

格子乗法の日本への影響

The Influenced on Lattice Multiplication into Japan

城地 茂・劉 伯雯

Shigeru Jochi* and Bowen Liu**

Abstract

The lattice multiplication (格子乗算) was probably discovered in the Western Asia or Southern Asia, then it was introduced to the East and West. In Japan, two types lattice multiplication were arrived at the Edo period. Chen Wen (陳雯) introduced the lattice multiplication system and Napier's bones from Western mathematical arts, and he used 'Suzhou Numerals'.

But Japanese mathematicians at the Edo period already studied the Lattice Multiplication system of 'Xie Suan' (or 'Pudijin', 写算, 鋪地錦) and Suzhou Numerals (蘇州号瑪) by Chinese mathematical arts at the Ming dynasty (明朝) such as the *Suanfa Tongzong* (算法統宗), (Cheng Dawei (程大位), 1592) before Western mathematics arrived into China. Japanese medical doctors had never studied Chinese mathematical arts at the Ming dynasty. Therefore, there were two types of mathematics in that time, that is to say, 'Jikata' Wasan (rich farmers' mathematics) and 'Komozan' (Western Mathematics, 地方紅毛算和算期).

Received March 9, 2021. Revised May 3, 2021.

2020 Mathematics Subject Classification(s): 01A27, 01A40

Key Words: Lattice Multiplication ('Xiesuan' or 'Pudijin'), Suzhou Numerals, Epoch of History of Japanese Mathematics

* Osaka Kyoiku University 582-8582, Japan
email: jochi@cc.osaka-kyoiku.ac.jp

** National Kaohsiung University of Science and Technology 824005, Taiwan
email: lbw@nkust.edu.tw

This work was supported by the Grant-in-Aid for Scientific Research (C) of 21K00250, and the Research Institute for Mathematical Sciences, an International Joint Usage/Research Center located in Kyoto University.

§1 初めに

格子乗法とは、格子の中に掛け算九九を書いておき、掛け算を効率的に行う方法である。これは、現在の中国小学校4年生でも用いられている¹。

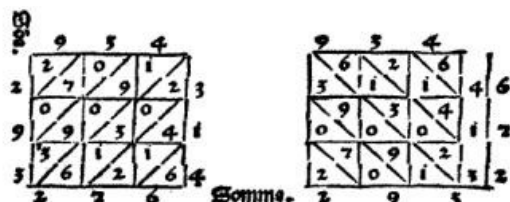


図1 『トレヴィーゾ算術書²』（ルカ・パチョーリ³、1478年）の格子乗法⁴

図1は、 $934 \times 314 = 293276$ を表している。掛け算をして、それを分解して、足して行けば計算ができる。なお、元の数の回転方法が単純なので、現代では、左図を使って説明している。

東西の交易が盛んになった、元代（1271-1368）⁵以降、明（1368-1644）清（1644-1911）代に盛んになった方法と言える。中国では、春秋時代（前770-前403）にはすでに九九の口訣が普及していたため、こうした方法の起源とはなりえなかった。なお、格子乗算という言葉は、中国数学にはなく、西洋数学の訳語である。

九九の1桁目と2桁目を対角線で分けた三角形の中に分けてあるため、下位の十の位と上位の一の位が斜めに一致させることで、足し算だけで複数桁の掛け算ができるのである。イスラム文化圏かインド文化圏で生まれ、東西に伝播したため、各文明圏によく見られる計算方法である。

近世日本では、時をほぼ同じくして中国経由で、西洋の格子乗法と中国の明代の格子乗法が伝わっている。東廻りと西廻りの文化が同時期に邂逅するという複雑な様相を呈しているが、それらを調査することで、近世日本数学が西洋数学から受けた影響と中国からの影響を区分することも可能である。

近年、IT技術が進歩し、比較的容易に図形を複写することが可能になったため、従来の文字史料のみによる研究では分かりづらかった部分が明らかになってきている。そこで、本稿では、東西の格子乗法を再考し、日本の和算家がどのようにそれらを受容していったかを考察したい。また、21世紀に入って筆者らのグループが本誌などに発表し、明代の研究を進めている⁶が、これは、文化史・文明史の観点によるものである。

¹ 人民教育出版社版の小学校4年上册第3単元の「三位数乗両（二）位数」にある。

² 『トレヴィーゾ算術書』はイタリアのTrevisoで刊行された算術書。Arte dell'Abaco。

³ ルカ・パチョーリはルカス・パチオリとも訳される。Fra Luca Bartolomeo de Pacioli, 1445-1517。

⁴ カジヨリ（1896; 1997）『カジヨリ初等数学史』:209-210。

⁵ 国号を元と改称した年から北京を放棄した年であり、南宋（1127-1279）と重なる時期もあるので注意が必要である。和算に大きな影響を与えた『楊輝算法』（楊輝、1275年）がこの重なった時期になるが、これは、宋代の数学書ということになる。

⁶ 城地茂・劉伯雯・張濤（2011）「宋元明代数学書と「阿蘭陀符帳」『数理解析研究所講究録』1739:128-137, 城地茂・劉伯雯・張濤（2012）『三才発秘』（陳雯、1697年）と「阿蘭陀符帳」『数理解析研究所講究録』1787:105-115, 城地茂・張耀祖・張濤・劉伯雯（2014）「東西の格子乗法から見た近世日本数学」『数理解析研究所講究録』別冊50:167-180。

こうした先行研究を踏まえ、格子乗法の伝播をIT技術を使い考察したい。

§2 中国実用数学の先行研究

元という東西を結びつける大帝国ができると、ユーラシア大陸を結ぶ交易が盛んになった。明代に入るとそれが顕著になり、それまでの算木数学とは異なる、珠算数学が生まれた。このように、計算器具で時代区分を行うのは、清代の梅文鼎(1633-1721)⁷もすでに行っていた。宋元代までは、天文学・暦学で天体の軌道計算をするような、曲線、つまり高次方程式の解法に適した算木数学である。ところが、明代は交易のために迅速で正確な四則演算に適した民間の実用数学とも言うべき珠算数学である。そして、清代は西洋数学を受容し、筆算で計算を行った。計算器具としては、「籌」(算木と同じ名称であるが、ネイピアの計算尺のこと)も用いられた。

高次方程式は、現在の観点からも耳目を集めるものであり、中国伝統数学の精華として、ワイリー(Alexander Wylie, 1815-1887)、三上義夫(1875-1950)、李儼(1892-1963)、銭宝琮(1892-1974)、ニーダム(Noel Joseph Terence Montgomery Needham, 1900-1995)らによって、宋元までの算木数学の研究が多くなされた。李儼(1928;1954)「永楽大典算書」などで、明代の研究も行われているが、あまり多くはなかった。

さらに、武田楠雄(1909-1967)が1950年代に発表した論文も社会史が重視された時代の潮流と言えるだろう。武田によれば、明代には『算法全能集』(賈通(享)、14c) - 『詳明算法』(安止斎、1373年)という永楽算書群によって、歌訣による数学公式の暗記という方法が確定し、その後、万暦算書群では、『算法統宗』(程大位、1592年)系列、『指明算法』(夏源沢?、1439年?)系列、『盤珠算法』(徐心魯(訂)、1573年)系列と3つの系列に分類できることが明らかになった⁸。

明代は珠算の時代であるため、珠算からの研究も多く、重要なものも少なくない。鈴木久男(1964)『珠算の歴史』⁹などは、まとまった研究と言える。また、『算法統宗』は、和算の源流であるため、和算の研究からも明代の数学を研究している。児玉明人(1966)『十五世紀の朝鮮刊銅活字版数学書』には、明代に相当する李氏朝鮮での研究も述べられている。また、児玉明人(1970)『十六世紀末明刊の珠算書』は、研究だけではなく、貴重な原資料の復刻で、中国でもこの史料を使った研究が見られる。

1990年代になると、中国でも明代の数学が再認識され、梅栄照(編)(1990)『明清数学史論文集』が出版された。今まで研究されていなかった時代が脚光を浴びるようになったのである。

近年、個人でも画像資料の操作が容易になったため、図で表される格子乗法の研究ができるようになったためである。また、同時にIT技術の限界を知り、網羅し得ない部分は、現地調査で研究を進めたい。地域的には、台湾や香港など南中国の文化が近年まで色濃く残されており、台湾との共同研究という方式で進めたい。

⁷ 『梅氏叢書輯要』(1761年、梅文鼎(著)、梅穀成(編)、北京師範大学蔵本)巻11「方程式論」方程論發凡、方程殘缺之故。同巻1「筆算」自序。(巻数は光緒2(1876)年本より)

⁸ 武田楠雄(1953)「中国の民衆数学」。

⁹ 鈴木久男(1964)『珠算の歴史』東京:富士短期大学出版部。

§3 格子乗法の起源と伝播

格子乗法は、インドがその発祥と言われているが、明確な史料は見出せない。60進法の伝統から、西アジアが起源なのかもしれない。しかし、『インドの数の計算法¹⁰』¹¹（アル・フワーリズミー¹²、825年頃）のように、題名からはインドからイスラムに伝わった数学書も存在している。また、『算盤の書¹³』（レオナルド・フィボナッチ¹⁴、1202; 1227年）で「インドの方法」として格子乗法を紹介している。

しかし、中国でも、『盤珠算法¹⁵』（徐心魯、1573年）には、格子のない格子乗法がある。これは、「鋪地錦」として紹介されている。

「鋪地錦」不要算盤而因乘（鋪地錦はそろばんを使わず掛け算をする）

と説明されており、珠算に代わる計算方法、器具として認識されていた。しかし、現存する版本では、図2のように格子は見当たらない。単位を付けることで、格子乗法と同じ計算をするようになっており、他の数学書から「鋪地錦」が格子乗法であることから、格子図のない格子乗法といえる。



図2 『盤珠算法』の「鋪地錦」^{16 17}



図3 『盤珠算法』の「馬子暗數」¹⁸

なお、『盤珠算法』には図2のように梁上一珠梁下五珠の珠算図が用いられており、中国数学書としては珍しいものである。梁上二珠梁下五珠は十六進法の器具であるから、『盤珠算法』は十進法的な要素があるということで、これも西方起源の格子乗法を感じさせるものである。また、格子図のある格子乗法では、数値（九九八十一の答えの81・「明数」）を漢数字で表し、行数・桁数など（「暗数」）を蘇州号碼で表すことによって、分かりやすくすることが多い。『盤珠算法』でも蘇州号碼

¹⁰ 『インドの数の計算法』の欧文表記は、*Kitāb al-Jām'a wa'l-Tafrīq bi'l-Hisāb al-Hindī* となる。

¹¹ アル・フワーリズミーの『代数学』は、1144年に翻訳されている。

¹² アル・フワーリズミーの欧文表記は、*Abū 'Abdallāh Muḥammad ibn Mūsā al-Khwārizmī* となる。780?-850?頃。

¹³ 『算盤の書』の欧文表記では、*Liber Abaci* となる。

¹⁴ フィボナッチはイタリアの数学者。Leonardo Fibonacci, Leonardo Pisano, 1170?-1250?。

¹⁵ 『新刻訂正家伝秘訣盤珠算法士民利用』国立公文書館蔵、子056-0005。紅葉山文庫旧蔵書で、国立公文書館蔵書のみ確認されている孤本である。なお、東京大学東洋文化研究所『東洋文化研究所蔵漢籍目録』にあるものは、任継愈（他編）（1993）『中国科学技術典籍通彙』「数学巻」2:1141-1164である。

¹⁶ 図の4段目が1分2厘2毫となっているが、法の歌訣は三五一十五であり、1厘が正しい。11丁裏、12丁表。

¹⁷ 児玉明人（1970）『十六世紀末明刊の珠算書』:6。その影印が、任継愈（他編）（1993）『中国科学技術典籍通彙』「数学巻」2:1148にある。

¹⁸ 児玉明人（1970）『十六世紀末明刊の珠算書』:22。その影印が、任継愈（他編）（1993）『中国科学技術典籍通彙』「数学巻」2:1163にある。21丁裏。

を「馬子暗数」として巻末に記載している（図3参照）。これは、紙面の関係で格子を省略したが、格子乗法を多用していたということを示すものと考えられる。

西廻りの格子乗法では、やはり、アル・カーシー（1445-1517）¹⁹の『計算法の鍵』（アル・カーシー、1427年）であり、格子乗法を述べている²⁰。アル・カーシーは、サマルカンドで活躍した数学者であり、インドと西アジアの交易で正確な四則演算が必要な地域である。

西欧で最も古い史料は、格子乗算の例として挙げたものである。イタリアで刊行された『トレヴィーゾ算術書』（ルカ・パチョーリ、1478年、第6の方法）として記述されている。これは、Gelsia (Glaticola²¹) 法とも言われているもので、格子戸のブラインドの形からきたものではないだろうか（図1参照）。

さらに、スコットランドの数学者ジョン・ネイピア（John Napier, 1550-1617）が1617年にネイピアの計算尺（骨、計算棒とも）を発明した²²。棒状に九九の表を2桁に分けて書いた棒を複数本使い、格子乗法を行う計算器具である。ネイピアの計算尺が中国へ伝わったのは1628年²³である。羅雅谷²⁴（1593-1638）は『籌算』（羅雅谷、1645年²⁵）を著わし『西洋新法曆書（崇禎曆書）』（徐光啓・湯若望²⁶・羅雅谷（他）、1634年著・1643年重編）1645年版本に収録された。ここで、ネイピアの計算尺は「籌」と翻訳されることになった。籌とは古来、算木のことであったが、明末には算木が廃れてしまい、同じ術語が与えられたのである。なお、『西洋新法曆書（崇禎曆書）』の巻108,109の割円八線表は1727年²⁷に日本に伝えられている。梅文鼎（1633-1721）は、ネイピアの計算尺と筆算による格子乗法を記述している²⁸。

¹⁹ Ghiyāth al-Dīn Jamshīd Mas'ūd al-Kāshī (or al-Kāshānī), 1380-1429.

²⁰ 楊瓊茹（2001）「GELOSIA METHOD-從阿拉伯出發」参照。

²¹ 原意は、嫉妬という意味である（カジョリ（1896; 1997）『カジョリ初等数学史』:210）。

²² 『ラブドロギア（ラブドロジー）』はラテン語で書かれている（*Rabdologiæ*, *Rabdology* 「言葉（数字）の棒」の意）。

²³ 李迪、白尚恕（1985）「康熙年間制造的手搖計算器」:56。

²⁴ 羅雅谷（Rho, Giacomo (Jacques), 1593-1638）はイタリア人宣教師。『崇禎曆書』（『西洋新法曆書』）の編纂に参加。

²⁵ 順治2（1645）年初刊本に、第21冊『籌算』『籌算指』として追加された（中外数学簡史編写組（編）（1686）『中国数学簡史』:368）。なお、任継愈（他編）（1993）『中国科学技術典籍通彙』「天文卷」8:642-1643に『西洋新法曆書』があるが、『籌算』は収録されていない。

²⁶ アダム・シャル Johann Adam Schall von Bell, 1591-1666。ドイツの宣教師で、『西洋新法曆書』を『時憲曆』として施行した。欽天監監正（天文台長官）となった最初の西洋人である。

²⁷ 張愛英（2008）「羅雅谷的『籌算』和『比例規解』在中国」『内蒙古師範大学碩武論文』。「籌」については、日本学士院（編）（1954;1979）『明治前日本数学史』5:432-433。享保12（1727）年、日本に伝わった（日本学士院（編）（1954;1979）『明治前日本数学史』5:427）。

²⁸ 格子乗法の筆算は『筆算』（梅文鼎、1693年）5巻、ネイピアの計算尺は『籌算』（梅文鼎、1645年）2巻にある（日本学士院（編）（1954;1979）『明治前日本数学史』5:432。）

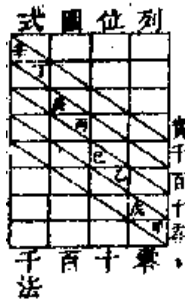


図4 『筆算』(梅文鼎、1874年版)の列位図式²⁹

これらは『暦算全書³⁰』(1723; 1724; 1761年)に収録され、1726年に日本へ伝えられた³¹。しかし、日本の兵学者や医学者は、「籌」を術数書(占術書)である『三才発秘』(陳雯、1697年)で知った。有沢致貞³²は、1720年³³に舶来した『三才発秘』から「籌」の内容を知り³⁴、『算法指要(籌算式)³⁵』(有沢致貞、1725年)を著した。

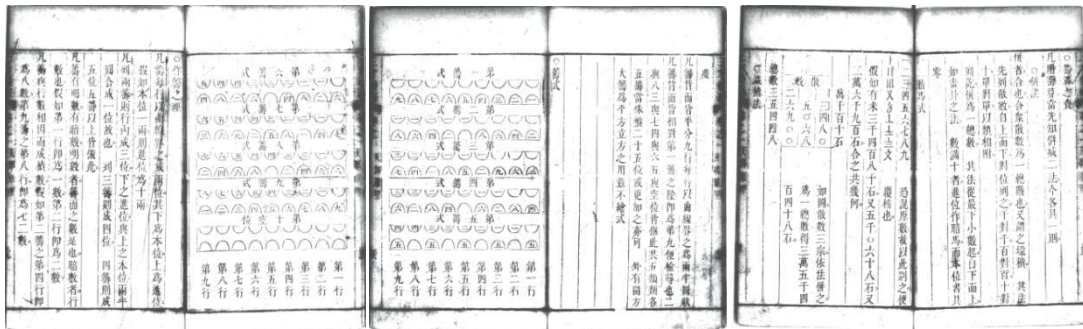


図5 『三才発秘³⁶』の「籌」

図6 『三才発秘』の暗馬式(蘇州号碼)

²⁹ 『筆算』「筆算二、乗法」東北大学蔵書『梅氏叢書輯要』1874年版。林文庫、請求記号3024、巻2、1丁表。

³⁰ 1723年版本の写本・早稲田大学蔵、ニ0501614、1-24は、原本(『兼濟堂纂刻梅勿菴先生暦算全書』(梅文鼎、魏荔彤(編)、1723年))どおり「籌」は半円格子であるが、中川淳庵(1739-1786)の訓読本((大槻如電(1845-1931)所蔵の自筆原稿は、和田信三郎(1941;1994)『中川淳庵先生』第3編に影印で収録されている。日本学士院、請求番号2269は、これを1912年11月に写したものである)では、「籌」が「写算(鋪地錦)」のような正方形の格子になっている。1761年の版本は、梅穀成(1681-1763)の編集した『梅氏叢書輯要』である。この他に『四庫全書』収録『暦算全書』がある。

³¹ 大庭脩(1967)『江戸時代における唐船持渡書の研究』:687。国立公文書館、内閣文庫請求記号子-51-6には、『兼濟堂纂刻梅勿菴先生暦算全書』雍正2(1724)年版本があり、1726年に舶来した(日本学士院(編)(1954;1979)『明治前日本数学史』5:427)もので、建部賢弘(1664-1739)の序文がある宮内庁書陵部蔵和訳本の原本となった(小林龍彦(1990)「『暦算全書』の三角法と「崇禎暦書」の割円八線之表の伝来について」:84)。

³² 有沢致貞は加賀の兵学者(日本学士院(編)(1954;1979)『明治前日本数学史』5:433)。

³³ 享保5(1720)年、吉宗により禁書の指定解除(大庭脩(1967)『江戸時代における唐船持渡書の研究』:45)。それ以前に、元禄12(1699)年に、卯四番船で中国から輸入しているが、禁書として一部墨消しと差返しの処分を受けている(大庭脩(1967)『江戸時代における唐船持渡書の研究』:37)。

³⁴ 城地茂・劉伯雯・張濤(2012)『三才発秘』(陳雯、1697年)と「阿蘭陀符帳」参照。

³⁵ 『算法指要(籌算式)』は日本学士院蔵、請求番号1639。同2274『籌算式』(同9633の遠藤利貞写本)、同9633『籌算』(坪川甚二寄贈本)と同一(日本学士院(編)(1954;1979)『明治前日本数学史』5:437)。国会図書館も『籌算式』として収蔵(請求記号140-210)。

³⁶ 陳雯(1697;1997)『三才発秘』、集文書局復刻本。「籌」「暗馬式」の図はpp.124-125、「暗馬式」はp.127。

他に国会図書館蔵、康熙36(1697)序刊本、請求記号169-28、MF:YD-古-2030。「籌」の図は天部(巻1)

³⁷ 丁裏-38丁裏、「暗馬式」天部39丁裏-40丁表。なお、国会図書館蔵、請求記号:特2-933、MF:YD-古-5172-5173に江戸時代の写本があるが、天部に「籌」「暗馬式」の図は見られない。また、活字本では、陳

ネイピアの計算尺が西洋から伝わったことは認識しており、有沢致貞の認識では、世界の数学は、「籌算（紅毛算）」がヨーロッパ数学で、ネイピアの計算尺や筆算によるもの、「唐算」が中国数学で、算木による天元術のようなもの、そして和算では珠算となっているのである。このように、ネイピアの計算尺を受容したのは、珠算を蔑視していた城下士³⁷の階層³⁸であった。珠算を用いた「和算」家とは、地方和算期の和算家であり、有沢致貞らの紅毛算和算家とは用語などが大きく異なっていた。江戸時代の後期は、地方和算家と紅毛算和算家が並存していたのである。

§4 東廻りの中国での格子乘法、「写算」と「鋪地錦」

東廻りの格子乘法は、明代の算書に記述されている。武田による3つの系列ごとに異なる扱いになっている。すなわち、『詳明算法』-『算法統宗』系列では、詳細に記述している。これに対して、『指明算法』系列では記述がない³⁹。そして、『盤珠算法』系列では、その中間で、「鋪地錦」という格子乗法の名称があり、計算問題もあるが、肝心の格子がない。計算を詳細に見てゆくと、格子乘法と同じように計算を進めるように、分、厘といった単位を付けているのが分かる。格子なき格子乗法とも言うもので、原典を読み込まなければ、格子乘法とは分からない。

名称は、明代の前期では「写算」、後期になると「鋪地錦」となっている。この他にも「数代因乘法」という名称も類書（百科事典）では使われている。日本へは時代的に「鋪地錦」の時に伝わっているが、『算法統宗』には「写算（即、鋪地錦）」とあるので、これが一般である。『大成算経』（関孝和・建部賢明・建部賢弘、1710年）では「鋪地錦、一名、写算」と併記している。

西廻りの格子乘法との違いは、東アジアには（掛け算）九九が普及していたことである。掛け算は、難しいものと考えられていなかった社会と、掛け算表が必要だった西廻りの格子乘法とでは、性格が異なるのは当然である。そこで、まず、中国の九九について見て行こう。

（1）掛け算九九

掛け算九九は、中国では、少なくとも春秋戦国時代より広まっていた。春秋時代に覇者となった斉の桓公（前685-前643）が九九しかできない人物を登用したという噂を立てさせ、それによって天下の人材が斉に集まったという逸話がある⁴⁰。ここから、九九が数学の初歩で、これを暗唱できるのはさほど珍しくないということ

雯・石橋菊子（訳）（1697;1936;1972）『三才発秘：新訳』京都：学而堂書店、3巻、台湾の写本影印本、が刊行されている。

³⁷ このころのソロバンを扱う武士層は郷土が主流であったため（例えば、藤田貞資（1734-1807）、それに反発した武士ということで城下士を使った。

³⁸ 有沢致貞（1688-1752）は金沢藩の軍学者で、有沢永貞（1638-1715）の次男で、長兄・有沢武貞と「有沢三貞」といわれた。永貞は、山鹿素行（1622-1685）らに師事している。致貞は、『算法指要』のほかに『甲陽軍鑑軍法之巻集註』『諸士心得』などの著書がある。墓所は野田山墓地で、ここは加賀藩主前田家の墓所でもある。（「野田山墓地の歴史」<http://www17.ocn.ne.jp/~hrc/dentou/nodayama.htm>）

³⁹ ただし、『算法統宗』の影響が大きい現代版の『指明算法』には、鋪地錦の1節を設けている。

⁴⁰ 『韓詩外伝』（韓嬰、前150年頃）巻3。この計略は、九九しかできないとする人自身が発案したもので、この人物も数学以外にも優れた戦略家といえるだろう。

が分かる。

中国語は、一概念を一音節で表す言語である。したがって、数字も一音節なので、九九も最大五音節で収まってしまい、暗唱しやすいため発達したものと考えられる。むしろ積が十以下の場合、短すぎるため、「が」を補う必要があるぐらいである。中国数学パラダイムが確立するころ、つまり漢代には、「而」という言葉を使っている。現在、最も古いものは、湖南省湘西土家族苗族自治州竜山県里耶鎮で発掘された掛け算九九の表である。これは、秦時代の木簡⁴¹である⁴²。

日本に伝わったのは、直接、九九の表が記載されているわけではないが、『孫子算経』には、九九の口訣をさらに進歩させた問題があるので、飛鳥時代までには伝わっていたはずである。『孫子算経』巻上、には、

九九八十一で、八十一を自乗すると幾らになるか。答え、六千五百六十一。(以下略)

八九七十二で、七十二を自乗すると幾らになるか。答え、五千百八十四。(以下略)

以下、

一一如一、一を自乗すると幾らになるか。答え、一。(以下略)

と、当時の九九の順番どおりに自乗した値を求める問題が続いているのである。

順番は、現在とは反対に「九九八十一」から始まっている。だから掛け算九九⁴³なのである。中国語では「以八乗九」（八を以って九に乘ず）というように、乗数を先に書く。そこで、九の段の場合、九九八十一、八九七十二、七九六十三、六九五十四、五九四十五、四九三十六、三九二十七、二九一⁴⁴十八、一九如九⁴⁵となるのである。現在のように、全部の九九を暗唱するのではなく、すでに出た「八九七十二」は八の段では暗唱しないので、「八八六十四、七八五十六、六八四十八、五八四十、四八三十二、三八二十四、二八十六⁴⁶、一八如八」となっている。つまり、現在のように全部を唱えるのではなく、半分だけ唱える半九九になっている。また、『孫子算経』では、日本語の「が」に当たる音節を整える文字は「如」になっている。なお、

⁴¹ 木片に文字を記録したもので、中国では、竹製のものは竹簡、木製のものは木牘と区別（併せて簡牘）するが、日本では区別は厳格ではない。

⁴² 紀元前 222 年から紀元前 208 年までのもので、「九九八十一、八九七十二、七九六十三、六九五十四、五九四十五、四九卅六。三九廿七、二九十八、八八六十四、七八五十六、六八四十八、五八四十、四八卅二。三八廿四、二八十六、七七四十九、六七四十二、五七卅五、四七廿八、三七廿一。二七十四、六六卅六、五六卅、四六廿四、三六十八、二六十二、五五廿五、四五廿。三五十五、二五而十（原文のママ）、四四十六、三四十二、二四而八、三三而九、二三而六。二二而四、一二而二、二半而一、凡千一百一十三字（積の総和が一三）。」と左上から縦書きで一句ずつ書かれ、八九七十二は、九九八十一の左に来ている。各段の一の部分は無く、最後は「一一而一」ではなく、「二半而一」になっている。半の句があるものは、中国・清華大学所蔵の掛け算表などにも見られるものである。また、『算数書』『相乗』にも半や分数の計算がある。「一半乘一、半也。乘半、四分一也。三分而乘一、三分之一也。乘半、六分一也。乘三分、九分一也。四分而乘一、四分一也。乘半、八分一也。乘三分、十二分一也。乘四分、十六分一也。五分而乘一、五分一也。乘半、十分一也。乘三分、十五分一也。乘四分、二分一也。乘五分、二十五分一也。」

⁴³ 明代ごろから「八歸法」で割り算を行うことが一般的となったため、これを「割り算九九」とも俗称するので、掛け算九九（九九乘法）として区別することがある。

⁴⁴ 中国では現在でも一を省略しない。

⁴⁵ 九の段が全て揃って出土したのは長野県屋代遺跡である。「一九如九」がある（日本道路公団東京第二建設局（他）（1996）『長野県屋代遺跡群出土木簡』:172-174）ので、『孫子算経』の影響が考えられる。

⁴⁶ 現存する『孫子算経』巻上では「一十六」ではなく、一が省略されて「十六」になっている。

現在のように「一一如一」から始まるようになったのは、宋代末の『楊輝算法』（楊輝、1275年）と思われる。九九の表にはなっていない⁴⁷が、「算法通變本末」巻上「習算綱目」に「一一如一至九九八十一」とあるからである。

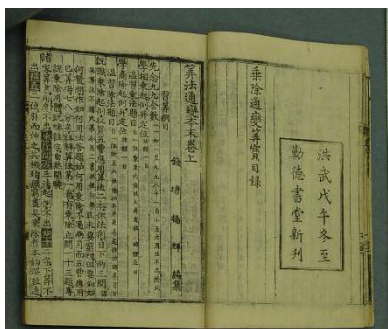


図7 『楊輝算法』の目録⁴⁸

『孫子算經』は、日本では算生（数学科の学生）の教科書の筆頭に掲げられたものであり、飛鳥時代には、九九が伝わっていたのは間違いない⁴⁹。平城京⁵⁰や諸国の国府⁵¹跡などから、練習に使ったのか、九九の断片が発掘されている。紙は貴重品であることもあり、多くは木簡に書かれたものである。

寺院の瓦に書かれていた例もある。奈良県桜井市の旧・山田寺⁵²の遺跡の瓦に「九九八十一、八九七十二」と焼入前に彫られていた。これは、九九の伝来が、瓦という当時のハイテク建材を含めた仏教文化と深いかかわりがあることを示している。中国では、九⁵³は、最大の陽数であり、それが重なった九九は吉祥の数字である。九月九日は重陽の節句で、重要な祭日である。日本では、九は「苦」に繋がるとしてあまり好まれないが、中国語では「久」と発音が近いと、好まれる番号である。こうしたことから、招福や魔除けのために九九が使われたと考えられている。出土した木簡のなかにも魔除けとして使われていたものもあったようである。

⁴⁷ 九九の表としては『算学啓蒙』（朱世傑、1299年）が最初である（大矢真一（1980）『和算以前』：191）。

⁴⁸ 筑波大学附属図書館本『楊輝算法』「算法通變本末」巻上一丁表。

⁴⁹ 新潟県新潟市大沢谷内遺跡から飛鳥時代と思われる九九の木簡が出土している（新潟県教育委員会（編）（2013）『越後国域確定 1300年記念事業記録集』：239）。

⁵⁰ 平城京東方官衙地区で2008年に出土した木簡では『孫子算經』のように「一九如九」と「如」なっている。また、新潟県新発田市七社遺跡（9世紀、平安時代初期）出土の九九の木簡には、「一九×九」があり、この「×」は「又」と解釈されている（新発田市教育委員会（2011）『七社遺跡発掘調査報告書』：30）が、「如」を意味するのかも知れない。

⁵¹ 兵庫県豊岡市日高町祢布ヶ森遺跡（但馬国府付近）第41次調査（2008年5月）では、「三九廿四」と間違えた木簡（810年頃）が出土している。

⁵² 大化の改新で、改新側に付いた蘇我倉山石田石川麻呂（?-649）の発願による寺院。奈良県桜井市山田にあった。

⁵³ 陰陽では陽で、五行では金の数字とされている。



図8 旧・山田寺の瓦に記された九九⁵⁴

このように、九九が普及していた東アジアでは、乗数が1桁の場合は、格子乘法をあまり必要としない社会であった。乗数が2桁以上になるような大きな交易が盛んになるのは、宋代以後のことである。

(2) 東廻りの格子乘法

中国で、もっとも古い記述は、『九章詳註比類算法大全（九章算法比類大全）⁵⁵』（呉敬、1450年）で、「写算」として記述されている。これが、西域から伝わったことは容易に想像できるが、伝播の具体的な史料は乏しい。しかし、格子乘法としては、明確である。

写算「(割注) 先要画置格張、将実数於上、横法数於右、填写実、相呼填写格内、得数従下小数起、遇十進上台」。写算先須仔細看、物錢多少在毫端、就填図内依書数、加減乗除総不難。

写算「(割注) 先ずマスを描かなければならない。被乗数を上に、横に乗数を右に、被乗数で^う詰め、(九九の口訣で) マスを^う詰め、数を下の小数から得て、10になったら繰り上がる。」写算は先ず仔細にみよ。物(の数)と価格の多少を端数から、図の中に^{かき}填き込めば、加減乗除は総じて難しくない。

明代は、口訣で説明することが多いので、格子乘法も韻を踏んだ口訣で説明されている。

名称は「写算」であったが、万暦期(1573年-1620年)になると、「鋪地錦」に変わって行く。明代の類書(百科事典)には「鋪地錦」という名称だけが残っている。『万書萃宝⁵⁶』(1596年)巻36「書算玄通」⁵⁷、『三台万用正宗』(1599年)巻22「算法門」⁵⁸、『考実全書』巻16「算法便覧」⁵⁹、『学府全編』(1607年)巻14「精采算

⁵⁴ 奈良文化財研究所飛鳥資料館蔵。

⁵⁵ 『九章詳註比類算法大全』「起例」(任継愈(他))(1993)『中国科学技術典籍通彙』「数学巻」2:30-31。

⁵⁶ 早稲田大学図書館小倉文庫蔵書(児玉明人(1970)『十六世紀末明刊の珠算書』:解説53)請求記号:イ16 01255。明万暦24年刊行の日用類書(百科事典)で、東京大学東洋文化研究所に残巻9巻がある。索書号:仁井田・子・N3084。

⁵⁷ 児玉明人(1970)『十六世紀末明刊の珠算書』:60。

⁵⁸ 『三台万用正宗』(『新刻天下四民便覧三台万用正宗』43巻、1599刊、『日用類書』、『類書集刊』所収、2019年4月24日) <http://sandaibanyou-sanpoumon-2019-04-24.pdf>

⁵⁹ 児玉明人(1970)『十六世紀末明刊の珠算書』:65。国会図書館の『学府全編』(古典籍資料室請求記号へ-24、YD1-261(マイクロフィルム))巻14として所蔵(児玉明人(1970)『十六世紀末明刊の珠算書』:解説63-67)。

法真訣」⁶⁰に「鋪地錦」の記述がある。4つとも基本的に同じで、

数代因乘法更奇、鋪地錦名捷徑篇、置実先当横上位、但為法者右傍添、縦横格定仍科界、九九相因上下亭、遇十須施斜格上、逢単即抽下層宣、数来单子作成数、有十還当赶向前、算者從斯能触数、厘毫絲忽不差焉。

数代因乘法は更にふしぎで、鋪地錦の近道篇なすに名く、実(被乗数)を置いて、先ず横の上位にあてる。但し法は右傍に添え、縦横のマスは斜めに区切って、九九の掛け算を上下にして、10になったら斜めマス上にして、一けたになったら下に一けたの数にして、10になったら繰り上げる。計算はうまくゆき、端数(厘毫絲忽)も間違がえることはない。

となっている⁶¹。

このように、明代には民間では「鋪地錦」という術語の方が多いのだが、『算法統宗』(程大位、1592年)では、旧来の「写算」を先に挙げ、「写算、鋪地錦」としている。その後、「因乗図」として表している。



図9 『算法統宗』(17巻本)「写算」⁶²



図10 『算法統宗』(12巻本)「写算」^{63 64}

写算鋪地錦為奇、不用算盤数可知、法実相呼小九数、格行写数莫差池。

記零十進於前位、逐位数上亦如此、照式画図代乘法、厘毫絲忽不須疑。

写算・鋪地錦はふしぎなもので、ソロバンを用いず数がわかる。法(乗数)と実(被乗数)を九九で唱え、格子に数を写せば池(誤差)と差がない。

端数(零)を記入して、10になったら前の位に繰り上がり、このように逐次繰り上げる。式にあわせて図をかいて掛け算に代えて、端数(厘毫絲忽)もすべからく疑いなし。

ここで、「写算」の語源も『算法統宗』は説明している。「格行写数莫差池(格子

⁶⁰ 国立天文台・貴重図書 1581、『学府全編』巻14「精采算法真訣」3丁表裏4丁表。児玉明人(1970)『十六世紀末明刊の珠算書』:68に影印がある。なお、国立天文台蔵書には、平山諦(1904-1998)氏の付箋があり、「この本他に見ず」とあるため、孤本と考えられる。また、高井氏の印影がある。国会図書館の『学府全編』(古典籍資料室請求記号へ-24、YD1-261(マイクロフィルム))には、巻14-18が欠けており、『考実全書』の該当部分(「算法」は巻14なので、『考実全書』巻16を手書きで巻14と改竄)を補っている(児玉明人(1970)『十六世紀末明刊の珠算書』:解説63-67)。

⁶¹ 趙建斌(2010)『『鏡花縁』"鋪地錦"指謬』。

⁶² 巻17、4丁裏。任継愈(他編)(1993)『中国科学技術典籍通彙』「数学巻」2:1407。

⁶³ 巻12、3丁裏。程大位、黎凱旋(校訂)(1592;1986)『算法統宗』台北:易学出版社:528。光緒9(1883)年版の12巻本。

⁶⁴ 日本学士院(編)(1954;1979)『明治前日本数学史』4:157には巻12とあり、12巻本を調査したようである。

に数を写せば池（誤差）と差がない。」と、格子に数字を写すので、「写算」だと言ったことがわかる。また、『算法統宗』では、格子の中の数字（「明数」）まで蘇州号碼（「暗数式」）を使っているのが注目される。『算法統宗』には数多くの版本があるが、17 卷本⁶⁵、12 卷本⁶⁶、湯浅訓点本（湯浅得之（訓点）、1675 年）⁶⁷に「写算」別名「鋪地錦」として記述されている。

『大成算経』卷 2「鋪地錦」第 3 問は、織工 2389 人が一人当たり 7 尺 6 寸 4 分を織り、その総数を問うもので、格子乘法を使って解いている。

法曰、置工於上為実、置織長於右為法、画縦横斜路図為式、法実逐下相乗、畢聚每斜一路数、而得惣数。

法にいう。織工数を上に置いて実とし、織った長さを右に置いて法とする。縦横斜路図をかいて式とする。法実を順番にしたに掛けてゆき、終わったら、斜め一路ごとに数をあつめ、総数を得る。

と、格子乘法を記述している。

§ 5 結論

このように、関孝和（1645?-1708）、山路主住（1704-1772⁶⁸）といった勘定方と算・天文学者は、明代数学書から格子乘法を学んでいたのであって、東廻りの系譜であった。その証拠に西廻りの系統に属する韓国書『九数略』（崔錫鼎⁶⁹、1710-15? 年頃）には、「文算」という名前で伝わっている⁷⁰。

西廻りの影響を受けたのは、『筆算』より『籌算』の方が大きかった。有沢致貞は、梅文鼎の著作のからではなく、陳雯の『三才発秘』から籌算を学んだ。ところが、この『三才発秘』は数学書というより術数書であったため、民間の数字である蘇州号碼も記述されていた。ネイピアの計算尺の数値（明数）は漢数字であったが、何列目であるかは、暗数として蘇州号碼が使うようになっていたのである。これは、梅文鼎の著作にはないもので、「写算」や「鋪地錦」に使う技法であった。

蘇州号碼はその後、ネイピアの計算尺から独立して、ジャーゴンとして薬商に使われるようになった。これは、籌算を主に使ったのが、珠算を蔑視していた医学者であったこととも関係している。蘇州号碼が西洋伝来のネイピアの骨と関係することは共通認識としてあったようで、山本一二三の『早算手引集』（山本一二三、1775 年）では蘇州号碼を「阿蘭陀符帳」として記述している⁷¹。誤認したものか、それとも印象的な名称を付けることで著書を目立たせたかったのかは分からない。しかし、初等数学書、教科書としては、成功したようで、筆者が現地調査を行った福島県い

⁶⁵ 比較的入手しやすい影印本では任継愈（編）（1993）『中国科学技術典籍通彙』2:1213-1421 がある。

⁶⁶ 影印本では、程大位、黎凱旋（校訂）（1592; 1986）『算法統宗』台北:易学出版社、がある（光緒 9（1883 年）上海:掃葉山房版の影印）。

⁶⁷ 東北大学蔵、狩野文庫、請求記号 7.31523.1、レコード番号 4100009888。

⁶⁸ 安永元年 12 月 11 日（1773 年 1 月 3 日）。

⁶⁹ 崔錫鼎（1646~1715）は全州の両班。字は錫萬。諱は汝時、汝和、号は存窩、明谷。父は崔後亮で母は安獻徴の娘。崔後尙に養子縁組された。

⁷⁰ 文算（写算、鋪地錦）となっている（藤原松三郎（1941）「支那数学史ノ研究 IV」『帝国学士院紀事』48: 81, 82）。

⁷¹ 城地茂・劉伯雯・張濤（2012.4）『三才発秘』（陳雯、1697 年）と「阿蘭陀符帳」参照。

The Influenced on Lattice Multiplication into Japan

わき市でも、「阿蘭陀符帳」の部分をノートしたと思われる写本が発見されている。江戸時代後期（地方和算期）の和算家は、このような地方の郷土・豪農層に広がっていた。

このように、和算家に分類される数学者の多くは東廻り格子乗法の影響を受けていた。反対に西廻りの格子乗法を受け入れたのは、医学者や軍学者であった。「筆算」の影響もあるが、主に「籌算」（ネイピアの計算尺）であった。たとえば、国学者の益谷末寿が著した『筆算指南』（益谷末寿、1790年）は、西洋筆算の著作であるが、格子乗法の記述はない。

術語についても、先に述べた「阿蘭陀符帳」のように和算家と他分野の学者とは、交流が少なく、異なった術語を用いていることもある。しかし、筆算については、伝統的な和算家も同じ用語を使っている例がある。

たとえば、地方和算家である石黒信由（1760-1836）にも格子乗法がある。書名でも明らかなように、『筆算』（石黒信由、1804年⁷²）であり、『算法統宗』と同じような西廻りの格子乗法である。そして、繰り上がりの数値⁷³は、蘇州号碼を使っている。『算法統宗』はマスの中の数値に蘇州号碼を使っており、術語は西廻りのものであるが、内容は東廻りといってもよいだろう。

このように、日本に東廻りと西廻りの格子乗法が伝播したが、それらを受け入れた階層が異なったため、術語も異なっていた。このような格子乗法の沿革から、18世紀以後の和算・天文学は、地方和算と紅毛算和算が並存した時代と考えたい。

表1 日本数学史・天文学史の時代区分

大区分	中区分	小区分	年代	事項	通説		
和算時代	律令格式時代「古代」	律令期	554-730	暦博士来日	古代		
		格式期	731-1246	『周髀算経』重視格			
	和算時代「近世」	前和算期	1247-1673	『数書九章』の成立	中世		
		和算期	勘定方 和算期	1674-1780		『発微算法』刊行	近世
			じかた 地方和算期・ 紅毛算期	1781-1876		『精要算法』刊行	
洋算時代			1877-	東京数学会社の設立	近代		

⁷² 東北大学蔵和算資料岡本写 684。なお、五十嵐厚義（1790/93-1860/61）は1812年に追加をつけている。ここでは、査読者より有益な情報を得た。

⁷³ 繰り上がりの数値には、蘇州号碼なのか算木符号なのか不明な記号を使っている。数値が4未満なので、判別が不能である。

表2 格子乗法と蘇州号碼の一覧表

書名	著者	年(→日本 伝来年)	蘇州号碼の 「5」の形状	蘇州号碼の名 称	格子乗法の 名称
数書九章	秦 九韶	1247	(横式算木)		無
楊輝算法	楊 輝	1275→16c	(横式算木)		無
九章詳註比類算法 大全	呉 敬	1450	無	無	写算
盤珠算法 ⁷⁴	徐 心魯	1573	連続縦式 子	馬子暗数	鋪地錦 ⁷⁵
桐陵算法 ⁷⁶	徐 少嵩	1614	分離縦式 子	馬子暗数	鋪地錦
算法統宗 ⁷⁷	程 大位	1592→17c	連続横式 ㄥ	暗馬式	写算 ⁷⁸ (鋪 地錦)
籌算	羅 雅谷	1645→1726	無	無	籌算
籌算	梅 文鼎	1678→1726	無	無 ⁷⁹	籌算
筆算	梅 文鼎	1693→1726	無	無	筆算 列位 図式
籌算 (訓読本)	梅 文鼎、中川淳 庵 ^{80 81} (訓読)	安永頃 ⁸²	無	無 ⁸³	籌算 ⁸⁴
三才発秘	陳 雯	1697→1720	連続横式 ㄥ	暗数	籌算
大成算経 ⁸⁵	関 孝和 (他)	1710	無	無	鋪地錦
九数略 (朝鮮)	崔 錫鼎	1710-15?	無	無	文算 (写算、 鋪地錦)
算法指要	有沢致貞	1725	無	無	籌算
牙籌譜	山県昌貞	1764	無	無	籌算 ⁸⁶
籌算指南	千野乾弘	1767	連続横式 ㄥ	暗数の式	籌算

⁷⁴ 『盤珠算法』(徐心魯、1573年) 1:11B-12A。

⁷⁵ 単位付きで、上位から計算している。数値は漢数字。

⁷⁶ 巻2の名称は、『明珠算法』となっている。

⁷⁷ 日本学士院(編)(1954;1979)『明治前日本数学史』4:157には巻12とあるが、これは12巻本の最終巻の意か? 『算法統宗』(程大位、1592年) 17:4B。

⁷⁸ 「明数」を蘇州号碼で表記。

⁷⁹ 「明数」「暗数」という用語あり。

⁸⁰ 日本学士院(編)(1954;1979)『明治前日本数学史』4:158に『籌算』訓読の記述がある。中川淳庵(1739-1786)は若狭国小浜藩の蘭方医で、名は鱗。前野良沢・杉田玄白とともに『解体新書』を翻訳した。なお、遠藤利貞(1896;1918,1960,1981)『増修日本数学史』:362本文には、号を都邨としているが、これは出身地の若狭の意である(和田信三郎(1941;1994)『中川淳庵先生』:28)ことを三上義夫も頭注で指摘している。

⁸¹ 中川淳庵と『解体新書』を翻訳した前野良沢(1723-1803)は、年代不祥の『籌算筆記例』(鷹見泉石(1785-1858)自筆写本『蘭化雑篇』に収録)を残している(大分県立先哲史料館(編)(2008-10)『前野良沢資料集』2、157-161)が、ここでガレー船方式の除法(「筆算」)を記述している。数字には符帳は無く、漢数字である。

⁸² 安永年間は、1772年から1781年。『解体新書』(杉田玄白・前野良沢・中川淳庵、1774年)出版前後に中川淳庵はオランダ語学習を始めたので、この頃の写本と考えられる。

⁸³ 「明数」「暗数」という用語あり。

⁸⁴ 「牙」とカタカナで長音符のフリガナがある。この長音符表記法は日本最古の例である可能性がある(和田信三郎(1941;1994)『中川淳庵先生』:65-66)。「籌」は縦書きで「写算」のように正方形の格子になっている。

⁸⁵ 日本学士院(編)(1954;1979)『明治前日本数学史』5:432。『大成算経』(関孝和(遺稿)、1710年) 2:20A。

⁸⁶ 縦書きの籌、表記は漢数字(日本学士院(編)(1954;1979)『明治前日本数学史』5:438)。

The Influenced on Lattice Multiplication into Japan

籌算開平立方法 ⁸⁷	千野乾弘	1768	連続横式	〇 ⁸⁸	暗数の式	籌算
捷徑算法	千野乾弘	1770	連続横式	〇 ⁸⁹	暗数の式	籌算
早算手引集	山本一二三	1775	連続縦式	子	阿蘭陀符帳	無
筆算指南	益谷末寿	1790	無		無	無
算用萬取集日記	四家福房(写本)	1798	連続縦式	子	阿蘭陀符帳	無
筆算	石黒信由・ 五十嵐厚義	1804 (1812)	不明(繰り上がり が5未満のため)		(繰り上がり 数?)	筆算
帰乗捷法 ⁹⁰	鶴峯戊申	1826	無		無	籌算 ⁹¹
算学必究 ⁹²	奥村贈地	1841	無		無	籌算
万海早算手引集 ⁹³	不詳	1858	連続縦式	子	菓屋符帳	無
紅毛筆算速成 ⁹⁴	土屋修蔵 ⁹⁵	1867	無		無	無
紅毛算法	植野善左衛門 ⁹⁶	1892	無		無	無
諸商人通用符帳	東京三階堂(編)	1893	連続縦式	子	菓商通用符帳	無
籌算指南(謄写)	千野乾弘(覆刻)	1936 ⁹⁷	分離縦式	子	暗数の式	籌算

§ 6 参考文献

- [1] John Napier (1617; 1990) *Rabdology*. Trs. by William Frank Richardson; Intr. by Robin E. Rider. MIT Press.
- [2] 陳 雯 (1697; 1997) 『三才発秘』台北: 集文書局。
- [3] 陳 雯 (畊山)、石橋菊子 (訳) (1697; 1936; 1972) 『三才発秘:新訳』京都: 学而堂書店、3 卷。
- [4] カジョリ (Cajori, Florian)・小倉金之助 (補訳) (1896; 1925、(訳) 1928; 1955; 1970; 1997) 『カジョリ初等数学史』東京: 共立出版。
- [5] 李 儼 (1928; 1954) 「永楽大典算書」『図書館学季刊』1928-2: 189-195.
- [6] 李 儼 (1930; 1954) 「宋楊輝算書考」『図書館学季刊』1930-1: 1-21.
- [7] 李 儼 (1958; 1998) 『銅陵算法』的紹介『安徽歴史学報』2: 8-18.
- [8] 李 儼・銭宝琮 (郭書春・劉鈍 (編)) (1998) 『李儼・銭宝琮科学史全集』10 卷、瀋陽: 遼寧教育出版社。
- [9] 小倉金之助 (1935-1948) 『数学史研究』2 卷、東京: 岩波書店。
- [10] 和田信三郎 (1941; 1994) 『中川淳庵先生』立命館出版社、京都: 大空社。
- [11] 藪内 清 (編) (1970) 『明清時代の科学技術史』京都: 京都大学人文科学研究所。
- [12] 藤原松三郎 (1944) 「宋元明数学の史料」『帝国学士院記事』3-1: 167-193. 藤原松三郎先生数学史論

⁸⁷ 『籌算開平立方法』は東北大学、岡本刊、請求記号 156。東北大学、藤原文庫、請求記号 3656。

⁸⁸ 日本学士院 (編) (1954; 1979) 『明治前日本数学史』5: 435。

⁸⁹ 日本学士院 (編) (1954; 1979) 『明治前日本数学史』5: 434。

⁹⁰ 日本学士院、請求番号 1635。1885 年に刊行した際の奥書が『籌式捷法』、内題は『籌式便覧』。

⁹¹ 籌の格子が四角張っている。

⁹² 『算学必究』は日本学士院、請求番号 5691。

⁹³ 『万海早算手引集』は東京学芸大学、請求番号 465。

⁹⁴ 『紅毛筆算速成』は日本学士院、請求番号 2599。

⁹⁵ 土屋修蔵の諱は愛親。

⁹⁶ 植野善左衛門は佐久間派の和算家。1846-1919 (飯塚正明 (1983) 「東北地方の天文暦学の概要と和算家の暦学研究について」『数学史研究』98: 19-30)。

⁹⁷ 東京古典数学書院による謄写版復刻本、昭和 11 (1936) 年。

- 文刊行会（編）『東洋数学史への招待』231-257 所収.
- [13]日本学士院（編）（藤原松三郎）（1954;1979）『明治前日本数学史』5 卷、東京:岩波書店、野間科学医学研究資料館.
- [14]武田楠雄（1953）「中国の民衆数学」『自然』1953-9:57-63.
- [15]Bibhutibhusan Datta and Avadhesh Narayan Singh (1962) *History of Hindu Mathematics*, New York: Asia Pub. House.
- [16]鈴木久男（1964）『珠算の歴史』東京:富士短期大学出版部.
- [17]児玉明人（1966）『十五世紀の朝鮮刊銅活字版数学書』東京:富士短期大学出版部.
- [18]児玉明人（1970）『十六世紀末明刊の珠算書』東京:富士短期大学出版部.
- [19]矢野道雄（編）（1980）『インド天文学・数学集』東京:朝日出版社.
- [20]李 迪、白 尚恕（1985）「康熙年間製造の手搖計算器」吳文俊（編）『中国数学史論文集（一）』濟南:山東教育出版社:52-57.
- [21]中外数学簡史編写組（編）（1686）『中国数学簡史』濟南:山東教育出版社.
- [22]梅 栄照（編）（1990）『明清数学史論文集』南京:江蘇教育出版社.
- [23]小林龍彦（1990）「石田玄圭の暦学と「暦算全書」」『数学史研究』124: 1-9.
- [24]小林龍彦（2020）「兵法学者有沢致貞の「籌算式」について」『数理解析研究所講究録別冊』B81: 53-69.
- [25]任 継愈（他編）（1993）『中国科学技術典籍通彙』「数学卷」5 卷（郭書春（他編））鄭州:河南教育出版社.
- [26]田中 充（1996）「江戸時代後期の籌算について」『数学史研究』149: 20-34.
- [27]郭 世栄（1997）「納貝爾籌在中国的伝播与発展」『中国科学史料』18-1:12-20.
- [28]楊 瓊茹（2001）「GELOSIA METHOD—從阿拉伯出發」『HPM 通訊』4-12: vol4no12c.htm.
<http://math.ntnu.edu.tw/~horng/letter/vol4no12c.htm>
- [29]城地 茂（2005; 2009）『日本数理文化交流史』台北:致良出版社.
- [30]城地 茂・劉 伯雯・張 濤（2011）「宋元明代数学書と「阿蘭陀符帳」」『数理解析研究所講究録』1739:128-137.
- [31]城地 茂・劉 伯雯・張 濤（2012）「『三才発秘』（陳雯、1697 年）と「阿蘭陀符帳」」『数理解析研究所講究録』1787:105-115.
- [32]城地 茂・張 耀祖・張 濤・劉 伯雯（2014）「東西の格子乗法から見た近世日本数学」『数理解析研究所講究録』別冊 50: 167-180.
- [33]藤原松三郎先生数学史論文刊行会（編）（2007）『東洋数学史への招待』仙台:東北大学出版会.
- [34]大分県立先哲史料館（編）（2008-10）『前野良沢資料集』、全3 卷、大分県教育委員会.
- [35]趙 建斌（2010）「『鏡花縁』” 鋪地錦” 指謬」『連雲港師範高等専科学学校学報』2010-1:18-20.