（ 続紙 １ ）

| 京都大学 | 博士（　　農　学　　） | 氏名 | MEAN Sovanna |
|---|---|---|---|
| 論文題目 | Generalized Solutions to Several Problems in Open Channel Hydraulics<br>（開水路水理学におけるいくつかの問題に対する一般化解） | | |

（論文内容の要旨）

本論文は，１次元開水路流れにおける現象を微分方程式によってモデル化した際に，その解が滑らかさを失うことについて探求したものである．例えば，ダムが崩壊した時に発生する衝撃波や，灌漑用水路においてゲートを操作した時に伝播していく流量波を，時間と空間の関数として表そうとすれば，連続性や微分可能性に関する要請を緩和せざるを得ないため，「微分方程式の解とは何か？」という問いに立ちかえって研究を進めることが必須になる．２０世紀なかば以降に急速に発展した「弱解」あるいは「一般化解」，および，「粘性解」という概念は，流体現象の理解全般に関して明瞭な指針を与えている一方，開水路水理学における展開は大きく遅れていると言わざるを得ない．本論文は，このリサーチギャップを埋めるものである．

本論文は全６章から構成される．

第１章では，開水路水理学を俯瞰し，研究の背景を説明した．

第２章では，関連する研究の文献レビューを行い，研究課題を整理した．

第３章では，重力と摩擦力がつりあっているという仮定のもとで得られる「キネマティックウェーブ方程式」を扱った．この微分方程式は，洪水流の追跡などに古くから用いられているが，スカラーの未知変数としての水深を支配する１階の準線型偏微分方程式であり，解が滑らかさを失わないという仮定のもとではハミルトン・ヤコビ型の方程式に変形できる．ハミルトン・ヤコビ型の方程式については，滑らかでない粘性解を考えることができ，その数値解法として「レベルセット法」が知られている．本章では，レベルセット法をキネマティックウェーブ方程式に適用すれば，他の手法では困難な水路の一部において水深がゼロとなる場合を容易に取り扱うことができることを示した．一方，不連続な衝撃波の再現については，レベルセット法は必ずしも有効ではないことを示唆した．

第４章では，キネマティックウェーブ方程式を，ハミルトン・ヤコビ型の方程式としてではなく，保存型の１階準線型偏微分方程式として取り扱った．１次元空間領域における保存型１階準線型偏微分方程式については，可測かつ有界な関数の空間，すなわち，不連続をも許容する滑らかでない関数の空間における一般化解の理論が確立されている．その理論によれば，水理学における定説とは異なり，キネマティックウェーブ方程式には，滑らかな入力条件のもとでも，散逸せずに成長していく衝撃波を表す解が存在する．本章では，そのような衝撃波を可視化するため，不連続な一般化解の近似に有効であるとされるゴドゥノフスキームを用いた数値計算を行った．ただ

し，あくまでも数値計算例であるため，存在証明とはなっていないことに注意が必要である．

第５章では，水理学で通常用いられる一般的な仮定のもとで，質量と運動量の保存則を表す１次元開水路定常流の支配方程式についての数理解析を行った．この支配方程式は１階準線型常微分方程式であり，一見，初期値問題が適切となるとも考えられるが，本章では，有界領域におけるディリクレ境界値問題，すなわち，解に「境界値」が定義できて指定された値と同一視できるようになる問題の適切性を議論した．開水路の断面が一様である場合の主結果は，以下の４点である．１）一定の条件下で滑らかな解（漸変流）が一意に存在して安定となる．２）粘性解は不連続（跳水）を含みうる．３）粘性解は一般化解である．４）一般化解が一意とならないための必要条件が，ある補助関数を用いて表される．さらに，粘性解が二つ存在するディリクレ境界値問題の具体例を挙げた．

最終章の第６章では，本研究で得られた主要な成果を要約するとともに，今後の展望について言及した．

注）論文内容の要旨と論文審査の結果の要旨は１頁を３８字×３６行で作成し、合わせて、３，０００字を標準とすること。
論文内容の要旨を英語で記入する場合は、４００～１，１００wordsで作成し
審査結果の要旨は日本語５００～２，０００字程度で作成すること。

（続紙　２　）

（論文審査の結果の要旨）

開水路水理学は，流体としての水の挙動を微分方程式などによってモデル化し，その解析を行うことによって実問題の解決に寄与することを目的としている．本論文は，１次元開水路におけるキネマティックウェーブ方程式，ならびに，一般的な定常流の支配方程式を取り扱い，それらの解析手法に関して，とくに，解が連続性や微分可能性を失う場合に重点を置き，新たな提言を行っている．本論文において評価できる点は以下の通りである．

1. ハミルトン・ヤコビ型の方程式に変形したキネマティックウェーブ方程式に対して，レベルセット法の有効性と問題点を検証した．まず，「粘性解」に対する数値解法としてのレベルセット法の有効性を，もっとも典型的なハミルトン・ヤコビ型の方程式であるアイコナール方程式への適用によって確認した．そのうえで，空の灌漑用水路において上流端ゲートが急開放した場合に発生する流れをレベルセット法で数値計算する場合には，特異粘性による正則化を行っても，不連続な衝撃波の正しい再現は困難であることを示した．
2. キネマティックウェーブ方程式を，1.のように変形せず，保存型の１階準線型偏微分方程式とみなせば，滑らかな入力条件のもとでも散逸せずに成長していく衝撃波を表す「一般化解」が存在しうることになる．近年頻発している突発的洪水などの現象を実際に観測すると，そのような一般化解の存在が推察できる．本研究では存在証明には至っていないものの，数値計算による可視化に成功した．
3. 跳水を含む定常流の支配式については，有界領域におけるディリクレ境界値問題の適切性を議論することが必要であるが，従来の開水路水理学においては十分な検討がなされてこなかった．本研究では，一般化解と粘性解の概念を用いることにより，一様断面開水路の場合について，適切性に関するいくつかの新たな結果を得ている．とくに，不連続（跳水）を含む一般化解が一意とならないための必要条件を与え，さらに，粘性解が二つ存在するディリクレ境界値問題の具体例を挙げている．その具体例は，円管における開水路流れの安定性について，重要な示唆を与えるものである．

以上のように，本論文は，解析学にもとづいて開水路水理学の根源的な問題に臨んだものであり，水資源利用工学や灌漑排水学の発展に寄与するところが大きい．

よって，本論文は博士（農学）の学位論文として価値あるものと認める．

なお，令和３年８月４日，論文並びにそれに関連した分野にわたり試問した結果，博士（農学）の学位を授与される学力が十分あるものと認めた．

また，本論文は，京都大学学位規程第１４条第２項に該当するものと判断し，公表に際しては，当該論文の全文に代えてその内容を要約したものとすることを認める．

注）論文内容の要旨、審査の結果の要旨及び学位論文は、本学学術情報リポジトリに掲載し、公表とする。

ただし、特許申請、雑誌掲載等の関係により、要旨を学位授与後即日公表することに支障がある場合は、以下に公表可能とする日付を記入すること。

要旨公開可能日：　　　　年　　　　月　　　　日以降（学位授与日から３ヶ月以内）