

オンシェル科学 vs. オフシェル科学

小嶋 泉
ドレスト光子研究起点

(2019.6.27)

1 量子場理論におけるオンシェル vs. オフシェル

量子場に対する従来の標準的扱いで議論されてきたのは、相互作用する Heisenberg 場 φ と質量殻条件 $p^2 = m^2$ (mass-shell condition) を通じてその φ から抽出され生成消滅作用素で記述される可視的自由度としての《オンシェル》on-shell 成分を記述する漸近場 ϕ^{as} であり、 φ と ϕ^{as} の関係は L(ehmann-)S(ymanzik-)Z(immermann) の公式で与えられてきた。

このような標準的文脈において、質量殻条件を満たさない off-shell 部分は量子場相互の間の相互作用を司る mode としての重要な働きが隠されているのだが、それ自体は不可視に留まり、通常の物理の文脈だと意識にすらのぼらない。ところが、電磁場の off-shell mode に隠された「ドレスト光子」に着目することによって大津元一先生が展開して来られたオフシェル科学 [1] には、常識を破る量子電磁場の目覚ましい働きが秘められていた！そうした量子場の off-shell mode の振舞を、on-shell mode との対比を通じて明示することを試みたい。

2 Heisenberg 場と漸近場, その相互関係

まず、量子場理論の相対論的枠組で Heisenberg 場 φ の時空的振舞を考えれば、それは相対論的時空対称性を記述する Poincaré 群の作用下で場 φ が従う変換性で定まる。簡単のため、場 φ を質量 m のスカラー場とすれば運動方程式は

$$(\square + m^2)\varphi = (\text{polynomial in } \varphi) =: J_H \quad (1)$$

という形を取り、非線型項 J_H を Heisenberg source current と呼ぶ。Heisenberg 場 φ の非線型方程式に対して、対応する漸近場 ϕ^{as} には非線型項がなく

$$(\square + m^2)\phi^{as} = 0, \quad (2)$$

「漸近的完全性」の仮定の下に φ, ϕ^{as} の相互関係は、

$$\varphi(x) \underset{x_0 \rightarrow \mp\infty}{\longrightarrow} \phi^{in/out}(x) \quad (3)$$

$$\varphi(x) = S^{-1} : (\omega_0 \otimes id)(T[\varphi(x) \otimes 1] \exp(iJ_H \otimes \phi^{in})) : \quad (4)$$

$$=: (\omega_0 \otimes id)(T[\varphi(x) \otimes 1] \exp(iJ_H \otimes \phi^{out})) : S^{-1}, \quad (5)$$

$$S =: (\omega_0 \otimes id)(T \exp(iJ_H \otimes \phi^{in})) :=: (\omega_0 \otimes id)(T \exp(iJ_H \otimes \phi^{out})) : \quad (6)$$

で与えられる。 S はS-matrix operator, (4) & (5)式は Haag-GLZ 展開公式と呼ばれ, Heisenberg 場 φ を対応する漸近場 ϕ^{as} によって漸近的に記述する。

3 「漸近的完全性」とは？

因みに, 上式右辺の $:\exp(iJ_H \otimes \phi^{in/out}):$ は, 群表現論における Kac-竹崎作用素 (K-T 作用素) の無限次元拡張版に他ならない。

この文脈で「漸近的完全性」という仮定の意味は, S-matrix operator S が関与するような長時間極限での散乱過程において, 非線型な Heisenberg source current J_H から生成された Heisenberg 場 φ を見ると, 線型方程式に従う漸近場 $\phi^{in/out}$ だけで十分満足すべき精度の記述が可能となり, それが (4) & (5) 式の意味することに他ならない:

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= S^{-1} : (\omega_0 \otimes id)(T[\varphi(x) \otimes 1] \exp(iJ_H \otimes \phi^{in})) : \\ &=: (\omega_0 \otimes id)(T[\varphi(x) \otimes 1] \exp(iJ_H \otimes \phi^{out})) : S^{-1}. \end{aligned}$$

こうした事情が, p.3 に述べた 相互作用する Heisenberg 場 φ から質量殻条件 $p^2 = m^2$ によって抽出された可視的自由度としてのオンシェル成分への焦点化という扱いを正当化し, この状況にのみ限定された議論を蔓延させることとなった。それによって, 質量殻条件を満たさない off-shell 部分は不可視に留まり, 通常の物理の文脈だと意識にすらのぼらないという事態が招来され必然化されたのではないだろうか？

4 オンシェル vs. オフシェルとは？

このような形で長らく忘却の彼方に置かれていたオフシェル状況の存在が, ドレスト光子現象を通じてにわかに現実味を獲得し始めた現在, 真剣に取り組むべき新たな課題として,

1) オフシェル状況の詳しい解析を可能にする適切な文脈の発見・定式化と共に,

2) オンシェル・オフシェル両状況が共存する文脈の中で, 両者の間の分離条件を明示化することによって, その相互配置関係を明らかにすること,

3) それに基づいて、オンシェル・オフシェル両状況間の動的な相互移行の仕方を明らかにし、実験状況の動的具体的記述に資すること、

等々が浮上してくることになるのではなかろうか？こうした問題を考えるため、以下では特に、1) と 2) の問題を明らかにしたい。

5 オンシェルとオフシェルの統合

オンシェル・オフシェルの両状況を共存させ、その中でオンシェル、オフシェル各々の状況の特徴づける条件式を同定するという課題を遂行するため、まず注目したいのは、対称性変換を生成する保存 charge Q と Heisenberg 場、漸近場との相互関係並びに、保存する生成子としての $P^2 = P^\mu P_\mu$ に、その考察結果を適用することである。

導出は著書 [2] に譲って結果だけを述べるなら、漸近場を支配する on-shell 条件 $(\square + m^2)\phi^{as} = 0$ より、漸近場 ϕ^{as} の特徴づけは無数個の保存量としての生成消滅作用素 a_k^*, a_k で与えられ、その同じ on-shell 条件から Kac-Takesaki 作用素 $:\exp(iJ_H \otimes \phi^{in}):$ の持つ重要な構造的特徴が帰結する：Heisenberg source current $J_H = (\square + m^2)\varphi_H$ の定義と on-shell 条件 $(\square + m^2)\phi^{as} = 0$ とから、

$$J_H \otimes \phi^{as} = -\partial^\mu [\varphi_H \otimes \overleftrightarrow{\partial}_\mu \phi^{as}].$$

更に漸近条件を考慮して：

$$\begin{aligned} i \int_{\cdot_4} d^4x J_H(x) \otimes \phi^{in}(x) &= -i \int_{\cdot_4} d^4x \partial^\mu [\varphi_H \otimes \overleftrightarrow{\partial}_\mu \phi^{in}] \\ &= -(S^{-1} \otimes 1)[iQ, S \otimes 1] = -(S^{-1} \otimes 1)ad(iQ)(S \otimes 1). \end{aligned}$$

6 保存 charge と漸近場

ここで、 Q は

$$iQ := i \int d^3x [\phi^{in} \otimes \overleftrightarrow{\partial}_\mu \phi^{in}] = \sum_k [(a_k^{in})^* \otimes a_k^{in} - a_k^{in} \otimes (a_k^{in})^*]$$

で定義された保存 charge で、coupling term $W =: T \exp(iJ_H \otimes \phi^{in}) :$ は Heisenberg 場で書かれた非自明な量であるにも関わらず、時間順序積 T と Wick ordering $:\dots:$ を考慮すれば ϕ^{in} と ϕ^{out} だけで定まる量として、**K-T cocycle** と呼ばれる kinematical な量となる。

更に、 $:\exp(iQ):$ という作用素は、真空ベクトル $|\Omega\rangle$ に作用するとコヒーレント状態 (または、指数ベクトル) $:\exp(iQ)|\Omega\rangle:$ を生成し、この状態は非可換 parameter としての a_k^{in} に Wick ordering のせいでその可換な組合せでのみ依存する。White noise analysis の文脈では、これらの量は Wick 積を持った可換環を構成する U -汎函数に対応する。したがって、量子場の散乱過程における probe 系としての漸近場 ϕ^{as} は、その非可換性にもかかわらず、

Wick 積の作用によって重要などころでは可換量として働き、この特徴は測定過程で重要な役割を演じる極大可換部分環 (MASA) $\mathcal{A} = \mathcal{M}^{\mathcal{U}\mathcal{A}} = \mathcal{M} \cap \mathcal{A}'$ とともに共通する性格に他ならない。

7 オンシェル, オフシェルの特徴づけ

こうして、保存 charge Q に上の結果を適用すると、漸近的完全性と保存 charge の表式 $iQ = i \int d^3x [\phi^{in} \otimes \overleftrightarrow{\partial}_\mu \phi^{in}] = \sum_k [(a_k^{in})^* \otimes a_k^{in} - a_k^{in} \otimes (a_k^{in})^*]$ の成立とが等価になる。

そこで一般的な Q を $P^2 = P^\mu P_\mu$ に置き換えて、それにこの結果を適用するならば、

On-shell sector

:= 漸近場 $\{\phi^{as}\}$ or 生成消滅作用素 $\{a_k^*, a_k\}$ で完全に記述される部分状態空間

= 漸近的完全性が成立つ状態空間の部分空間

= $P^2 \geq 0$ を満たし質量値 m でセクター分解 $P^2 = m^2$ が完了する部分状態空間

という解釈が得られる。

よって off-shell sector は、ちょうどこの on-shell sector と disjoint な状態空間の部分空間として同定され、 $P^2 \leq 0$ という条件で特徴づけられることになる。

8 ドレスト光子現象とダークマター・ダークエネルギーとの類似性?

宇宙論の文脈では、ダークマター & ダークエネルギーを巡る観測データの集積と共に、それを担う「未知の素粒子」は何か? という議論が活発になっている。もし、ダークマター & ダークエネルギーの「不可視性」という問題を serious とするならば、どんな「未知粒子」を想定したところで、既知の素粒子と同様の形で漸近場・漸近粒子が存在すれば、それらを不可視の存在に留め置くのは不可能な願望に近い。

ここまで我々が展開してきた文脈を振り返るなら、そうした不可視性を保証できるのは、量子場のオフシェルモードが最適の可能性となり得るのではないだろうか? [3] 一旦それを受入れるならば、ドレスト光子現象とダークマター & ダークエネルギーを巡る問題との間には著しい類似性が顕在化する: 即ち、 $P^2 = P^\mu P_\mu$ のスペクトルの正負に応じて $P^2 \geq 0$ なら可視的、 $P^2 < 0$ なら不可視。同様の視点でカラー charge Q のセクター構造を見ると、 $Q = 0$ が可視的、 $Q \neq 0$ が不可視。とすれば多分、弱い相互作用での flavour 対称性とそこでのニュートリノの凝縮モードが関与する可視/不可視の問題があるはずではないだろうか?

9 オフシェル科学としてのドレスト光子

《ドレスト光子の生成と局在》

現象 1 & 11: ドレスト光子はナノ物質とその表面や特異点（物質内のナノ寸法の異質物，不純物原子など）に生成しそこに局在する

4 項図式：動力学 → 代数 → 状態 → 分類空間，に従ったドレスト光子記述では，生成されたドレスト光子の運動が次に問題で，空間的移動の特徴は，移動の双方向性と移動に関与するナノ物質の等サイズ性，移動の階層性・自律性，移動に伴うエネルギーの時間的変化の速度，ということ：

《ドレスト光子の空間的移動》

現象 2: ドレスト光子は近接して置かれたナノ物質間を双方向的に移動する

現象 3, 5, 9: ドレスト光子のナノ物質間移動は，そのサイズ依存性に関して自律的・階層的な仕方で行われ，特に等サイズのナノ物質間を最大効率で移動する：

《ドレスト光子のサイズ》

現象 8: ドレスト光子の最大寸法は 50 ~ 70nm

小型のナノ物質中の第一励起準位に共鳴する光が入射したとき，励起子の生成，ドレスト光子の移動，緩和を繰り返し入射光のエネルギーは中型のナノ物質を経て，最後には大型のナノ物質に励起子を生成する。すなわち：

現象 10: ドレスト光子のエネルギー移動の時間変化はランダムウォーク過程のそれより急速

10 ドレスト光子援用アニールの作用

《ドレスト光子援用アニールの作用》については，以下のような興味深い現象がドレスト光子理論の提唱者・大津元一先生 [1] によって明らかにされているが，これを量子場理論およびオフシェル科学の一般的文脈においてどのように位置付けるべきか，筆者には未だ十分明らかではない。今後の重要課題ではないだろうか？

現象 12: ドレスト光子援用アニールによって珪素結晶中の異質物であるボロン (B) 原子の空間分布は自律的に変化し，珪素結晶の発光のための最適分布を形成する

現象 13: ドレスト光子援用アニールにより製作された発光デバイスは光子ブリーディング効果を示す

現象 14: ドレスト光子援用アニールによって珪素結晶 (間接遷移型半導体) 中の B 原子対の長さ，方向，さらにその鎖状の配列形状が自律的に制御される

オフシェル科学によりドレスト光子が間接遷移型半導体に大きな光増幅利得を付与した。これにより珪素結晶により高い出力光パワーと低い発振しきい値電流密度が実現したのである。すなわち

現象 15: ドレスト光子援用アニールを施された珪素結晶は間接遷移型半導体であるにもかかわらず，高い光パワーを放出する光デバイスとなる

現象 16： ドレスト光子援用アニールによって炭化珪素結晶（間接遷移型半導体）は強磁性体としての性質を獲得し、また可視域において巨大磁気光学効果を示す

References

- [1] 大津元一：ドレスト光子，光・物質融合工学の原理（朝倉書店，2013）；ドレスト光子はわかり（丸善プラネット，2014）；これからの光学，古典論・量子論・物質との相互作用・新しい光（朝倉書店，2017）.
- [2] 小嶋泉：量子場とマイクロ・マクロ双対性（丸善出版，2013）.
- [3] 佐久間弘文氏は，ドレスト光子に関わる共同研究の中で，ドレスト光子とダークマター，ダークエネルギーとの関連に早くから注目されてきた.