

天然林の樹高曲線について

和田茂彦・川村 誠・牧瀬明弘

まえがき

林分材積の推定にあたって、現在わが国においては、直径と樹高を知ることにより立木材積が与えられる、いわゆる二変数材積表が広く用いられている。樹高は胸高直径に比べてその測定にかなり多くの時間・労力を要するので、林分内の全立木については測定しないのが普通で、一般に測定木として一部を選び、これらの胸高直径と樹高の測定値から樹高曲線を求める。北海道演習林においてはこれまで樹種・直径階ごとに毎木樹高測定を行い、それぞれ樹高階ごとに整理して、その本数および材積を示すことが行われてきた。この方法は天然林のような樹木の直径と樹高の関係が環境により極めて複雑に変化する森林、多くの樹種が混交する林分に対しては有効である。また優良樹種についてはその利用材積を正確に把握することができ、立木評価にも役立つといえるが、反面この作業は多くの経費・労力を必要とする上に、多い場合には1直径階について樹高階10以上にも及ぶことがあり、野帳整理、計算等の内業も非常に煩雑となるので、省力化がはかられ、しかも誤差が最小限にとどめられるような方法を採用して、外・内業の簡素化を積極的にはかるべきであろう。

その試みの一つとして白糠区及び標茶区の天然林について樹種群ごとに樹高曲線を作成してみることにした。これは上記の要請に応えるものであり、また現在実施中の森林資源調査においてプロットごとに樹種別の樹高測定を行うことは調査の工期を非常に低下させるばかりでなく、樹種によっては満足すべき測定本数が得られない場合もあるので、これに対処する措置として採用し、既往のデータを極力用いることとしたのである。なお本報告は昭和51年度業務参考資料としてまとめたものに加筆修正等を行ったものである。

資料と方法

資料としては、白糠区については昭和40～50年度の立木処分のデータ、標茶区では昭和49、50年の夏期に行われたプロット調査の資料（樹高測定はK式測高器による）を樹種ごとに一括して用いた。なお後者はプロット内の全立木について、直径は1cm、樹高は1m括約で測定したものである。

もちろん樹高曲線を求める場合には少なくとも各直径階にわたり、合計数十本またはそれ以上、また測定木は正しく全林木を代表するものであるべきで、これらに対する配慮が必要であろうが、上記資料を転用した関係でこれらの条件を充たしていないものも2、3あることはやむをえないであろう。

現在よく用いられ、また計算も比較的簡単な樹高曲線式としては次のものがある。なお従属変数である樹高は全樹高(H)または胸高以上の樹高(H-1.3)が用いられている。

(1) STOFFELS et VAN SOEST 式

$$H = aD^b \quad (a, b \text{ は定数, 以下同じ})$$

(2) NÄSLUND 式

$$H = 1.3 + \left(\frac{D}{a + bD} \right)^2$$

(3) 同上変式

$$H = \left(\frac{D}{a + bD} \right)^2$$

(4) 逆数式

$$H = \frac{D}{a + bD}$$

(5) HENRICKSEN 式

$$H = a + b \log D$$

(6) 二次式

$$H = a + bD + cD^2$$

これらの式はいずれも理論的根拠に乏しく、経験的に与えられたもので適合度はその場合によって異なるといわれているので、まずその適合度の検討を行うこととした。このような実験式の精度の比較は \bar{H} を平均樹高、 H_i を個々の樹高、 \hat{H}_i を樹高曲線式で推定したそれに応ずる値、 n を標本木の数、 p を定数の数とすると

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (H_i - \hat{H}_i)^2}{n - p}}$$

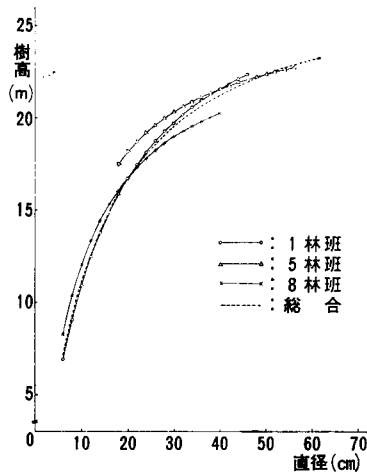
で評価され、お互いの比較は

$$P (\%) = \frac{\sigma}{\bar{H}} \times 100$$

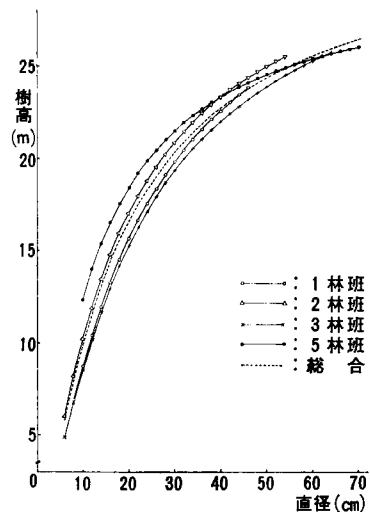
で行うことができる。

結果と考察

各区すべての樹種について実験式の精度を調べ、それぞれについて最も適合度の高いものを採用すべきであろうが、計算量が膨大になるので、白糠区のみについて、直径階範囲も考慮し、ま



図一 林班別トドマツの樹高曲線
(白糠区)



図二 林班別ヤチダモの樹高曲線
(白糠区)

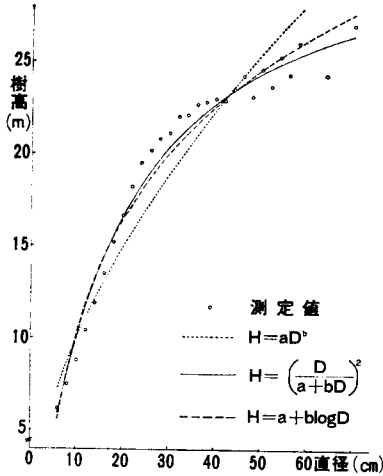


図-3 トドマツの樹高曲線

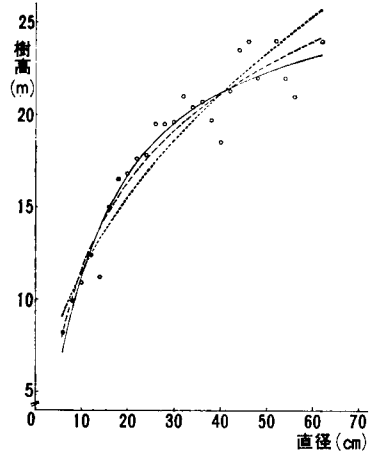


図-4 ヤチダモの樹高曲線

た後に述べるそれぞれの樹種群を代表するものとして、トドマツ、ヤチダモ、ミズナラ、キハダおよびハシドイの5樹種を選び、(1)~(5)式についてそれぞれの精度を比較してみた。厳密に言えば、立地条件の違いを考慮して、林分ごとに測定を行い、樹高曲線を求めるべきであろう。しかしそのための十分な本数が得られないこともあり、省力化のためにはできるだけ1本の線にまとめることが得策である。従ってここでは2つの樹種について林班ごとにまとめて、その間の違いを計算・図示してみた。なお測定本数合計が50本にみたない林班については省略してある。

図に示されるように、この種の調査においては総合された形すなわち平均化されたもので充分目的が達せられるように考えられたので、以下この考えに基づいて作業を進めた。

表からも明らかなように、樹高曲線式の適合度は樹種によって異なるが、一般にNÄSLUND式の精度が良いようで、その中でも全樹高を用いたもの(NÄSLUND変式)がやや優れているといえよう。従って他の樹種についてもこの式によって回帰式を求めることとする。なお標茶区については、胸高以上の樹高を用いてすでに計算が行われ、公式に用いられていたものでこれによることにした。H=aD^bで示される式はいずれの樹種に対しても最も適合度が低く、スギ人工林の結

表-1 樹高曲線式の精度の比較

樹高曲線式 回帰式・誤差率 直径階範囲(cm) 樹種	STOFFELS et VAN SOEST式		NÄSLUND式		NÄSLUND変式	
	回帰式	誤差率(%)	回帰式	誤差率(%)	回帰式	誤差率(%)
トドマツ 6~70	$\log H = 0.412395 + 0.584622 \log D$	10.8	$H = 1.3 + \left(\frac{D}{1.6424 + 0.1753 D} \right)^2$	4.6	$H = \left(\frac{D}{1.4362 + 0.1739 D} \right)^2$	4.3
ヤチダモ 6~62	$\log H = 0.611101 + 0.445908 \log D$	8.5	$H = 1.3 + \left(\frac{D}{1.2567 + 0.1928 D} \right)^2$	6.5	$H = \left(\frac{D}{1.1076 + 0.1894 D} \right)^2$	6.5
ミズナラ 6~148	$\log H = 0.782400 + 0.285744 \log D$	9.7	$H = 1.3 + \left(\frac{D}{1.1993 + 0.2097 D} \right)^2$	6.2	$H = \left(\frac{D}{1.0675 + 0.2043 D} \right)^2$	6.2
キハダ 6~58	$\log H = 0.578752 + 0.430138 \log D$	10.1	$H = 1.3 + \left(\frac{D}{1.3682 + 0.2068 D} \right)^2$	9.7	$H = \left(\frac{D}{1.1901 + 0.2025 D} \right)^2$	9.9
ハシドイ 6~32	$\log H = 0.610654 + 0.348130 \log D$	6.2	$H = 1.3 + \left(\frac{D}{0.8446 + 0.2667 D} \right)^2$	4.1	$H = \left(\frac{D}{0.6882 + 0.2568 D} \right)^2$	4.0

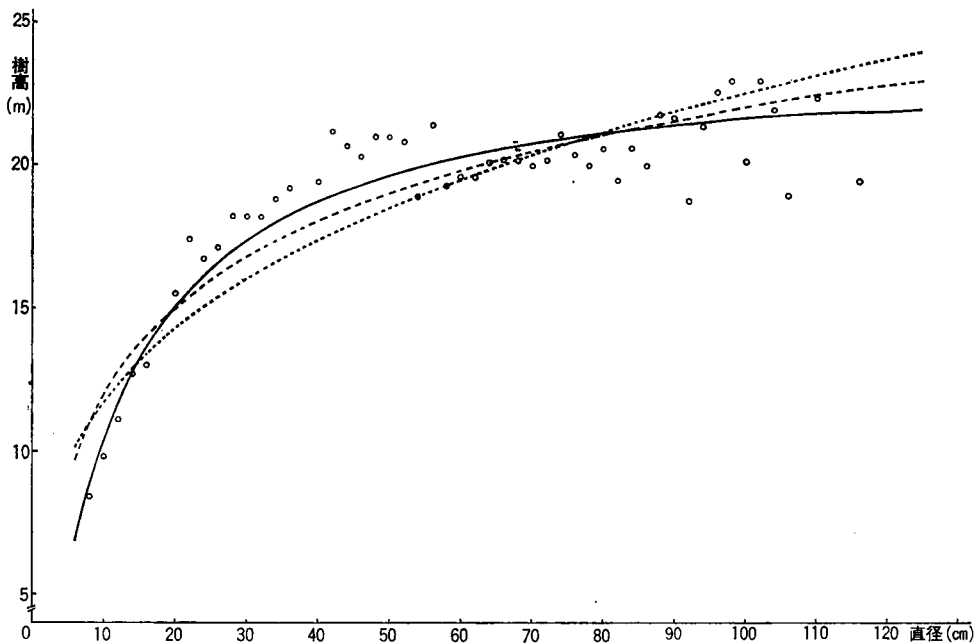


図-5 ミズナラの樹高曲線

果と一致しているが、特にその差が顕著であった。各樹高曲線式によって得られた結果を上記5樹種について図示すると図-3~7のようになり、なお一層曲線の特性が明瞭になるであろう。なおここでは比較的傾向のよく似た(2), (3)及び(4)式はNÄSLUND変式によって代表させてある。

図に示されるように、NÄSLUND式あるいはHENRICKSEN式、特に前者は顕著な変曲点をもつのに対し、STOFFELS et VAN SOEST式のそれははっきりしない。この事実は樹高生長が順調な間はよく適合するであろうが、生長が次第に減退して、いわゆる頭打ち現象がみられるようになると、全体をうまくカバーしえなくなり、天然林あるいは老令林分での適合度が他式に比べて低い原因の一つと考えられる。なお試みに、トドマツについて2, 3の直径級に分けて回帰式を

逆数式		HENRICKSEN式		二次式	
回帰式	誤差率 (%)	回帰式	誤差率 (%)	回帰式	誤差率 (%)
$H = \frac{D}{0.7183 + 0.0266D}$	5.7	$H = -10.408 + 20.5832 \log D$	5.5	$H = 2.338 + 0.8178D - 0.00724D^2$	5.7
$H = \frac{D}{0.5455 + 0.0337D}$	6.5	$H = -4.484 + 15.9982 \log D$	6.8	$H = 5.141 + 0.6692D - 0.00634D^2$	7.0
$H = \frac{D}{0.5045 + 0.0412D}$	6.4	$H = 1.855 + 10.1078 \log D$	7.8	$H = 10.978 + 0.2053D - 0.00092D^2$	10.1
$H = \frac{D}{0.6147 + 0.0389D}$	9.6	$H = -3.575 + 13.7900 \log D$	9.6	$H = 5.608 + 0.4991D - 0.00421D^2$	10.3
$H = \frac{D}{0.4288 + 0.0637D}$	4.3	$H = 1.225 + 8.0336 \log D$	5.0	$H = 3.674 + 0.6676D - 0.01231D^2$	4.3

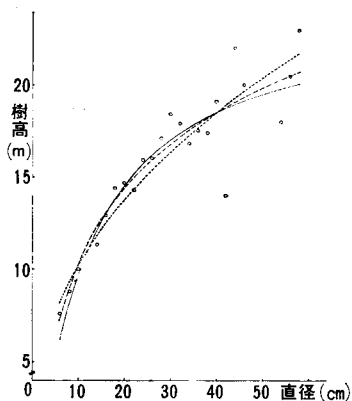


図-6 キハダの樹高曲線

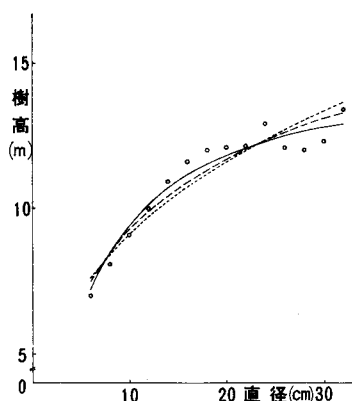


図-7 ハシドイの樹高曲線

求めると、それぞれの回帰係数の間には大きな差が認められ、折線として示すことができ、誤差率もまたきわめて小さくなるが、接合部の修正などが必要で実用的とはいえない。

直径50~60cmのミズナラにみられる樹高の断層は、それ以上の径級を有するもののほとんどが演習林設定前に形質不良その他の理由で伐採の対象とならなかった前生樹の存在を示すものと考えられる。従って樹高曲線を求める場合には2つのグループに分けて計算すべきであろうが、どこに境界線を引くかについて現在確固たる資料が不備であるので、今回は1本の線として示さざるをえなかった。

単に樹高曲線を求めることで目的が終るのではなく、断面積から材積への移行における各直径階の木の平均材積推定のための媒介役として位置づけられた樹高曲線を求めることに最終目的があるということを考慮しなければならない。従って上記5樹種について、採用した NÄSLUND 変式による各直径階推定樹高と立木材積表とによって求めた材積を北海道演習林調査結果と対比することにより、最終目的である材積推定の誤差について検討することとした。この場合全林材積だけでなく、立木評価の基礎となる径級ごとの材積についても誤差及び誤差率を計算して表一

表-2 調査方法による材積推定の比較

樹種 方法と 誤差	ト ド マ ツ					ヤ チ ダ モ				
	北演方式		樹高曲線法			北演方式		樹高曲線法		
	本数	材積(m ³)	材積(m ³)	誤差	誤差率(%)	本数	材積(m ³)	材積(m ³)	誤差	誤差率(%)
径級 (cm)										
6 ~ 20	2702	226.62	241.23	14.61	6.4	379	27.73	27.33	-0.40	-1.4
22 ~ 32	1622	960.96	916.87	-44.09	-4.6	112	52.28	51.50	-0.78	-1.5
34 ~ 46	557	665.29	648.76	-16.53	-2.5	24	29.29	28.94	-0.35	-1.2
48 ~ 58	39	89.21	90.27	1.06	1.2	5	10.88	11.01	0.13	1.2
60 ~ 68	3	10.86	11.49	0.63	5.8	1	3.20	3.07	-0.13	-4.1
70 ~ 98	1	4.71	4.56	-0.15	-3.2					
100 ~										
計	4924	1957.65	1913.18	-44.47	-2.3	521	123.38	121.85	-1.58	-1.2

2に掲げたい。

全材積についてみると、トドマツにおける誤差率 -2.3%が最大で、ハシドイがこれに次ぎ、キハダ、ミズナラの誤差率はきわめて小さく、ヤチダモはその中間にある。スギ人工林において毎木を実測した林分材積と常法による推定材積とでも、樹高曲線式の選択の如何によってはトドマツの場合を上回る数字が得られたこともあるので、上の表の誤差率は決して大きい値ではなく、むしろ充分満足すべき推定がなされたというべきかもしれない。なお立木価格評定上の径級区分ごとにとみると、誤差率が6%以上を示す級がみられるが、人工林でもこれよりはるかに大きい例があり、これは直径、樹高の括約誤差に、場合によっては材積表の誤差が複合されたものである以上同一材積表を用いてのこの比較には当てはまらないが—やむをえないものである。材積推定誤差が、径級によって+、—それぞれに傾くのは、樹高測定値と式により求めた推定樹高との関係によるものであることが、図3～7から推察される。

いくつかの樹種を合わせて1つの樹種群とする考え方の基準となるのは、高木か低木か、樹形、幹形、直径と樹高の関係及びその用途などであり、また求めた各回帰式について分散の一様性の検定を行った後で、回帰係数間の有意差の検定を行う必要があるが、今回は限定された資料を用いた関係で、主として形態的、用途の見地からする分類によることとした。樹種群の数としてはできるだけ少なく、せいぜい4つぐらいを前提にして作業を進めたので、群内に含まれる樹種などについては種々異論があるものと考えられるが、これについては大方の御教示によってより完全なものとしていきたい。

なお直径階範囲、資料数の差異及びたとえ本数は僅かでも異常観測値の有無などが曲線式に大きな影響を与えるので、これらの点を充分考慮する必要があることを指摘しておく。

標茶区の主要樹種の樹高曲線を描き、上記の基準に則って4つの群に分類すると図-8、9が得られた。ヤチダモは高木の中でもきわだった樹高生長を示し、また材価の点でも一段と優れているので、単独で1つの群をつくることにした。なお加重平均値を用いる関係で、各群の曲線は資料の多い樹種の影響を強く受けている。

白糠区についても同様の考え方を適用し、標茶区では出現しなかった樹種をそれぞれ適当な群に分類し、区・樹種・樹種群別の樹高曲線式として示すと表-3のとおりであり、これを図示すると図-10、11のようになる。この2つの図を重ね合わせて両区の樹高生長の違いを見ると、標茶区は各群ともに極めて劣っていることを知るのである。

ミズナラ					キハダ					ハシドイ				
北演方式		樹高曲線法			北演方式		樹高曲線法			北演方式		樹高曲線法		
本数	材積(m ³)	材積(m ³)	誤差	誤差率(%)	本数	材積(m ³)	材積(m ³)	誤差	誤差率(%)	本数	材積(m ³)	材積(m ³)	誤差	誤差率(%)
351	31.48	31.39	-0.09	-0.3	593	44.65	44.03	-0.62	-1.4	4069	160.39	157.15	-3.24	-2.0
275	129.78	124.71	-5.07	-3.9	151	63.50	63.05	-0.45	-0.7	87	24.91	24.65	-0.26	-1.0
136	154.06	145.78	-8.28	-5.4	44	41.70	42.25	0.55	1.3					
84	171.60	165.26	-6.34	-3.7	4	9.09	8.85	-0.24	-2.6					
70	201.33	206.38	5.05	2.5										
134	623.44	638.03	14.59	2.3										
28	257.45	263.27	5.82	2.3										
1078	1569.14	1574.82	5.68	0.4	792	158.94	158.18	-0.76	-0.5	4156	185.30	181.80	-3.50	-1.9

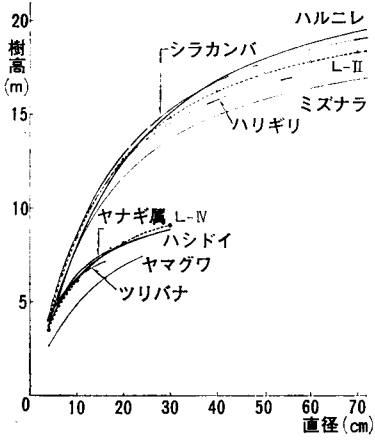


図-8 樹種別の樹高曲線

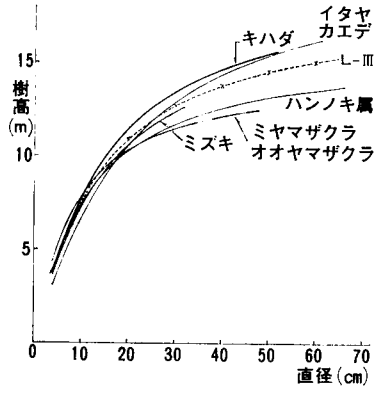


図-9 樹種別の樹高曲線

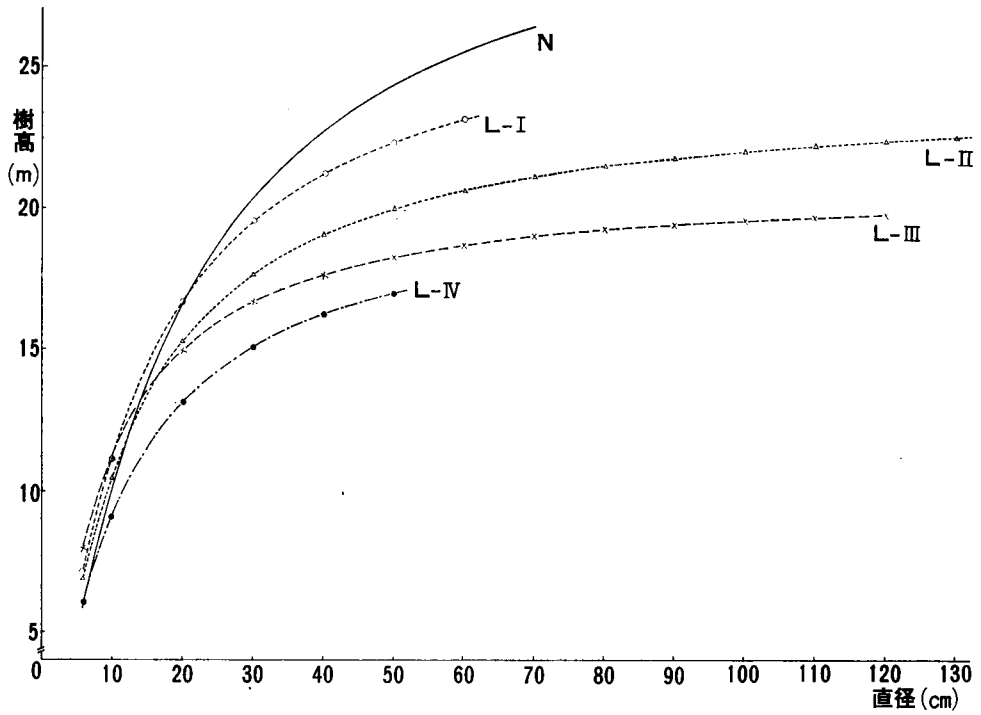


図-10 白欒区樹種群別の樹高曲線

表-3 区、樹種、樹種群別の樹高曲線式

樹種群	区 樹種	白 棘 区			標 茶 区		
		直径階範 囲 (cm)	資料数 (本)	回 帰 式	直径階範 囲 (cm)	資料数 (本)	回 帰 式
		範囲, 資料数: 回帰式					
N	トドマツ	6 ~ 70	4924	$H = \left(\frac{D}{1.4351 + 0.1739D} \right)^2$			
L-I	ヤチダモ	6 ~ 62	521	$H = \left(\frac{D}{1.1076 + 0.1894D} \right)^2$	4 ~ 40	146	$H = \left(\frac{D}{1.3 + \frac{D}{1.3635 + 0.2095D}} \right)^2$
L-II	アサダ	6 ~ 74	960	$H = \left(\frac{D}{1.0770 + 0.1984D} \right)^2$			
	ウダイカンバ	24 ~ 78	19	$H = \left(\frac{D}{1.3225 + 0.1842D} \right)^2$			
	カツラ	6 ~ 118	490	$H = \left(\frac{D}{1.0557 + 0.2045D} \right)^2$	4 ~ 8	3	
	シナノキ	6 ~ 100	1853	$H = \left(\frac{D}{1.0879 + 0.2018D} \right)^2$	6 ~ 44	25	$H = \left(\frac{D}{1.3 + \frac{D}{2.9173 + 0.1871D}} \right)^2$
	シラカンバ ダケカンバ	6 ~ 90	840	$H = \left(\frac{D}{0.6541 + 0.2124D} \right)^2$	8 ~ 78	60	$H = \left(\frac{D}{1.3 + \frac{D}{1.5847 + 0.2147D}} \right)^2$
	ハリギリ	6 ~ 100	296	$H = \left(\frac{D}{0.7794 + 0.2093D} \right)^2$	4 ~ 56	32	$H = \left(\frac{D}{1.3 + \frac{D}{1.4369 + 0.2266D}} \right)^2$
	ハルニレ	6 ~ 110	1030	$H = \left(\frac{D}{1.3474 + 0.1901D} \right)^2$	6 ~ 90	143	$H = \left(\frac{D}{1.3 + \frac{D}{1.8241 + 0.2083D}} \right)^2$
	ミズナラ	6 ~ 148	1078	$H = \left(\frac{D}{1.0675 + 0.2043D} \right)^2$	4 ~ 140	132	$H = \left(\frac{D}{1.3 + \frac{D}{1.6184 + 0.2300D}} \right)^2$
	総合	6 ~ 148	6566	$H = \left(\frac{D}{1.0750 + 0.2021D} \right)^2$	4 ~ 140	395	$H = \left(\frac{D}{1.3 + \frac{D}{1.5444 + 0.2201D}} \right)^2$
L-III	アオダモ	6 ~ 36	7937	$H = \left(\frac{D}{0.7539 + 0.2300D} \right)^2$			
	イタヤカエデ	6 ~ 120	10677	$H = \left(\frac{D}{1.0469 + 0.2151D} \right)^2$	4 ~ 62	107	$H = \left(\frac{D}{1.3 + \frac{D}{2.0914 + 0.2247D}} \right)^2$
	イヌエンジュ	6 ~ 38	412	$H = \left(\frac{D}{1.1730 + 0.1943D} \right)^2$	6 ~ 24	20	$H = \left(\frac{D}{1.3 + \frac{D}{0.8362 + 0.3521D}} \right)^2$
	オニグルミ	6 ~ 56	31	$H = \left(\frac{D}{1.2480 + 0.2024D} \right)^2$	6 ~ 50	13	
	キハダ	6 ~ 58	792	$H = \left(\frac{D}{1.1901 + 0.2025D} \right)^2$	4 ~ 52	260	$H = \left(\frac{D}{1.3 + \frac{D}{1.6377 + 0.2330D}} \right)^2$
	シウリザクラ	6 ~ 50	1281	$H = \left(\frac{D}{1.2884 + 0.1869D} \right)^2$	4 ~ 12	6	
	ドロノキ				6	1	
	ハンノキ属	6 ~ 64	2008	$H = \left(\frac{D}{1.0979 + 0.1973D} \right)^2$	4 ~ 66	112	$H = \left(\frac{D}{1.3 + \frac{D}{1.4596 + 0.2617D}} \right)^2$
	ホオノキ	6 ~ 60	961	$H = \left(\frac{D}{0.7064 + 0.2234D} \right)^2$			
	ミズキ	6 ~ 44	312	$H = \left(\frac{D}{1.2500 + 0.1911D} \right)^2$	4 ~ 32	87	$H = \left(\frac{D}{1.3 + \frac{D}{1.6702 + 0.2451D}} \right)^2$
	ミヤマザクラ オオヤマザクラ	6 ~ 56	647	$H = \left(\frac{D}{0.8434 + 0.2140D} \right)^2$	4 ~ 48	73	$H = \left(\frac{D}{1.3 + \frac{D}{1.1777 + 0.2748D}} \right)^2$
	総合	6 ~ 120	25058	$H = \left(\frac{D}{0.8204 + 0.2175D} \right)^2$	4 ~ 66	679	$H = \left(\frac{D}{1.3 + \frac{D}{1.6153 + 0.2429D}} \right)^2$

	アズキナシ	6 ~ 40	298	$H = \left(\frac{D}{0.9564 + 0.2035 D} \right)^2$			
	コブシ	6 ~ 50	287	$H = \left(\frac{D}{1.4688 + 0.1896 D} \right)^2$			
	サワシバ	6 ~ 52	11652	$H = \left(\frac{D}{0.8466 + 0.2399 D} \right)^2$			
	ツリバナ	6 ~ 10	21		4 ~ 16	103	$H = \left(\frac{D}{1.3 + (0.9721 + 0.3517 D)} \right)^2$
	ナナカマド	6 ~ 40	243	$H = \left(\frac{D}{0.8289 + 0.2045 D} \right)^2$			
	ニガキ	6 ~ 40	457	$H = \left(\frac{D}{0.7651 + 0.2415 D} \right)^2$			
L-IV	ハクウンボク	6 ~ 28	91	$H = \left(\frac{D}{0.8655 + 0.2333 D} \right)^2$			
	ハシドイ	6 ~ 32	4156	$H = \left(\frac{D}{0.6882 + 0.2568 D} \right)^2$	4 ~ 30	877	$H = \left(\frac{D}{1.3 + (1.3235 + 0.3187 D)} \right)^2$
	マユミ	12	1		4 ~ 10	15	$H = \left(\frac{D}{1.3 + (0.7712 + 0.5095 D)} \right)^2$
	ヤナギ属	6 ~ 36	373	$H = \left(\frac{D}{0.8550 + 0.2256 D} \right)^2$	4 ~ 26	31	$H = \left(\frac{D}{1.3 + (1.1690 + 0.3250 D)} \right)^2$
	ヤマグワ	6 ~ 34	556	$H = \left(\frac{D}{0.6547 + 0.3036 D} \right)^2$	4 ~ 24	42	$H = \left(\frac{D}{1.3 + (2.2128 + 0.3104 D)} \right)^2$
	その他				4 ~ 18	20	$H = \left(\frac{D}{1.3 + (3.2045 + 0.2187 D)} \right)^2$
	総合	6 ~ 52	18135	$H = \left(\frac{D}{1.1148 + 0.2202 D} \right)^2$	4 ~ 30	1088	$H = \left(\frac{D}{1.3 + (1.4443 + 0.3095 D)} \right)^2$

註) その他: エゾサンザシ (資料数1), クロツバラ (1), コリンゴ (3), タラノキ (1), ニワトコ (1), ネムロブシダマ (1) 及びノリウツギ (12)

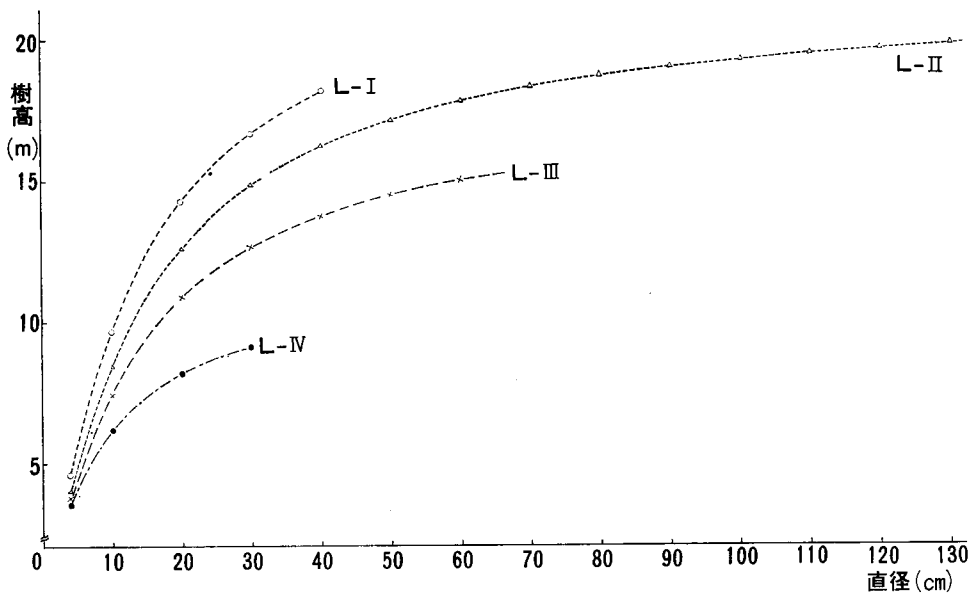


図-11 標茶区樹種群別の樹高曲線

引用文献

- 1) 西沢正久：森林測定 林業教育研究会編 (1972)
- 2) 和田茂彦：樹高測定誤差に関する実証的研究 (I) 樹高曲線の誤差およびそれが林分材積推定に及ぼす影響について 京大演報, **45**, (1973)
- 3) 中島広吉：北海道立木幹材積表, 林友会北海道支部 (1948)