみなすことができる。その拡大率は、インダクタンスの比率 $\gamma = L_{\text{gap end}}/L_{\text{gap 2D}}$ を用いて、 $1 + \gamma$ と表される。したがっ

て、鉄心長を $1 + \gamma$ 倍に設定した二次元解析を用いれば、 $L_{\text{gap end}}$ の影響が表現できる。しかしこの場合、鉄心部分も長くなったことになり、誤差が生じてしまう。そこで、磁路断面積の拡大による磁気抵抗の減少を、磁路長の減少として等価的に考えることにより、 $L_{\text{gap end}}$ を考慮することを提案する。すなわち、ギャップ幅を $1/(1 + \gamma)$ 倍に狭めた仮想的なモデルを用いることで、電機子反作用インダクタンスが $L_{\text{gap end}} + L_{\text{gap 2D}}$ に増加し、端部インダクタンスの影響が二次元解析に考慮される。

以上をまとめると、端部インダクタンスを補正した二次元解析の等価回路は図 3.7(c)のようになる。なお、d軸とq軸の γ は、それぞれ 0.0140 と 0.0175 と異なるため、ギャップを修正する際は、これらの平均値 $((0.0140 + 0.0175)/2 = 0.0158)$ を参照した。

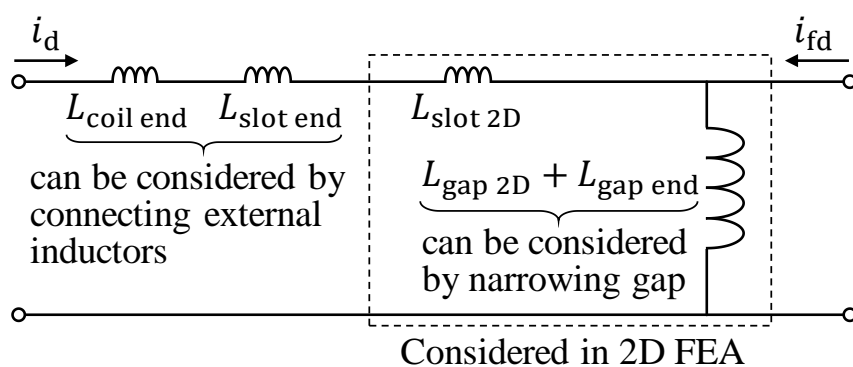
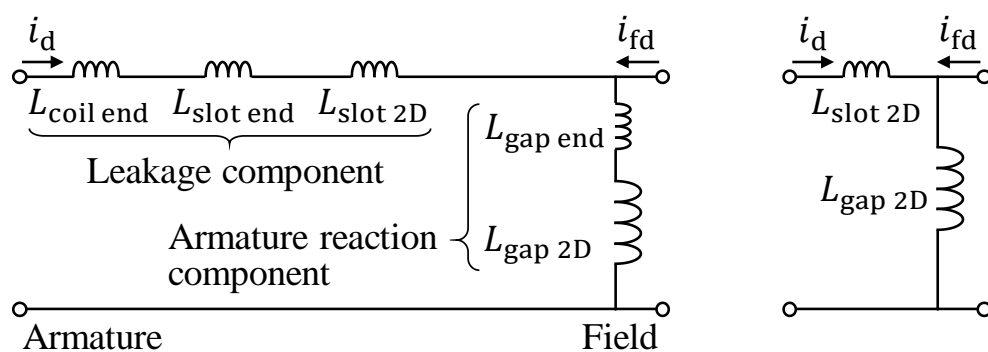


図 3.7 三次元解析と二次元解析の等価回路

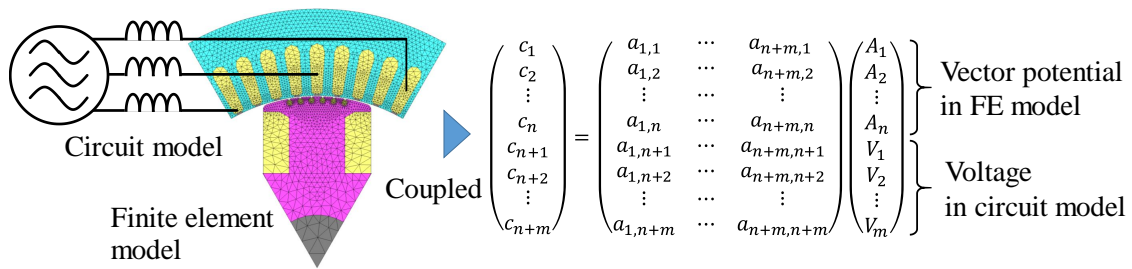


図 3.8 有限要素モデルと電気回路モデルの連成

3.4.2 端板に分流する磁束の補正

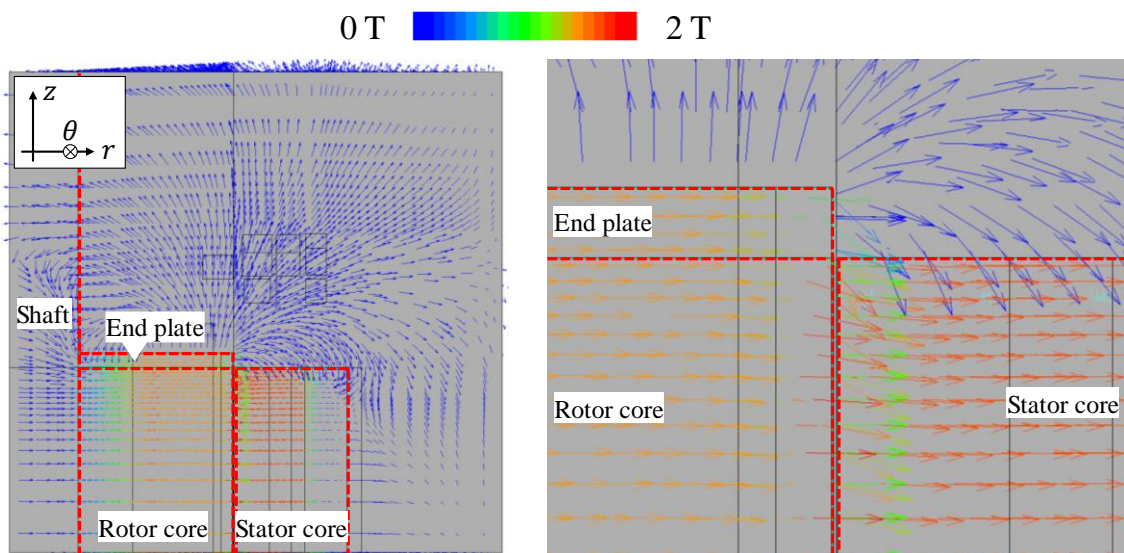
二次元解析においては、固定子と回転子の鉄心長が等しいことを前提としている。しかし、図 1.7 に示したように、検討対象としている同期機の回転子には端板(強磁性体)が設けられており、図 2.7 のコンター図から明らかなように、鉄心部分だけでなく、端板にも磁束は流れる。すなわち、端板の影響を考慮した回転子の実効的な鉄心長は、固定子の鉄心長よりも大きい。単に断面形状をモデル化しただけの二次元解析では、無負荷特性や負荷特性が正確に計算できない。ここでは、端板に流れる磁束を分流磁束と呼び、この影響を補正する方法を考える。

図 3.9 は、回転軸に平行な面内における磁束密度ベクトルの分布を表しており、(a)は全体図、(b)はギャップ付近の拡大図である。ギャップの近傍では、鉄心や端板の内部において、回転軸(図中の z 軸)方向の磁束密度が生じているが、それ以外の大部分では、回転軸に対して垂直に磁束が流れている。2.4 節では、占積率の補正方法として、文献[2.1]の手法を用いたが、これも、回転軸に対して垂直に磁束が流れているという仮定のもと導かれている。そこで、分流磁束に対しても、占積率と同様の考え方によって補正することを考える。図 3.10 は、回転子鉄心と端板に発生する磁界と磁束密度を模式的に表している。一般に、回転子鉄心と端板の磁束密度は $B_{rc} \neq B_{ep}$ であるが、磁界については、回転軸に平行な成分(図中の H_{z1}, H_{z2})が無いとすれば、Ampere の法則より $H_{rc} = H_{ep}$ となる。ここでは、 $H_{rc} = H_{ep} = H$ とおき、二次元解析における回転子鉄心には、本来の磁束に加えて、分流磁束も流れていると考えれば、回転子鉄心の透磁率が次のように補正できる。

$$\mu_{rc \ 2D}(H) = \mu_{rc}(H) + (2t/h)\mu_{ep}(H) \quad (3.4)$$

ここで、 $\mu_{rc}(H)$ と $\mu_{ep}(H)$ は、それぞれ、回転子鉄心と端板を構成する材料の磁気特性から計算した透磁率である。修正された回転子鉄心の透磁率 $\mu_{rc \ 2D}(H)$ は、もとの透磁率 $\mu_{rc}(H)$ よりも大きい。これにより、二次元解析において分流磁束の影響を近似的

に考慮できる。図 3.11 は、回転子鉄心の磁気特性について、補正前と補正後を示している。補正後の磁気特性においては、磁束密度が大きくなっており、実際の鉄心材料と比べて、より多くの磁束を流すことができる仮想的な材料となる。図 3.12 は、二次元解析を用いて計算した無負荷運転時のd軸の電機子反作用インダクタンス L_{ad} ((2.1)式)を、測定値と比較したものである。解析値は二種類あり、端板への分流磁束の補正有無のみが異なる。すなわち、補正を考慮しない解析においては、回転子鉄心に図 3.11 の”original”特性が設定されており、補正を考慮した解析においては、”modified”の特性が設定されている。補正なしの場合は、 L_{ad} は過小評価されているが、補正を考慮すれば、測定値とよく一致する結果が得られている。なお、本解析においては、3.4.1で説明した端部インダクタンスの補正と、2章において同定したモデル化定数(表 2.3)が反映されている。



(a) 全体図

(b) 拡大図

図 3.9 回転軸に平行な面内における磁束の流れ

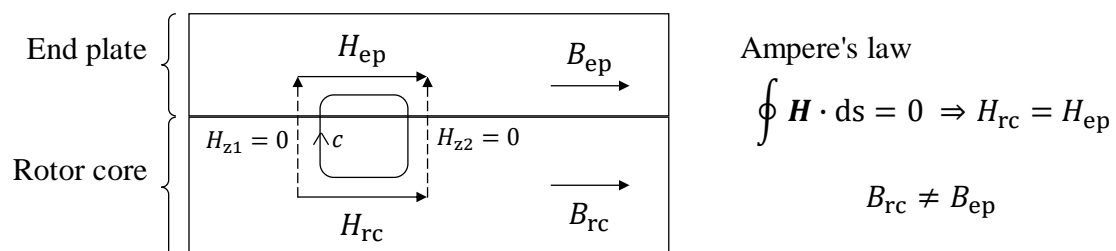


図 3.10 回転子鉄心と端板に発生する磁界と磁束密度

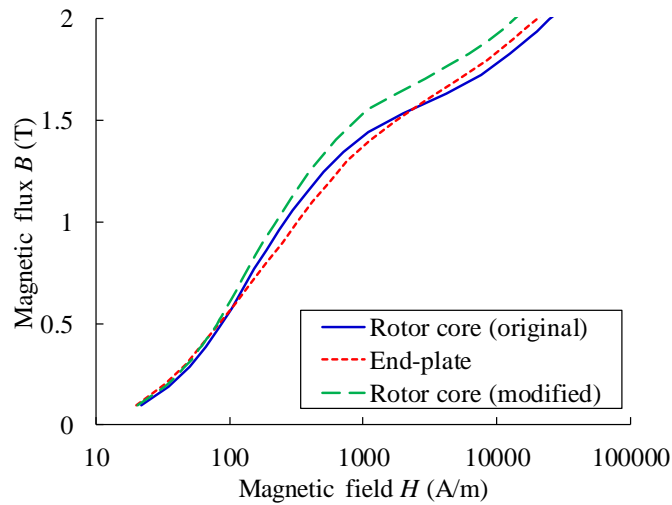


図 3.11 端板への分流を考慮した磁気特性

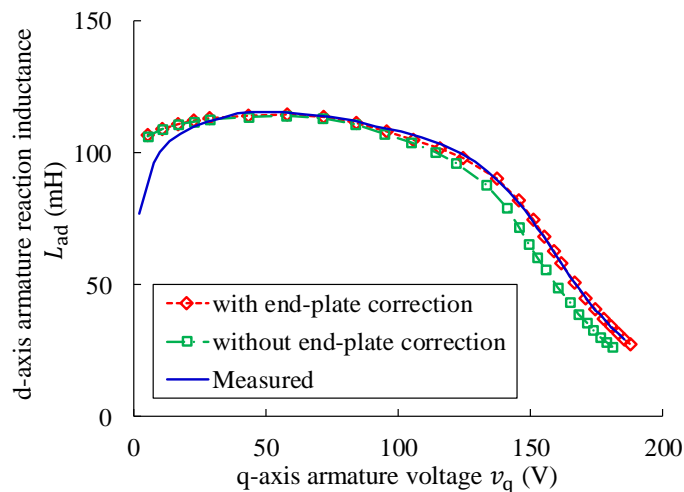


図 3.12 二次元解析による電機子反作用インダクタンスの計算結果

3.5 補正を考慮した二次元解析の計算精度

本節では、同期機を負荷運転した時の電流と鎖交磁束の関係に着目し、測定値と解析値を比較することによって、提案手法の妥当性を評価する。

3.5.1 負荷状態における鎖交磁束の測定と解析

1.6.2 において説明した測定システム(図 1.8)を用いて試験を実施した。同期機の電機子巻線には三相正弦波電圧源、界磁巻線には直流電圧源を接続し、回転軸はトル

クメータを介して負荷機に直結した。以下の手順(i)～(iv)に沿って同期機を負荷運転し、電機子巻線の電圧と電流を測定した。

(i) 同期機の始動

正弦波三相電圧源によって、電機子電圧 $V_a = 145$ V, 周波数 $f = 20$ Hzを印加し、制動巻線に生じる誘導トルクによって同期機を始動(同期引き入れ)させる。

(ii) 界磁電流の供給

同期引き入れ完了後、界磁巻線を開放して界磁電流を供給しない状態($i_f = 0$ A), または、直流電圧源を接続して $i_f = 12$ Aを供給した状態とする。

(iii) 負荷トルクの印加

負荷機をトルク制御モードで起動し、同期機が脱調しないように、少しずつ負荷トルクを増加させた。なお、同期機は突極形であるため、 $i_f = 0$ Aの場合でも、リラクタンストルクによって負荷運転することが可能である。

(iv) 電圧と電流の測定

上記(iii)において、負荷を徐々(約 200 秒)に増加させた時のd軸とq軸の電機子電圧 v_d, v_q , d軸とq軸の電機子電流 i_d, i_q を測定する。

以上によって測定した v_d, v_q, i_d, i_q から、以下のように電機子巻線の鎖交磁束 Φ_d, Φ_q を計算した。

$$\begin{cases} \Phi_d = \frac{v_q - R_a i_q}{\omega_e} \\ \Phi_q = -\frac{v_d - R_a i_d}{\omega_e} \end{cases} \quad (3.5)$$

R_a は電機子巻線の抵抗、 $\omega_e = 2\pi f$ である。測定中は、電機子巻線の温度が変化するため、 R_a も変化する。これを補正するため、(3.5)式の計算においては、熱電対で測定した電機子巻線の温度によって補正した R_a を用いた。

解析値と測定値の比較においては、 v_d と v_q を基準とした。すなわち、三相正弦波電流を電機子巻線に対する入力条件とし、その振幅と位相を変化させた場合の FEA を実行して、 v_d と v_q を算出する。これが、測定値の v_d や v_q と一致するように、振幅と位相に対してパラメータサーベイを実施する。その結果得られた i_d, i_q や Φ_d, Φ_q を測定値と比較することにより、計算精度を評価した。なお、試験においては、200 秒程度をかけてゆっくりと負荷トルクを増加させているため、負荷角の時間変化(滑り)は十分小さく、定常状態とみなせる。このため、本解析においては、制動巻線の影響は考慮しない。なお、空間高調波によって制動巻線には渦電流損が発生するが、比較対象とする

i_d, i_q や Φ_d, Φ_q には影響を与えないため、本検討では無視することができる。一方で、この損失はトルクには影響を与えるため、より詳細な考察については、別途、4 章を参照されたい。本章で実施する FEA は、以下の 3 種類に分けられる。いずれの解析においても、2 章で同定したモデル化定数(表 2.3)が考慮されている。また、二次元解析においては、3.4.2 で述べた、端板への分流磁束が考慮されている。一方で、端部インダクタンスの補正については、考慮した場合と考慮しない場合の二種類を実施し、その違いを評価した。

三次元解析	モデル化定数(表 2.3)を考慮
二次元解析	モデル化定数(表 2.3)と分流磁束を考慮
補正した二次元解析	モデル化定数(表 2.3), 分流磁束, 端部インダクタンスを考慮

3.5.2 測定値と解析値の比較

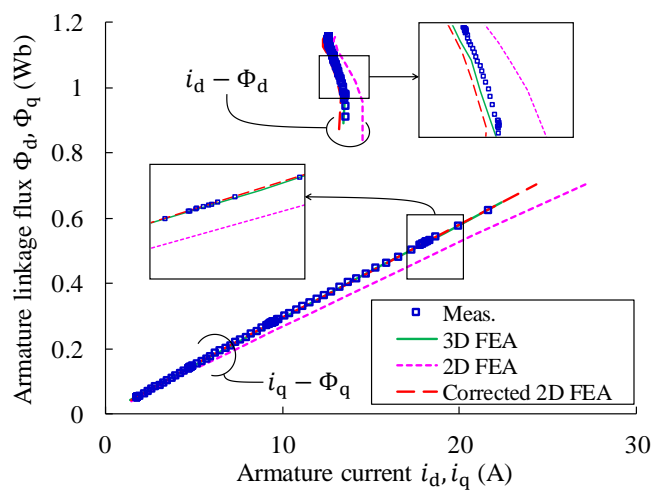
図 3.13(a)は、 $i_f = 0$ Aとした時の $i_d - \Phi_d$ 特性と $i_q - \Phi_q$ 特性の測定値と解析値である。三次元解析(3-D FEA)より得られた各特性は、測定値とよく一致しているが、二次元解析(2-D FEA)には誤差が見られており、より多くの電流を供給しなければ、測定値と等しい磁束を発生させることができない。この差が、端部インダクタンスに起因した誤差であり、縦軸方向の差は、端部磁束 $\Phi_{\text{coil end}} + \Phi_{\text{slot end}} + \Phi_{\text{gap end}}$ に相当する。一方で、補正した二次元解析(Corrected 2-D FEA)では、測定値とよく一致する特性が得られている。

図 3.13(b)に示したように、界磁電流を通電($i_f = 12$ A)した場合も、 $i_q - \Phi_q$ 特性には同様の傾向が見られる。一方で、 $i_d - \Phi_d$ 特性においては、端部インダクタンスに起因した差異は小さくなっているが、これは次のように説明できる。

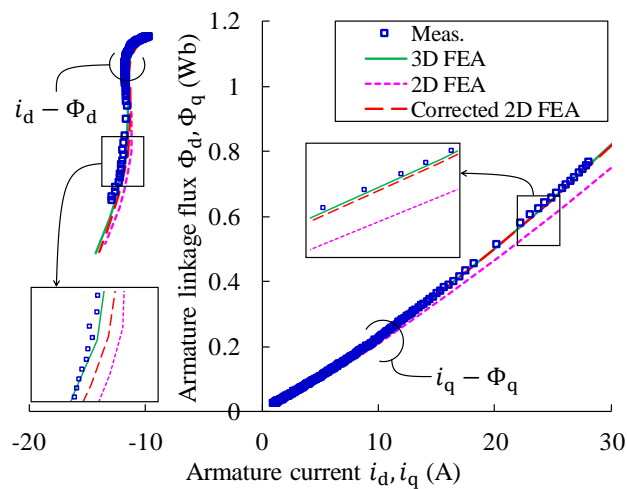
$i_f = 0$ Aの場合、図 3.14(a)に示したように、 i_d のみによってd軸の磁気回路が励磁されている。端部インダクタンスが考慮されていない場合、 L_{ld} と L_{ad} は本来の値より小さくなる。このため、同じ磁束 Φ_d を発生させるために、より大きな i_d が必要となり、 $i_d - \Phi_d$ 特性に大きな誤差が生じる。一方、界磁電流を通電($i_f = 12$ A)して負荷運転している場合、界磁起磁力を弱めるように、 $i_d < 0$ の電流が流れる。これは、図 3.14(b)に示したように、界磁電流の一部を電機子側に取り出しているような動作である。この時、 Φ_d は漏れ磁束成分 $L_{ld}i_d$ と電機子反作用成分 $L_{ad}(i_d + i_{fd})$ から構成されており、前者は負値、後者は正値となる。端部インダクタンスにも、漏れ成分 $L_{\text{coil end}}, L_{\text{slot end}}$ と電機子反作用成分 $L_{\text{gap end}}$ があることはこれまでに述べたとおりであるが、これらに乗じられる i_d と $i_d + i_{fd}$ の符号が異なるため、互いの影響を打ち消す効果がある。このため、端

部インダクタンス考慮有無の差が電流や磁束に表れにくく、 $i_d - \Phi_d$ 特性においては差異が小さくなったように見えたと考えられる。

以上の結果から、提案したモデル化手法を用いた部分三次元解析によって、端部領域の磁束が正確に計算できていること、また、補正した二次元解析を適用することによって、計算精度を改善できることが分かった。なお、二次元解析を適用したことによる計算時間の削減効果については、4章で詳しく述べる。



(a) $i_f = 0 \text{ A}$



(b) $i_f = 12 \text{ A}$

図 3.13 測定値と解析値の比較

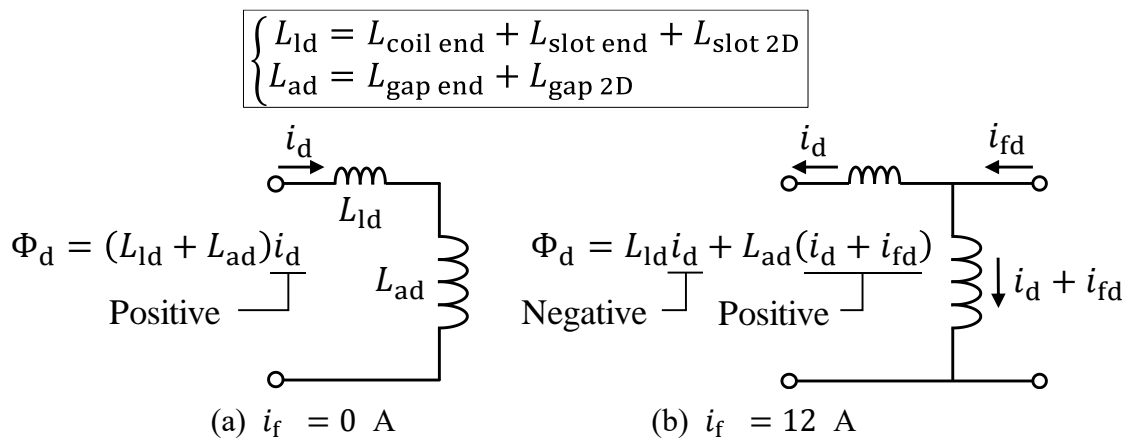


図 3.14 運転状態とd軸電機子電流の通電方向の関係

3.6 磁気飽和が端部インダクタンスに与える影響の考察

部分三次元解析においては、強磁性体で構成された部品（固定子鉄心，回転子鉄心，端板，シャフト）には磁気抵抗がないと仮定されている。この仮定は，強磁性体部品における透磁率が十分大きいとみなせる場合にのみ有効である。本節では，この仮定を同期機の解析に適用することの妥当性について検証する。

鉄心や端板の透磁率と端部インダクタンスの関係を知るため，部分三次元解析ではなく，図 3.15(a)に示した三次元解析と，図 3.15(b)に示した二次元解析を実行し，それらの差から端部インダクタンスを計算した。これらは線形解析であり，鉄心や端板には，磁束密度に依存しない一定値の比透磁率 μ_r が与えられている。図中に記載したとおり，三次元解析の結果から， μ_r の影響を考慮した断面内インダクタンス ($L_{\text{slot 2D}}, L_{\text{gap 2D}}$)と端部インダクタンス ($L_{\text{coil end}}, L_{\text{slot end}}, L_{\text{gap end}}$)が得られる。一方で，二次元解析の結果からは， μ_r の影響を考慮した断面内インダクタンスのみが得られるため，これらの差から端部インダクタンスが算出できるという考え方である。なお，三次元解析においては，回転子鉄心と端板の接触面や，ギャップの上端部に対称境界条件が設定されている。これは，次の理由による。実際の同期機においては，回転子鉄心と端板の間は，磁束が自由に通過でき，例えば，固定子鉄心から回転子鉄心に流れ込んだ $\Phi_{\text{slot 2D}}$ の一部は，端板を流れる。この場合，回転子鉄心だけを流れる場合よりも，磁路の断面積が広がるため，磁気抵抗は下がり，結果として $L_{\text{slot 2D}}$ は少し大きくなる。一方で，二次元解析の場合は，図 3.15(b)に示したように，回転子鉄心のみで磁気回路が構成されている。したがって，両者の差から端部インダクタンスを計算した場合， $L_{\text{slot 2D}}$ が整合しないため，算出される端部インダクタンスに誤差が生じてし

まう。これを回避するため、モデル内部に対称境界条件を設定し、 $L_{\text{slot } 2\text{D}}$ に不整合が発生しないようにした。

図 3.16 は、鉄心や端板に設定した比透磁率 μ_r に対する端部インダクタンスの変化を表している。なお、ここでは、図 3.15(a)と(b)に加えて、図 3.15(c)の三次元解析を実施した。この解析においては、端板全体に対称境界条件が設定されており、 $\Phi_{\text{gap end}}$ が存在しない。したがって、二次元解析との差分を計算すれば、端部インダクタンスの漏れ成分 $L_{\text{slot } 3\text{D}} + L_{\text{coil } 3\text{D}}$ だけを算出することができる。この方法を用いて、端部インダクタンスを、漏れ成分 $L_{\text{slot } 3\text{D}} + L_{\text{coil } 3\text{D}}$ と電機子反作用成分 $L_{\text{gap } 3\text{D}}$ に分離した。

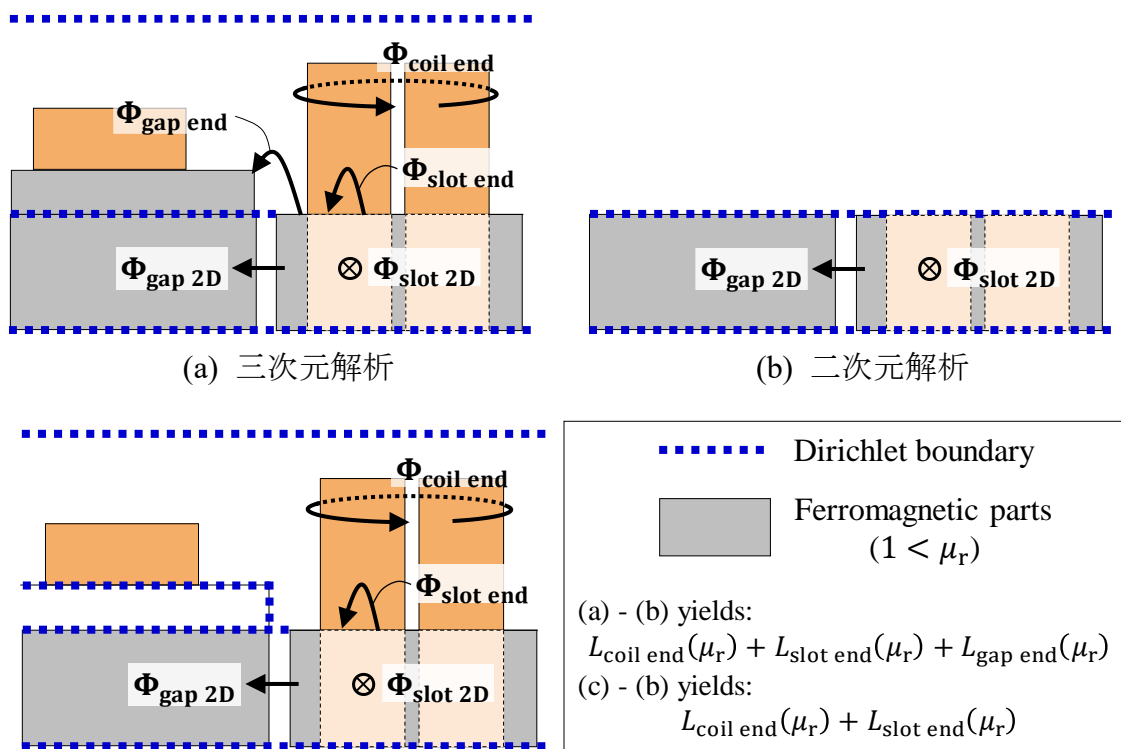
図 3.16 の漏れ成分に着目すると、電機子反作用成分に比べて、 μ_r に対する変化が小さいことが分かる。これは、次の二つの理由によって説明できる。

- (a) 図 3.17(a)に示したように、 $\Phi_{\text{coil } 3\text{D}}$ は巻線端部周辺の空気領域のみを流れるため、 $L_{\text{coil } 3\text{D}}$ は鉄心や端板における μ_r の影響を受けない。
- (b) 図 3.17(b)に示したように、 $\Phi_{\text{slot } 3\text{D}}$ は固定子スロットの上部にある大きな空隙を通過するため、固定子鉄心の磁気抵抗に比べて、空隙の磁気抵抗の方が大きい。このため、 $L_{\text{coil } 3\text{D}}$ は μ_r の影響を受けにくい。

したがって、 μ_r が 1000 を超えるような状態で同期機が運転されている場合は、強磁性体部品の磁気抵抗は無視できると考えられる。図 3.18(a)と(b)は、定格負荷で運転している場合の磁束密度分布と比透磁率分布を示している。これらの分布は、図 3.11 の磁気特性を考慮した非線形解析から得られたものである。磁束が集中する固定子のティースや回転子のポールヘッドにおいて、比透磁率が低下している。しかしながら、 $L_{\text{coil } 3\text{D}}$ に影響を与える固定子ティースでは、比透磁率の体積平均が 1608 となっており、1000 より十分大きい。このため、仮定は成立しており、部分三次元解析を適用することができる。

漏れ成分とは対照的に、電機子反作用成分は、 μ_r に対する依存性が強い。これは、図 3.17(c)に示したように、ギャップは磁路長が短く、磁気抵抗が比較的小さいため、鉄心や端板の磁気抵抗が全磁気抵抗に占める割合が相対的に大きいためである。したがって、 $L_{\text{gap } 3\text{D}}$ を正確に計算するためには、鉄心や端板の磁気抵抗を反映させる必要がある。3.4.1 で提案した補正法では、空隙を狭くする効果として、 $L_{\text{gap } 3\text{D}}$ を電機子反応インダクタンスに組み込まれている。したがって、鉄心や端板の磁気抵抗に起因した $L_{\text{gap } 3\text{D}}$ の低下は、自然に計算結果に反映される。このため、補正された二次元解

析では、鉄心や端板の磁気飽和が進行して、 $L_{\text{gap } 3\text{D}}$ が大きく変化しても、この現象を考慮した計算結果を得ることができる。



(c) 漏れ成分だけを求めるための三次元解析

図 3.15 透磁率の影響を考慮した端部インダクタンスを求めるための解析

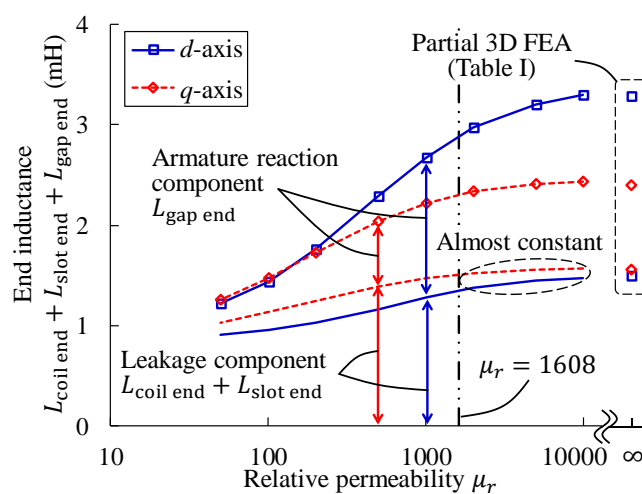


図 3.16 透磁率に対する端部インダクタンスの変化

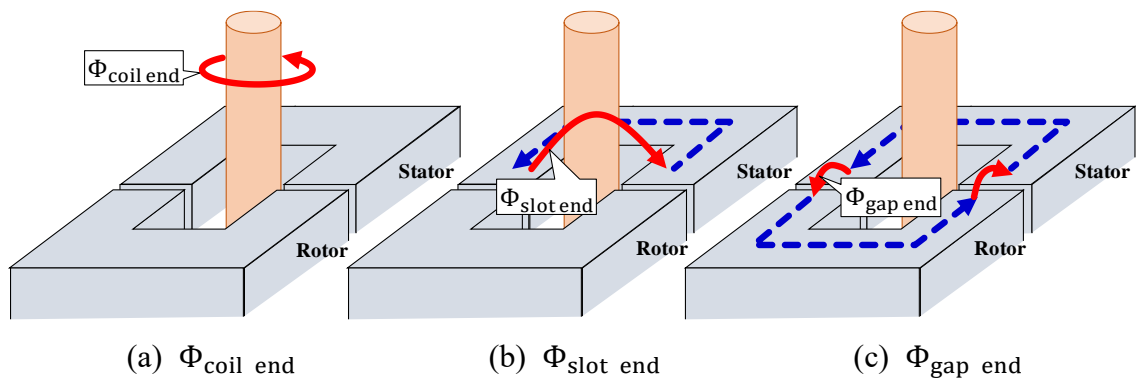


図 3.17 端部磁束の経路

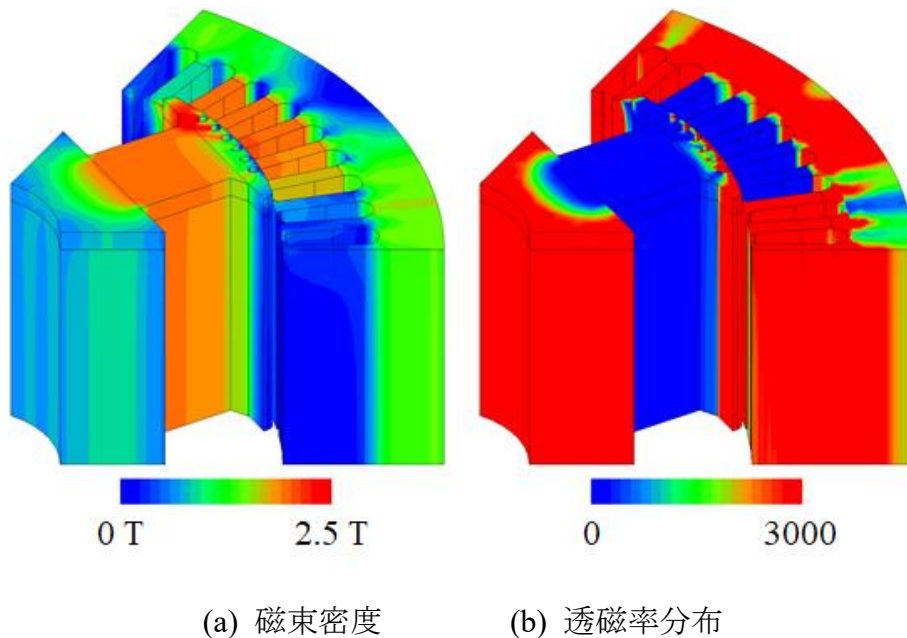


図 3.18 負荷運転時の磁束密度と透磁率の分布

3.7 3章のまとめ

3章では、部分三次元解析によって端部インダクタンスを計算する方法と、得られた端部インダクタンスを用いて、二次元解析を補正する方法を検討した。これにより、三次元解析と同等の解析精度を維持しつつ、計算時間が短縮できる。以下に、検討内容と結論をまとめる。

- (1) 端部インダクタンスは、電機子巻線の端部のみに鎖交する磁束による成分 $L_{\text{coil end}}$ 、スロットを横断する磁束による成分 $L_{\text{slot end}}$ 、ギャップを横断する磁束による成分 $L_{\text{gap end}}$ に分けられる。

- (2) 部分三次元解析(電機子巻線と界磁巻線の端部, およびその周りの空気領域のみを模擬)において端部インダクタンスを正確に計算するためには, $L_{\text{slot end}}$ と $L_{\text{gap end}}$ を考慮する必要がある。このため, 対称境界条件によって解析モデル内部への磁束の出入りを遮蔽するのではなく, 強磁性体に接する面に自然境界条件を設定し, 磁束が境界面を自由に出入りできるようにモデル化する方法を提案した。
- (3) 境界条件を使い分けることにより, 端部インダクタンスの合計値($L_{\text{coil end}} + L_{\text{slot end}} + L_{\text{gap end}}$)を求めるだけでなく, 3種類の成分に分解できることを示した。
- (4) 端部インダクタンスの合計値に占める $L_{\text{slot end}} + L_{\text{gap end}}$ の割合は, d軸では75%, q軸でも65%となり, 端部インダクタンスを高精度に計算するためには, 自然境界条件を用いて $L_{\text{slot end}}$ と $L_{\text{gap end}}$ を考慮することが必須である。
- (5) 漏れ磁束を表す端部インダクタンス($L_{\text{coil end}}$ と $L_{\text{slot end}}$)については, FEAと電気回路を連成することによって, 二次元解析においては外部リアクトルとして考慮した[1.50], [1.51]-[1.54]。一方で, 電機子反作用磁束を表す $L_{\text{gap end}}$ については, 外部リアクトルとして考慮することはできない。そこで, ギャップ幅を $\gamma = L_{\text{gap end}} / L_{\text{gap 2D}}$ ($L_{\text{gap 2D}}$ は二次元解析における電機子反作用インダクタンス)の比率分だけ小さくした仮想的な解析モデルを用いる補正方法を考えた。
- (6) 電機子巻線の電流と鎖交磁束の関係を解析し, 測定値と比較した。補正前の二次元解析を用いた場合, 解析値には誤差が生じていたが, 部分三次元解析から得られた端部インダクタンスによって補正した二次元解析を用いると, 誤差は解消されることが確認できた。
- (7) 自然境界条件を用いた部分三次元解析においては, 磁性部品の磁気抵抗が考慮されていない。しかし, 実際の運転状態における飽和レベルであれば, 磁性部品の磁気抵抗を無視したことによる誤差は十分小さく, 実用的には問題ないことが分かった。

3 章の参考文献

- [3.1] K. Takeuchi, M. Matsushita, H. Makino, Y. Tsuboi, and N. Amemiya, "Finite-Element Analysis for Magnetic Flux in End Region of Synchronous Machine Using End-Winding Model," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 57, no. 2, Feb. 2021.
- [3.2] D. Lin, P. Zhou, Y. Hu, and M. Rosu, "Analytical Computation of End-Winding

Leakage Inductance for Multi-Phase AC Machines,” in *proc. IEEE Int. Electr. Mach. Drives Conf. (IEMDC)*, pp. 1-6, May 2017.

- [3.3] D. Ban, D. Zarko, and I. Mandic, “Turbogenerator End-Winding Leakage Inductance Calculation Using a 3-D Analytical Approach Based on the Solution of Neumann Integrals,” *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 20, no. 1, pp. 98-105, Mar. 2005.
- [3.4] F. W. Carter, “The Magnetic Field of the Dynamo-Electric Machine,” *J. Inst. Elect. Eng.* Vol. 64, No. 359, pp. 1115-1138, 1926.

第4章 提案したモデル化手法を適用した磁界解析の計算精度と計算時間

4.1 4章の検討内容

2章では、表2.2に示した6個のモデル化定数を考慮することによって、無負荷飽和曲線が三次元解析によって正確に計算できることを示した。これは、(2.1)式の電機子反作用インダクタンスの計算精度を確かめたことになる。また、3章では、端部インダクタンスを考慮することにより、負荷運転時の電機子巻線の電流(i_d, i_q)と鎖交磁束(Φ_d, Φ_q)の関係が、二次元解析でも正確に計算できることを示した。これも、インダクタンスに相当する量の計算精度を確かめたことになる。しかし、同期機の性能を最終的に評価する物理量は、多くの場合、インダクタンスではなく、電機子電流やトルク、力率である。すなわち、ある電圧を加えた時に、どの程度の電機子電流が流れて、どの程度のトルクが発生し、力率がどうなるのかということが、正確に解析できているか確認する必要がある。

本章では、2章と3章で述べたモデル化手法の適用有無が、電機子電流やトルク、力率の計算精度にどのような影響を与えるかを調べる。また、二次元解析を用いることによって、三次元解析を用いた場合と比較して、どの程度の計算時間短縮効果が得られるのかを検証する。

4.2 測定と解析の手順

4.2.1 測定手順

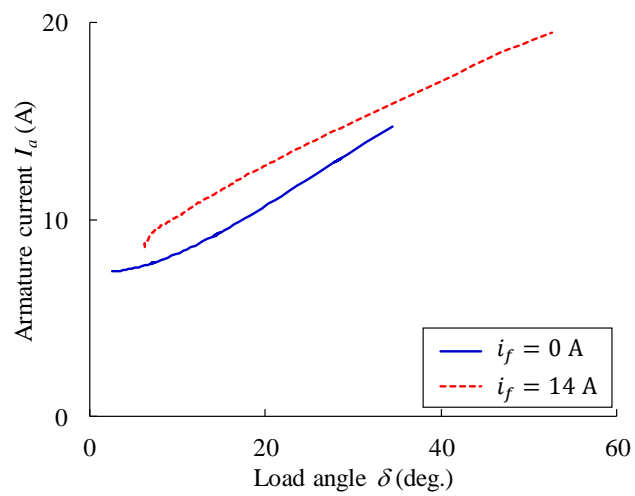
3.5.1節と同様の方法で同期機を負荷運転し、その時のd軸とq軸の電機子電圧 v_d, v_q 、d軸とq軸の電機子電流 i_d, i_q 、トルク T を測定した。測定条件は、電機子電圧 $V_a = 145$ V、周波数 $f = 20$ Hz、界磁電流 $i_f = 0$ Aまたは14 Aである。また、各測定値は、電気角5周期の範囲で平均化した。測定した v_d, v_q, i_d, i_q から、次式によって力率 $\cos \varepsilon$ (ε は力率角)を算出した。

$$\cos \varepsilon = \frac{v_d i_d + v_q i_q}{\sqrt{(v_d^2 + v_q^2)(i_d^2 + i_q^2)}} \quad (4.1)$$

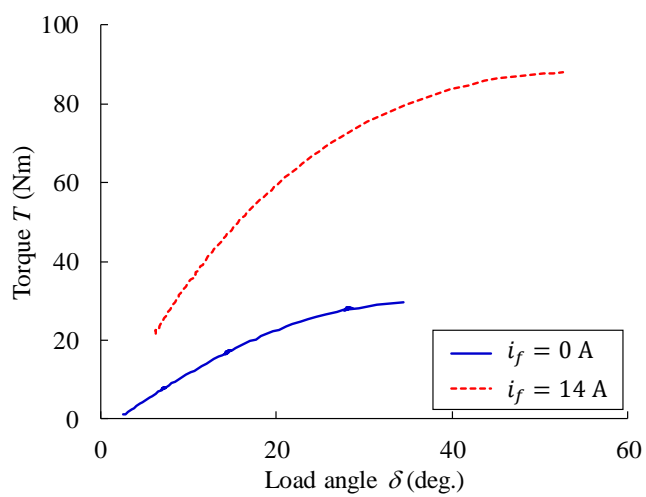
また、(1.2)の第二式から電機子電流の実効値 I_a を計算し、(3.5)式から得られた鎖交磁束 Φ_d, Φ_q を用いて、次式によって負荷角 δ を計算した。

$$\delta = \text{atan}\left(\frac{\Phi_q}{\Phi_d}\right) \quad (4.2)$$

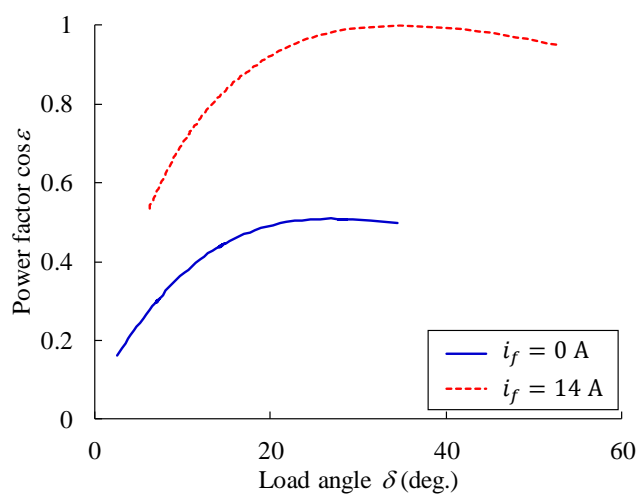
図 4.1(a)は、 δ に対する I_a の特性、(b)は T の特性、(c)は $\cos \varepsilon$ の特性の測定値を示している。 δ が増加するにつれて、 I_a が増加し、 T も増加する。 δ の増加に対する T の変化が減少に転じると脱調するため、 T が最大となる点が測定限界となる。 $i_f = 0 \text{ A}$ は、回転子の突極性のみでトルクを得ている(同期リラクタンスモータとして駆動している)状態であり、 $\cos \varepsilon$ が低い。一方で、 $i_f = 14 \text{ A}$ を供給した場合は、 $\cos \varepsilon = 1$ となる動作点が表れている。以降では、これらの特性について、解析値と測定値を比較し、計算精度を評価する。



(a) 電機子電流実効値の特性



(b) トルクの特性



(c) 力率の特性

図 4.1 負荷運転時の測定結果

4.2.2 解析手順

試験を模擬した解析の構成を図 4.2 に示す。電機子巻線には回路モデルが連成されており、測定した電機子電圧 (v_d と v_q) を解析条件として与えた。また、界磁巻線には $i_f = 0$ A または 14 A を与え、回転数は $N = 400 \text{ min}^{-1}$ に設定した。電圧源を用いた解析であるため、計算の初期においては電氣的な過渡状態が生じる。このため、定常状態に達するまで電気角 2 周期分の計算を実行しており、以降に示す解析結果は、最後の半周期の値を用いたものである。電気角 1 周期あたりの時間方向の分割数は 288 である。また、できるだけ短い時間で定常解が得られるよう、時間周期有限要素法を用いた。

ところで、同期機運転時には、機内で様々な損失が生じる。これらは、 $I_a, T, \cos \varepsilon$ のそれぞれに影響を及ぼすため、解析においても考慮する必要がある。本解析において考慮された損失を表 4.1 にまとめる。以下では、それぞれの損失の計算方法について説明する。

(i) 電機子巻線の銅損

電機子抵抗 R_a を用いて、 $R_a(i_d^2 + i_q^2)$ によって計算した。測定した電機子巻線の温度を用いて、抵抗値の温度依存性を考慮した。

(ii) 固定子鉄心のヒステリシス損と渦電流損

端板磁気測定器によって測定した鉄損特性(図 4.3(a))を用いて、解析終了後のポスト処理によって計算した。

(iii) 固定子鉄心の面内渦電流損

鉄心の面内方向に抵抗率 ($3.80 \times 10^{-7} \text{ } \Omega\text{m}$) を与えることによって計算した[4.1]。ただし、二次元解析においては考慮されていない。

(iv) 制動巻線の高調波銅損

制動巻線に抵抗率 ($1.72 \times 10^{-7} \text{ } \Omega\text{m}$) を与えることによって計算した。制動巻線の温度は電機子巻線の温度に等しいと仮定して、抵抗率の温度依存性を考慮した。

(v) 界磁巻線の銅損

界磁抵抗 R_f を用いて、 $R_f i_f^2$ によって計算した。測定した界磁巻線の温度を用いて、抵抗値の温度依存性を考慮した。

(vi) 回転子鉄心のヒステリシス損と渦電流損

端板磁気測定器によって測定した鉄損特性(図 4.3(b))を用いて、解析終了後のポスト処理によって計算した。

(vii) 回転子鉄心の面内渦電流損

(iii)と同様に、鉄心の面内方向に抵抗率 ($1.21 \times 10^{-7} \Omega\text{m}$) を与えることによって計算した。二次元解析では考慮されていない。

(viii) 端板の渦電流損

端板に抵抗率 ($2.07 \times 10^{-7} \Omega\text{m}$) を与えることによって計算した。これも、二次元解析には考慮されていない。

図 4.4 は、損失の測定値(入力電力と機械出力の差)と解析値(三次元解析)を比較したものである。図 4.4(a)は $i_f = 14 \text{ A}$, $\delta = 6 \text{ deg.}$, $T = 23 \text{ Nm}$ で駆動している場合、(b)は $i_f = 14 \text{ A}$, $\delta = 53 \text{ deg.}$, $T = 88 \text{ Nm}$ で駆動している場合である。どちらの動作点においても、測定値と解析値は概ね一致しており、電機子巻線の銅損と制動巻線の高調波二次銅損が支配的であることが分かる。電機子巻線の温度は、巻線端部の表面にて計測している。このため、巻線(素線束)の内部に対して誤差が生じている可能性があり、(b)において誤差が少し大きくなっている主要因と考えられる。また、(iii), (vii), (viii)の損失が全体に占める割合は小さいため、これらの損失が考慮されていない二次元解析においても、電流、トルク、力率の精度が大きく悪化することはないと考えられる。

ところで、(i)電機子巻線の銅損と(v)界磁巻線の銅損は、各巻線の抵抗で消費される電力であり、FEA はこれらの抵抗を含めた電気回路と連成されている。このため、(i)と(v)の影響は、FEA 内の電力収支に含まれており、その結果、電機子電流、トルク、力率に対する影響も解析値に反映されている。また、(iii), (iv), (vii), (viii)についても、制動巻線や鉄心、端板に抵抗率を与え、FEA 内で渦電流損を考慮しているため、これらの影響は解析値に反映されている。一方で、(ii)固定子鉄損と(vi)回転子鉄損については、ポスト処理によって計算しているため、解析値に含まれておらず、電力収支に反映されていない。文献[4.2]では、プレイモデルによって磁気特性を表現することで、ヒステリシス損を電力収支に含めた FEA を実施している。この場合、ヒステリシス損が電流や機械出力(トルク)に影響することが指摘されており、渦電流損についても同様である。しかし、これらの損失を考慮した FEA においては、計算時間やメモリ消費量の増大という課題があり、計算負荷が大幅に増大してしまう。これに対して、文献[4.4]では、ポスト処理によって得られた損失を用いて、解析値を補正する方法が提案されている。本検討では、文献[4.4]の考え方を参考として、以下に説明する方法によって解析値を補正した。

A. ポスト処理による鉄損の計算方法

本検討において用いたポスト処理[4.3]においては、鉄損特性(図 4.3)を二周波法によって渦電流損とヒステリシス損に分離する。すなわち、磁束密度 B と周波数 f に対する鉄損特性 $W(B, f)$ を次のように表す。

$$W(B, f) = \alpha(B)f + \beta(B, f)f^2 \quad (4.3)$$

$\alpha(B)$ はヒステリシス損失係数、 $\beta(B, f)$ は渦電流損失係数である。(4.3)式によって、鉄損特性が $\alpha(B)$ と $\beta(B, f)$ のデータテーブルに変換される。各要素における磁束密度の時間波形をフーリエ級数展開し、各次数 n の振幅 B_n と周波数 f_n に対応する係数の値をテーブルから読み取れば、(4.4)式のように鉄損 W_{FEA} が計算できる。

$$W_{\text{FEA}} = \sum_{\text{element}} \sum_n \{ \alpha(B_n)f_n + \beta(B_n, f_n)f_n^2 \} \quad (4.4)$$

(4.4)式より、 W_{FEA} は、 $n = 1$ の基本波成分 $W_{\text{FEA } f}$ と、 $n > 1$ の高調波成分 $W_{\text{FEA } h}$ に分けられる。以降では、それぞれの影響を補正する方法について説明する。

B. 基本波成分 $W_{\text{FEA } f}$ の補正方法

$W_{\text{FEA } f}$ は、磁束密度の基本波成分(この試験においては 20 Hz)によって引き起こされる鉄損である。回転子は同期速度で運動しており、基本波成分は印加されないため、 $W_{\text{FEA } f}$ の発生領域は、図 4.5 に示したように、固定子鉄心に分布している。ここでは、議論の簡単化のため、鉄損の基本波成分のうち、渦電流損に着目して考えてみる。渦電流損は、積層した鉄板の断面内に交番磁束が鎖交することによって起電力が発生し、それによって誘導された電流によるジュール損失である。これを巨視的な視点で考えると、鉄心に短絡巻線が巻かれており、そこで発生するジュール損としてモデル化できる。図 4.5 より、渦電流損を発生させる磁束、すなわち、短絡巻線に鎖交する磁束は、ギャップを流れる電機子反作用磁束と、固定子スロットを横断する漏れ磁束から構成されていることを考慮すれば、短絡巻線に流れる電流 i_{eddy} の起磁力を考慮した磁気回路は、図 4.7(a)のようになる。これを双対な電気回路に変換すれば、図 4.7(b)のようになる。 R_{eddy} は、渦電流損を表す鉄損抵抗である。また、各磁気抵抗 $\mathcal{R}_{\text{st slot}}$ 、 \mathcal{R}_{gap} 、 $\mathcal{R}_{\text{rt slot}}$ に対応するインダクタンスを L_{ld} 、 L_{ad} 、 L_{fd} とし、図 1.10 に示した同期機の基本等価回路に対応する表記とした。

ところで、等価回路上における鉄損抵抗の位置については、様々な議論がなされているが、多くの場合、 L_{ad} に対して並列に設けられている[1.11], [4.4]。上記の磁気回路を用いた議論によれば、この定義は、鉄損の発生要因が電機子反作用磁束(ギャップを流れる磁束)のみであるという考え方に基づいている。しかし、実際には図 4.5 に示したように、スロット漏れ磁束も鉄損に寄与すると考えるのが自然であり、 L_{ad} に対して並列に設ける方法は、厳密には正しくない。一方で、電機子巻線の端部に鎖交する漏れ磁束(3章で検討した $\Phi_{coil\ end}$)は、鉄心部分を通らないため、鉄損には寄与しないと考えられる。したがって、図 4.7(b)の等価回路も正確ではなく、厳密には複数の鉄損抵抗を考える必要がある。ところで、本検討の目的は、厳密な等価回路を求めることではなく、ポスト処理によって得られた鉄損を、FEAの結果に反映させることである。また、一般に L_{ad} の方が L_{ld} よりも十分大きく、鉄損抵抗の位置が計算結果に及ぼす影響は小さい。以上より、図 4.7(b)の等価回路を用いて補正方法を検討する。

上記では、鉄損の基本波成分 $W_{FEA\ f}$ における渦電流損を考えた。ヒステリシス損の発生原理は、渦電流損とは異なるが、次のように、渦電流損と同じように鉄損抵抗でモデル化できる。図 4.8 は、鉄心内の起磁力と磁束の関係を模式的に表したものである。今、図 4.8 の第一象限に着目し、ヒステリシスの影響が表れる下降曲線上に動作点があるとす。本検討の FEA のように、鉄心が初磁化特性によってモデル化されている場合、電機子電流 i_d と界磁電流 i_{fd} の起磁力によって、P が動作点となるが、実際には、ヒステリシス(残留磁化)の影響で Q が動作点となる。初磁化特性において、点 Q と磁束が同じになるのは点 R であり、点 P との起磁力差 i_{Hys} がヒステリシス損を発生させる。すなわち、ヒステリシス損の場合も、起磁力 i_d, i_{fd} の変化を妨げる反作用起磁力によって発生していると考えることができ、図 4.6(b)の短絡巻線に i_{Hys} が流れていると考えれば、渦電流と同じようにモデル化できる。すなわち、図 4.7(b)の等価回路において、渦電流損とヒステリシス損を合わせた鉄損抵抗 R_{fe} を考えればよい。

以上では、d軸に着目して考えたが、q軸についても同様の等価回路が得られる。これらの等価回路を用いることにより、 $W_{FEA\ f}$ の影響は次のように補正できる。FEAの結果から得られた Φ_d と Φ_q により、d軸とq軸のそれぞれにおける R_{fe} で発生する損失を計算し、それが $W_{FEA\ f}$ に等しいと考えると、次のようになる。

$$W_{FEA\ f} = \frac{\omega_e^2 (\Phi_d^2 + \Phi_q^2)}{R_{fe}} \quad (4.5)$$

すなわち、 $\Phi_d, \Phi_q, W_{\text{FEA } f}$ から、 R_{fe} が求められる。FEAの結果から得られた i_d と i_q に、d軸とq軸の R_{fe} に流れるそれぞれの電流を加えることで、 $W_{\text{FEA } f}$ の影響を補正したd軸電流 i_{d2} と i_{q2} が得られる。

$$\begin{cases} i_{d2} = i_d - \frac{\omega_e \Phi_q}{R_{fe}} \\ i_{q2} = i_q + \frac{\omega_e \Phi_d}{R_{fe}} \end{cases} \quad (4.6)$$

i_d と i_q の代わりに i_{d2} と i_{q2} を用いて、 I_a や $\cos \varepsilon$ を計算することで、 $W_{\text{FEA } f}$ の影響を補正した解析値が得られる。

C. 高調波成分 $W_{\text{FEA } h}$ の補正方法

次に、 $W_{\text{FEA } h}$ の補正方法を説明する。これは、磁束密度の高調波成分によって発生する鉄損であり、発生要因は時間高調波と空間高調波に分けられる。時間高調波による鉄損は、インバータ駆動時のように、電源の電圧や電流に含まれる高調波によって発生する。ここで注意しなければならないのは、電圧か電流のどちらかが正弦波であれば、時間高調波の損失は発生しないことである。すなわち、本検討において実施した試験では、同期機を正弦波電圧源に接続して駆動しているため、電流波形は歪んでいるが、電力の高調波成分は存在せず、時間高調波に起因した鉄損は発生していない。したがって、ここでは、空間高調波に起因した鉄損のみを考える。

空間高調波の最も大きな発生要因は、固定子スロットや回転子磁極の形状に起因したパーミアンス分布の高調波である。例えば、本同期機の固定子スロット数は54であり、これが基本波によって変調されることで、17次や19次の空間高調波が発生する。同様に、回転子の磁極数6によって、3次や5次の空間高調波が発生する。文献[4.4]では、これらの空間高調波が、高調波トルク T_h を発生させることが報告されている。

$$T_h = \frac{\delta k}{1 - \delta k} \frac{W_h}{\omega_m} \approx -\frac{W_h}{\omega_m} \quad (4.7)$$

k は空間高調波の次数、 δ はその回転方向、 W_h は損失である。また、 ω_m は回転子の機械的な角速度である。(4.7)式においては、 k が十分大きいと仮定して、右辺を得る。本検討では、すべての空間高調波に対して、この近似が成り立つと考えて、 $W_{\text{FEA } h}$ の影響を補正する。すなわち、空間高調波によって発生した損失を補償する電力は、電

源から供給されるのではなく、負のトルクとなる T_h の発電作用によって供給される。この妥当性は、 T の測定値(図 4.1(b))に表れている。本来、 $\delta = 0 \text{ deg.}$ で $T = 0 \text{ Nm}$ となるはずであるが、各曲線は原点に近づいておらず、 $\delta = 0 \text{ deg.}$ で T が負となることが分かる。これが、 T_h を表していると考えられる。なお、解析値に初めから含まれている(補正の必要がない)損失(iv)も、 T_h の発生要因である。図 4.4 より、高調波損失の大部分を損失(iv)が占めており、 T_h に対しても(iv)の影響が大きいと考えられる。このため、(4.7)式における近似の誤差が、最終的なトルクの計算精度に及ぼす影響は十分小さいと考えられる。

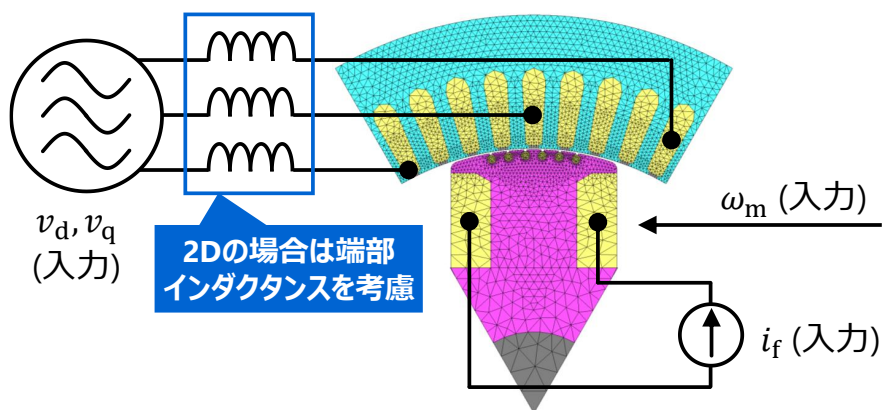
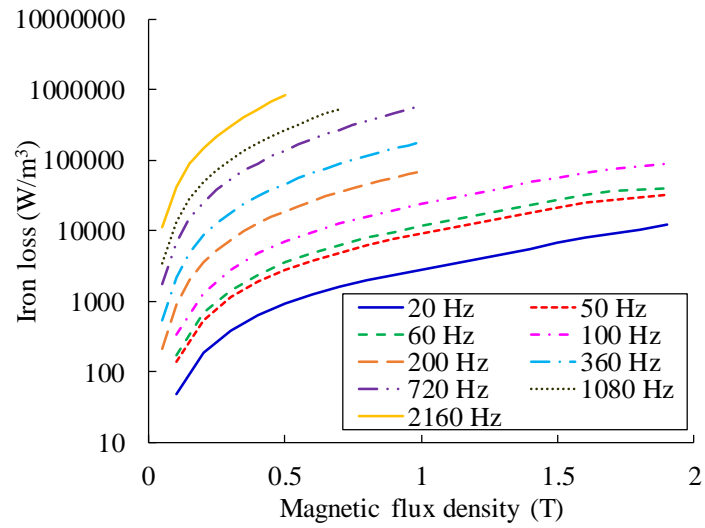


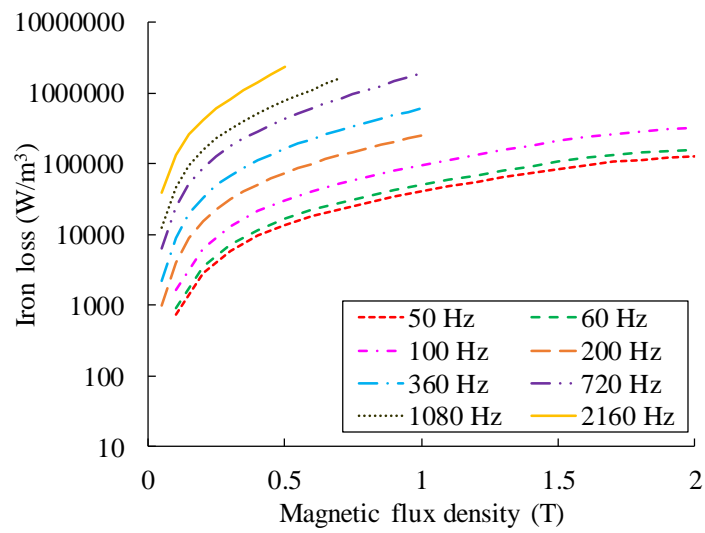
図 4.2 試験を模擬した解析の入力条件

表 4.1 解析において考慮した損失

発生箇所	種類	解析方法
固定子	電機子巻線の銅損	直接
	固定子鉄心のヒステリシス損と渦電流損 (鉄心面内の磁束による鉄損)	ポスト処理
	固定子鉄心の面内渦電流損 (積層方向の磁束による渦電流損)	直接
回転子	界磁巻線の銅損	直接
	制動巻線の高調波銅損 (空間高調波による渦電流損)	直接
	回転子鉄心のヒステリシス損と渦電流損 (鉄心面内の磁束による鉄損)	ポスト処理
	回転子鉄心の面内渦電流損 (積層方向の磁束による渦電流損)	直接
	端板の渦電流損	直接

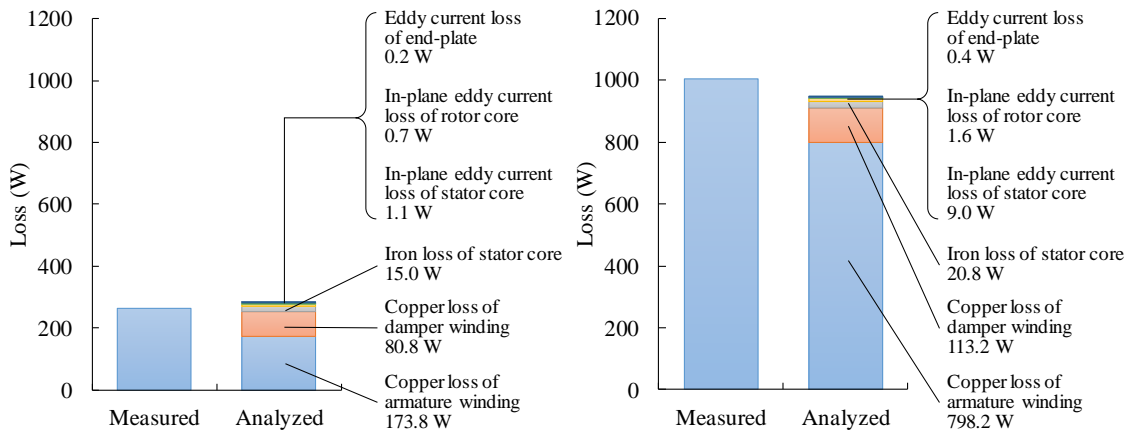


(a) 固定子鉄心



(b) 回転子鉄心

図 4.3 固定子鉄心と回転子鉄心に用いられた鉄板の鉄損特性



(a) $\delta = 6 \text{ deg.}, T = 23 \text{ Nm}$ (b) $\delta = 53 \text{ deg.}, T = 88 \text{ Nm}$

図 4.4 損失の測定値と解析値(三次元)の比較

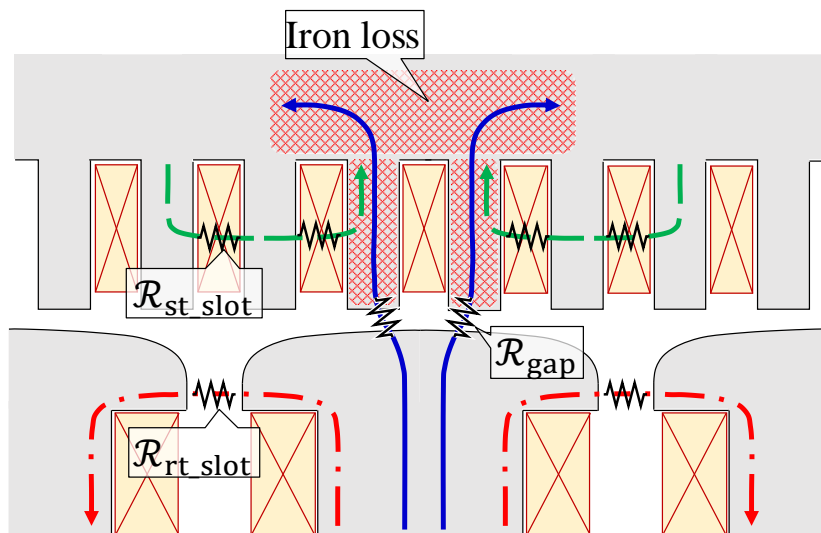
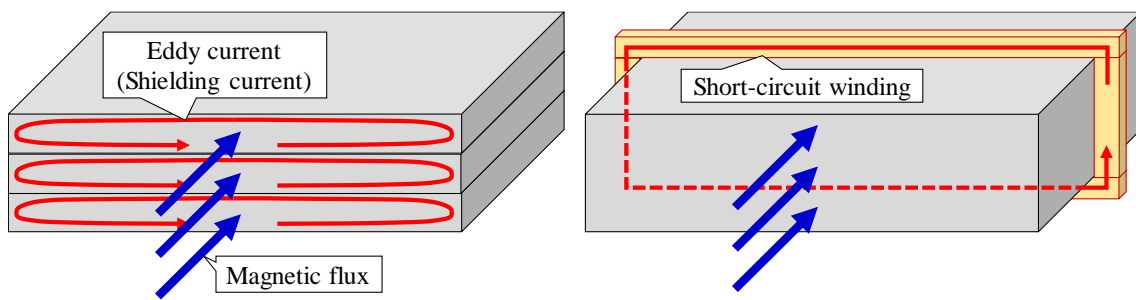


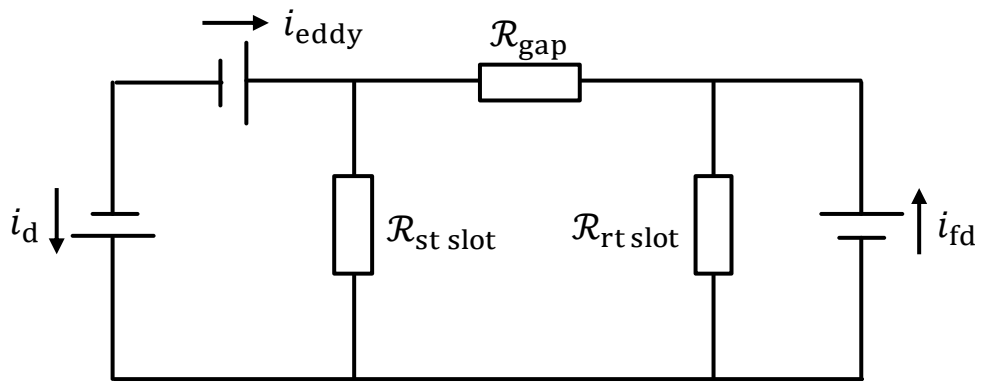
図 4.5 鉄損の基本波成分の発生領域



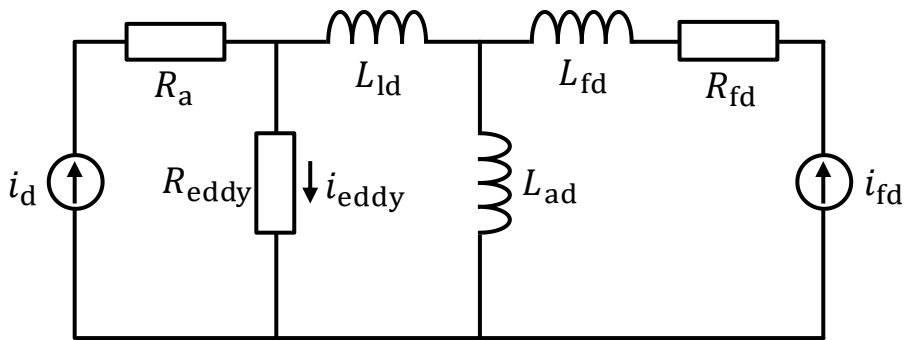
(a) 積層鉄心に生じる渦電流損

(b) 等価な短絡巻線

図 4.6 渦電流損の概念図



(a) 等価磁気回路



(b) 等価電気回路

図 4.7 鉄損の基本波成分のうち、渦電流損を考慮した等価回路

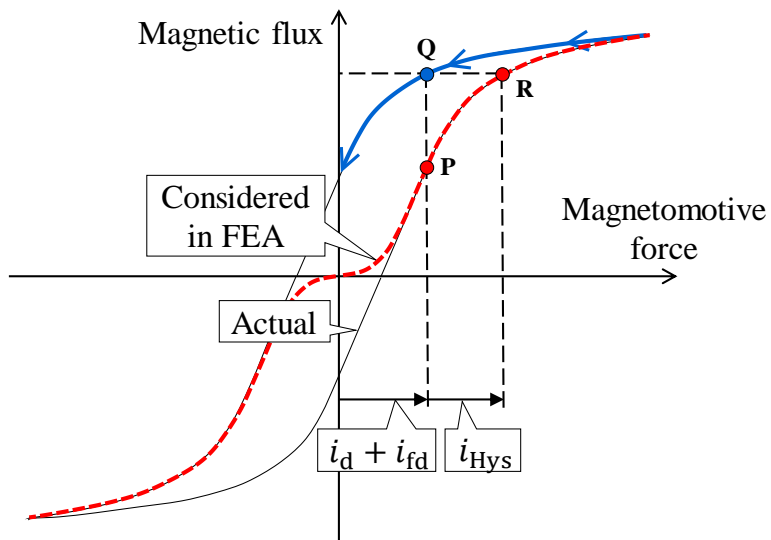


図 4.8 鉄心内の起磁力と磁束の関係

4.3 計算精度と計算時間の評価

4.3.1 三次元解析における計算精度

まず、三次元解析における計算精度を評価する。2章では、無負荷飽和曲線の解析において、様々な誤差要因があることを述べた。ここでは、負荷解析においても、これらの考慮が重要であることを示すため、最適化によって得られた表 2.2 のすべてのモデル化定数を考慮した場合と、一例として、磁気特性のみを変更した(対数モデルではなく、 μ_0 モデルを適用した)場合を比較する。

図 4.4 は、 $V_a = 145 \text{ V}$, $i_f = 0 \text{ A}$ における解析値(三次元)と測定値を比較したものである。(a)は同期インダクタンス $L_d = L_{ld} + L_{ad}$, $L_q = L_{lq} + L_{aq}$, (b)は電機子電流 I_a , (c)はトルク T , (d)は力率角 ε である。(a)~(d)のいずれにおいても、対数モデルを用いた方が誤差は小さくなっている。以下では、 μ_0 モデルを用いた場合に誤差が生じる理由について、詳しく検討してみる。

まず、 L_d と L_q について考える。どちらのインダクタンスも、 μ_0 モデルを適用した解析値は、対数モデルを適用した解析値よりも小さくなっており、測定値に対する誤差が大きい。これは、 μ_0 モデルによって得られた磁気特性が、高磁界領域で過小評価となってしまうことに起因していると考えられる。図 4.10 は、 $V_a = 145 \text{ V}$, $i_f = 0 \text{ A}$ で駆動した場合の磁束密度分布(対数モデルを用いて解析)である。 δ が小さい(出力が小さい)場合は、磁束密度が 2 T を上回る領域はない。このため、図 4.4(a)のように、対数モデルと μ_0 モデルのどちらを用いても、解析結果にほとんど差がない。しかし、 δ が増加(出力が増加)するにつれて、磁極の片端部に磁束が集中し、局所的に 2 T を大きく上回る磁束密度が発生している。このため、 δ が大きい領域では、 μ_0 モデルを適用した場合に L_d と L_q が小さくなり、誤差が拡大したと考えられる。

磁極片端部における磁気飽和がインダクタンスに及ぼす影響を評価するため、2章と同様に、磁気回路の影響度を考えてみる。今回の場合、2章とは異なり、励磁源は電機子電流(i_d と i_q)である。この場合、次の関係式が得られる[4.5]。

$$L_d i_d^2 + L_q i_q^2 = \int_V BH \, dv \quad (4.8)$$

(4.8)式から、電機子巻線のインダクタンスに対する磁気回路の影響度 λ_a は次のように定義できる。

$$\frac{L_d i_d^2 + L_q i_q^2}{i_d^2 + i_q^2} = \int_V \left(\frac{BH}{i_d^2 + i_q^2} \right) dv = \int_V \lambda_a dv \quad (4.9)$$

(4.9)式の左辺は、**d**軸と**q**軸の平均インダクタンスを表す量と考えることができる。 L_d と L_q のそれぞれに対する影響として分けることはできないが、**d**軸と**q**軸の平均的なインダクタンスに対して、磁気回路がどのように影響しているのかを分析することができる。

図 4.11(a)~(c)は、 λ_a の分布(対数モデルを用いて解析)である。 δ が増加するにつれて、磁極片端部において λ_a が増加しており、この領域における磁気飽和が L_d や L_q に影響していることが分かる。図 4.12 は、ギャップ領域、固定子領域、回転子領域において λ_a を体積積分し、それぞれが全体に占める割合を示したものである、(a)は対数モデルを用いた FEA、(b)は μ_0 モデルを用いた FEA から得た結果である。 δ が小さい領域では、どちらのモデルを用いても比率は変わらないが、 δ が大きい領域では、 μ_0 モデルを用いた FEA において、回転子領域における積分値が占める割合が増加している。この結果からも、 μ_0 モデルによる磁気特性の過小評価が原因で、磁極片端部の磁気抵抗が増加し、 L_d と L_q の値が小さくなっていることが分かる。

次に、 I_a, T, ε について考えてみる。図 1.10 の等価回路において、電機子抵抗が無視できるとすれば、 I_a, T, ε は次のように計算できる。

$$I_a = \frac{1}{\sqrt{3}\omega_e} \sqrt{\left(\frac{V_a \cos \delta - \omega_e L_{ad} i_{fd}}{L_d} \right)^2 + \left(\frac{V_a \sin \delta}{L_q} \right)^2} \quad (4.10)$$

$$T = \frac{p}{2} \left\{ \frac{L_{ad} V_a i_{fd} \sin \delta}{L_d \omega_e} + \frac{V_a^2}{2\omega_e^2} \left(\frac{1}{L_q} - \frac{1}{L_d} \right) \sin 2\delta \right\} \quad (4.11)$$

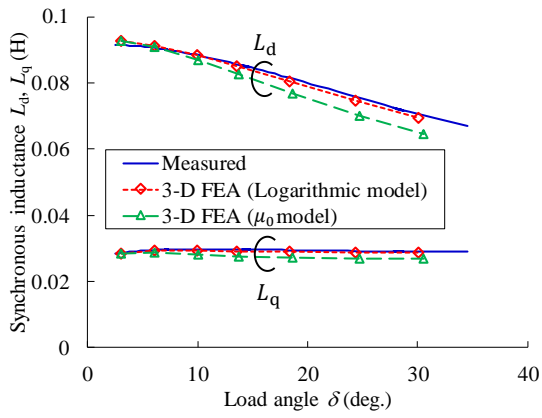
$$\varepsilon = \text{atan} \left(\frac{\sin \delta}{\cos \delta - \frac{\omega_e L_{ad} i_{fd}}{V_a}} \frac{L_d}{L_q} \right) - \delta - \frac{\pi}{2} \quad (4.12)$$

図 4.4 の運転条件では界磁電流は流していないため、(4.10)式と(4.11)式において $i_{fd} = 0$ となる。(4.10)式と(4.11)式より、 I_a と T には、 L_d や L_q に対して反比例の性質がある。このため、 μ_0 モデルを用いた場合は L_d と L_q が小さくなり、 I_a や T の解析値が、測定値よりも大きくなったと考えられる。 ε については、逆正接関数が単調増加であるため、突極比 $\xi = L_d/L_q$ が大きいほど ε も大きくなる。図 4.13 は、 δ に対する ξ の変化を表した

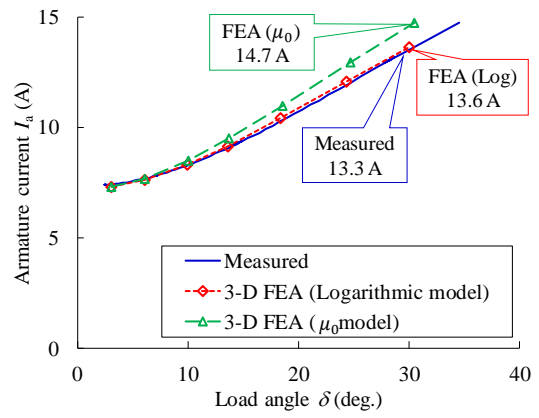
ものである。 μ_0 モデルを用いた解析の方が、対数モデルを用いた解析より ξ が大きくなっている。 μ_0 モデルを用いたことにより L_d と L_q は減少するが、減少する比率が L_q の方が大きいためである。このため、 μ_0 モデルを用いた方が、 ε が大きく(力率が高く)なったと考えられる。以上のように、 μ_0 モデルを用いた解析において生じる誤差の要因は、磁気特性のモデル化精度であり、対数モデルの適用によって誤差が解消されることは、合理的な結果である。

図 4.14 は、 $V_a = 145 \text{ V}$ 、 $i_f = 14 \text{ A}$ における解析値(三次元)と測定値を比較したものである。 $i_f \neq 0 \text{ A}$ の場合、 L_d の計算には、 d 軸の漏れインダクタンス L_{ld} と巻数比 k が大きく影響するが、1.6.3 で述べたように、これらは物理的に意味のある値を求めることが難しい。したがって、図 4.14(a)では、同期インダクタンスではなく、 d, q 軸の電機子電流を表示している。 $i_f = 0 \text{ A}$ の場合と同様に、 μ_0 モデルを用いた解析では誤差は大きい。対数モデルを用いた解析からは、測定値とよく一致する結果が得られている。各特性に生じる誤差についても、(4.10)～(4.12)式によって、定性的に説明できる。なお、 T については、(4.11)式より、界磁トルクとリラクタンスの両方が働く。リラクタンストルクはインダクタンスに反比例するが、界磁トルクは L_{ad}/L_d に比例している。 μ_0 モデルによる誤差は L_{ad} と $L_d = L_{ad} + L_{ld}$ の両方に表れるため、相殺されてしまう。このため、界磁トルクにはモデル化誤差の影響に対してロバストであり、 $i_f = 0 \text{ A}$ の場合と比べて、 T における誤差は小さい。

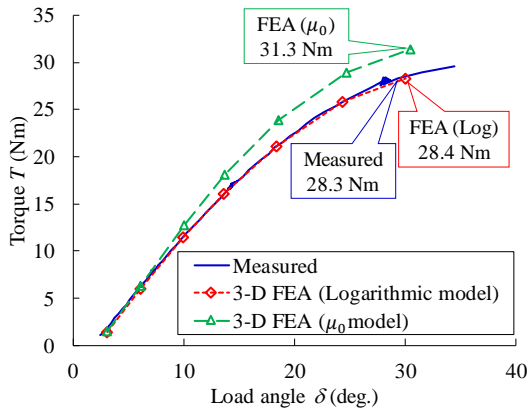
これらの結果から、無負荷飽和曲線の解析を高精度化するためのモデル化手法は、負荷解析においても有効であることが確認できた。



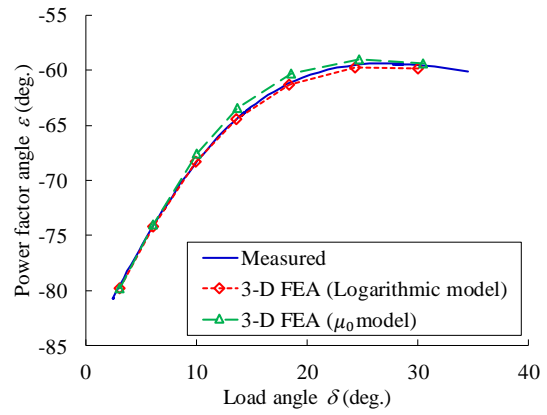
(a) 同期インダクタンス L_d, L_q



(b) 電機子電流 I_a

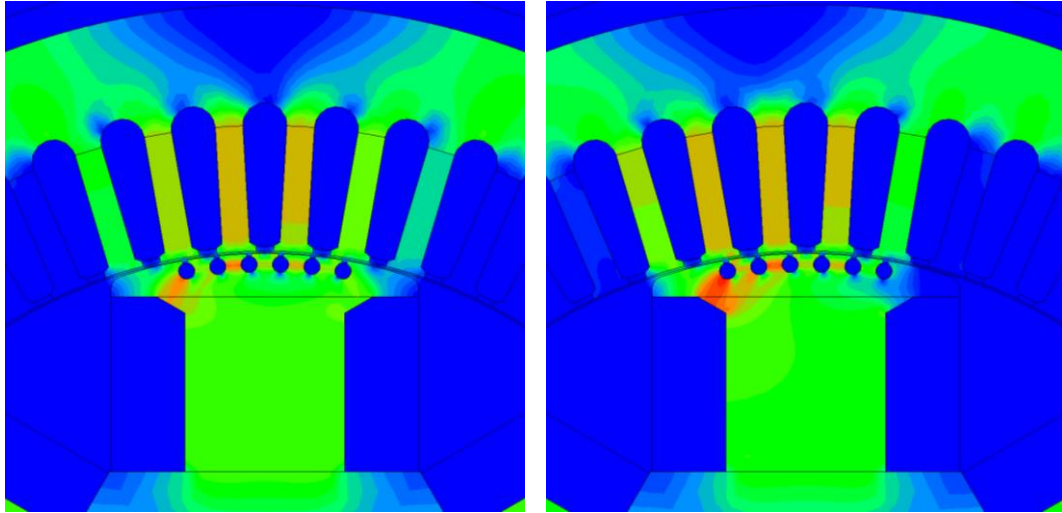


(c) トルク T



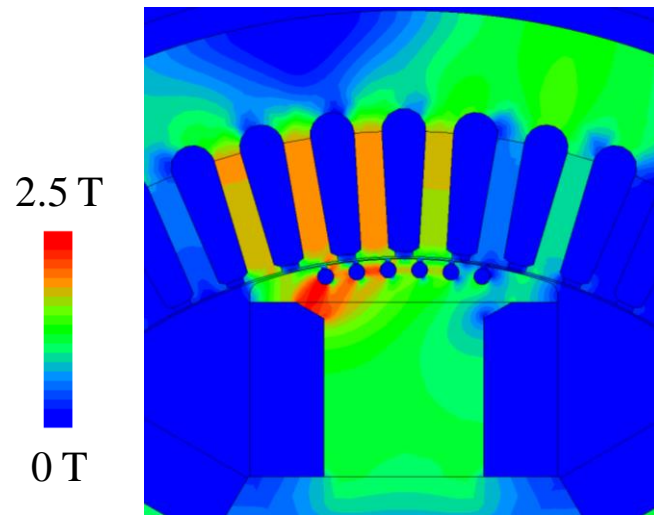
(d) 力率角 ϵ

図 4.9 $V_a = 145 \text{ V}$, $i_f = 0 \text{ A}$ における解析値(三次元解析)と測定値の比較



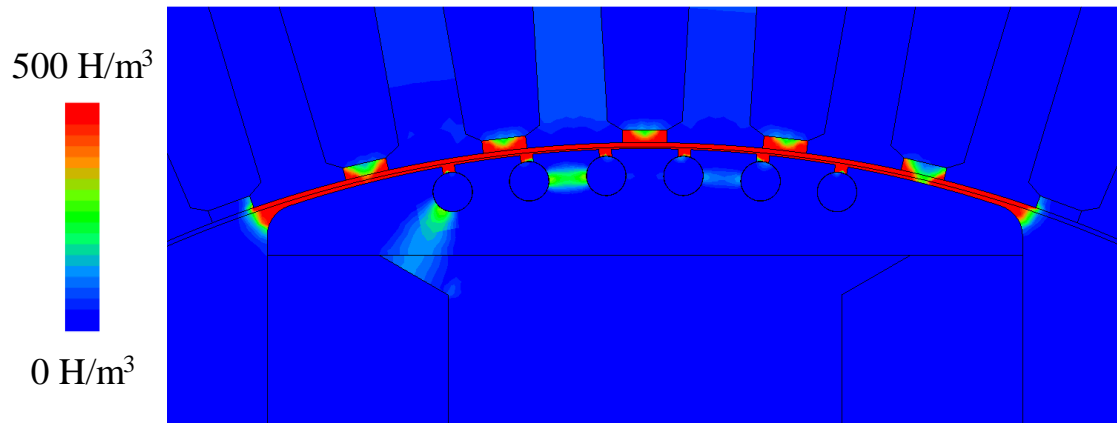
(a) $\delta = 3$ deg.

(b) $\delta = 13$ deg.

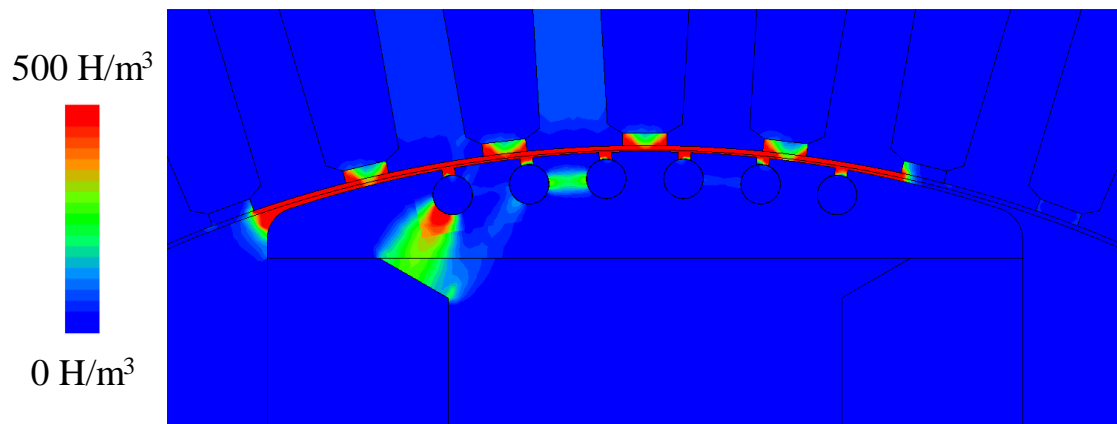


(c) $\delta = 30$ deg.

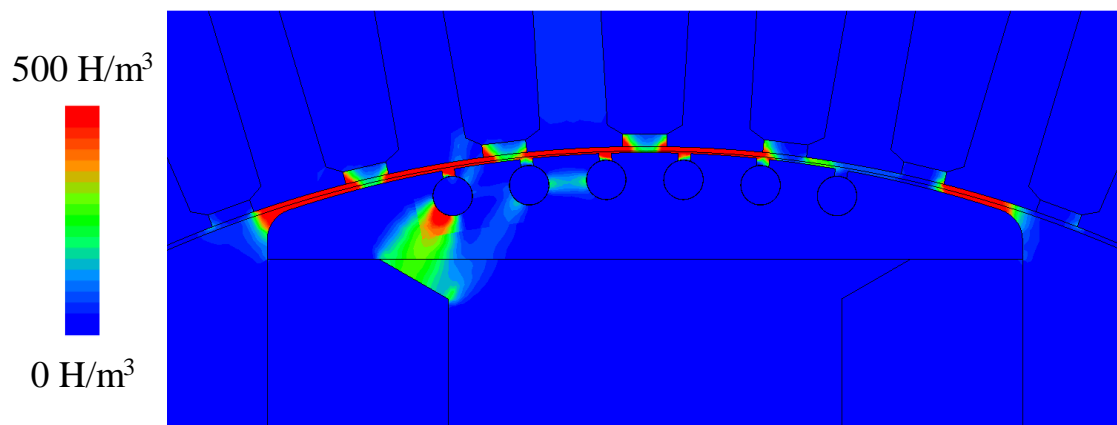
図 4.10 $V_a = 145$ V, $i_f = 0$ Aにおける磁束密度分布



(a) $\delta = 3$ deg.

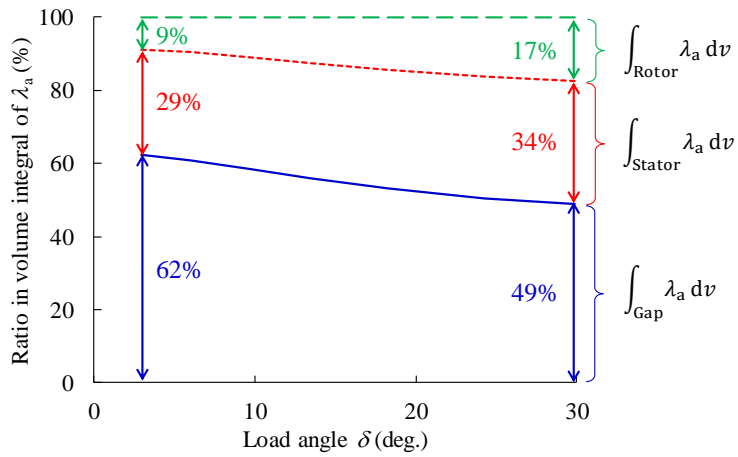


(b) $\delta = 13$ deg.

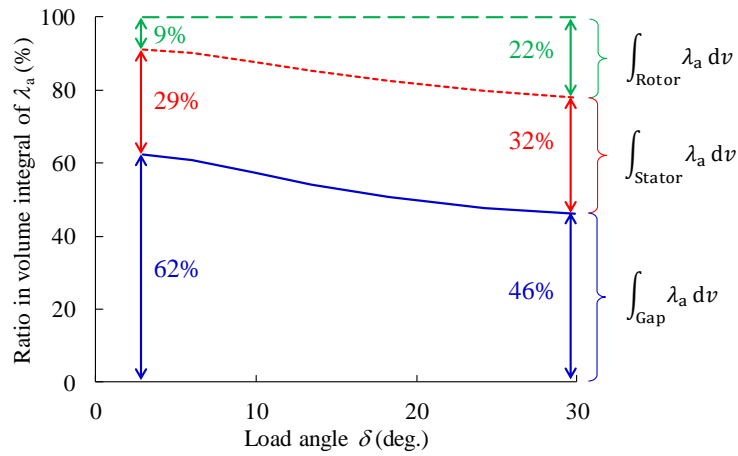


(c) $\delta = 30$ deg.

図 4.11 $V_a = 145$ V, $i_f = 0$ Aにおける λ_a の分布



(a) 対数モデルを用いて解析した場合



(b) μ_0 モデルを用いて解析した場合

図 4.12 各領域における λ_a の積分値が総量に占める割合

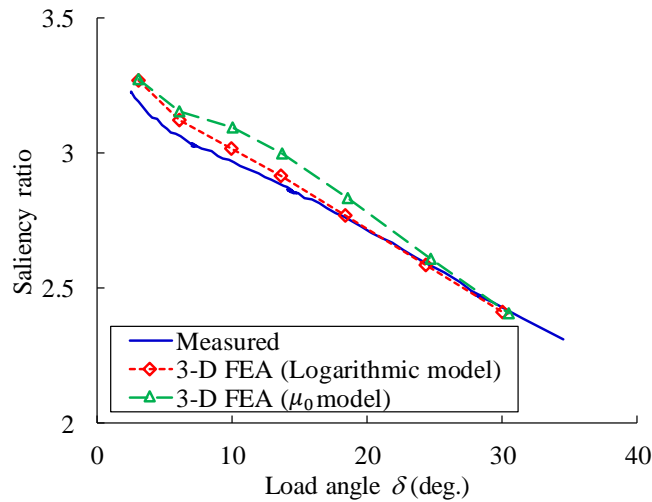
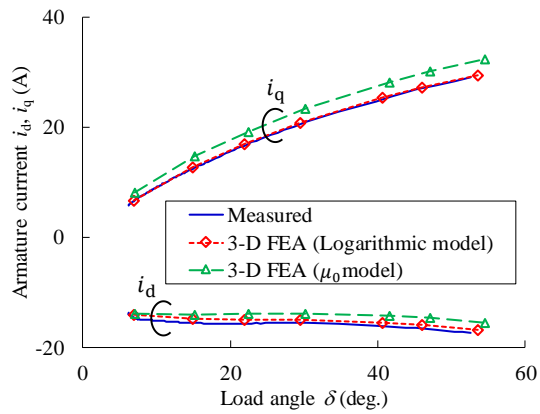
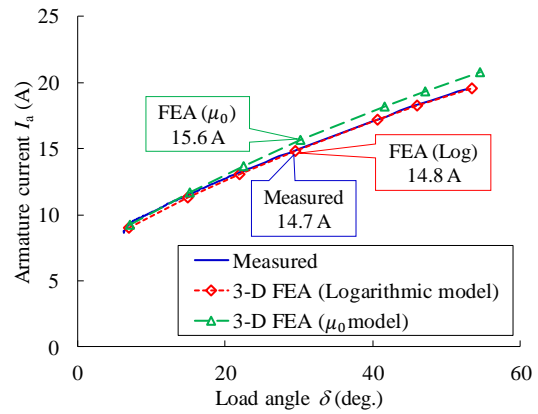


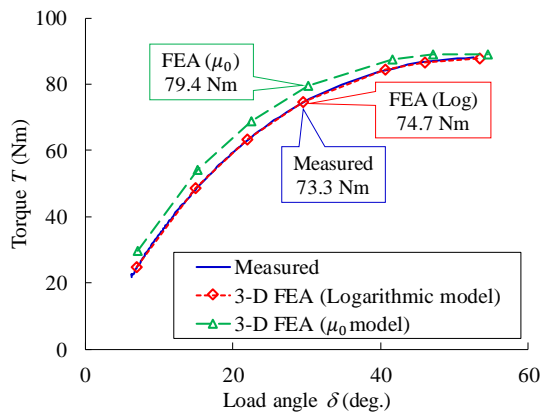
図 4.13 $V_a = 145$ V, $i_f = 0$ Aにおける突極比の解析値(三次元解析)と測定値



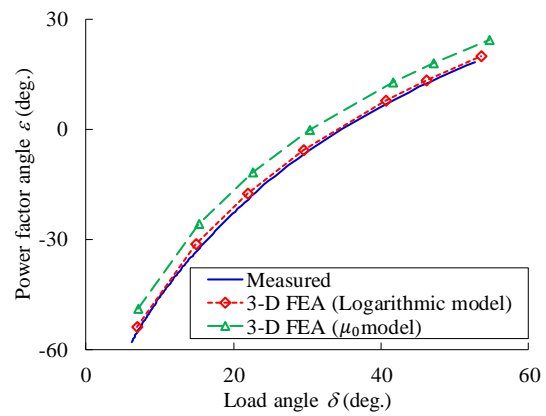
(a) d, q軸電機子電流 i_d, i_q



(b) 電機子電流 I_a



(c) トルク T



(d) 力率角 ε

図 4.14 $V_a = 145 \text{ V}$, $i_f = 14 \text{ A}$ における解析値(三次元解析)と測定値の比較

4.3.2 二次元解析における計算精度

次に、二次元解析における計算精度を検証する。3 章では、二次元解析において以下の考慮を補正する方法を説明した。

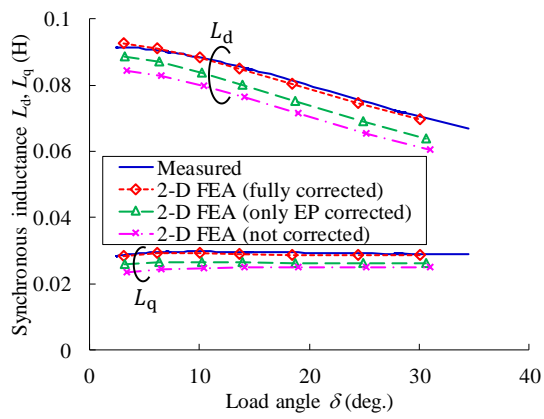
- (i) 端部インダクタンスの補正
- (ii) 端板に分流する磁束の補正

以下では、(i)と(ii)の両方を考慮した場合 (fully corrected), (ii)のみを考慮した場合 (only EP corrected), (i)と(ii)の両方を考慮しない場合 (not corrected) の 3 種類の解析値を測定値と比較する。なお、これらの解析においては、表 2.2 のすべてのモデル化定数 (磁気特性の対数モデル, 占積率, 加工劣化, ギャップ) が考慮されている。

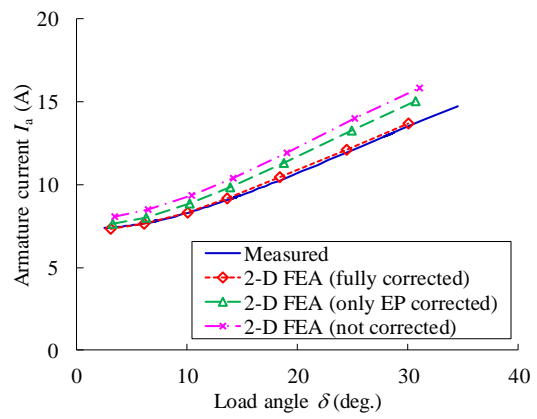
図 4.15 は、 $V_a = 145 \text{ V}$, $i_f = 0 \text{ A}$ における解析値(二次元解析)と測定値を比較したものである。(a)は同期インダクタンス L_d, L_q , (b)は電機子電流 I_a , (c)はトルク T , (d)は力率角 ε である。(a)~(d)のいずれにおいても、(i)と(ii)の両方を考慮した解析値は、測定値とよく一致しており、図 4.9 の三次元解析と同等の結果が得られている。すなわち、(i)と(ii)の補正を考慮すれば、二次元解析でも、三次元解析と同等の計算精度が得られることが確認できた。端部インダクタンスや端板の分流磁束を考慮しないことによる誤差の原因については、4.3.1 と同様の考察となる。すなわち、これらを考慮しないことは、(4.10)~(4.12)式における L_d や L_q に過小評価をもたらし、各特性に誤差が生じる。図 4.16 は、 $V_a = 145 \text{ V}$, $i_f = 14 \text{ A}$ における解析値(二次元解析)と測定値を比較したものである。界磁電流を流した場合も、(i)と(ii)の補正を考慮すれば、二次元解析でも三次元解析と同等の計算精度が得られる。

商用電源駆動の同期機や発電機においては、脱出トルク(最大トルク)は脱調耐量を議論する上で重要な指標である。補正を考慮しない二次元解析では、最大トルク近傍において、 $i_f = 0 \text{ A}$ の場合で 16%の誤差(図 4.15(c)を参照), $i_f = 14 \text{ A}$ でも 2%の誤差(図 4.16(c)を参照)が生じる。一方で、補正を考慮すれば、誤差は 1%程度に抑えられる。電流についても同様であり、補正を考慮することで、最大トルク近傍の誤差は 3%以下となる。これらの結果より、本研究で構築したモデル化手法を用いれば、目標としていた計算精度(誤差 5%以下)が、二次元解析で達成できることが分かった。

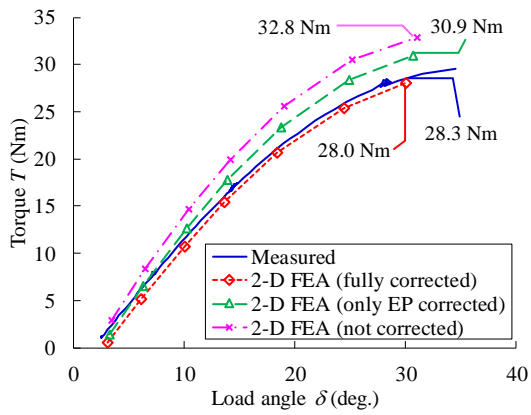
力率 1 ($\varepsilon = 0 \text{ deg.}$)における負荷角を図 4.16(d)から算出すると、補正を考慮しない二次元解析では 4 deg.の誤差がある。これに対して、補正を考慮すれば、位相誤差は 1.2 deg.に抑えられる。力率については、明確な目標値を定めていないが、1 deg.程度の誤差であれば、実用上十分であると考えられる。例えば、インバータ駆動の同期機においては、制御器内で電機子巻線の鎖交磁束を演算し、それを用いて電圧指令を生成するため、精密に制御するためには、鎖交磁束を高精度に推定する必要がある[1.21], [4.6]。これを実現するために、あらかじめ FEA によって負荷角(鎖交磁束の位相)の特性を計算しておき、データテーブルとして制御器内に格納しておく方法[1.24]がある。このような場合において、力率 1 となる動作点における負荷角を正確に計算することは重要であり、実用性の観点からも、貴重な知見が得られたと考えられる。



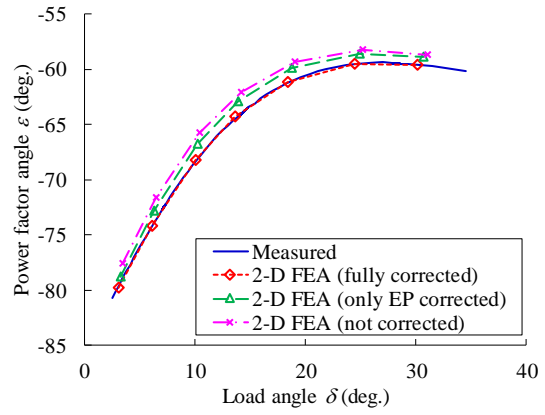
(a) 同期インダクタンス L_d, L_q



(b) 電機子電流 I_a

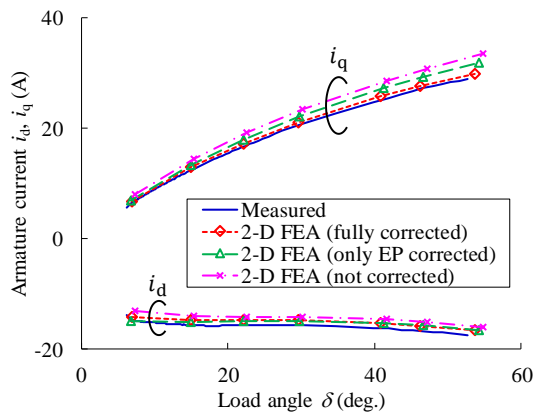


(c) トルク T

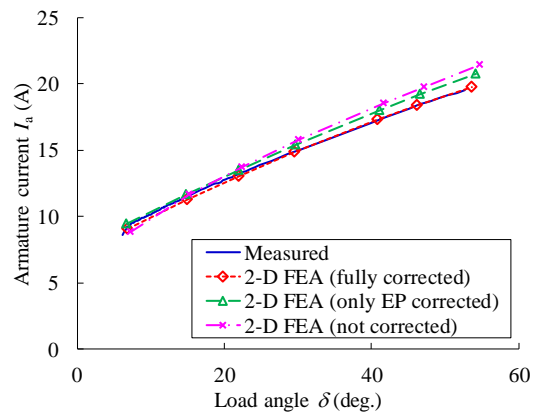


(d) 力率角 ϵ

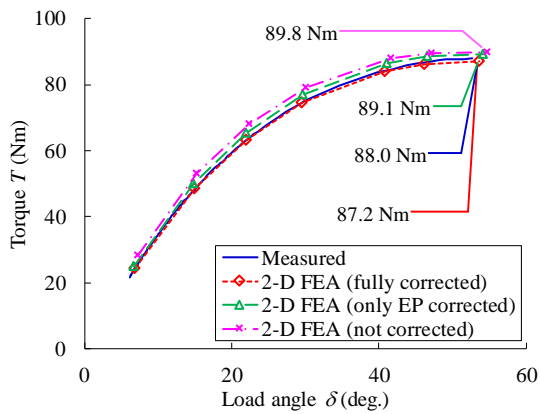
図 4.15 $V_a = 145 \text{ V}$, $i_f = 0 \text{ A}$ における解析値(二次元解析)と測定値の比較



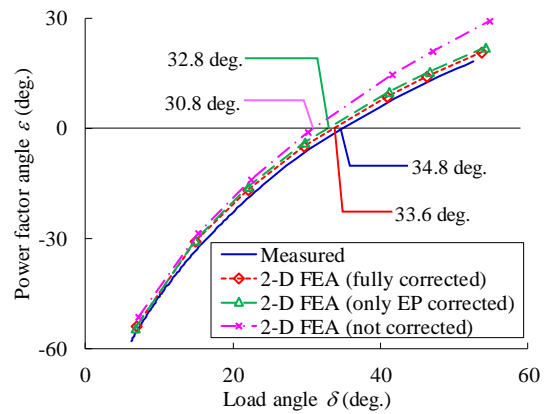
(a) 電機子電流 i_d, i_q



(b) 電機子電流 I_a



(c) トルク T



(d) 力率角 ϵ

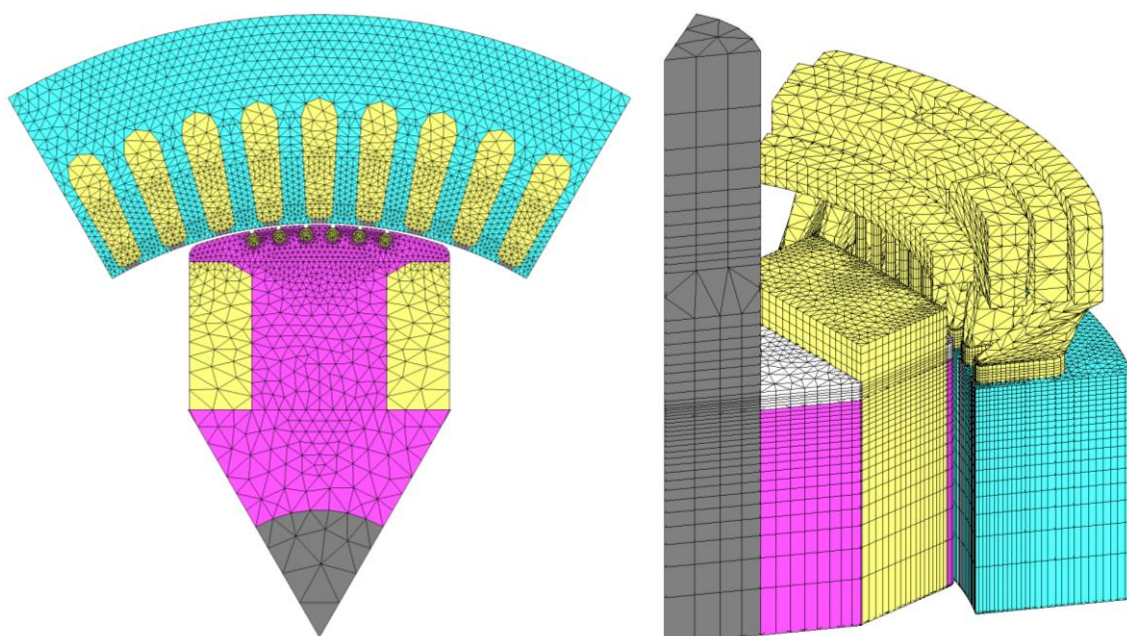
図 4.16 $V_a = 145 \text{ V}$, $i_f = 14 \text{ A}$ における解析値(二次元解析)と測定値の比較

4.3.3 二次元解析による計算時間の短縮効果

4.3.2 では、提案したモデル化手法により、二次元解析が高精度化できることを示した。ここでは、三次元解析と二次元解析の計算時間を比較し、高速化の観点での有効性を述べる。

解析に用いた FEA モデルを図 4.17 に示す。モデルの全要素数は、二次元と三次元で大きく異なるが、軸方向に垂直な断面内における要素分割数は、同程度となっている。また、4.2.2 で述べたように、初期の過渡状態を取り除いて定常解を得るために、時間方向に 577 ステップ(電気角 2 周期分)の計算を実行している。1 条件(577 ステップ)あたりの概略の計算時間を表 4.2 にまとめる。計算機の CPU は、Intel® Xeon® Gold 6154 @ 3 GHz である。三次元解析では、64 コアを使用した並列計算でも 2 時間

程度を要するが、二次元解析では、並列計算をしなくても、約 3 分で計算結果が得られる。端部インダクタンスを計算するための部分三次元解析に要する計算時間は、約 5 分であり、これを加えたとしても、二次元解析の計算時間は十分短い。また、端部インダクタンスは一度求めておけば、以降では部分三次元解析は不要であるため、本検討のように、複数の動作点を解析する場合は、二次元解析がさらに有利になる。対象とする同期機の形状や極数、また、要素分割数の設定により、計算時間は多少変化すると考えられるが、二次元化による計算時間短縮効果は非常に大きい。実際の開発現場において FEA を適用する場合は、2 章と 3 章で提案したモデル化手法を適用し、できる限り二次元解析を利用することが望ましい。



(a) 二次元モデル(要素数:7918) (b) 三次元モデル(要素数:374800)

図 4.17 負荷解析に用いた FEA モデル

表 4.2 負荷解析に要した計算時間

	Computation time	Setup
3-D FEA	Approx. 2 hr.	Intel® Xeon® Gold 6154 @ 3 GHz Using 64 cores in 108 cores
2-D FEA	Approx. 3 min.	Intel® Xeon® Gold 6154 @ 3 GHz Using a single core
Partial 3-D FEA	Approx. 5 min.	

4.4 4章のまとめ

4章では、同期機開発において要求される物理量(電流, トルク, 力率)に着目して, 計算精度を検証した。以下に, 検討内容と結論をまとめる。

- (1) 2章で検討したモデル化手法は, 負荷解析においても考慮する必要がある。一例として, すべてのモデル化手法を考慮した三次元解析の結果を, 高磁界領域の磁気特性に μ_0 モデルを適用した三次元解析の結果と比較した。その結果, すべてのモデル化手法を考慮した解析は, 測定値とよく一致するが, μ_0 モデルを適用した解析では, インダクタンスが過小評価されてしまい, 電流, トルク, 力率に誤差が生じることを確認した。
- (2) 二次元解析を用いる際は, 3章で検討した, 端部インダクタンスと端板分流磁束の補正が重要である。これらを考慮しない場合, (1)と同様にインダクタンスを過小評価してしまい, 解析値に大きな誤差が生じることを示した。
- (3) 以上より, 無負荷飽和曲線を正確に表現できる三次元解析を用いれば, 負荷特性も高精度に計算できることが分かった。さらに, 端部インダクタンスと端板分流磁束を補正すれば, 二次元解析でも同等の解析精度が得られ, 目標としていた計算精度(誤差 5%以下)が達成できた。解析精度は, 脱出トルクや力率に大きく影響するため, これらのモデル化手法は, 実用性の観点からも重要である。
- (4) 三次元解析では 2 時間(64 並列)を要した計算が, 二次元解析では 3 分(非並列)で実行でき, 大幅な計算時間短縮効果があることを改めて示した。シミュレーションをベースとした開発プロセスにおいては, 適切な補正を考慮し, 可能な限り二次元解析を利用するという考え方が重要である。

4章の参考文献

- [4.1] K. Yamazaki, Y. Watanabe, S. Tada, H. Mogi, C. Kaido, S. Kanao, K. Takahashi, K. Ide, K. Hattori, and A. Nakahara, “Basic Studies on Methods of In-Plane Eddy Current Analysis for Stator Core-Ends of Turbine Generators,” *IEEJ trans. Ind. Appl.*, vol. 127, no. 5, pp. 528-535, 2007.

山崎克巳・渡辺裕太・多田伸・茂木尚・開道力・金尾真一・高橋和彦・井出一正・服部憲一・中原明仁:「タービン発電機の固定子鉄心端部における面内渦電流解析法に関する基礎検討」, 電学論 D, vol. 127, no. 5, pp. 528-535, 2007

- [4.2] 北尾純士・高橋康人・藤原耕二・阿波根明・松尾哲司・大穀晃裕:「磁界解析における電気機器の電力収支に関する一考察」, 電学研資, SA-17-2/RM-17-2, 2017
- [4.3] JMAG Version 18.1 ユーザーズマニュアル:「鉄損解析の計算式」, 株式会社 JSOL
- [4.4] K. Yamazaki, A. Suzuki, M. Ohto, and T. Takakura, “Composition of Equivalent Circuit for Induction Motors Considering Stray Load Loss and Harmonic Torques Using Electromagnetic Field Analysis,” *IEEJ trans. Ind. Appl.* vol. 130, no. 8, pp 1030-1038, 2010.
山崎克巳・鈴木章浩・大戸基道・高倉照幸:「電磁界解析による誘導電動機の漂遊負荷損及び高調波トルクを考慮した等価回路の構築」, 電学論 D, vol. 130, no. 8, pp 1030-1038, 2010
- [4.5] K. Takeuchi and M. Matsushita, “Considerations on Torque and Power Factor Characteristics of Synchronous Reluctance Machines Based on Their Magnetic Energy Properties,” *IEEJ J. Ind. Appl.* vol. 8, no. 5, 2019.
- [4.6] 川村光弘:「ベクトル制御のための同期機のモデル化手法に関する研究」, 博士論文, 1992

第5章 インダクタンスを用いない同期機のモデル化手法[5.1]⁴

5.1 5章の検討内容

本章では、1.4節で説明したモデル化手法のうち、(b-2)について検討する。

界磁電流の算定は、同期機の代表的な設計問題であり、古くから数多くの検討がなされている[5.2], [5.3]。1.3.2節で述べたように、文献[1.58]では、FEAを用いて界磁電流を正確に算定する方法を提案しており、実用性の観点でも優れた方法である。ところが、近年におけるインバータ駆動の普及により、同期機の動作点は、ある一点ではなく複数となるケースが増えてきており、多数の動作点に対して界磁電流の算定が求められている。文献[1.58]で提案されている算定法においては、同期機をインダクタンス行列によって表現するが、その値を同定するためにFEAの反復実行が必要となる。したがって、多数の動作点に対して界磁電流を算定しなければならない場合には、計算時間が問題となる可能性がある。

以降においては、電機子巻線の線間電圧実効値 V_a 、出力 P 、無効電力 Q 、機械的な角速度 ω_m の4変数を「動作点」、電機子電流の実効値 I_a 、位相 β 、電気的な角速度 ω_e と界磁電流 i_f の4変数を「電流条件」と呼ぶことにする。また、動作点を満たすような電流条件を算定することを、「電流条件の同定」と定義する。すなわち、電流条件の同定における一部(i_f の算出)が、従来の界磁電流算定に対応しており、より広義な意味を持つ。実際の同期機設計においては、界磁電流だけでなく、各種損失(銅損、鉄損、漂遊負荷損など)、トルクリップル、電磁力など、様々な特性をFEAによって計算する必要がある。当然ながら、これらの解析は指定された動作点において実行する必要があり、このためには、動作点に対応する電流条件をFEAの入力として与えなければならない。以上の理由から、界磁電流だけでなく、電流条件すべての同定を目的とする。

本章では、まず、磁気飽和による非線形性の影響で、インダクタンスを用いて同期機をモデル化することは容易ではないことについて説明する。次に、インダクタンスを用いることなく同期機をモデル化する方法を説明し、それを利用して電流条件を同定する方法を述べる。最後に、提案する同定手法の計算精度を検証するとともに、磁気飽和が同定結果に及ぼす影響について考察する。

⁴ (一社)電気学会より許諾を得て転載。

5.2 飽和関数を適用した電流条件同定法の提案

5.2.1 インダクタンスによって同期機をモデル化する場合の問題点

固定子に三相の電機子巻線，回転子に界磁巻線を有する一般的な同期機を考える。界磁巻線の起磁力方向をd軸，それに対して電氣的に直交する方向をq軸と定義する。dq変換後の等価回路は，1章で説明したように図 1.10 となる。本節における検討では，鉄損や漂遊損の影響は無視し，銅損のみを考慮する。また，定常状態(同期速度での運転)を検討対象としており，制動巻線にはスロットリップルなどに起因した高調波電流しか流れない。4章で述べたように，制動巻線などに生じる高調波損失は，ブレーキトルクとなるため，原理的には同定結果に影響する。しかし，同期機が用いられるような大容量の同期機においては，定格トルクに対するブレーキトルクの比率は十分小さい。すなわち，高調波損失による同定結果への影響は十分小さいと考えられるため，本検討においては制動巻線は無視する。

定常状態においては，機械的な角速度 ω_m と電氣的な角速度 ω_e は次の関係を満たす。

$$\omega_e = \frac{p}{2} \omega_m \quad (5.1)$$

p は極数である。すなわち， ω_m と ω_e は一対一の関係にあり，容易に変換可能である。したがって，電流条件の同定における実質的な未知変数は， I_a, β, i_f となる。

図 1.10 の等価回路を用いて，指定した動作点 V_a, P, Q, ω_m から電流条件 I_a, β, i_f を求めることを考える。定常状態(i_d, i_q が直流)を仮定すると，電圧方程式は次のようになる。

$$\begin{cases} v_d = R_a i_d - \omega_e \Phi_q \\ v_q = R_a i_q + \omega_e \Phi_d \end{cases} \quad (5.2)$$

(5.1)式と(5.2)式を(1.2)の第一式に代入することで， V_a が得られる。回路の入力電力から電機子巻線で生じる銅損を引いたものが出力となるため，次のようになる。

$$P = v_d i_d + v_q i_q - R_a (i_d^2 + i_q^2) \quad (5.3)$$

これに(5.1)式と(5.2)式を代入して， P を得る。無効電力 Q は，電圧振幅，電流振幅，および電圧と電流の位相差から計算した正弦の積であり，これは各ベクトルの外積に等しい。

$$Q = \begin{pmatrix} v_d \\ v_q \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} = v_d i_q - v_q i_d \quad (5.4)$$

これに(5.1)式と(5.2)式を代入して、 Q を得る。以上をまとめると、 V_a, P, Q は次のように与えられる。

$$\begin{cases} V_a = \sqrt{\left(R_a i_d - \frac{p}{2} \omega_m \Phi_q\right)^2 + \left(R_a i_q + \frac{p}{2} \omega_m \Phi_d\right)^2} \\ P = \frac{p}{2} \omega_m (\Phi_d i_q - \Phi_q i_d) \\ Q = -\frac{p}{2} \omega_m (\Phi_d i_d + \Phi_q i_q) \end{cases} \quad (5.5)$$

電流と鎖交磁束の関係は、インダクタンスを用いて次のように表される。

$$\begin{cases} \Phi_d = L_{ld} i_d + L_{ad} (i_d + i_{fd}) \\ \Phi_q = L_{lq} i_q + L_{aq} i_q \end{cases} \quad (5.6)$$

(5.6)式中の i_d, i_q, i_{fd} は、それぞれ(1.2)式、および(5.7)式よって、 I_a, β, i_f に変換できる。

$$\beta = \tan^{-1}(i_q/i_d) \quad (5.7)$$

(5.6)式を(5.5)式に代入して連立方程式を解き、得られた i_d, i_q, i_{fd} を(1.2)式と(5.7)式で I_a, β, i_f に変換すれば、電流条件が得られる。例えば、 i_f を具体的に計算すると、次のようになる。

$$i_f = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{2V_a}{p\omega_m k L_{ad}} \frac{1 + \frac{L_d}{L_q} \left(\frac{p\omega_m P L_q}{2V_a^2}\right)^2}{\sqrt{1 + \left(\frac{p\omega_m P L_q}{2V_a^2}\right)^2}}} \quad (5.8)$$

ただし、力率 1 ($Q = 0$) とし、 R_a を無視した。また、 $L_d = L_{ld} + L_{ad}$ 、 $L_q = L_{lq} + L_{aq}$ とした。

(5.8)式によって i_f を算定するためには、等価回路定数がすべて既知でなければならない。電機子抵抗を一定値と考えることはできるが、インダクタンスは、鉄心の磁気飽和の影響を受けるため、動作点によって値が大きく変化する。したがって、(5.8)式の計算に必要な 4 個のインダクタンス ($L_{ad}, L_{aq}, L_{ld}, L_{lq}$) は、電流 i_d, i_q, i_{fd} に対する 3 変

数関数として取り扱わなければならない。さらに、巻数比や相互漏れインダクタンスに任意性がある[1.61], [5.4]という本質的な問題や、磁気飽和によって生じるdq軸間の干渉もあり、インダクタンスを正しく求めることは容易でない。このため、文献[1.58]で提案されているように、FEAを反復実行し、各種制約条件を満たすような値を探索しなければならない。

5.2.2 飽和関数を適用することによるメリット

上記の問題は、同期機を等価回路によってモデル化したこと、より具体的には、電流と鎖交磁束の関係に、インダクタンスを介在させた(5.6)式を用いたことに起因している。そこで、本研究では、電機子電流と界磁電流の関係をテーブル化することにより得た飽和関数 ϕ_d, ϕ_q の導入を検討する。永久磁石形同期機などにおいては、飽和関数(磁束マップとも呼ばれている)を適用して、電流条件(界磁電流はない)を同定した事例[5.5], [5.6]は報告されているが、同期機へ適用した例は見当たらない。同期機において ϕ_d, ϕ_q を導入すると、(5.6)式は次のようになる。

$$\begin{cases} \Phi_d = \phi_d(i_d^\dagger, i_q, i_{fd}) \\ \Phi_q = \phi_q(i_d^\dagger, i_q, i_{fd}) \end{cases} \quad (5.9)$$

ただし、d軸電流の和 $i_d + i_{fd}$ を合成d軸励磁電流 i_d^\dagger [5.7]と定義した。 i_d^\dagger を導入した理由は、5.3.1で説明する。次に、(5.5)式に(5.9)式を代入して、次の連立方程式を得る。

$$\begin{cases} f = \left\{ R_a(i_d^\dagger - i_{fd}) - \frac{p}{2}\omega_m\phi_q \right\}^2 \\ \quad + \left(R_a i_q + \frac{p}{2}\omega_m\phi_d \right)^2 - V_a^2 = 0 \\ g = \frac{p}{2}\omega_m\{\phi_d i_q - \phi_q(i_d^\dagger - i_{fd})\} - P = 0 \\ h = -\frac{p}{2}\omega_m\{\phi_d(i_d^\dagger - i_{fd}) + \phi_q i_q\} - Q = 0 \end{cases} \quad (5.10)$$

したがって、指定した動作点に対応した電流条件を同定するという問題は、非線形の三元連立方程式 $f(i_d^\dagger, i_q, i_{fd}) = g(i_d^\dagger, i_q, i_{fd}) = h(i_d^\dagger, i_q, i_{fd}) = 0$ を解く問題に帰着できる。

提案手法のフローチャートを図5.1(a)に示す。図5.1(b)は、文献[1.58]で提案された算定法のフローチャートである。提案手法には、計算精度や計算時間の観点で、次のような特長がある。

- (i) 磁界解析によって得られた各巻線の鎖交磁束をdq変換するだけで、飽和関数が得られる。dq軸間干渉など、すべての磁気飽和現象が考慮されており、インダクタンスを計算するための補助的な計算も必要ない。
- (ii) 飽和関数を計算するためだけに磁界解析を実行する。電流条件の算出に要する時間(連立方程式を解くための計算時間)は、磁界解析に比べて無視できるほど短く、計算時間は動作点の数に依らない。
- (iii) 飽和関数を求める磁界解析においては、各解析点が互いに独立である。このため、解析は容易に並列化でき、計算時間を短縮できる。

また、実際の設計作業に本手法を適用した場合、上記(i)~(iii)以外に、以下のようなメリットが得られる。

- (iv) 付録 A.3 に示したように、鉄心断面が同一であれば、各巻線の巻数や鉄心長を変更した場合でも、同じ飽和関数が流用できる(磁界解析が不要)。このため、設計変更時の特性評価にも応用できる。
- (v) 付録 A.4 に示したように、(5.10)式の f, g, h を変更すれば、電圧制限下の最大出力(脱出トルク)の計算など、様々な状態や特性を表す電流条件の同定法として拡張できる。

飽和関数を用いた手法は、(i)や(ii)の特長から、本研究の目的に適している。また、飽和関数を算出する際の計算時間が支配的となるが、(iii)の特長により、容易に短縮できる。さらに、(iv)や(v)で述べたように、応用性や拡張性が高いため、電流条件の同定だけでなく、同期機の特性評価におけるさまざまな場面において活用できると考えられる。

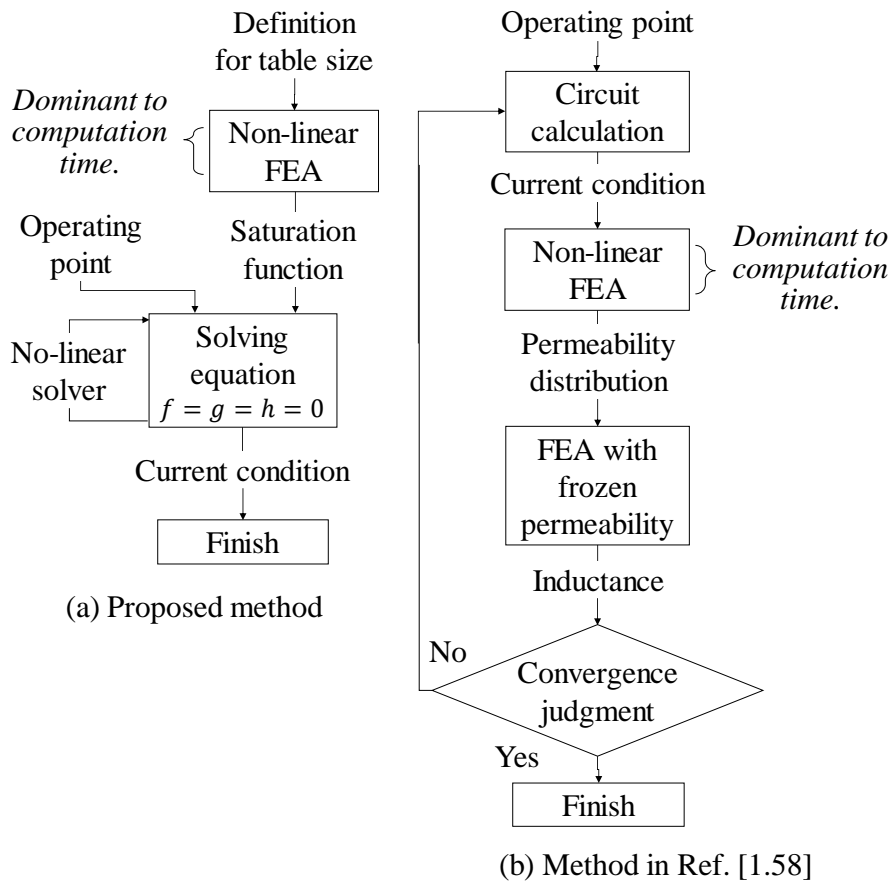


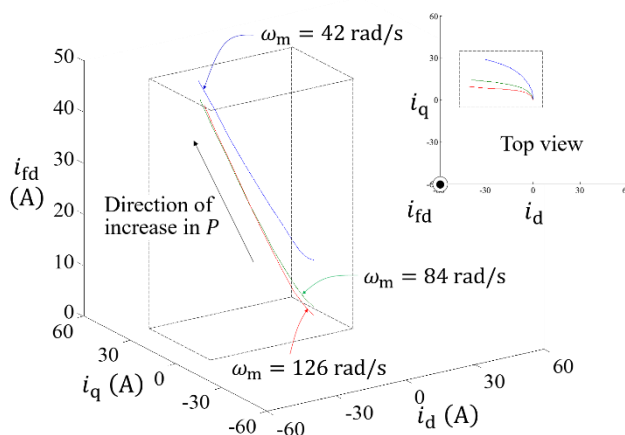
図 5.1 電流条件の同定におけるフローチャート

5.3 飽和関数を含んだ連立方程式を解くために適した計算方法の提案

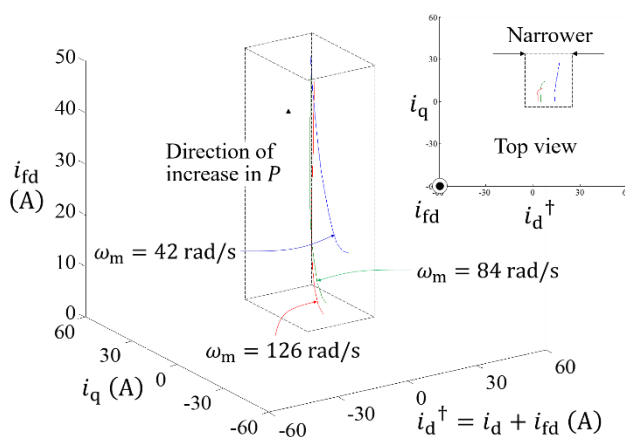
5.3.1 合成d軸励磁電流の導入

図 5.2(a)は、本研究で対象とした同期機において、 $V_a = \text{一定}$ 、 $Q = 0 \text{ var}$ (力率 1)、 $\omega_m = \text{一定}$ (42, 84, 126 rad/s の 3 種類) の条件で、 P を徐々に増加させたときの電流条件の軌跡を表している。 $\omega_m = 42 \text{ rad/s}$ の場合における具体的な数値は、 $P = 0 \text{ kW}$ において $i_d = 0 \text{ A}$ 、 $i_{fd} = 14 \text{ A}$ であり、 $P = 2.5 \text{ kW}$ では $i_d = -31 \text{ A}$ 、 $i_{fd} = 48 \text{ A}$ である。一般に、インバータの最大電圧や系統の電圧に応じて、 V_a が一定となるように弱め界磁制御を実施するため、 P の増加とともに、 $i_{fd} (> 0)$ は増加し、 $i_d (< 0)$ は減少する。したがって、上記の具体例では、少なくとも $-31 \leq i_d \leq 0 \text{ (A)}$ 、 $14 \leq i_{fd} \leq 48 \text{ (A)}$ の範囲で飽和関数が必要となり、 P が増加すると、定義域はさらに広がってしまう。

合成d軸励磁電流 i_d^\dagger を導入すれば、 $P = 0$ kWにおいて $i_d^\dagger = 0 + 14 = 14$ Aであるが、 $P = 2.5$ kWでも $i_d^\dagger = -31 + 48 = 17$ Aであり、 P に対する変化が小さい。したがって、図 5.2(b)に示したように、飽和関数を定義すべき領域が i_d^\dagger 方向で小さくなり、飽和関数の算出に要する計算コストが削減できる。以上の理由から、 i_d を i_d^\dagger に置き換えた。



(a) $i_d - i_q - i_{fd}$ 座標



(b) $i_d^\dagger - i_q - i_{fd}$ 座標

図 5.2 様々な回転数における負荷時の電流軌跡

5.3.2 飽和関数の連続化における線形補間の導入

まず、飽和関数の定義域を決めるために、同期機の定格電流から、 i_d^\dagger の最大値 I_{dm} 、 i_q の最大値 I_{qm} 、 i_{fd} の最大値 I_{fdm} を決定する。次に、図 5.3 のように、直方体領域内に $(2M_d + 1) \times (2M_q + 1) \times (M_{fd} + 1)$ 個の解析点を設定する。

$$\begin{cases} i_d^\dagger = \left(\frac{m_d}{M_d}\right) I_{dm} & (-M_d \leq m_d \leq M_d) \\ i_q = \left(\frac{m_q}{M_q}\right) I_{qm} & (-M_q \leq m_q \leq M_q) \\ i_{fd} = \left(\frac{m_{fd}}{M_{fd}}\right) I_{fdm} & (0 \leq m_{fd} \leq M_{fd}) \end{cases} \quad (5.11)$$

$m_d, m_q, m_{fd}, M_d, M_q, M_{fd}$ は解析点を定義付ける整数である。(5.11)式を変換して得られた I_a, β, i_f を電流条件として入力し, FEA を実行する。その解析結果から得られた電機子巻線の鎖交磁束をdq変換すれば, 解析点上において定義された, 離散化された飽和関数 $\phi_{d,m_d,m_q,m_{fd}}, \phi_{q,m_d,m_q,m_{fd}}$ が得られる。なお, スロットリップルや巻線分布の影響により, 電流条件は同一でも, 固定子と回転子の相対位置の違いによって鎖交磁束は脈動する。三相電機子巻線の場合, 脈動には電気角 $\pi/3$ の周期性がある。そこで, 図 5.4 に示したように, 回転子の位置 θ_m を以下のように変化させた FEA を実行し, それらの平均値を飽和関数とした。

$$\theta_m = \left(\frac{m_\theta}{M_\theta}\right) \frac{2\pi}{3p} \quad (0 \leq m_\theta < M_\theta) \quad (5.12)$$

m_θ, M_θ は整数である。すなわち, (解析点の総数) $\times M_\theta$ 回の磁界解析によって, 飽和関数が決定される。すべての解析は互いに独立であるため, 任意に並列化できる。

(5.10)式を解くためには, 飽和関数を連続化しなければならない。そこで, 隣り合う 8 個の解析点で囲まれた直方体の内部において, 次のような局所座標 x, y, z を考え, 内部を線形補間した。

$$\begin{cases} x = i_d^\dagger M_d / I_{dm} - m_d \\ y = i_q M_q / I_{qm} - m_q \\ z = i_{fd} M_{fd} / I_{fdm} - m_{fd} \end{cases} \quad (5.13)$$

$$\phi_d = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} (1-x)(1-y)(1-z) \\ (1+x)(1-y)(1-z) \\ (1-x)(1+y)(1-z) \\ (1-x)(1-y)(1+z) \\ (1+x)(1+y)(1-z) \\ (1+x)(1-y)(1+z) \\ (1-x)(1+y)(1+z) \\ (1+x)(1+y)(1+z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{d,m_d,m_q,m_{fd}} \\ \phi_{d,m_d+1,m_q,m_{fd}} \\ \phi_{d,m_d,m_q+1,m_{fd}} \\ \phi_{d,m_d,m_q,m_{fd}+1} \\ \phi_{d,m_d+1,m_q+1,m_{fd}} \\ \phi_{d,m_d+1,m_q,m_{fd}+1} \\ \phi_{d,m_d,m_q+1,m_{fd}+1} \\ \phi_{d,m_d+1,m_q+1,m_{fd}+1} \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

ϕ_q についても同様である。以上により、FEAの結果から、連続な飽和関数を得ることができる。

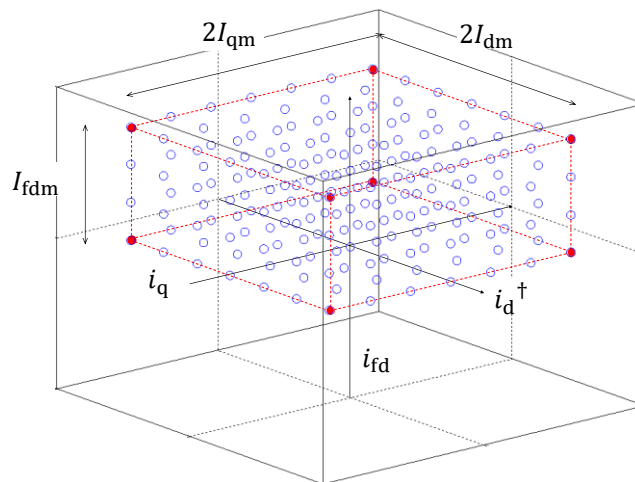


図 5.3 飽和関数の計算における $i_d^\dagger - i_q - i_{fd}$ 座標上の解析点

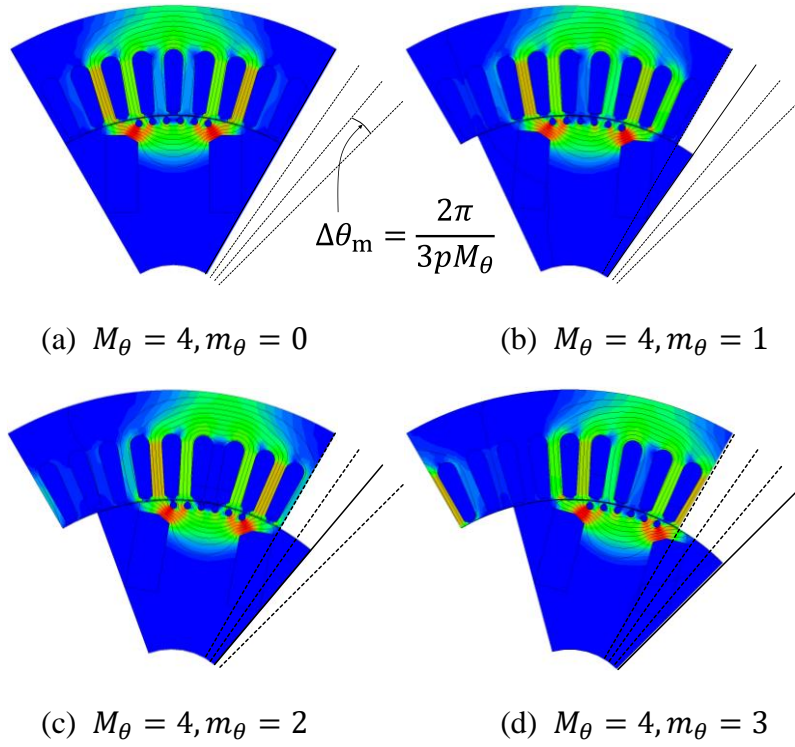


図 5.4 固定子と回転子の相対位置が異なる場合の磁束分布

5.3.3 Newton-Raphson 法の導入

飽和関数は非線形であるため、(5.10)式を解くためには反復計算が必要である。本論文では、非線形問題に対する代表的な解法である Newton-Raphson 法を用いた [5.6], [5.8]。Jacobian J は次のようになる。

$$J = \begin{pmatrix} \partial f / \partial i_d^\dagger & \partial f / \partial i_q & \partial f / \partial i_{fd} \\ \partial g / \partial i_d^\dagger & \partial g / \partial i_q & \partial g / \partial i_{fd} \\ \partial h / \partial i_d^\dagger & \partial h / \partial i_q & \partial h / \partial i_{fd} \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

右辺微分項は、 f, g, h を偏微分することで得られる。具体的に計算すると、次のようになる。

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{\partial f}{\partial i_d^\dagger} = 2R_a^2(i_d^\dagger - i_{fd}) + 2\omega_e^2 \left(\phi_d \frac{\partial \phi_d}{\partial i_d^\dagger} + \phi_q \frac{\partial \phi_q}{\partial i_d^\dagger} \right) \\
\frac{\partial f}{\partial i_q} = 2R_a^2 i_q + 2\omega_e^2 \left(\phi_d \frac{\partial \phi_d}{\partial i_q} + \phi_q \frac{\partial \phi_q}{\partial i_q} \right) \\
\frac{\partial f}{\partial i_{fd}} = 2R_a^2(-i_d^\dagger + i_{fd}) + 2\omega_e^2 \left(\phi_d \frac{\partial \phi_d}{\partial i_{fd}} + \phi_q \frac{\partial \phi_q}{\partial i_{fd}} \right) \\
\frac{\partial g}{\partial i_d^\dagger} = \omega_e \left(i_q \frac{\partial \phi_d}{\partial i_d^\dagger} - \phi_q - i_d^\dagger \frac{\partial \phi_q}{\partial i_d^\dagger} + i_{fd} \frac{\partial \phi_q}{\partial i_d^\dagger} \right) \\
\frac{\partial g}{\partial i_q} = \omega_e \left(\phi_d + i_q \frac{\partial \phi_d}{\partial i_q} - i_d^\dagger \frac{\partial \phi_q}{\partial i_q} + i_{fd} \frac{\partial \phi_q}{\partial i_q} \right) \\
\frac{\partial g}{\partial i_{fd}} = \omega_e \left(i_q \frac{\partial \phi_d}{\partial i_{fd}} - i_d^\dagger \frac{\partial \phi_q}{\partial i_{fd}} + \phi_q + i_{fd} \frac{\partial \phi_q}{\partial i_{fd}} \right) \\
\frac{\partial h}{\partial i_d^\dagger} = -\omega_e \left(\phi_d + i_d^\dagger \frac{\partial \phi_d}{\partial i_d^\dagger} - i_{fd} \frac{\partial \phi_d}{\partial i_d^\dagger} + i_q \frac{\partial \phi_q}{\partial i_d^\dagger} \right) \\
\frac{\partial h}{\partial i_q} = -\omega_e \left(i_d^\dagger \frac{\partial \phi_d}{\partial i_q} - i_{fd} \frac{\partial \phi_d}{\partial i_q} + \phi_q + i_q \frac{\partial \phi_q}{\partial i_q} \right) \\
\frac{\partial h}{\partial i_{fd}} = -\omega_e \left(i_d^\dagger \frac{\partial \phi_d}{\partial i_{fd}} - \phi_d - i_{fd} \frac{\partial \phi_d}{\partial i_{fd}} + i_q \frac{\partial \phi_q}{\partial i_{fd}} \right)
\end{array} \right. \quad (5.16)$$

飽和関数の偏微分は、(5.13)式と(5.14)式をそれぞれ偏微分すればよい。 n 回目の反復計算における解ベクトルを $\mathbf{i}^{(n)}$ とすれば、 $n+1$ 回目の解 $\mathbf{i}^{(n+1)}$ は次のようになる。

$$\mathbf{i}^{(n+1)} = \mathbf{i}^{(n)} - J^{-1}(f(\mathbf{i}^{(n)}) \quad g(\mathbf{i}^{(n)}) \quad h(\mathbf{i}^{(n)}))^t \quad (5.17)$$

(5.17)式の計算を繰り返すことにより、解 i_d^\dagger, i_q, i_{fd} を得る。これらを(1.2)式、およびに(5.7)式に代入して、電流条件が得られる。

5.4 電流条件の計算精度に関する考察

5.4.1 飽和関数の算出における計算条件

対象機の定格電流 9 A をdq変換すると、15.6 A となる。これに対して、300%の負荷率を考慮し、 $I_{dm} = I_{qm} = 46.8$ Aとした。 I_{fdm} も同様であり、定格負荷時における界磁電流の300%から、最大値59.5 Aを得た。

無負荷飽和曲線の解析結果を図 5.6 に示す。基底回転数において、定格電圧の1.2倍における飽和係数 σ は1.8であり、著しく飽和した同期機に分類される[1.20]。一

方で、最高回転数は不飽和領域にある。本同期機を検討対象とすることで、幅広い範囲の飽和状態に対して評価が可能である。

図 5.7 は、無負荷時(定格電圧, 基底回転数)における、 Φ_d の θ_m に対する変化を示している。一周期の平均値 1.1602 Wb(データ点数は 100)に対して、最大で 0.55%の脈動があり、 $M_\theta = 1$ として飽和関数を計算した場合の誤差の目安と考えられる。図 5.7 にプロットした 5 点の平均値は 1.1601 Wb となり、 $M_\theta = 5$ とした場合の誤差は 0.008% で非常に小さい。磁束の脈動に起因した誤差の大きさは、動作点によって変化すると考えられるが、後述のように、電流の分割数(M_d, M_q, M_{fd})に起因した誤差の方がオーダーとして十分大きい。このため、本検討においては、 M_θ は 5 に固定した。また、 $M_d = M_q = M_{fd}$ とし、これらを 3, 5, 10, 20 と変化させた場合における電流条件の計算精度を調べた。

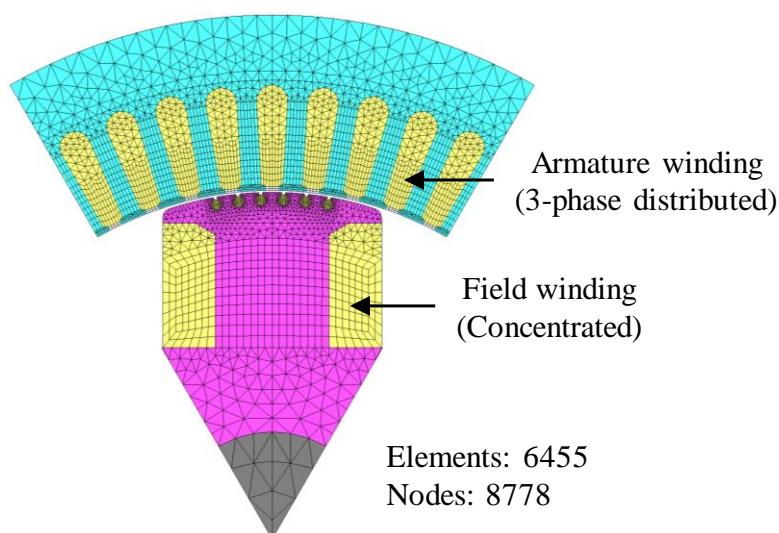


図 5.5 飽和関数の計算に用いた解析モデル
(本章の検討にはすべて二次元解析を用いている。)

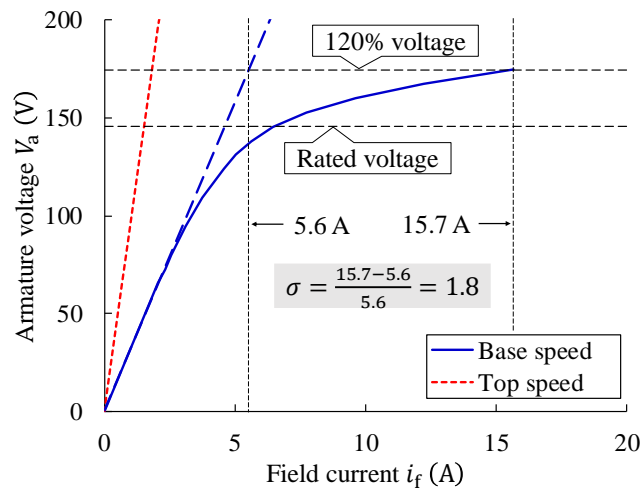


図 5.6 無負荷飽和曲線と飽和係数の関係

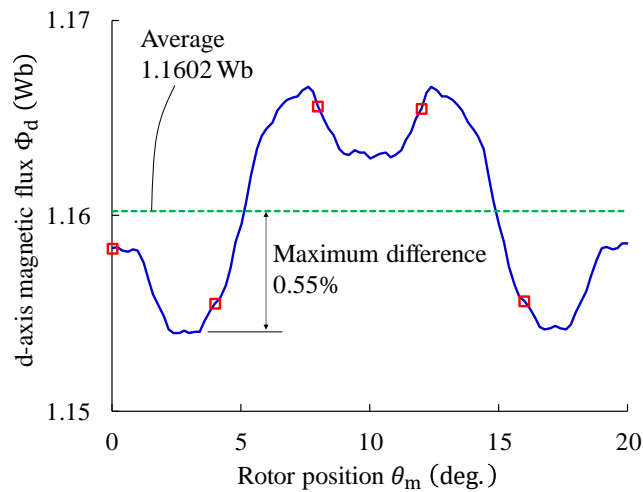


図 5.7 回転角に対する鎖交磁束の変動

5.4.2 解析点の分割数と計算精度の関係

提案手法を用いて、定格電圧($V_a = 145.5 \text{ V}$)、力率 $1(Q = 0 \text{ var})$ 、基底回転数 ($\omega_m = 42 \text{ rad/s}$)において、 P を 0 kW (無負荷)から 5 kW (2.5 pu)まで変化させた場合の電流条件を同定した。図 5.8(a)は I_a 、(b)は β 、(c)は i_f を示している。 I_a は、分割数に依らず同じ値となっている。これは、次のように、 I_a は飽和関数に依らず一意に決まるためである。(5.10)式を変形すると、電機子電流の実効値 I_a に関する二次方程式を得ることができる。

$$R_a^2(3I_a^2)^2 + 3I_a^2(2R_aP - V_a^2) + P^2 + Q^2 = 0 \quad (5.18)$$

ここで注目すべきは、(5.18)式には飽和関数が含まれていないことである。したがって、(5.18)式を解けば、 I_a は次のように計算できる。

$$I_a = \sqrt{\frac{V_a^2 - 2R_aP - \sqrt{(V_a^2 - 2R_aP)^2 - 4R_a^2(P^2 + Q^2)}}{6R_a^2}} \quad (5.19)$$

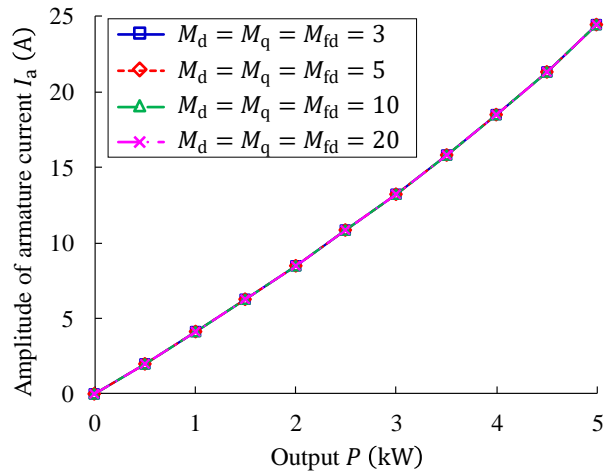
すなわち、 I_a は動作点(V_a, P, Q)と電機子抵抗 R_a のみから決定されるため、飽和関数に依らない。したがって、 I_a の同定値は、解析点の分割数や磁気飽和の影響を受けない。

一方で、飽和関数に依存する β と i_f は、分割数の影響を受けている。図 5.9 は、解析点の分割数を変化させた場合の ϕ_d を示している。(a)は 3 分割、(b)は 20 分割の場合である。飽和関数は非線形性が強く、3 分割では曲面が滑らかに表現できていない。分割数を 20 程度にすれば、曲面が概ね捉えられている。分割数の粗さに起因した線形補間の誤差が電流条件の同定結果に影響していると考えられる。

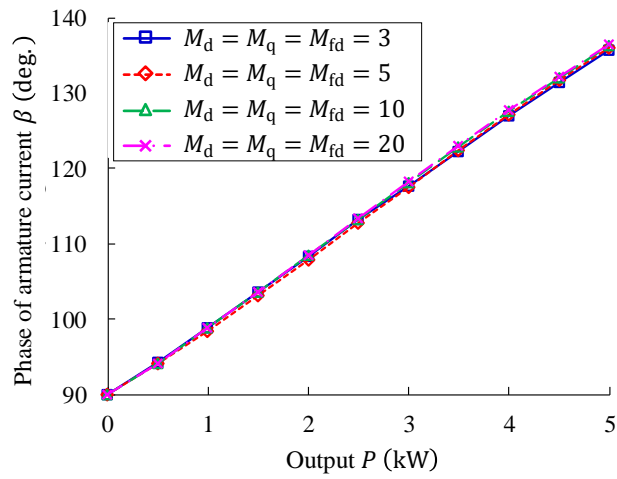
電流条件の同定精度を図 5.10 の手順によって評価した。まず、同定した電流条件(図 5.8)を入力として、電気角半周期分の FEA を実施した。すなわち、電機子電流には、 I_a, β, ω_e から得られた三相交流、界磁電流には i_f を与え、回転速度を $2\omega_e/p$ に設定した。次に、この FEA より得られた電機子巻線の電圧波形の基本波から V_a 、トルクの平均値から P 、電圧波形と電流波形の位相差から力率角を計算し、これらを電流条件同定時に指定した動作点と比較することによって、計算精度を評価した。 V_a の比較結果を表 5.1(a)に示す。表中においては、定格電圧 145.5 V と定格出力 2 kW を基準とした pu 値を用いている。解析点の分割数を $M_d = M_q = M_{fd} = 3$ とした場合、FEA から得られた V_a には、動作点の指定値に対して、最大で約 5%の誤差があった。分割数の増加とともに誤差は小さくなり、 $M_d = M_q = M_{fd} = 20$ では、誤差は 1%以下となっている。 P についても同様で、表 5.1(b)に示したとおり、 $M_d = M_q = M_{fd} = 20$ では、誤差は 1%以下となる。 Q については、力率角の誤差として評価した。その結果、表 5.1(c)に示すように、 $M_d = M_q = M_{fd} = 20$ とすれば、誤差は 0.1 deg.以下となることが確認できた。電流条件の計算に要求される精度は、詳細解析の目的に依存するが、例えば、 V_a や P の誤差に対して 1%以下を目安と考えると、各分割数は 20 程度が適切である。

次に、最高回転数($\omega_m = 126 \text{ rad/s}$)において、定格電圧、力率 1 の動作点に対する電流条件の計算精度 ($M_d = M_q = M_{fd} = 20$)を表 5.2(a)に示す。誤差は基底速度と同等であった。また、基底回転数、進み力率 0.9 における電流条件の計算精度を表 5.2(b)に示す。進み力率で運転した場合についても、力率 1 の状態と同程度の精度が得られた。以上の結果から、飽和状態や力率に依らず、幅広い範囲で実用上十分な計算精度を得られることが分かった。

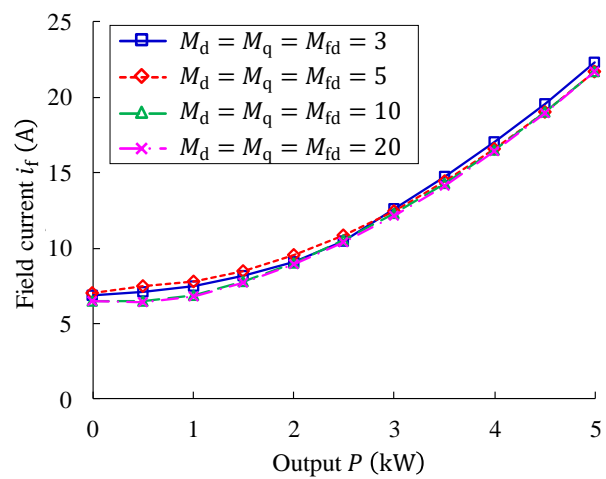
飽和関数の算出に要した計算時間は、分割数の小さい順に、5, 10, 40, 228 min.であった。計算機の CPU は Intel® Xeon® Gold 6154 @ 3 GHz であり、4 並列で計算した。一方で、詳細解析に要する計算時間は、1 条件あたりおよそ 0.5 min.である。文献 [5.6]では、 β の探索に特化した最適なアルゴリズムが提案されており、これを用いた場合、解が得られるまでの反復回数は 3 回程度である。同期機では三変数を同定する必要があることから、 $3^3 = 27$ 回と仮定すると、1 条件あたりの計算時間は 13.5 min.と概算できる。4 並列計算を想定した場合、100 個の電流条件の計算に要する時間は 338 min.となる。すなわち、100 個程度の電流条件を算出する場合は、提案手法の方が計算時間の観点で有利になると考えられる。



(a) I_a

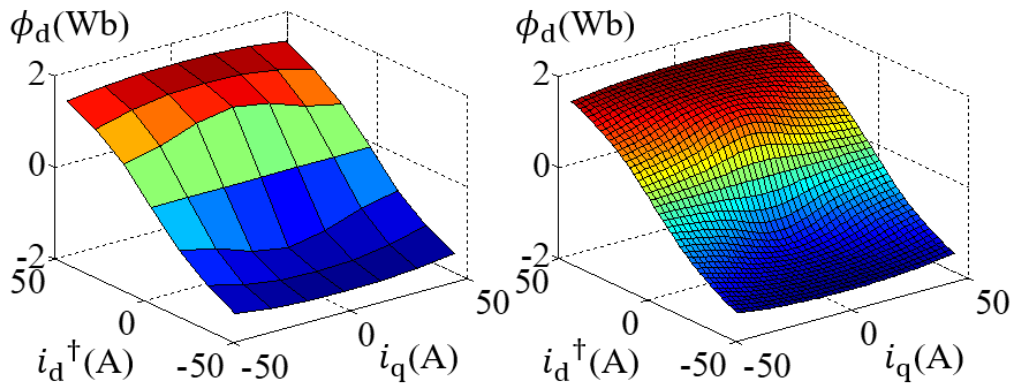


(b) β



(c) i_f

図 5.8 電流条件の同定結果



(a) $i_{fd} = 0$ A, $M_d = M_q = 3$

(b) $i_{fd} = 0$ A, $M_d = M_q = 20$

図 5.9 分割数の違いが飽和関数に及ぼす影響

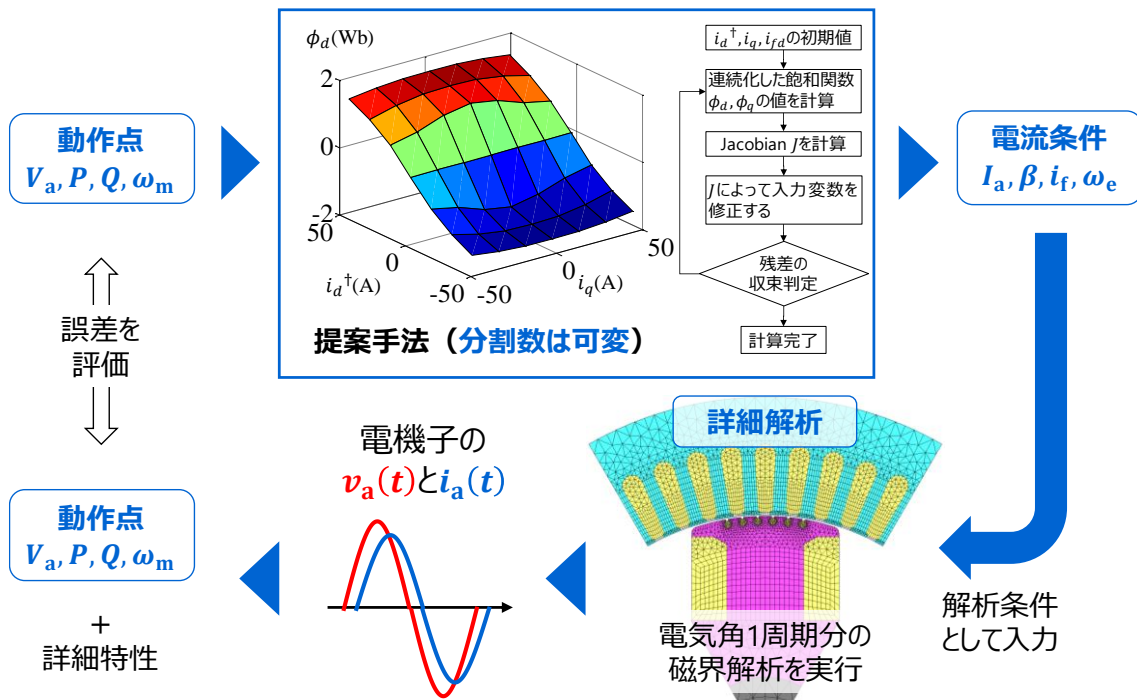


図 5.10 電流条件の同定精度を評価する方法

表 5.1 飽和関数の分割数を変更した場合の電流条件の同定結果

(a) V_a の同定値と誤差

P (pu)	$M_d = M_q = M_{fd} = 3$		$M_d = M_q = M_{fd} = 5$		$M_d = M_q = M_{fd} = 10$		$M_d = M_q = M_{fd} = 20$	
	Calc. (pu)	Error (%)	Calc. (pu)	Error (%)	Calc. (pu)	Error (%)	Calc. (pu)	Error (%)
N.L.	1.021	2.05	1.025	2.51	1.001	0.09	1.001	0.10
0.5	1.038	3.83	1.053	5.26	1.006	0.58	1.001	0.11
1	1.016	1.63	1.046	4.56	1.009	0.92	1.003	0.34
1.5	1.036	3.59	1.028	2.85	1.012	1.19	1.003	0.32
2	1.045	4.50	1.019	1.93	1.010	0.99	1.003	0.33
2.5	1.045	4.52	1.013	1.28	1.008	0.82	1.005	0.53

(b) P の同定値と誤差

P (pu)	$M_d = M_q = M_{fd} = 3$		$M_d = M_q = M_{fd} = 5$		$M_d = M_q = M_{fd} = 10$		$M_d = M_q = M_{fd} = 20$	
	Calc. (pu)	Error (%)	Calc. (pu)	Error (%)	Calc. (pu)	Error (%)	Calc. (pu)	Error (%)
0.5	0.520	3.93	0.527	5.41	0.503	0.60	0.501	0.11
1	1.017	1.74	1.048	4.84	1.010	0.99	1.004	0.37
1.5	1.559	3.96	1.547	3.15	1.520	1.32	1.505	0.36
2	2.102	5.09	2.045	2.24	2.023	1.15	2.008	0.38
2.5	2.632	5.30	2.539	1.57	2.525	1.00	2.516	0.65

(c) 力率角の同定値と誤差

P (pu)	$M_d = M_q = M_{fd} = 3$		$M_d = M_q = M_{fd} = 5$		$M_d = M_q = M_{fd} = 10$		$M_d = M_q = M_{fd} = 20$	
	Error (deg.)	Error (deg.)	Error (deg.)	Error (deg.)	Error (deg.)	Error (deg.)	Error (deg.)	Error (deg.)
0.5	1.132	1.095	0.150	-0.016				
1	0.519	1.480	0.261	0.017				
1.5	1.586	0.990	0.423	-0.004				
2	2.843	0.652	0.317	-0.051				
2.5	3.631	0.010	0.108	0.017				

表 5.2 異なる動作点における電流条件の同定結果

(a) 定格電圧, 力率 1, 最高回転数における同定結果

P (pu)	V_a		P		Power Factor angle
	Calc. (pu)	Error (%)	Calc. (pu)	Error (%)	Error (deg.)
N.L.	1.005	0.47	0.000	-	-
0.5	1.013	1.33	0.507	1.37	0.052
1	1.008	0.75	1.008	0.80	0.171
1.5	1.009	0.88	1.515	0.98	0.200
2	1.007	0.68	2.016	0.79	0.177
2.5	1.007	0.73	2.522	0.90	-0.122

(b) 定格電圧, 進み力率 0.9, 基底回転数における同定結果

P (pu)	V_a		P		Power Factor angle
	Calc. (pu)	Error (%)	Calc. (pu)	Error (%)	Error (deg.)
N.L.	1.001	0.10	0.000	-	-
0.5	1.003	0.35	0.502	0.32	0.039
1	1.005	0.48	1.005	0.46	0.073
1.5	1.006	0.56	1.508	0.53	0.108
2	1.004	0.36	2.010	0.49	-0.046
2.5	i_{fd} was exceeding the domain of saturation functions I_{fdm}				

5.4.3 線形補間の誤差と適切な分割数の決定方法

5.4.2 節では, ある一つの同期機に対して誤差を評価した。しかし, 同期機の設計が異なれば, 飽和関数の形状も異なるため, 同等の計算精度を得るために必要な分割数は変化する可能性がある。そこで, 適切な分割数を簡易に求める方法を考える。

関数 $y = s(x)$ を区間 $[a, b]$ で線形補間した場合, 誤差の最大値 E_m は以下で与えられる[5.9]。

$$E_m = \frac{(b-a)^2}{8} \max_{a \leq x \leq b} \left| \frac{d^2s}{dx^2}(x) \right| \quad (5.20)$$

この式を飽和関数に適用すると, $b-a$ は飽和関数の分割間隔, d^2s/dx^2 は飽和関数の二階微分となる。

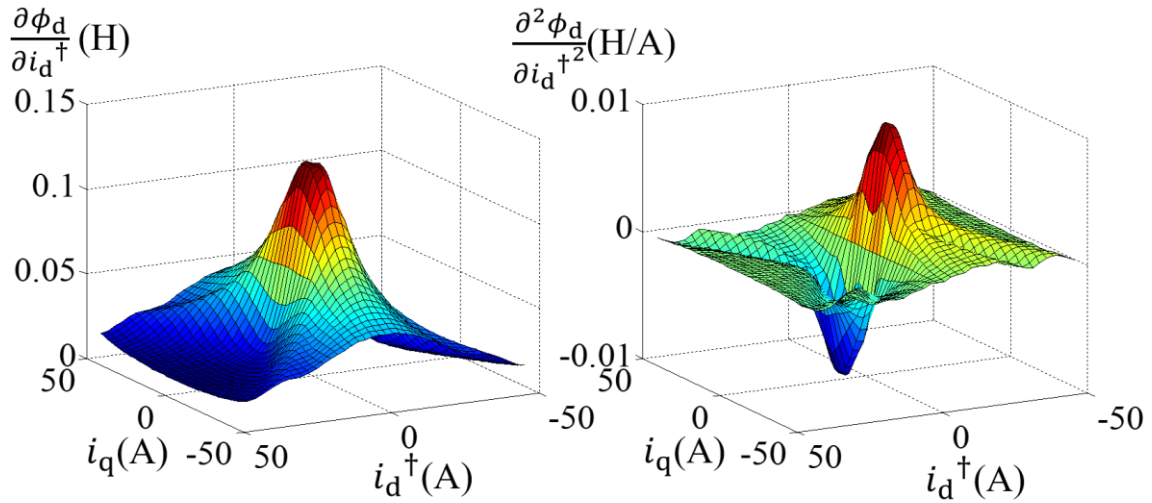
図 5.11(a)は、図 5.9(b)の ϕ_d を i_d^\dagger で偏微分したものである。これは微分インダクタンスを表しており、電流が増加するにしたがって減少している。飽和関数の変化に対する物理的な考察は5.5節で行う。これをさらに i_d^\dagger で偏微分したものが図 5.11(b)である。原点の近傍に最大値と最小値があり、磁気飽和による微分インダクタンスの変化が最も大きくなる点を表している。(5.20)式より、この二点において、線形補間の誤差が最も大きくなることがわかる。電流が十分大きくなると鉄心が完全に飽和し、微分インダクタンスの変化も緩やかになるため、誤差は小さくなる。

飽和関数の誤差は、電機子巻線の鎖交磁束における誤差であり、これに周波数を乗じたものは、電圧の誤差と考えることができる。したがって、定格電圧 V_r 、定格周波数 f_r とすると、誤差を表す指標 e (%)は次のように計算できる。

$$e = 100 \frac{2\pi f_r E_m}{V_r} \quad (5.21)$$

本検討で対象とした同期機において、 $|\partial^2 \phi_d / \partial i_d^{\dagger 2}|$ の最大値は 0.0097 H/A である。20 分割における i_d^\dagger の分割間隔は 2.3 A であるため、 e は基底回転数で 0.56%、最高回転数で 1.67%となる。厳密には、 i_q 方向や i_{fd} 方向の偏微分や、 ϕ_q の偏微分も考慮する必要がある。しかし、突極形の場合、d軸の方がq軸より磁気飽和の影響を受け易いことから、誤差に対する影響は $\partial^2 \phi_d / \partial i_d^{\dagger 2}$ が支配的と考えてよい。 V_a の誤差を表 5.1(a)から確認すると、それぞれの回転数において e を下回っており、合理的な結果となっている。円筒形の場合は、 ϕ_q は ϕ_d と同様の特性を示すため、この場合も $\partial^2 \phi_d / \partial i_d^{\dagger 2}$ を考慮すれば、分割数の判断には十分である。

ところで、無負荷飽和曲線は、界磁電流 i_{fd} と電機子電圧 $v_q (= \omega_e \Phi_d)$ の関係であり、これは $i_d^\dagger = i_{fd}, i_q = 0$ とした時の飽和関数 ϕ_d を表している。また、図 5.11 より、 $\partial^2 \phi_d / \partial i_d^{\dagger 2}$ が最大または最小となる点は i_d^\dagger 軸($i_q = 0$)上にあるため、無負荷飽和曲線を i_{fd} で微分することによっても、 $|\partial^2 \phi_d / \partial i_d^{\dagger 2}|$ の最大値が得られる。図 5.12 に示したように、無負荷飽和特性から得た最小値は-0.0093 H/A となり、飽和関数から計算した値と概ね一致する。起磁力源が i_d であるか、 i_{fd} であるかという違いにより細かな差はあるが、分割数の目安を決める上では無視できる。このように、比較的容易に得られる無負荷飽和曲線からでも、適切な分割数が決定できる。



(a) 一階微分 (b) 二階微分

図 5.11 d軸の飽和関数 ϕ_d における微係数

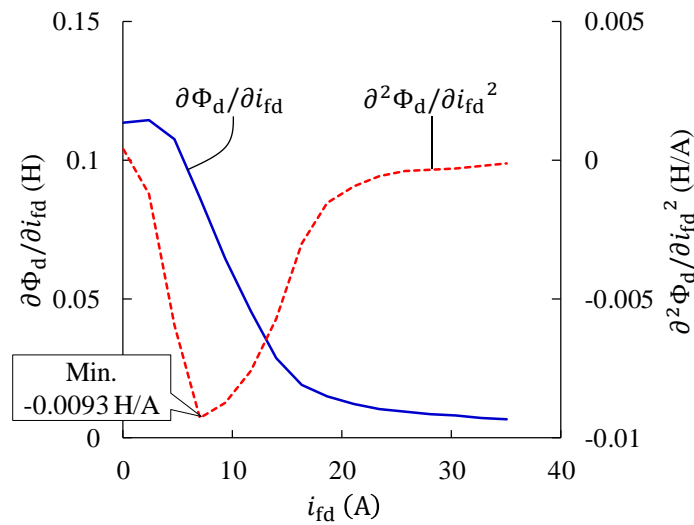


図 5.12 無負荷飽和曲線から計算した微係数

5.5 磁気飽和が電流条件に与える影響の考察

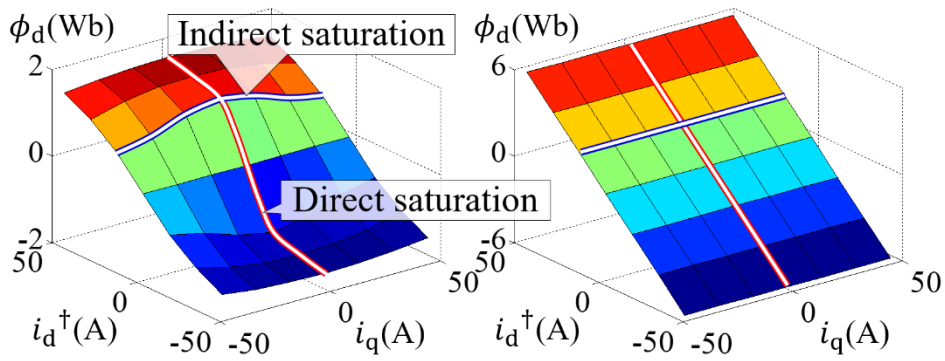
5.5.1 飽和関数に対する影響

磁気飽和の影響を考察するため、固定子鉄心と回転子鉄心の比透磁率を 5000 に固定した線形 FEA を実行し、磁気飽和を考慮した非線形 FEA と比較した。図 5.13(a) と(b)は、 $i_{fd} = 0$ Aとした場合の ϕ_d である。(a)は磁気飽和を考慮した場合、(b)は考慮しない場合である。なお、変化を分かりやすくするため、 ϕ_d 軸方向には異なるスケール

となっている。(a)は、 i_d^\dagger 軸方向に湾曲した曲面となっているが、(b)は傾き一定の平面となっている。これは、d軸の起磁力によってd軸の磁路が飽和するという、直接的な飽和特性を示している。一方で、 i_q 軸方向にも湾曲した曲面となっている。 i_q を通電するとq軸磁束が発生し、d軸磁束と交差する領域が生じる。これにより、局所的に磁束密度が増加して磁気飽和が進行するため、間接的に ϕ_d が変化する。すなわち、dq軸間の干渉(文献[1.58]において $-L_{dq}i_q$ と表現された成分)であり、間接的な飽和特性を示す。dq軸間干渉も、磁気飽和に起因した現象であり、飽和関数を用いた提案手法では、これらが考慮されている。

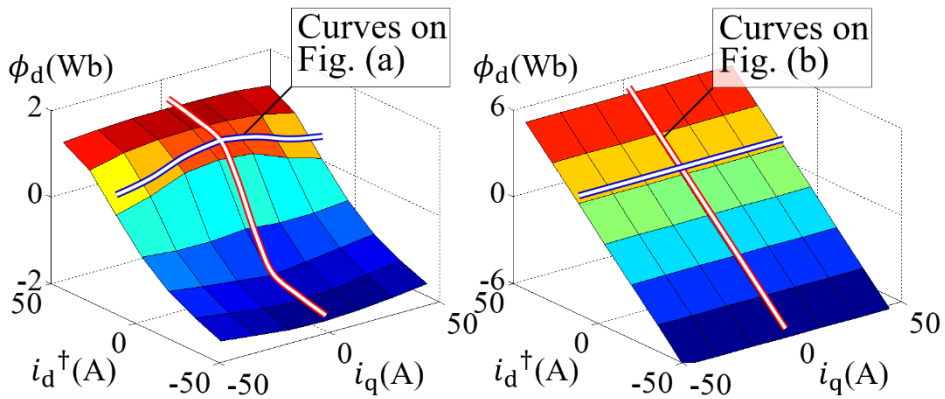
図 5.13(c)と(d)は、 $i_{fd} = 59.5$ A(定格負荷時の界磁電流に対して 300%)とした時の ϕ_d である。(c)を(a)と比較すると、 i_d^\dagger や i_q が同じでも、(c)の ϕ_d は(a)よりも全体的に小さい。これは、線形 FEA においても同様であり、(d)における ϕ_d も(b)より小さい。図 5.14 は、図 5.13 の(a)~(d)において、 i_d^\dagger 軸上の値をそれぞれ取り出したものである。線形、非線形のいずれにおいても、 ϕ_d の低下が確認できる。この理由は次のように考えられる。電機子巻線には漏れインダクタンス(図 1.10 の L_{ld})があり、 i_d によって漏れ磁束が発生する。一方、 i_{fd} は L_{ld} には影響しないため、電機子巻線に漏れ磁束を発生させない。すなわち、 i_d^\dagger は同じでも、 i_d と i_{fd} のバランスによって漏れ磁束が変化するため、 i_{fd} の大きさによって ϕ_d に違いが表れる。

図 5.13(e)と(f)は、 $i_{fd} = 59.5$ Aとした時の ϕ_q である。突極形同期機の場合、q軸磁路は、d軸磁路に比べて空隙が長く、磁気飽和の影響が小さい。このため、各種計算において、q軸の磁気飽和を無視する[5.10]ことが多い。しかし実際には、図 5.13(e)のように、 ϕ_q にも直接的な磁気飽和が発生している。さらに、 i_d^\dagger によっても ϕ_q は変化しており、 ϕ_d と同様に、dq軸間干渉による間接的な飽和特性も見られる。以上から、 ϕ_q についても、 i_d^\dagger, i_q, i_{fd} の関数として取り扱う必要がある。



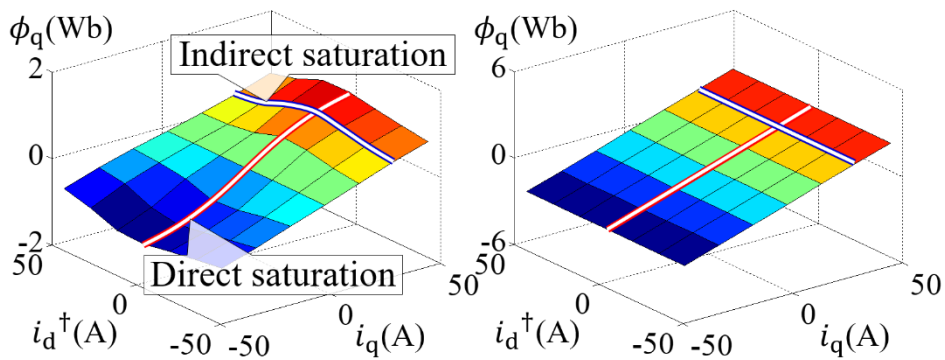
(a) 非線形 FEA ($i_{fd} = 0$ A)

(b) 線形 FEA ($i_{fd} = 0$ A)



(c) 非線形 FEA ($i_{fd} = 59.5$ A)

(d) 線形 FEA ($i_{fd} = 59.5$ A)



(e) 非線形 FEA ($i_{fd} = 59.5$ A)

(f) 線形 FEA ($i_{fd} = 59.5$ A)

図 5.13 検討対象機における飽和関数

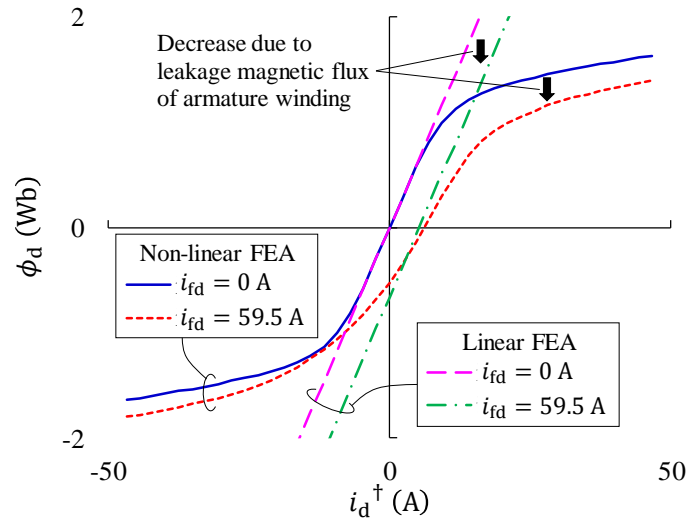


図 5.14 電機子巻線の漏れインダクタンスによる飽和関数の減少

5.5.2 電流条件の同定結果に対する影響

定格電圧、力率 1 において、基底回転数と最高回転数の電流条件を、磁気飽和を考慮した場合(非線形 FEA)としない場合(線形 FEA:比透磁率 5000)のそれぞれで同定した。図 5.15(a)は β 、(b)は i_f である。飽和関数の分割数は 20 である。磁気飽和の考慮有無によって、異なる同定結果が得られており、以下ではこの理由について考察する。

まず、 β に着目して考える。図 5.16(a)と(b)は、基底回転数における無負荷時と過負荷時(出力 5 kW, 2.5 pu)の磁束密度分布を示している。基底回転数においては、固定子ティースや回転子磁極の磁束密度が 1.6 T 程度と高く、無負荷時でも磁気飽和の影響がある。このため、負荷に依らず、磁気飽和の考慮有無によって β に大きな差が見られる。図 5.16(c)と(d)は、最高回転数における磁束密度分布である。無負荷時の磁束密度は十分小さいが、負荷時においては、磁極片端部で磁気飽和が発生している。このため、無負荷時には磁気飽和の影響がない場合でも、負荷の増大とともに影響が現れ、 β の差が徐々に増加する。

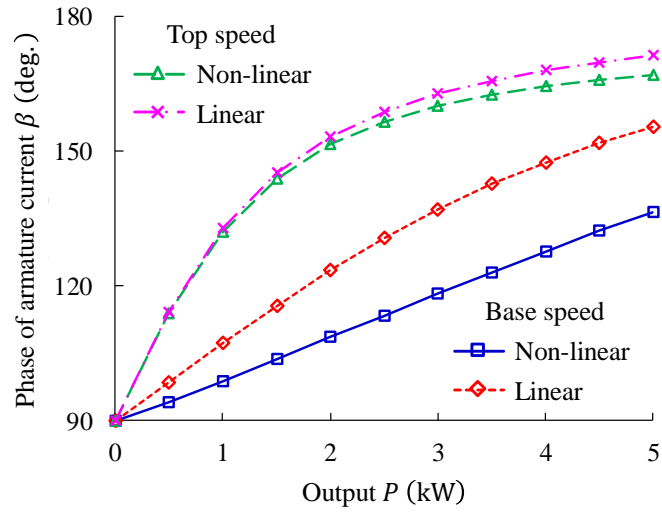
次に、磁気飽和を考慮すると β が小さくなる理由を考察する。無負荷時は、図 5.17(a)の示すように、磁極の幾何学的な中心がd軸となる。一方、負荷時においては、磁束の位相がq軸の正方向に移動するため、図 5.17(b)のように、磁極片端部(回転方向の前方)の透磁率が低下する。このような非対称の磁気回路にd軸の起磁力(i_d や i_{fd})のみを与えた場合、磁極の幾何学的な中心に対して、q軸の負方向へ少しずれた

位置に磁束が発生する[5.11]。すなわち、d軸の起磁力によってq軸磁束も発生することを意味しており、これもdq軸間干渉である。なお、文献[5.11]は発電機動作を想定しているため、電動機動作を想定している図 5.17(b)と比較して、磁気飽和の発生部位が反転している。この現象を別の視点から見れば、磁気回路の非対称性によって、dq座標系が回転したと考えることができる。すなわち、図 5.17(b)に示した磁束の方向が実質的なd軸となり、幾何学的に定義されたdq座標系を時計回りに回転させたものになる。この時、電流の位相も、実質的なdq座標系と共に回転するため、幾何学的なdq座標系を基準として考えると、磁気飽和によって β が小さくなったように見える。

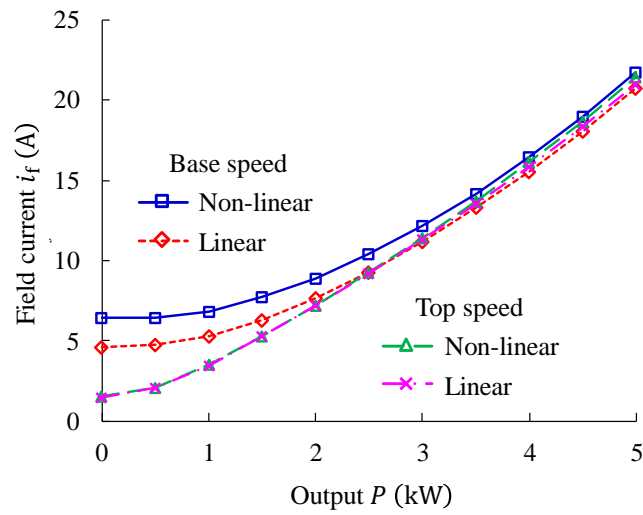
i_f について、(6)式を参照して考える。無負荷($P = 0$)で $p\omega_m PL_q/2V_a^2 \rightarrow 0$ となるため、 i_f は L_{ad} に反比例する。基底速度においては、磁気飽和によって L_{ad} が大きく減少するため、磁気飽和の考慮有無による差が大きい。一方、 P が十分大きい場合、分母と分子の1を無視すると、 i_f は L_d/L_{ad} に比例する。磁気飽和によって L_{ad} が低下しても、同時に L_d も低下するため、相対的に磁気飽和の影響は小さくなる。

dq軸間干渉の影響を詳しく調べるため、図 5.18 に示した i_q に対する Φ_q の特性に着目する。磁気飽和を考慮しない場合、回転数に依らず、曲線の傾き(= $L_{lq} + L_{aq}$)は同じである。一方で、磁気飽和を考慮した最高回転数の特性においては、 $i_q = 7$ A付近で傾きが急激に変化しており、 i_q の増加に対して、むしろ Φ_q は減少している。これは、dq軸間干渉が非常に強く、起磁力の増加量より、インダクタンスの低下量の方が大きいことを示している。また、磁気飽和を考慮した基底回転数の特性においては、 i_q が0に近づいても、傾きは小さいままである。これは、図 5.16(a)が示しているように、 Φ_d だけで、すでに磁極端部が飽和しているためである。このように、dq軸間干渉は様々な動作点で発生し、場合によっては、q軸インダクタンスに非常に急峻な変化をもたらす。

以上のように、磁気飽和は電流条件に大きな影響を与えるため、正確に同定するためには無視することができない。また、インダクタンスを用いて磁気飽和の影響を正確に表現することも容易でない。本論文では、突極形の同期機に関して考察したが、円筒形の同期機の場合も同様と考えられる。



(a) β の特性



(b) i_f の特性

図 5.15 非線形 FEA および線形 FEA を用いた場合の電流条件

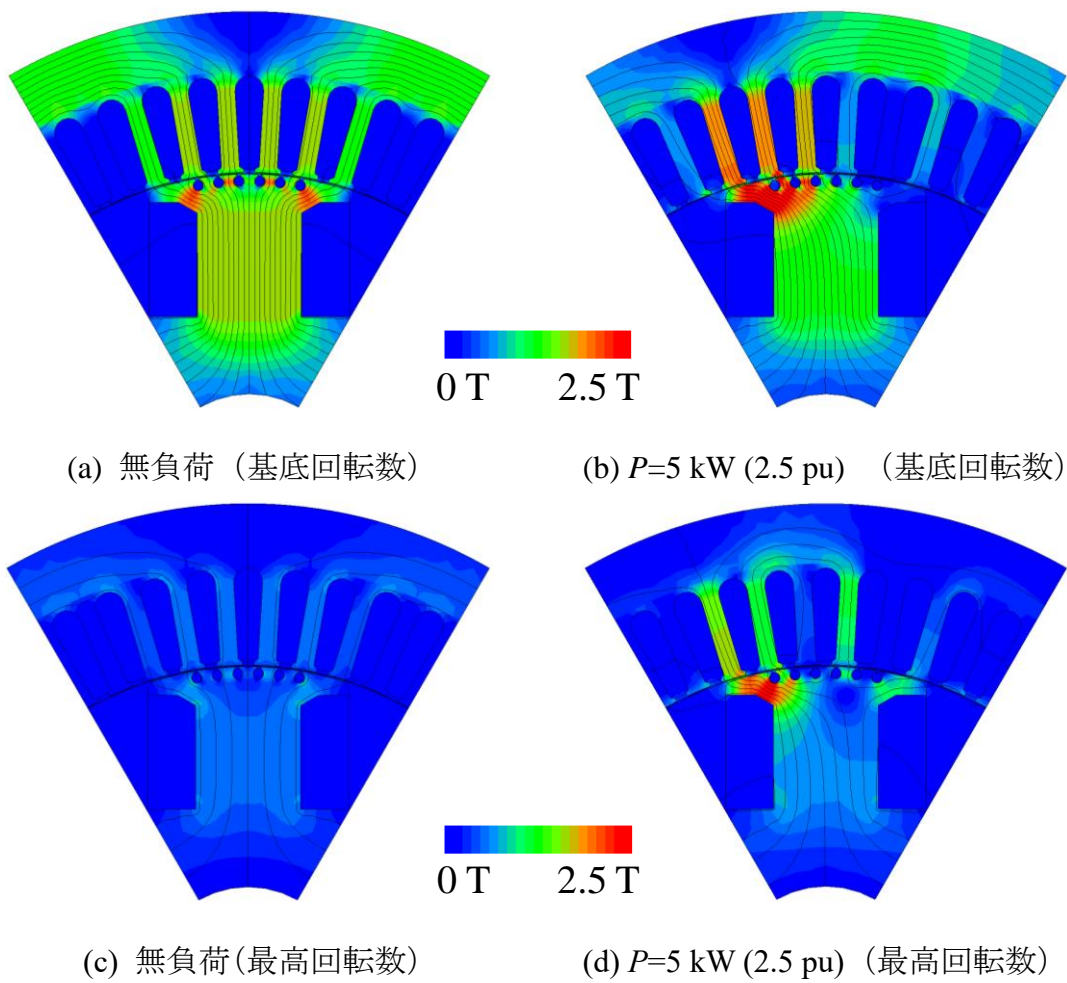


図 5.16 磁束密度分布

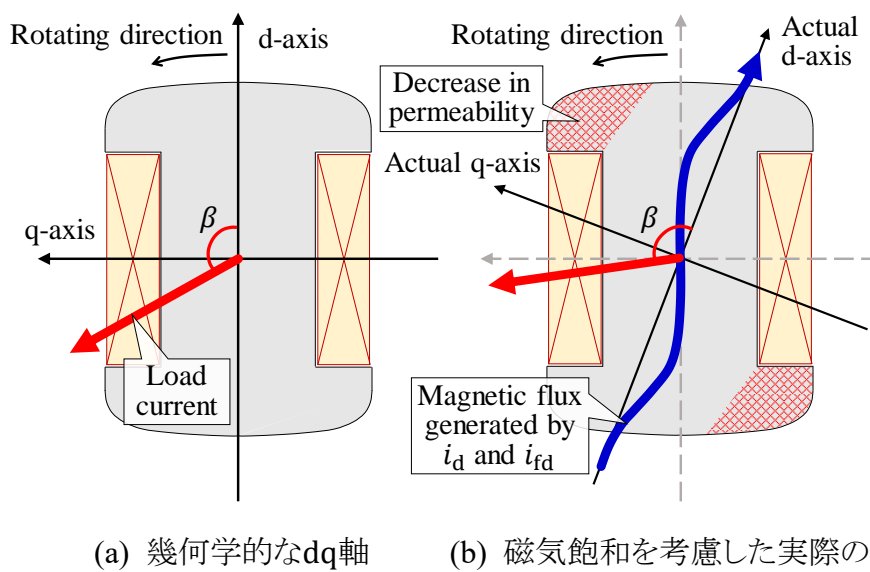


図 5.17 磁極片端部の磁気飽和による軸の回転

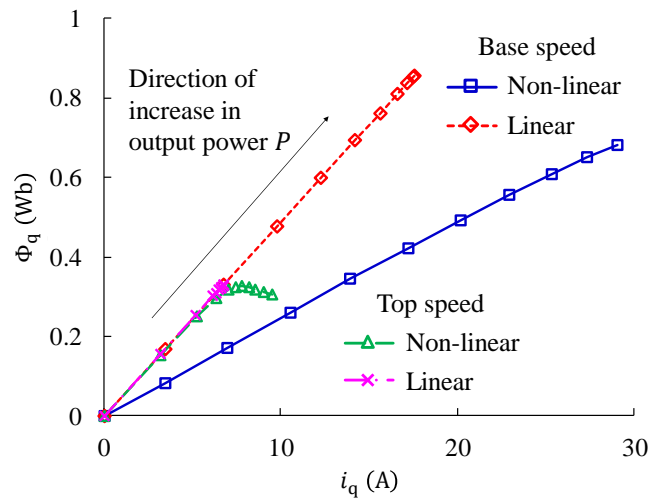


図 5.18 q軸電流に対するq軸磁束の特性

5.6 5章のまとめ

5章では、FEA を実行するための入力変数として必要となる電流条件を同定する方法を検討した。本手法を用いることにより、多数の動作点において FEA の実施が必要となる場合でも、短時間で電流条件を用意できるため、計算時間が短縮される。以下に、検討内容と結論をまとめる。

- (1) 同期機を等価回路によってモデル化し、その回路方程式を解くことによって電流条件を求めるという従来手法においては、まず、回路定数(インダクタンス)を同定する必要がある。インダクタンスは、磁気飽和により、各電流(電機子巻線のd,q軸電流と界磁電流)に対して変化し、また、巻数比や相互漏れインダクタンスの任意性があるため[1.61], [5.4], 各インダクタンスを正確に求めることは容易ではないことを説明した。
- (2) 各電流と電機子巻線の鎖交磁束の関係をデータテーブル化した飽和関数を用いることで、等価回路を用いることなく同期機を直接的にモデル化できることを示した。すなわち、回路定数などを同定する必要がない。また、電流条件の同定は、非線形の三元連立方程式を解くという問題に帰着させられることを説明した。
- (3) 連立方程式を解くためには、飽和関数のデータテーブルを連続化する必要がある。本検討では、線形補間を用いたが、飽和関数は非線形であるため、本質的に誤差が生じる。しかし、データテーブルの分割数を十分大きくしておけば、実用上、誤差は問題とならないことが分かった。また、要求される精度から、データテーブ

ルの分割数を事前に決定できることも示した。

- (4) 本同定法においては、飽和関数を求める FEA を実行する際に、ある程度の計算時間を要するが、その他については無視できる。このため、多数の電流条件が必要となる場合でも、計算時間はほとんど増加しない。本検討においては、実用上十分な精度の飽和関数を 228 min. (計算は 4 並列化) で得ることができた。これにより、多数の動作点を対象とした電流条件の同定における計算時間の短縮、という課題が解決された。
- (5) 鉄心の比透磁率を 5000 に設定した線形 FEA によって飽和関数を計算し、非線形の場合と比較した。飽和関数を表す曲面の形状から、直接的な飽和特性と間接的な飽和特性(dq軸間干渉)が確認できた。飽和関数を用いることにより、同期機の複雑な飽和特性を完全に表現することができる。
- (6) また、線形と非線形の飽和関数を用いて同定した電流条件を比較した。電流条件には大きな差が生じており、電流条件の同定において磁気飽和を正しく考慮することの重要性が改めて確認できた。特に、磁束密度の小さい最高回転数においても、負荷時には軸間干渉において磁気飽和の影響が大きいこと、これにより、q軸電流とq軸磁束の関係に負の相関が見られること、など、様々な知見が得られた。

5 章の参考文献

- [5.1] K. Takeuchi, M. Matsushita, Y. Tsuboi, and N. Amemiya, "Identification method of Current Conditions Suitable for Synchronous Machines Having Multiple Operation Points," *IEEJ trans. Ind. Appl.*, vol. 141, no. 2, pp. 173-184, Feb. 2021. 竹内活徳・松下真琴・坪井雄一・雨宮尚之:「多数の動作点で運転される同期機に適した電流条件の同定手法」, 電学論 D, vol. 141, no. 2, pp. 173-184, 2021
- [5.2] 佐野一雄:「同期機の界磁電流算定法について」, 電気学会雑誌, vol. 82, no. 886, pp. 1153-1160, 1962
- [5.3] 同期機常置専門委員会編:「同期機の界磁電流算定法について」, 電気学会技術報告, vol. 126, 1978
- [5.4] T. Kano, H. Nakayama, T. Ara, and T. Matsumura, "A Calculation Method of Equivalent Circuit Constants with Mutual Leakage Reactance on Synchronous Machine with Damper Winding," *IEEJ Trans. Ind. Appl.*, Vol. 127, No. 7, pp. 761-

766, 2007.

狩野隆志・中山大樹・荒隆裕・松村年郎:「相互漏れリアクタンスを考慮した制動巻線付き同期機の等価回路定数算出法」, 電学論 D, 127 巻, 7 号, pp. 761-766, 2007

- [5.5] M. H. Mohammadi, and D. A. Lowther, “A Computational Study of Efficiency Map Calculation for Synchronous AC Motor Drives Including Cross-Coupling and Saturation Effects,” *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 53, No. 6, 2017.
- [5.6] 山崎克己・飯田恭一:「埋込磁石同期電動機におけるインバータキャリアを考慮した高速効率マップ算定法-磁束マップを用いる場合との比較-」, 電学研資, SA-19-86/RM19-106, pp. 77-82, 2019
- [5.7] 同期機諸定数調査専門委員会:「同期機諸定数の適用技術」, 電技報, 798 号, 2000
- [5.8] 竹内活徳・松下真琴・坪井雄一・雨宮尚之:「同期機における動作点探索手法の定式化に関する検討」, 電学研資, RM-19-138, pp. 27-32, 2019
- [5.9] 杉浦洋:「数値計算の基礎と応用」, サイエンス社, 2002 年
- [5.10] 同期機諸定数調査専門委員会:「同期機諸定数の適用技術」, 電技報, 798 号, 2000
- [5.11] 同期リアクタンス調査専門委員会:「同期機のリアクタンスの飽和について」, 電技報, (I 部)135 号, 1983

第6章 結論

巻線界磁形同期機は、各種発電所の主発電機や、各種インフラ設備を駆動する大容量電動機として広く用いられており、さらなる高性能化が求められている。これらの容量は MW 級以上であることから、容易に試作・評価することができず、有限要素法を用いた磁界解析 (FEA) を駆使して、効率よく開発する必要がある。しかし、同期機においては、界磁電流という他の回転機にはないパラメータがあり、それに起因した同期機特有の特性 (無負荷飽和曲線や負荷界磁電流など) に関しては、FEA の計算精度や計算時間において課題があった。このため、同期機の開発における FEA の活用は十分に進んでいない。これらの背景より、本研究では、同期機の開発における FEA の利用促進を最終目的とし、これを実現するために、電氣的・磁氣的なモデル化手法を構築することによって、FEA の高精度化と高速化を目指した。

2 章では、無負荷飽和曲線の解析を高精度化するためのモデル化手法を検討した。無負荷飽和曲線は、IEC 規格や JEC 規格などにおいても定義されている同期機に特有の基礎特性であり、製造者も必ず確認する項目である。しかし、これに対する FEA の誤差要因については、単発的には検討されているものの、複数の要因を組み合わせた場合の誤差評価はなされておらず、それらの関係性も整理されていない。そこで本章では、FEA の高精度化において、どのような誤差要因を考慮すべきなのかを明らかにするために、まず、三次元解析を用いて無負荷飽和曲線を算出し、測定値と比較して得られた誤差の傾向から、3 種類の電圧領域 (電圧の高い方から順に領域 A, B, C) を定義した。次に、解析結果における磁界と磁束密度の分布から、磁気回路とインダクタンスの関係性を表す量が計算できることを応用し、それを用いて、各電圧領域において、磁気回路のどの部分が誤差を生み出しているのかを定量的に示した。その結果、領域 A においては鉄心、領域 C においてはギャップ (空隙)、領域 B においてはそれらの両方に、誤差を生み出す要因のあることが分かった。そこで、各領域においてモデル化精度を悪化させる要因として、領域 A では、占積率と高磁界領域の磁気特性、領域 B では磁気特性の加工劣化、領域 C ではギャップ長、を考え、これらを 6 個の定数によって簡易にモデル化する方法を提案した。各誤差要因に対して、考慮有無のみが異なる FEA を実施し、これらが誤差に大きく影響していることを確認するとともに、誤差の最小化を目的関数とした最適化によって、各モデル化定数を同定した。その結果、最大で 13% あった誤差は、同定した定数を用いることで、3% 以下まで低減

することを確認した。複数の誤差要因を総合的に考慮することの重要性、ならびに、6個のパラメータを用いた簡単なモデル化手法によって、広い電圧範囲で無負荷飽和曲線が正確に解析できることを示した。

3章では、計算負荷が小さいという二次元解析のメリットを活かしつつ、計算精度を向上させるためのモデル化手法を検討した。負荷解析においても、負荷界磁電流の算定という同期機特有の問題がある。一般に、同期機は力率一定で運転されるため、負荷界磁電流を高精度に計算するためには、漏れインダクタンスで消費される無効電力を正しく考慮しなければならない。しかし、二次元解析には、巻線端部や鉄心端で発生する磁束に起因した端部インダクタンスが考慮できないという問題がある。これを解決するため、巻線端部やその周りの空気領域だけを模擬した部分三次元解析を用いて端部インダクタンスを計算する方法を検討した。部分三次元解析は、モデル規模(要素数)が小さく、非線形材料を含んでいないため、三次元解析でありながらも、短時間で計算が実行できるという特長がある。一方で、これまでに先行研究で検討されている部分三次元解析においては、解析領域を独立したものとして扱っているため、端部インダクタンスを構成する3つの成分のうち、一部が考慮されていないという問題があった。これを解決するために、鉄心端に接する面に自然境界条件、その他の面には対称境界条件を設定するというモデル化手法を提案した。これにより、すべての成分を漏れなく考慮できるだけでなく、境界条件の組み合わせを変更することにより、各成分を分離して、個々の値を求めることも可能となった。また、従来手法では、FEAを電気回路と連成し、端部インダクタンスは、単なる外部リアクトルとして考慮されるだけであったが、提案手法では、端部インダクタンスが漏れ成分(3成分のうち2成分)と電機子反作用成分(残りの1成分)に分けられる。このため、電機子反作用成分については、ギャップ長の修正という形で表現する方法を提案し、より厳密な補正が可能となった。提案した補正法を考慮した二次元解析の結果(電流に対する鎖交磁束の特性)は、測定値や三次元解析とよく一致しており、提案したモデル化手法により、端部インダクタンスが正しく計算できていること、また、補正法が正しく機能していることが実証できた。

4章では、2章と3章で提案したモデル化手法が、実際の電気設計で評価される物理量(電流、トルク、力率)の解析に対しても有効であるかを確認した。その結果、提案したモデル化手法を考慮することで、電流、トルク、力率の計算精度が目標値(誤差5%以下)を達成すること、特に、二次元解析でも三次元解析と同等の計算精度を得られることを確認した。これにより、FEAの高精度化と高速化を両立できることが分かった。

三次元解析(64 コアを使用した並列計算)では約 2 時間の要する計算が、二次元解析(並列計算なし)では 8 分程度と大幅に短縮できることから、電気設計における実用的な計算手法として FEA が活用できる。

5 章では、負荷解析を、より一層高速化するために、インダクタンスを用いない同期機のモデル化手法について検討した。本手法においては、電機子巻線における電流と鎖交磁束の関係をインダクタンスで表すのではなく、飽和関数(鎖交磁束のデータテーブル)で表す。飽和関数を導入することにより、負荷解析の入力として必要となる電流条件を同定する問題は、非線形の 3 元連立方程式を解くという単純な数学問題に帰着できることが大きな特徴である。これにより、従来手法において必要となっていた、インダクタンスを求めるための FEA 反復実行が不要となるため、多数の動作点で負荷解析が必要となる場合でも、電流条件を短時間で同定することができる。さらに、合成 d 軸励磁電流、飽和関数の線形補間、Newton-Raphson 法などを導入し、連立方程式を解くための基礎を構築した。提案手法を用いて得られた電流条件を入力とした負荷解析を実行した結果、目標とする動作点に対する誤差は 1%程度と十分小さいこと、また、計算時間は 4 時間程度であることを確認した。この計算時間は、飽和関数を得るための FEA に要する時間であり、動作点の数が増えても全体の計算時間はほとんど増加しないという点が、本手法の最大の特長である。以上に加えて、所望の精度を得るために必要なデータテーブルの分割数を、無負荷飽和曲線から容易に決定する方法の検討や、電流条件の同定結果に対する磁気飽和(鉄心の非線形磁気特性)の影響についての考察などを行い、提案手法の汎用性や重要性を示した。

2 章から 5 章の検討により得られた電氣的・磁氣的モデル化手法を巻線界磁形同期機に適用すれば、無負荷飽和曲線を対象とした基礎的な解析から、多数の動作点に対する負荷特性を算出するという応用的な解析まで、様々な目的に対して、高精度化と高速化の両立が実現できる。特に、計算負荷の小さい二次元解析において、三次元解析と同等の計算精度が実現できたことにより、高精度化と高速化における背反関係が解消され、実用上、非常に大きな意味がある。また、電氣的・磁氣的モデル化手法は、界磁電流という同期機に特有のパラメータから課題を得て研究を進めたものであるが、当然ながら、他の回転機(誘導機、永久磁石形同期機、同期リラクタンスモータなど)に対しても、その考え方は転用可能である。本研究の成果は、巻線界磁形同期機のみならず、幅広い種類の回転機において有用である。FEA の積極的な活用による開発効率の飛躍的な向上を通じて、回転機性能のさらなる向上に貢献するものと考えている。

一方で、残された課題としては、以下のようなものが挙げられる。

- 2章において提案した高磁界領域における磁気特性のモデル化手法については、2.5.2で考察したように、その簡易性の反面、実際の磁気特性に対しては誤差を生じている。今回の検討では、その誤差が、占積率や磁気特性の劣化によって相殺されて、インダクタンスという巨視的な視点では、誤差が小さくなる結果となった。計算精度のさらなる向上に向けて、磁気特性のモデル化手法を見直した場合についても、無負荷飽和曲線の誤差を評価しておく必要がある。
- 本研究では、電気設計(磁界解析)に着目し、高精度化と高速化を検討したが、実際の同期機の設計は、熱、構造、制御など、様々な項目から成り立っている。したがって、これらの設計に関するシミュレーションにおいても、高精度化や高速化の検討が必要である。例えば、熱設計においては、運転時の各部の温度上昇を正確に推定する必要があり、熱流体解析が利用される。これも、三次元形状に大きく依存するシミュレーションであるため、3章で検討したような、解析を二次元化するためのモデル化手法が重要になると考えられる。
- 本研究では、界磁巻線に関連する特性に着目して課題を抽出し、その改善策を検討したが、同期機に特有のもう一つの構造として、制動巻線がある。制動巻線は、始動や負荷変動といった初期過渡特性において、初めてその効果を発揮するが、これらの解析における高精度化や高速化については、まだ検討の余地が残されている。過渡状態における同期機のふるまいは、主に漏れインダクタンスによって支配されており、3章で提案したモデル化手法や補正方法が活用できると考えられる。

これらについては、さらなる研究が必要であり、今後も絶え間ない技術革新が望まれる。

謝辞

研究成果を博士論文としてまとめる機会を与えて下さるとともに、本研究を進めるにあたって終始懇切丁寧かつ温かいご指導とご助言を賜りました京都大学大学院工学研究科電気工学専攻 雨宮尚之教授に心より厚くお礼申し上げます。また、本論文を執筆するにあたって、特に電磁気学における基礎理論の観点から、数多くの有益なご助言を賜りました京都大学大学院工学研究科電気工学専攻 松尾哲司教授、ならびに、回転機の各種特性を理論的な側面から分析できるようにご指導くださり、ご多忙の中にもかかわらず何度も議論のお時間を割いていただいた京都大学大学院工学研究科電気工学専攻 中村武恒特定教授に深く感謝の意を表します。

本論文は、東芝インフラシステムズ株式会社 インフラシステム技術開発センターにおいて行った研究の成果をまとめたものです。深夜から休日まで、曜日や時間に関係なく試験作業にご協力いただき、論文執筆においてもご指導を賜りました電機応用・パワーエレクトロニクス開発部 松下真琴マネージャーの多大なるご支援が無ければやり遂げることができませんでした。この場を借りて、心から深くお礼申し上げます。また、共著者として研究内容を議論させていただいた牧野宏明氏、学会発表をご支援いただいた伊藤史晃氏、研究活動を温かく見守って下さった電機応用・パワーエレクトロニクス開発部と社内関連部門の各位、研究所同期入社の各位に深く感謝いたします。

同期機を研究対象として取り上げるにあたって、同期機設計の基礎をご教授いただくとともに、試作機の製作等でも多大なるご支援をいただきました東芝三菱電機産業システム株式会社 回転機システム事業部 米良孝様、川村光弘様、坪井雄一センター長、渡邊剛スペシャリスト、同期機の制御理論等についてご教授をいただいたパワーエレクトロニクスシステム事業部 中村利孝技術主幹、産業第二システム事業部 小玉純康技監、石田尚チーフスペシャリストに改めて厚くお礼申し上げます。また、学術的な視点から、同期機の様々な理論についてご指導をいただきました荒隆裕先生、山本修先生、深見正先生、島和男先生、論文投稿に際して数多くのご助言を賜りました一般社団法人電気学会 回転機技術委員会みなさまに心より感謝申し上げます。

最後に、研究活動に没頭できる環境を作るとともに、常に心の支えとなってくれた家族に、深く感謝の意を表します。

2021年2月20日 竹内活徳

付録 A

A.1 巻数比が磁気飽和によって変化する理由の定性的な説明

同期機の巻数比については、文献[1.61]において詳しく議論されており、複数の定義が存在すること、また、磁気飽和によって巻数比は変化しうること、などが理論的に説明されている。ここでは、これらの深い理論には立ち入らず、巻数比の変化がなぜ起こるのか、定性的に説明する。

固定子鉄心や回転子鉄心の透磁率が十分大きく、磁気抵抗が十分小さいと仮定する。この時、同期機の磁気回路は、図 A.1(a)に示したように、固定子スロットの磁気抵抗 $\mathcal{R}_{st\ slot}$ 、固定子と回転子の間にある空隙の磁気抵抗 \mathcal{R}_{gap} 、回転子磁極間の空隙部における磁気抵抗 $\mathcal{R}_{rt\ slot}$ によって構成される。これを等価磁気回路で表すと図 A.1(b)のようになり、電気回路に変換すれば図 2.10(b)のような、いわゆる一般的な T 形等価回路となる。図 A.1(b)においては、電機子と界磁の等価巻数をそれぞれ n_a, n_{fd} 、電流を i_d, i_{fd} としている。なお、これらは磁気回路上の等価巻数であり、各巻線の実際の巻数とは異なることに注意が必要である。前述のとおり、巻数比の定義は様々であるが、ここでは、「ギャップを通過する磁束が 0 となる時の各巻線の電流比」と定義してみる。すなわち、図 A.1(b)において、 \mathcal{R}_{gap} で生じる起磁力が 0 となることから、次のように書ける。

$$n_a i_d + n_{fd} i_{fd} = 0 \quad (\text{A.1})$$

この時、電機子巻線に対する界磁巻線の巻数比 k は次のようになる。

$$k = -\frac{i_d}{i_{fd}} = \frac{n_{fd}}{n_a} \quad (\text{A.2})$$

すなわち、各巻線における巻数の単純な比となっており、一般的な教科書で説明されている T 形等価回路の巻数比である。

ところで、実際の磁束密度分布は、ある一か所に集中しているわけではなく、スロットや空隙部に広く分布している。例えば、界磁漏れ磁束に関しては、図 A.2(a)に示したように、界磁巻線を横断するような漏れ磁束も存在する。これに対応する磁気抵抗を $\mathcal{R}_{rt\ slot2}$ とすれば、等価磁気回路は図 A.2(b)のようになる。この回路においては、 $\mathcal{R}_{rt\ slot2}$ によって界磁巻線が二つに分離されており、それぞれの巻数が n_{fd1}, n_{fd2} であ

るとした。先ほどと同様の定義によって k を計算すると次のようになる。

$$k = -\frac{i_d}{i_{fd}} = \frac{n_{fd1} + n_{fd2}}{n_a} \quad (\text{A.3})$$

n_{fd1} と n_{fd2} は直列に接続されていることから、 $n_{fd} = n_{fd1} + n_{fd2}$ の関係がある。すなわち、図 A.2(a)のような漏れ磁束を考えても、巻数比には影響が無いことが分かる。

ここまでは、鉄心の磁気抵抗は0であると仮定してきたが、実際には、磁気飽和によって磁気抵抗が発生し、負荷を大きくすると増加する傾向にある。そこで、回転子磁極の付け根部分に磁気飽和が発生している場合を考えてみる。磁気抵抗を \mathcal{R}_{sat1} 、 \mathcal{R}_{sat2} とすれば、等価磁気回路は図 A.3 のようになり、 k は次式で表される。

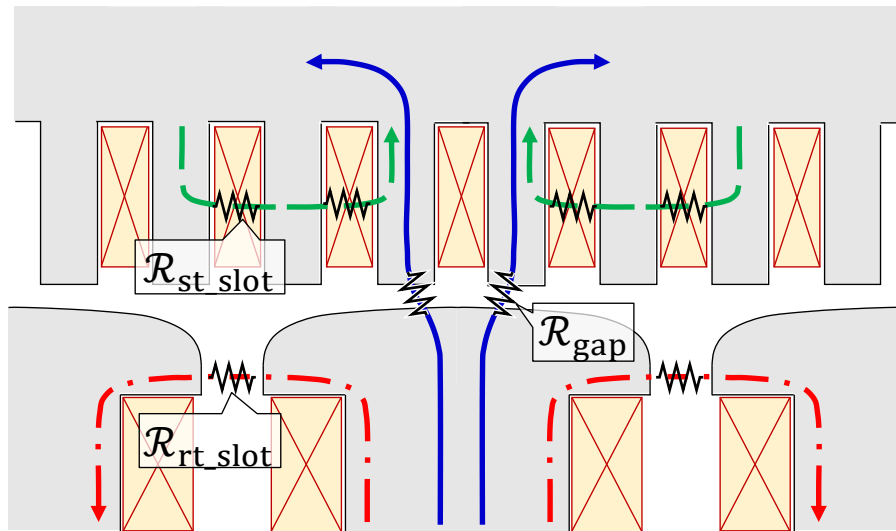
$$k = \frac{\left(1 + \frac{\mathcal{R}_{sat2}}{\mathcal{R}_{rt \ slot2}}\right) n_{fd1} + n_{fd2}}{n_a \left(1 + \frac{\mathcal{R}_{sat2}}{\mathcal{R}_{rt \ slot2}} + \frac{\mathcal{R}_{sat1}}{\mathcal{R}_{rt \ slot1}} + \frac{\mathcal{R}_{sat2}}{\mathcal{R}_{rt \ slot1}} + \frac{\mathcal{R}_{sat1} \mathcal{R}_{sat2}}{\mathcal{R}_{rt \ slot1} \mathcal{R}_{rt \ slot2}}\right)} \quad (\text{A.4})$$

見通しを良くするため、 $n_{fd1} = n_{fd2} = n_{fd}/2$ と仮定すると、次のようになる。

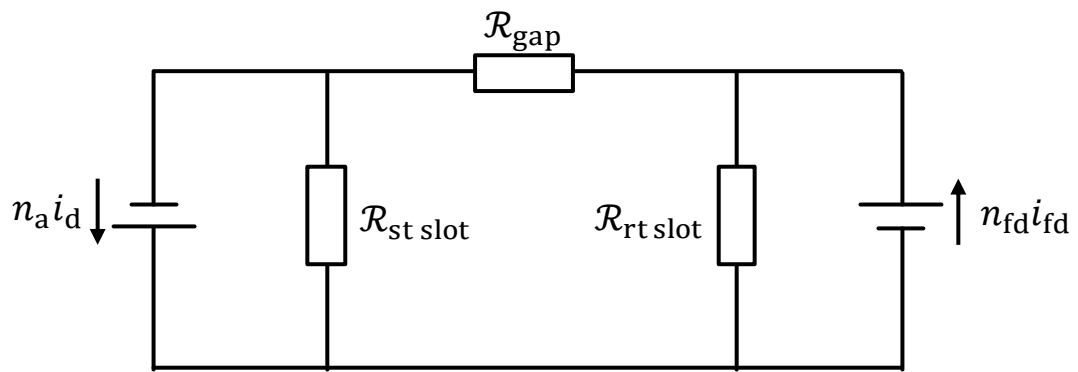
$$k = \frac{1 + \frac{\mathcal{R}_{sat2}}{2\mathcal{R}_{rt \ slot2}}}{1 + \frac{\mathcal{R}_{sat2}}{\mathcal{R}_{rt \ slot2}} + \frac{\mathcal{R}_{sat1}}{\mathcal{R}_{rt \ slot1}} + \frac{\mathcal{R}_{sat2}}{\mathcal{R}_{rt \ slot1}} + \frac{\mathcal{R}_{sat1} \mathcal{R}_{sat2}}{\mathcal{R}_{rt \ slot1} \mathcal{R}_{rt \ slot2}}} \frac{n_{fd}}{n_a} \quad (\text{A.5})$$

分子より分母の方が大きいことは明らかである。したがって、回転子磁極に磁気飽和が発生すると、 k は小さくなることが分かる。同様の議論により、固定子鉄心の磁気飽和は、 k を大きくする効果がある。

厳密には、磁束密度分布に対応した無限の分岐を有する等価回路を考える必要がある。しかし、磁気飽和によって巻数比が変化するという現象の定性的な説明には十分であると考えられる。

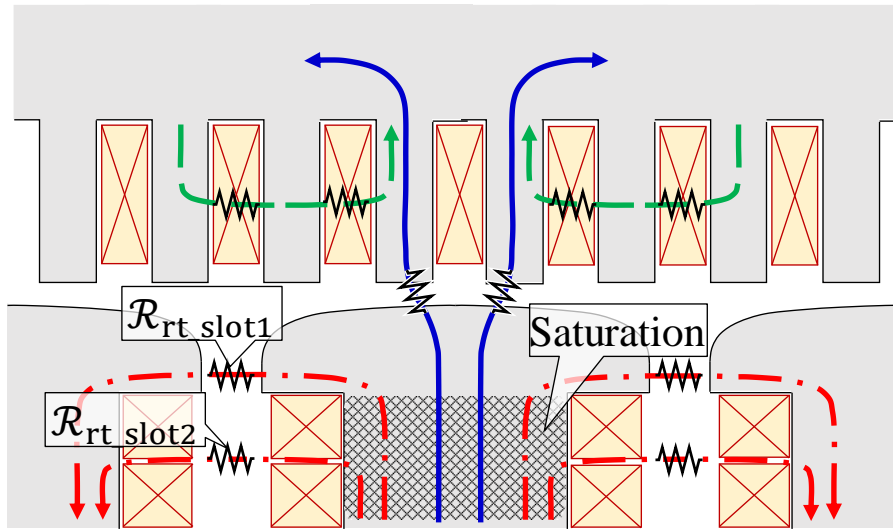


(a) 磁束の分布

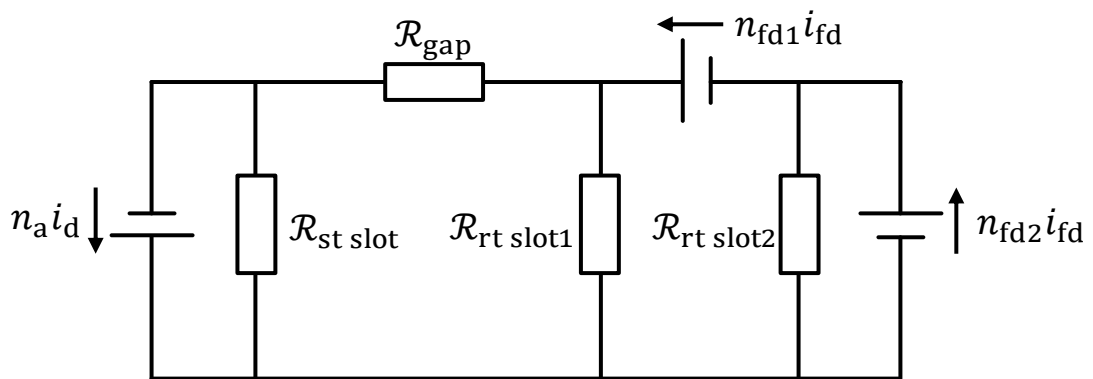


(b) 等価磁気回路

図 A.1 同期機の磁束分布と等価磁気回路



(a) 磁束の分布



(b) 等価磁気回路

図 A.2 二種類の界磁漏れ磁束を考えた場合の磁束分布と等価磁気回路

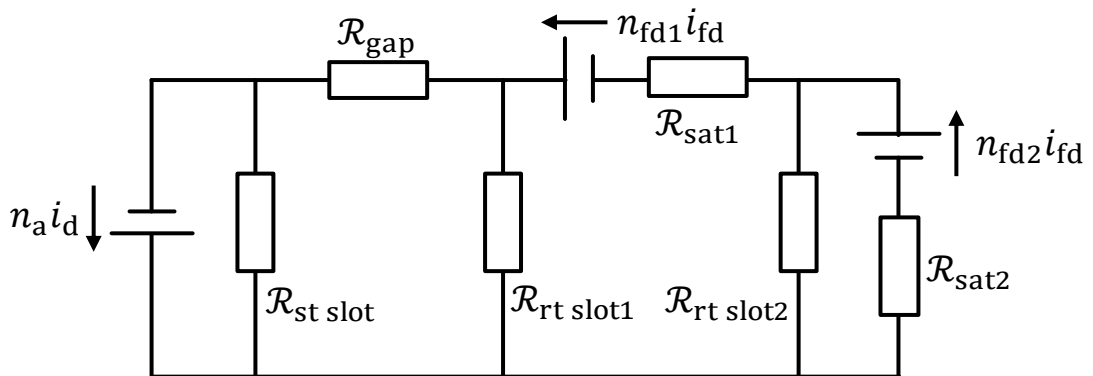


図 A.3 回転子磁極の磁気飽和を考慮した磁気回路

A.2 Schwarz-Christoffel 変換を用いたインダクタンスの計算

Schwarz-Christoffel 変換を用いたインダクタンス(パーミアンス)計算によって, Carter 係数[3.4]に代表される様々な理論式が計算されており, 設計計算に広く応用されている。導出過程を理解することは, 式の意味や拡張性を議論する上でも重要であるが, 導出過程を分かり易く説明した文献はあまり見かけない。そこで, 本節では, (3.2)式および(3.3)式を例題として, その導出過程を説明する。なお, この式展開には, 煩雑な積分が必要となるため, wxMaxima Ver. 19.01.2x を用いて計算した。

図 A.4 は, 本節で対象とする磁気回路形状を表す複素平面(z)である。斜線部分は自然境界(完全磁性壁)となっている。すなわち, 磁気抵抗のない理想的な鉄心が向かい合っており, その間に透磁率が μ_0 のギャップがある。点 A と点 O より下側の領域(固定子鉄心と回転子鉄心)は通常のギャップ(幅は g)となっており, そのインダクタンス L は次のように計算できる。

$$L = \mu_0 \frac{h}{g} \quad (\text{A.6})$$

ここで, 鉄心長を h , 奥行き方向の長さを1 m(単位長さ)とした。図 3.6 のように, 端板が設けられている場合, 固定子鉄心の上面(点 M と点 A の間)から, 端板の側面(点 O から点 B)に至る磁束が流れる。この成分に起因したインダクタンス l を求める。

まず, z 平面の主要な境界面を γ 平面の実軸に写すことを考える。Schwarz-Christoffel 変換を用いれば, γ 平面上の直線を z 平面上の折れ線に変換できる。

$$\frac{dz}{d\gamma} = C_1 \gamma^{-\frac{1}{\pi}} \cdot (\gamma - b)^{-\frac{1}{\pi}(-\frac{\pi}{2})} \quad (\text{A.7})$$

C_1 は任意定数である。(A.7)式の意味は次のように解釈できる。 γ 平面上において, MOB は一直線上に並んでいる。一方で, これに対応する z 平面においては, 点 O(γ 平面上において $\gamma = 0$)において, 点 M から見た時に向きが $\pi/2$ 変化している。これが, (A.7)式における $(\gamma - 0)^{-1/\pi \cdot \pi/2}$ に対応している。同様に, 点 B(γ 平面上において $\gamma = b$)において, 点 O から見た時に向きが $-\pi/2$ 変化しているため, $(\gamma - b)^{-1/\pi \cdot (-\pi/2)}$ の項が表れる。この公式を使えば, 任意の折れ線を直線に変換することができる。(A.7)式を積分すると, 次のようになる。

$$z = C_1 \left\{ \frac{b}{2} \ln \frac{\sqrt{\gamma-b} - \sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma-b} + \sqrt{\gamma}} + \sqrt{\gamma(\gamma-b)} \right\} + C_2 \quad (\text{A.8})$$

C_2 は積分定数である。(A.8)式の任意定数 C_1, C_2 を決めるために、各平面上の点が次のように対応していることを利用する。

(a) 点 O では、 $z = 0, \gamma = 0$

(b) 点 B では、 $z = jh, \gamma = b$

これらを(A.8)式に代入すると、次のようになる。

$$\begin{cases} C_1 = \frac{2h}{\pi b} \\ C_2 = 0 \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

これらを用いれば、次のように書ける。

$$z = \frac{h}{\pi} \ln \frac{\sqrt{\gamma-b} - \sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma-b} + \sqrt{\gamma}} + \frac{2h}{b\pi} \sqrt{\gamma(\gamma-b)} \quad (\text{A.10})$$

さらに、点 A における以下の関係を(A.10)式に代入する。

(c) 点 A では、 $z = -g, \gamma = a$

その結果、以下の関係式が得られる。

$$\ln \left(\sqrt{1 + \frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{a}{b}} \right) - \sqrt{\frac{a}{b} \left(1 + \frac{a}{b} \right)} + \frac{\pi g}{2t} = 0 \quad (\text{A.11})$$

ここで、 $\alpha = a/b$ とすれば、(3.3)式が得られる。なお、上記の計算においては、多価の複素関数は主値 ($-\pi < \arg z \leq \pi$) を取ることに注意しなければならない。例えば、 $\ln(-1) = \ln e^{j\pi} = \pi$ である。(A.11)式を解けば、 a と b の比が得られる。

次に、図 A.5 の γ 平面における実軸を、 w 平面における実軸と、それから距離 V だけ離れた直線に写すことを考える。なお、 γ 平面は、 z 平面を w 平面に写すための中間変数であり、本質的な意味はない。(A.7)式と同様の方法で、次式が得られる。

$$\frac{dw}{d\gamma} = C_3(\gamma + a)^{-\frac{1}{\pi} \frac{\pi}{2}} \cdot \gamma^{-\frac{1}{\pi} \frac{\pi}{2}} \quad (\text{A.12})$$

これを積分して次式を得る。

$$w = 2C_3 \ln(\sqrt{\gamma} + \sqrt{\gamma + a}) + C_4 \quad (\text{A.13})$$

任意定数 C_3, C_4 を決めるために、各平面上の点が次のように対応していることを利用する。

(d) 点 A では、 $w = jV, \gamma = -a$

(e) 点 B では、 $w = 0, \gamma = 0$

これらを代入して、次のようになる。

$$\begin{cases} C_3 = \frac{V}{\pi} \\ C_4 = -\frac{V}{\pi} \ln a \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

これらを代入すると、 γ 平面から w 平面への変換式は次のようになる。

$$w = \frac{2V}{\pi} \ln(\sqrt{\gamma} + \sqrt{\gamma + a}) - \frac{V}{\pi} \ln a \quad (\text{A.15})$$

ところで、図 A.6 の $w = u + jv$ 平面においては、磁極が互いに対向しており、場の分布が容易に得られる。すなわち、平行板コンデンサにおいて、一様な電界が発生するように、図 A.6 においても、 v 軸方向に一様な磁界 H が発生する。この時、磁気スカラーポテンシャル ϕ は次のようになる。

$$\phi = \int H dv = Hv + C_5 = H \operatorname{Im} w + C_5 \quad (\text{A.16})$$

磁極の下面($v = 0$)で $\phi = 0$ 、磁極の上面($v = V$)で $\phi = V$ と仮定すると、結局のところ、 ϕ は次のように表される。

$$\phi = \operatorname{Im}(w) \quad (\text{A.17})$$

w は正則関数であるため、実部と虚部は直交する。 w の虚部が磁気スカラーポテンシャルを表すことから、実部はベクトルポテンシャル A (二次元場のため、紙面に垂直な成分のみをもつ)を表すことになる。求めたいインダクタンスは、点 O から点 B の間に流れる磁束 Φ であり、 A から次のように計算できる。

$$\Phi = A(\text{点 B}) - A(\text{点 O}) \quad (\text{A.18})$$

先ほど述べたように、 $A = \text{Re}(w)$ であり、(A.15)式の実部である。点Bで $\gamma = b$ 、点Oで $\gamma = 0$ となることから、 Φ は次のようになる。

$$\Phi = \text{Re}(w)|_{\gamma=b} - \text{Re}(w)|_{\gamma=0} = \frac{2V}{\pi} \ln \left(\sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{1 + \frac{b}{a}} \right) \quad (\text{A.19})$$

インダクタンス l は、磁気スカラーポテンシャルの差 $V - 0 = V$ を、磁束 Φ で割ったものであるから、次のようになる。

$$l = \frac{2}{\pi} \ln \left\{ \frac{\left(1 + \sqrt{1 + \frac{b}{a}} \right)}{\sqrt{\frac{b}{a}}} \right\} \quad (\text{A.20})$$

鉄心の上面と下面の二か所に l が存在することから、2を乗じて、これを L で割って、 $\alpha = a/b$ とすれば、(3.2)式が得られる。

図 A.7 は、理論式から計算した値と解析値(磁界解析)を比較したものである。 $g = 0.4 \text{ mm}$ とした。両者は一致していることから、理論式が正しいことが分かる。図 A.8 は、磁界解析によって得られた磁束密度分布と磁束線である。理論式と同じ条件で比較するため、磁界解析においてインダクタンスを計算する際は、端板の上部から流れ出す磁束は考慮していない。

なお、上記の計算においては、正則な複素関数の実部や虚部が常に調和関数となること、Dirichlet 境界や Neumann 境界は等角写像において変化しない(値が同じ)ことを前提条件として用いている。これらの詳細については、文献[A.1], [A.2]などが参考になる。

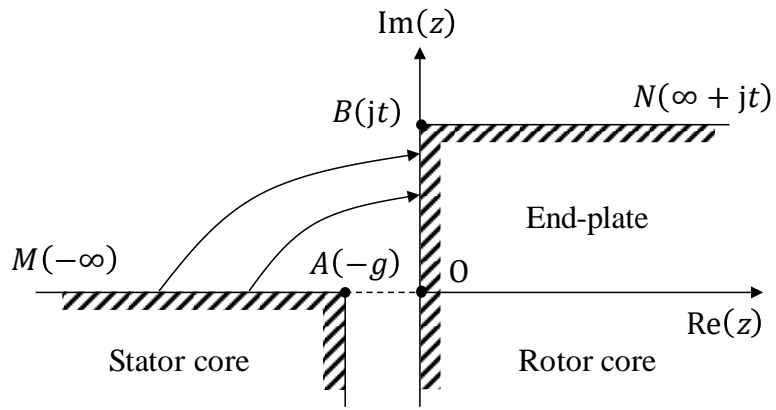


図 A.4 計算対象とする磁気回路を表す z 平面

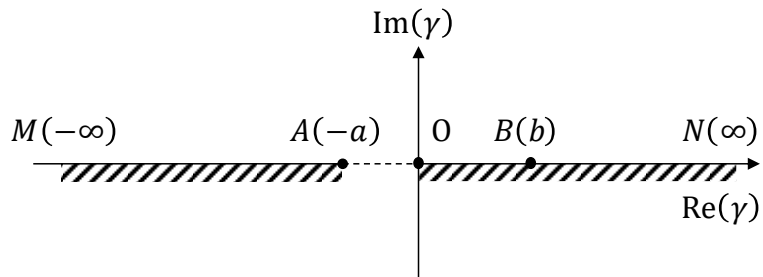


図 A.5 z 平面における主要な境界面を実軸上に写した γ 平面

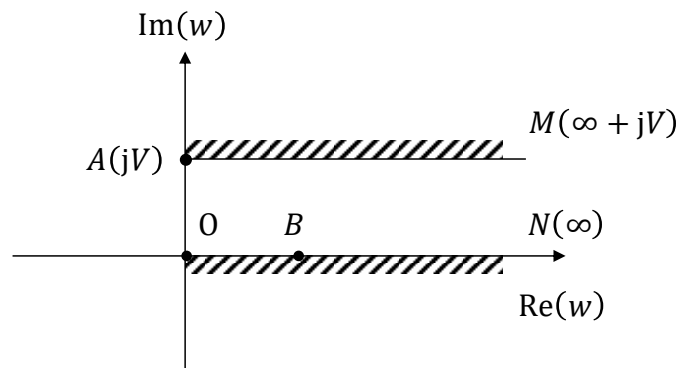


図 A.6 γ 平面の実軸を平行板コンデンサの電極に写した w 平面

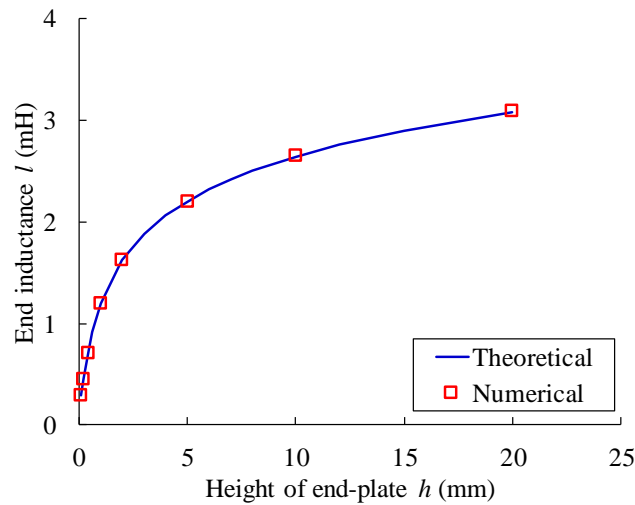


図 A.7 端部インダクタンスの理論計算値と解析値の比較

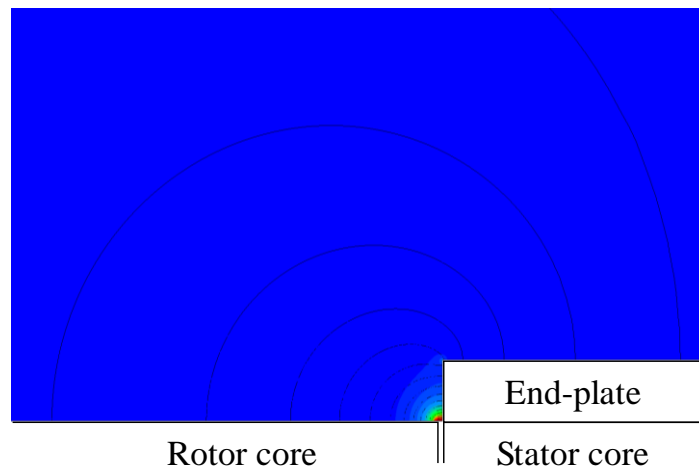


図 A.8 磁束密度分布と磁束線 ($g = 0.4 \text{ mm}, t = 5 \text{ mm}$)

A.3 巻数や鉄心長を変更した場合の飽和関数

固定子鉄心や回転子鉄心は、一般にプレス加工によって製造される。鉄心の形状を変更した場合、それに合わせた金型が必要となる。このため、鉄心の断面形状は変更せず、各巻線の巻数と鉄心長のみを変更することによって、要求仕様を満たすように特性を調整することがある。

ある設計に対して、電機子巻線の巻数を α_a 倍、界磁巻線の巻数を α_f 倍した場合、各巻線の起磁力がそれぞれ α_a, α_f 倍となり、電機子巻線の鎖交磁束は α_a 倍となる。ま

た、鉄心長を α_c 倍した場合は、電機子巻線の鎖交磁束が α_c 倍となる。以上をまとめると、設計変更後の飽和関数 $\phi_d'(i_d^\dagger, i_q, i_{fd})$, $\phi_q'(i_d^\dagger, i_q, i_{fd})$ は次のようになる。

$$\begin{cases} \phi_d'(i_d^\dagger, i_q, i_{fd}) = \alpha_a \alpha_c \phi_d(\alpha_a i_d^\dagger, \alpha_a i_q, \alpha_a i_{fd}) \\ \phi_q'(i_d^\dagger, i_q, i_{fd}) = \alpha_a \alpha_c \phi_q(\alpha_a i_d^\dagger, \alpha_a i_q, \alpha_a i_{fd}) \end{cases} \quad (\text{A.21})$$

ただし、変更後の巻数比は $k' = (\alpha_f/\alpha_a)k$ となり、(4)式には k' を用いる必要がある。(A.21)式によって変換すれば、一つの飽和関数から、任意の巻数や鉄心長に変更した場合の電流条件が計算できる。

A.4 最大出力動作点における電流条件の同定

最大出力(脱出トルク)は、界磁電流 i_{fd} をある値に固定した状態で取り出しうる出力の最大値であり、以下のように定式化できる。

$$\begin{cases} f = \left\{ R_a (i_d^\dagger - i_{fd}) - \frac{p}{2} \omega_m \phi_q \right\}^2 \\ \quad + \left(R_a i_q + \frac{p}{2} \omega_m \phi_d \right)^2 - V_a^2 = 0 \\ \delta g = \delta T = \frac{p}{2} \omega_m \delta \{ \phi_d i_q - \phi_q (i_d^\dagger - i_{fd}) \} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

第一式は電圧の制約条件、第二式はトルクが極値となる点を表している。未知変数は i_d^\dagger と i_q の二個であり、解くべき方程式も二個となっている。Lagrange の未定乗数法を用いると、次のように変形できる[A.3]。

$$\begin{cases} F = \frac{\partial g}{\partial i_d^\dagger} - \lambda \frac{\partial f}{\partial i_d^\dagger} = 0 \\ G = \frac{\partial g}{\partial i_q} - \lambda \frac{\partial f}{\partial i_q} = 0 \\ H = -f = 0 \end{cases} \quad (\text{A.23})$$

ここで、 λ は新たに導入した未定乗数である。(5.10)式の f, g, h に換わって、(A.23)式の F, G, H を解いて $i_d^\dagger, i_q, \lambda$ を求めれば、最大出力となるような電流条件が求められる。(A.23)式の計算には、(5.16)の第 1, 2, 4, 5 式を代入すればよい。Jacobian の計算には、次の偏微分を用いる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial i_d^\dagger} &= -2\omega_e \frac{\partial \phi_q}{\partial i_d^\dagger} - 2\lambda \left\{ R_a^2 + \omega_e^2 \left(\frac{\partial \phi_d}{\partial i_d^\dagger} \right)^2 + \omega_e^2 \left(\frac{\partial \phi_q}{\partial i_d^\dagger} \right)^2 \right\} \\
\frac{\partial F}{\partial i_q} &= \omega_e \left\{ \frac{\partial \phi_d}{\partial i_d^\dagger} + i_q \frac{\partial^2 \phi_d}{\partial i_d^\dagger \partial i_q} - \frac{\partial \phi_q}{\partial i_q} - (i_d^\dagger - i_{fd}) \frac{\partial^2 \phi_q}{\partial i_d^\dagger \partial i_q} \right\} \\
&\quad - 2\lambda \omega_e^2 \left(\frac{\partial \phi_d}{\partial i_d^\dagger} \frac{\partial \phi_d}{\partial i_q} + \frac{\partial \phi_q}{\partial i_d^\dagger} \frac{\partial \phi_q}{\partial i_q} + \phi_d \frac{\partial^2 \phi_d}{\partial i_d^\dagger \partial i_q} + \phi_q \frac{\partial^2 \phi_q}{\partial i_d^\dagger \partial i_q} \right) \\
\frac{\partial F}{\partial \lambda} &= -\frac{\partial f}{\partial i_d^\dagger} \\
\frac{\partial G}{\partial i_d^\dagger} &= \omega_e \left\{ \frac{\partial \phi_d}{\partial i_d^\dagger} + i_q \frac{\partial^2 \phi_d}{\partial i_d^\dagger \partial i_q} - \frac{\partial \phi_q}{\partial i_q} - (i_d^\dagger - i_{fd}) \frac{\partial^2 \phi_q}{\partial i_d^\dagger \partial i_q} \right\} \\
&\quad - 2\lambda \omega_e^2 \left(\frac{\partial \phi_d}{\partial i_d^\dagger} \frac{\partial \phi_d}{\partial i_q} + \frac{\partial \phi_q}{\partial i_d^\dagger} \frac{\partial \phi_q}{\partial i_q} + \phi_d \frac{\partial^2 \phi_d}{\partial i_d^\dagger \partial i_q} + \phi_q \frac{\partial^2 \phi_q}{\partial i_d^\dagger \partial i_q} \right) \\
\frac{\partial G}{\partial i_q} &= 2\omega_e \frac{\partial \phi_d}{\partial i_q} - 2\lambda \left\{ R_a^2 + \omega_e^2 \left(\frac{\partial \phi_d}{\partial i_q} \right)^2 + \omega_e^2 \left(\frac{\partial \phi_q}{\partial i_q} \right)^2 \right\} \\
\frac{\partial G}{\partial \lambda} &= -\frac{\partial f}{\partial i_q} \\
\frac{\partial H}{\partial i_d^\dagger} &= -\frac{\partial f}{\partial i_d^\dagger} \\
\frac{\partial H}{\partial i_q} &= -\frac{\partial f}{\partial i_q} \\
\frac{\partial H}{\partial \lambda} &= 0
\end{aligned}
\tag{A.24}$$

ただし、本検討においては(5.14)式の線形補間を用いているため、 $\partial^2 \phi_d / \partial i_d^2$ や $\partial^2 \phi_d / \partial i_q^2$ など、同一変数による二階微分は無視した。

本手法による脱出トルク計算結果の妥当性を評価するため、1.6節で説明した同期機と測定システムを用いて、脱出トルクを測定した。図A.9は、負荷角 δ に対するトルク T の特性を、界磁電流 i_f を変化させて測定した結果である。なお、ここでは、 T はトルクメータによって測定した値ではなく、測定した鎖交磁束 Φ_d, Φ_q と電流 i_d, i_q を用いて、以下の式で計算した値であるため注意が必要である。

$$T = \frac{p}{2}(\Phi_d i_q - \Phi_q i_d) \quad (\text{A.25})$$

ここで、 p は極数である。トルクメータによる測定値は、4.2.2 で説明した高調波トルクによる減少分が含まれた値であるが、飽和関数を用いた計算手法においては、高調波トルクが考慮されていないため、両者を直接的に比較することはできない。このため、計算手法の妥当性評価という観点から、高調波トルクが含まれない測定値として、(A.25)で計算したトルクを参照した。なお、高調波トルクが測定結果に大きな影響を及ぼすのは、今回対象としている同期機の出力が2kWと非常に小さく、ギャップ長が小さいことから、スロット高調波の影響を受け易いためである。実際の同期機(MW級)においては、高調波トルクの影響は十分小さく、定常状態における負荷特性の計算においては無視できる。図A.9における各曲線の最大値を抽出し、 i_f に対してプロットしたものが図A.10のMeasuredである。また、飽和関数と(A.23)式から計算した脱出トルクが、図中のAnalyzedである。測定値と解析値はよく一致しており、本手法によって脱出トルクを計算できることが確認された。

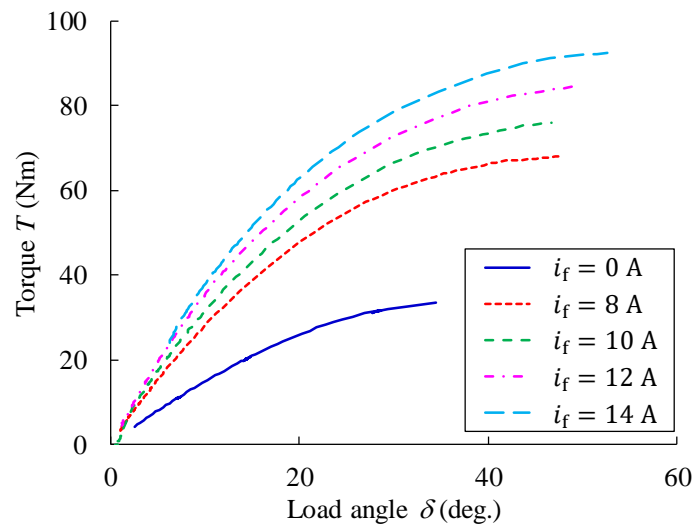


図 A.9 負荷角に対するトルク $T = \frac{p}{2}(\phi_d i_q - \phi_q i_d)$ の測定結果

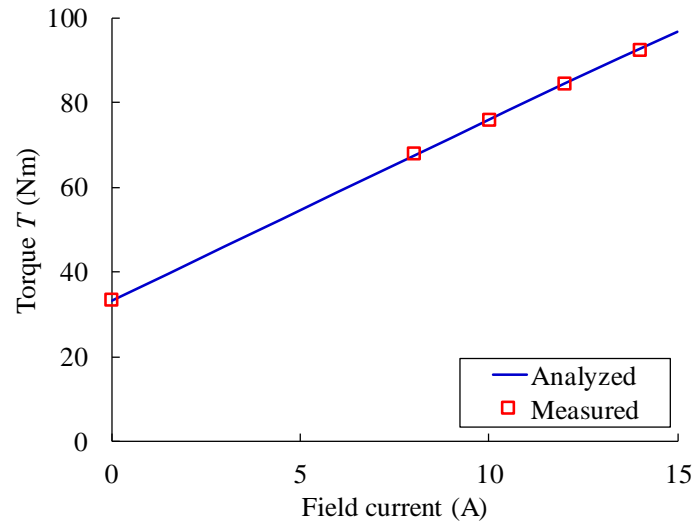


図 A.10 脱出トルクの測定値と解析値

付録 A の参考文献

- [A.1] 福山秀敏・小形正男:「物理数学 I」, 朝倉書店, 2003
- [A.2] R. V. Churchill, J. W. Brown:「複素関数入門」, サイエンティスト社, 2005
- [A.3] 塚田捷:「物理数学 II」, 朝倉書店, 2003