

最適サポート長基底による Wavelet解析に基づくエル・ニーニョ南方振動ENSOの特徴抽出

新井康平¹

¹ 佐賀大学名誉教授、理工学部客員研究員、アリゾナ大学客員教授
arai@is.saga-u.ac.jp

Abstract. ENSO:エル・ニーニョ南方振動の予測は、出現の不規則性から、古くて新しい困難な課題である。本稿では、Daubechies基底関数のWavelet変換による圧縮によるエル・ニーニョ現象の特徴抽出を試みている。具体的な方法として、圧縮後低周波成分のみのデータで再構成して原時系列データのRMS偏差を評価する方法を考案した。また、最適サポート長基底によるWavelet解析に基づく方法を試行し、SOI:南方振動インデックスとSST:海面水温データを用いて特徴抽出を試みた。21年4か月のデータを用い、これら特徴を抽出することが可能であることを確認した。さらに、Wavelet基底の最適サポート長の決定法についても検討した。

Keywords: ENSO:エル・ニーニョ南方振動、Discrete Wavelet Transformation: DWT, SOI:南方振動インデックス、SST:海面水温、Daubechies基底関数、最適サポート長

1 まえがき

エル・ニーニョ現象/ラ・ニーニャ現象は赤道付近だけでなく世界の天候に影響を及ぼすものの1つとして注目され¹⁾⁻⁸⁾、数値モデルや支配方程式を用いた当該現象の数値的予測・推定を行った報告がある。すなわち、数値モデルや支配方程式を用いたエル・ニーニョ現象/ラ・ニーニャ現象の数値的予測・推定を行った報告がある⁹⁾⁻¹⁸⁾。これらは、

数値モデルや支配方程式を伴う外挿法に基づく予測・推定法による報告である¹⁹⁾²²⁾。また、気象庁(JMA)の定義によるエル・ニーニョ現象/ラ・ニーニャ現象の判定のためには、最低限 10 ヶ月分のデータが必要である。

わが国では、気象庁によりエル・ニーニョ現象/ラ・ニーニャ現象の判定がなされている。ところで、気象庁によるエル・ニーニョ現象/ラ・ニーニャ現象の定義は、東部太平洋赤道域の北緯4度～南緯4度、西経150度～西経90度の海域をエル・ニーニョ監視海域とし、ここにおける月平均海面水温の基準値(1961～1990年の30年平均値)との差の5か月移動平均値が6か月以上連続して 0.5°C 以上(-0.5°C 以下)になった場合としている。すなわち、エル・ニーニョ現象/ラ・ニーニャ現象の気象庁による判定のためには、最低限(2+6+2)ヵ月分のデータが必要である。監視海域の月平均海面水温の基準値との差の5か月移動平均値が6か月未満連続して 0.5°C 以上(-0.5°C 以下)になった場合は、非エル・ニーニョ(非ラ・ニーニャ)と判定される。

本研究の目的は、気象庁の定義による判定するために必要な時間を短縮することである。すなわち、より一般的には監視海域の月平均海面水温の基準値との差の5か月移動平均値の絶対値が $\alpha^{\circ}\text{C}$ 以上となる状態がどの程度連続するかという情報を早期に得る手法の確立である。

エル・ニーニョの場合、海水温の異常が発生する数か月前に東から西に流れる赤道海流(北赤道海流と南赤道海流)が弱まったり反転したりする現象が観測されている。これは、何らかの原因によって海流に変化が起きたことによるものと考えられている。また反転の後、西太平洋の低緯度地方(フィリピン付近など)で急激に西風が強まる現象(西風バースト)が観測されたことがあるがこれは赤道海流の変化によって海水温が変化し、これが大気に伝わり気圧の変動を起こしていく過程で発生するものと考えられている。しかし、赤道海流と西風バーストはどちらが原因でどちらが結果であると断定できるものではない。これは両者が海洋大気相互作用現象で密接に関係しているためであり、解明が非常に困難である。

米国/フランス TOPEX /ポセイドン衛星が撮影した海面の高さ(エル・ニーニョ年は偏西風が弱く、エル・ニーニョ海域の SST が上昇、海水膨張により海面高度は高い) ことが分かっている。

本稿では、エル・ニーニョ現象/ラ・ニーニャ現象の早期判定法の確立を目的として、Daubechies 基底を前提した多重解像度解析に基づく圧縮法による特徴抽出を行う。具体的には、海面水温(SST)および南方振動指数(SOI)の時系列データに提案手法を適用することにより、対象時系列の動的特性抽出を行う。その際、基底関数のサポート長の差異による影響を検討する。

2 提案手法

2.1 離散ウェーブレット変換

与えられたスカラー時系列 $f=(x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ に対する離散ウェーブレット変換は、係数 p_i および係数 q_i により構成される正方形行列 C_n を用いて、式(1)により実現される。

$$C_n \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで、

$$\begin{aligned} (C_n^{[sup]})^T \cdot C_n^{[sup]} &= I_n \\ \sum_{j=0}^{sup-1} p_j &= \sqrt{2} \\ q_j &= (-1)^j p_{((sup-1)-j)} \\ (j &= 0, 1, 2, \dots, (sup-1)) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^{sup-1} j^r q_j &= 0 \\ (r &= 0, 1, 2, \dots, (\frac{sup}{2} - 1)) \end{aligned} \quad (3)$$

である。すなわち、与えられたスカラー時系列は、ウェーブレット変換により低周波成分および高周波成分に2分割される。なお、係数 p_i

は低周波成分に関するものであり、係数 q_i は高周波成分に関するものである。

本稿では、この離散ウェーブレット変換にサポート長(sup)の Daubechies 基底関数を用いることを前提としている。たとえば、観測データ数が 8 の場合でサポート長が 2 の場合は、式(4)、4 の場合は、式(5)でそれぞれウェーブレット変換行列は表せる。

$$\begin{aligned}
 C_8^{[2]} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \\ \eta_6 \\ \eta_7 \\ \eta_8 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} p_0 & p_1 & & & & & & \\ q_0 & q_1 & & & & & & \\ & & p_0 & p_1 & & & & \\ & & q_0 & q_1 & & & & \\ & & & & p_0 & p_1 & & \\ & & & & q_0 & q_1 & & \\ & & & & & & p_0 & p_1 \\ & & & & & & q_0 & q_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \\ \eta_6 \\ \eta_7 \\ \eta_8 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} p_0x_1 + p_1x_2 \\ q_0\eta_1 + q_1\eta_2 \\ p_0\eta_3 + p_1\eta_4 \\ q_0\eta_3 + q_1\eta_4 \\ p_0\eta_5 + p_1\eta_6 \\ q_0\eta_5 + q_1\eta_6 \\ p_0\eta_7 + p_1\eta_8 \\ q_0\eta_7 + q_1\eta_8 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
 C_8^{[4]} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \\ \eta_6 \\ \eta_7 \\ \eta_8 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & p_3 & & & & \\ q_0 & q_1 & q_2 & q_3 & & & & \\ & & p_0 & p_1 & p_2 & p_3 & & \\ & & q_0 & q_1 & q_2 & q_3 & & \\ & & & & p_0 & p_1 & p_2 & p_3 \\ & & & & q_0 & q_1 & q_2 & q_3 \\ p_2 & p_3 & & & & & p_0 & p_1 \\ q_2 & q_3 & & & & & q_0 & q_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \\ \eta_6 \\ \eta_7 \\ \eta_8 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} p_0\eta_1 + p_1\eta_2 + p_2\eta_3 + p_3\eta_4 \\ q_0\eta_1 + q_1\eta_2 + q_2\eta_3 + q_3\eta_4 \\ p_0\eta_5 + p_1\eta_6 + p_2\eta_7 + p_3\eta_8 \\ q_0\eta_5 + q_1\eta_6 + q_2\eta_7 + q_3\eta_8 \\ p_0\eta_5 + p_1\eta_6 + p_2\eta_7 + p_3\eta_8 \\ q_0\eta_5 + q_1\eta_6 + q_2\eta_7 + q_3\eta_8 \\ p_0\eta_7 + p_1\eta_8 + p_2\eta_1 + p_3\eta_2 \\ q_0\eta_7 + q_1\eta_8 + q_2\eta_1 + q_3\eta_2 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5}$$

サポート長が 2 の場合の係数は、式(6)を連立させて解くことにより求められる。

$$\begin{aligned}
 (C_n^{[2]})^T C_n^{[2]} &= I_n \\
 p_0 + p_1 &= \sqrt{2} \\
 q_0 &= p_1 \\
 q_1 &= -p_0 \\
 0^0 q_0 + 1^0 q_1 &= 0
 \end{aligned} \tag{6}$$

また、サポート長が 4 の場合は、式(7)の連立方程式を解くことによりその係数が求められる。

$$\begin{aligned}
 (C_n^{[4]})^T C_n^{[4]} &= I_n \\
 p_0 + p_1 + p_2 + p_3 &= \sqrt{2} \\
 q_0 &= p_3 \\
 q_1 &= -p_2 \\
 q_2 &= p_1 \\
 q_3 &= -p_0 \\
 0^0 q_0 + 1^0 q_1 + 2^0 q_2 + 3^0 q_3 &= 0 \\
 0^1 q_0 + 1^1 q_1 + 2^1 q_2 + 3^1 q_3 &= 0
 \end{aligned} \tag{7}$$

さらに、サポート長が sup の場合は、式(8)を連立させて解くことにより係数が求められる。

$$\begin{aligned}
 (C_n^{[\text{sup}]})^T C_n^{[\text{sup}]} &= I_n \\
 \sum_{j=0}^{\text{sup}-1} p_j &= \sqrt{2} \\
 q_j &= (-1)^j p_{(\text{sup}-1)-j} \quad (j = 0, 1, 2, \dots, (\text{sup}-1)) \\
 \sum_{j=0}^{\text{sup}-1} j^r q_j &= 0 \quad \left(r = 0, 1, 2, \dots, \left(\frac{\text{sup}}{2} - 1 \right) \right)
 \end{aligned} \tag{8}$$

2.2 一般化逆行列

C_n は次のように記述されます。

$$C_n = \begin{bmatrix} P_n \\ Q_n \end{bmatrix} \tag{9}$$

$n/2 \times n$ 行列である P_n と Q_n は、一般化逆行列から次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} P_n^+ &= P^T(PP^T)^{-1} \\ Q_n^+ &= Q^T(QQ^T)^{-1} \end{aligned} \quad (10)$$

P_n と Q_n のランク M が 0 から $n/2$ の範囲内にある場合、両方とも特異値分解：SVD で次のように分解される。

$$\begin{aligned} P_n &= \sum_{i=1}^M \kappa_i w_i v_i^T \quad (\kappa_1 \geq \kappa_2 \geq \dots \geq \kappa_M > 0) \\ Q_n &= \sum_{i=1}^M \kappa_i w_i v_i^T \quad (\kappa_1 \geq \kappa_2 \geq \dots \geq \kappa_M > 0) \end{aligned} \quad (11)$$

また、

$$P_n^+ = \sum_{i=1}^M \kappa_i^{-1} v_i w_i^T \quad (12)$$

$$Q_n^+ = \sum_{i=1}^M \kappa_i^{-1} v_i w_i^T \quad (13)$$

ここで、 v と w は直交行列を示し、 κ は固有値の平方根で構成される特異行列を示す。

2.3 多重解像度解析：MRA

スカラー変数の入力データは、ウェーブレット変換行列を使用して、高 (H) および低 (L) ウェーブレット周波数成分に変換できる。この離散ウェーブレット変換：DWT は、DWT の最初のレベルと呼ばれる。L 成分は、また、H 成分と L 成分に分けることができる。この DWT は、DWT の第 2 レベルと呼ばれる。さらに、これらの変換は、L コンポーネントに繰り返し適用できる。これらの DWT は分解と呼ばれる。レベルは周波数成分に対応している。言い換えれば、任意の周波数成分は、異なるレベルのウェーブレット周波数成分で抽出

することができる。 $C^T C = C^{-1} C$ であるため、すべてのレベルの H 成分と最高レベルの L 成分を使用してスカラー変数の元の入力データを再構築することができる。このプロセスは、再構成、または逆離散ウェーブレット変換：IDWT である。

DWT と IDWRT は、2次元画像データと3次元動画に対しても定義できる。さらに、これらは次のように任意の次元データ f に適用できる。

$$(fC)^T C^T \cdots C^T \quad (14)$$

たとえば、DWT は2次元の入力データを LL、HL、LH、および HH に分解できる。最初の文字と2番目の文字は、それぞれ水平方向と垂直方向を示す。

2.4 提案方法

提案方法のプロセスフローは、以下のとおりである。まず、エル・ニーニョ現象/ラ・ニーニャ現象の早期判定法の確立を目的として、多重解像度解析に基づく圧縮法による特徴抽出を以下の手順で行う。

- 1) 基底関数決定→Daubechies
- 2) サポート長決定
- 3) 時系列データをウェーブレット分解
- 4) 低周波成分に対し、過去データのうち、現在データに最も差の小さいものを選出
- 5) 選ばれた過去データの低周波成分を用いてウェーブレット再構成

また、評価の際は以下の手順にて行った。

- 1.対象時系列に対してウェーブレット分解
- 2.ウェーブレット分解後の低周波成分のみを用いてウェーブレット再構成
- 3.ウェーブレット分解前の対象時系列とウェーブレット再構成後の対象時系列との RMS 誤差により復元精度の評価

この時、適切なサポート長と時系列データの変化との関係を確認するために、次の式を提案する。

$$\begin{aligned}
 P(i, j) &= \frac{\overline{\Delta\epsilon(i, j)}}{\sqrt{\frac{U^2(i, j)}{N}}} \\
 U^2(i, j) &= \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N \left(\alpha^{[k]}(i, j) - \overline{\Delta\epsilon(i, j)} \right)^2 \\
 \alpha^{[k]}(i, j) &= \epsilon^{[k]}(j) - \epsilon^{[k]}(i) \\
 \overline{\Delta\epsilon(i, j)} &= \overline{\epsilon(j)} - \overline{\epsilon(i)}
 \end{aligned} \tag{15}$$

ここで、 $\epsilon^{[k]}(sup)$ はサポート長が「sup」で任意時刻「k」での二乗誤差を示し、 $\overline{\epsilon(sup)}$ は $\epsilon^{[k]}(sup)$ の平均を示す。評価では、N は 256 である。P(i,j)の値が大きければ大きいほど、サポート長 sup を変化させることの有効性を確認できる。このようにして、基底関数のサポート長の差異による影響を検討する。

3 実験

3.1 使用データ

海面水温(SST)および南方振動指数(SOI)の時系列データに提案手法を適用することにより、対象時系列の動的特性抽出を行う。調査期間は 1972 年 1 月～2001 年 12 月である。気象庁からの SST(海面水温)および SOI(南方振動指数)の月毎のデータを用いた。

図 1 に SST データを示す。SST は月平均海面水温の基準値(1961～1990 年の 30 年平均値)との差のデータである。SST は東部太平洋赤道域の北緯 4 度～南緯 4 度、西経 150 度～西経 90 度の海域の月平均海面温度である。月平均海面温度のレンジは[23,29]であり、レンジ幅は 6 度である。

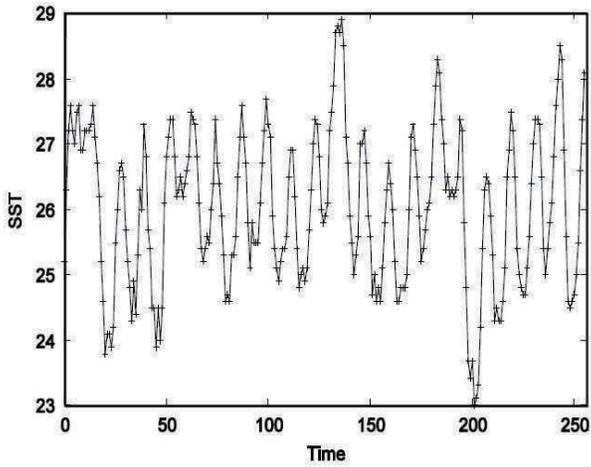


図1 月平均 SST データ(21.3 年間のデータ、横軸の単位は月)

また、図2のSOIは南太平洋上のタヒチとオーストラリアのダーウィンの地上気圧偏差を基に指数化したもので貿易風の強さの目安となる。SOIは南太平洋上のタヒチとオーストラリアのダーウィンの地上気圧偏差をもとに指数化したもの：貿易風の強さの目安である。南方振動指数のレンジは $[-3,3]$ であり、レンジ幅は6である。

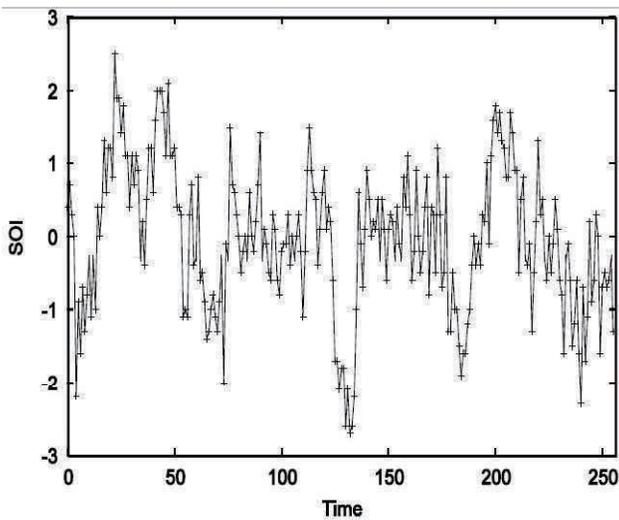


図2 月平均 SOI データ

3.2 復元度の評価結果及びサポート長の影響

サポート長の影響を明らかにするために、比較的穏やかに変化した SST を、それぞれ図 2 に示す比較的急速に変化した SOI と比較する。DWT は、サポート長が異なるデータに一度に（第 1 レベル）適用する。その後、IDWT は L 成分のみで変換されたウェーブレット周波数成分に適用する。二乗平均平方根誤差：再構成されたデータと元のデータの間の RMSE を評価した結果を図 3,4 に示す。

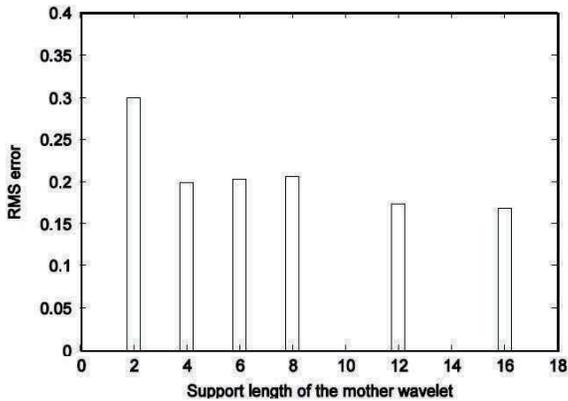


図 3 サポート長による RMSE の変化(SST データ)

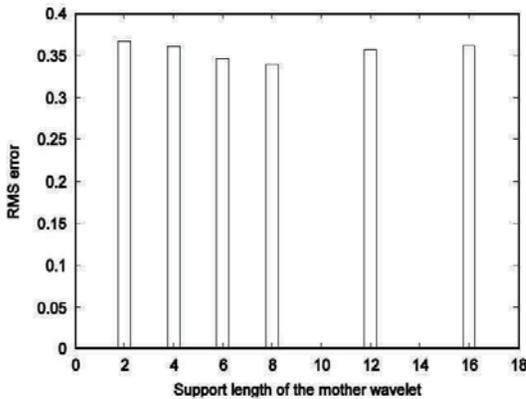


図 4 サポート長による RMSE の変化(SOI データ)

SST においては $P(16,8)=1.773561$ となり、SOI においては $P(8,16)=1.624247$ となる結果が得られた。これらの $P(i,j)$ の値より、有意水準 0.10(危険率 10%)検定を行うと、有意差があると確認できる。

すなわち、対比較検定により、対象時系列の特性によりサポート長 sup を変化させることの有効性を確認できる。有意水準 0.05(危険率 5%) 検定において有意差があると確認できるためには、本稿の場合、 $P(i,j) > 1.65$ である必要がある。SST の場合のみにおいては有意差があると確認できる。

3.3 ノイズの影響

過去のデータの低周波成分が現在のデータの低周波成分と一致しているとは限らない。このような場合、分解の DWT を介して過去の時系列データから導出された低周波数成分に、正規分布の乱数ノイズ（平均がゼロで標準偏差の σ ）が追加される。次に、ノイズが追加された低周波数成分を再構成に使用する。現在のデータの低周波成分と一致させる必要がある。その後、再構築されたデータは、分解前の元の時系列データと比較する。両方の RMS の違いは、復元の良さを示す。実験手順は、以下のとおりである。

- 1.対象時系列に対してウェーブレット分解
- 2.ウェーブレット分解後の低周波成分に対して平均零、標準偏差 σ の正規乱数を付加
- 3.正規乱数を付加したウェーブレット分解後の低周波成分のみを用いてウェーブレット再構成
- 4.ウェーブレット分解前の対象時系列とウェーブレット再構成後の対象時系列との RMS 誤差により復元精度の評価

SST と SOI の RMS Error(付加雑音の影響)をそれぞれ図 5,6 に示す。図 5,6 は、再構築されたデータと分解前の元の時系列データとの間の RMS エラーを、DWT 分解を通じて過去の時系列データから導出された低周波成分への追加ノイズの標準偏差のシグマの関数として示す。図 5 は SST の RMS エラーを示し、図 6 は SOI の RMS エラーを示す。

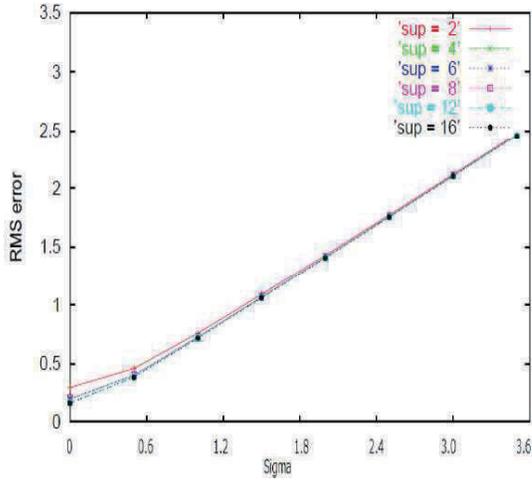


図5 ノイズの影響(SST)

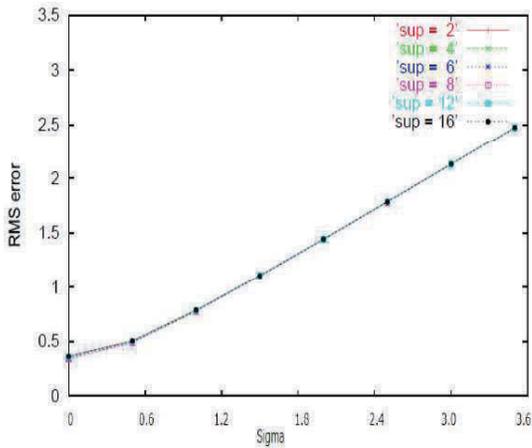


図6 ノイズの影響(SOI)

追加ノイズの増加に応じて、SST および SOI の場合の RMS エラーが増加する。特に SST の場合、時系列データの変化が比較的穏やかな場合、サポート長の減少に伴って RMS エラーが増加することもわかる。すでに述べたように、SST の適切なサポート長は 16 であるのに対し、SOI の適切なサポート長は 8 であることがわかる。

4 あとがき

気象庁からの SST(海面水温)および SOI(南方振動指数)の月毎のデータを用いて、多重解像度解析に基づく圧縮法による ENSO 時系列

データの特徴抽出を試みた。観測された海面温度と南方振動指数を用いた実験を通じて、提案方法を検証した。また、適切なサポート長を決定するための方法を提案し、検証した。その結果、有意水準 0.10(危険率 10%)検定において、対象時系列の特性によりサポート長を変化させることの有効性を確認した。すなわち、SST の適切なサポート長は 16 (比較的穏やかな変化) であるのに対し、SOI の適切なサポート長は 8 (比較的急速な変化) であることがわかった。さらに、追加ノイズの増加に応じて、SST および SOI の場合の RMS エラーが増加することを確認した。特に SST の場合、時系列データの変化が比較的穏やかな場合、サポート長の減少に伴って RMS エラーが増加することもわかった。

謝辞

著者は本研究を進めるにあたり尽力した瀬戸要博士(元佐賀大学大学院生)に深謝する。

参考文献

1. 長坂昂一: "エル・ニーニョ——太平洋の貿易風と東部赤道域の異常高水温," 船と海上気象, 27, (1), pp.4-8, (1983).
2. 山形俊男: "気候研究の新しい波——エル・ニーニョと南方振動," 科学, 54, (11), pp.699-705, (1984).
3. 安成哲三: "ENSO (エル・ニーニョ/南方振動)の全球的様相," 天気, 33, (10), pp.507-513, (1986).
4. T. Yasunari: "Global Structure of the El Nino/Southern Oscillation-Part I," 気象集誌, 65, (1), pp. 67-80, (1987).
5. T. Yasunari: "Global Structure of the El Nino/Southern Oscillation-Part II," 気象集誌, 65, (1), pp. 81-102, (1987).
6. T. Nitta and T. Motoki: "Abrupt Enhancement of Convective Activity and Low-Level Westerly Burst during the Onset Phase of the 1986-87 El Nino," 気象集誌, 65, (3), pp. 497-506, (1987).
7. T. Maruyama and Y. Tsuneoka: "Anomalous Short Duration of the Easterly Wind Phase of the QBO at 50 hPa in 1987 and Its Relationship," 気象集誌, 66, (4), pp. 629-634, (1988).
8. T. Nitta: "Development of a Twin Cyclone and Westerly Bursts during the Initial Phase of the 1986-87 El Nino," 気象集誌, 67, (4), pp. 677-681, (1989).
9. 萩原武士: "エル・ニーニョ現象解明への取り組み," プロメテウス, 11, (4), pp.58-60, (1987).
10. 木本昌秀: "エル・ニーニョと異常気象の予測," 科学, 65, (6), pp.389-397, (1995).
11. 小柴厚: "エル・ニーニョ・ラニーニャ現象期間の世界の気温と降水量の統計的特徴," 気象庁研究時報, 49, (5), pp. 143-149, (1998).
12. 中村和信・二階堂義信・吉川郁夫・長谷川直之・石井正好: "エル・ニーニョ現象の予測に向けて," 測候時報, 65, pp.S39-85, (1998).
13. 和田浩治・加藤央之: "エル・ニーニョおよび関連する異常気象の予測に関する研究の現状," 電力中央研究所報告研究報告 T 復元 RMS 誤差, 98056, pp. 1-23, (1999).
14. 気象庁気候海洋気象部気候情報課: "地球温暖化とエル・ニーニョ現象の監視・予測," 河川, 57, (12), pp.19-24, (2001).
15. 栗原和夫: "TAO/TRITON ブイデータのエル・ニーニョ現象の監視・予測への利用," 測候時報, 69, pp. S47-S54, (2002).
16. 久保田雅久: "解説 衛星観測と数値モデルを用いた大気と海洋の相互作用に関する研究," 天気, 49, (5), pp.369-384, (2002).
17. 松浦知徳・湯本道明・飯塚聡・米谷恒春: "高解像度大気海洋結合モデルによる台風とエル・ニーニョ南方振動のシミュレーション," 電気協会雑誌, 912, pp.36-42, (1999).
18. 高藪(中込)緑: "熱帯域の大規模気象現象と TRMM 観測——1997-98 エル・ニーニョの終息と Madden-Julian 振動," 海洋, 31, (6), pp.383-390, (1999).
19. 佐伯理郎・高橋永寿: "エル・ニーニョ監視センターの業務について," 測候時報, 59, (4), pp.161-170, (1992).

20. 安藤正: "エル・ニーニョ監視センター," 海の研究, 2, (2), pp.109-115, (1993).
21. 気象庁エル・ニーニョ監視予報センター: "エル・ニーニョ現象の発生状況," ゆき, 29, pp.80-85, (1997).
22. 藤原佐知子: "新しくなった「エル・ニーニョ監視速報」について," 気象, 519, pp.16736-16739, (2000).