

Covid-19 による WTI 先物市場のボラティリティの変動に関する研究  
Modeling Oil Futures Returns Volatility Under Negative Market Pricing

大川 寛之

Hiroyuki Okawa

和歌山大学大学院 経済学研究科 修士課程

Master's Degree Program, Graduate School of Economics, Wakayama University

要旨

本論文の目的は、WTI 先物市場において 2020 年 4 月 20 日のマイナス価格がどのような影響をもたらしたのかを IGARCH モデルと EGARCH モデルを用いて明らかにすることであった。実証分析から、両モデルで算出した条件付きボラティリティはマイナス価格に強く反応し、特に EGARCH モデルによる推定において負のマグニチュードと負の効果が統計学的に有意であることからマイナス価格の影響があったという証拠を得ることができた。また、マイナス価格があるサンプルとマイナス価格がないサンプルとの比較を通じて、マイナス価格によるボラティリティ・ジャンプが発生していたことを条件付きボラティリティから観測でき、EGARCH モデルでは顕著にジャンプしていたことを観測することができた。

*Keywords:* COVID-19, WTI futures, conditional volatility, energy market prices dynamics

*JEL Classification:* C22, G13, H12

## 1. はじめに

Covid-19 による経済活動への影響は計り知れず、2020 年 4 月 20 日の West Texas Intermediate 原油先物（以下、WTI 先物という）市場において史上初となる 1 バレル当たり -37.63 ドルのマイナス価格となったことは記憶に新しい。このマイナス価格の背景には、OPEC プラスなどの産油国が協調して原油の減産調整を行っている最中に、Covid-19 による経済活動の停止という空前の経済的ショックが相まって、原油の需給バランスが崩壊したことが挙げられる。あるいは実物資産であるため、Covid-19 によって市場の不確実性が増加していることを察した多くの需要家や投資家が、現金を払ってでも手放したい状況となりマイナス価格となったとも考えられる。

このように経済状態や実体経済に密接な関係を持つ原油などのコモディティ市場は、他の金融市場と比べるとボラティリティが高いとされている。つまり、リスクに対するマネジメントがより重要になってくると考えられ、今日の需要家、投資家や政策立案者は将来的な動向や変動要因に対する先行指標などに対して今まで以上にその動向や要因が注目されるようになってきている。しかしながら市場間の関係性は複雑に絡み合っているため、将来的な動向などを予測することは当然困難になってくると考えられる。そこで VIX 指数<sup>1</sup>といった将来のボラティリティ期待値がどのように推移あるいは変動するのかを先行指標とするケースも見られるようになり、ボラティリティに対する注目も高まっている。

従って、本論文は WTI 先物がマイナス価格となった 2020 年 4 月 20 日のボラティリティを Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity model（以下、IGARCH モデルという）および Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity model（以下、EGARCH モデルという）を用いて算出し、推定結果からマイナス価格が WTI 先物市場に与えた影響がどれくらいのものであったのか明らかにすることが目的である。また、先物価格から条件付きボラティリティを算出しているため、両モデルがマイナス価格に対してどのように反応していたのかも明らかにする。

本論文の構成は以下の通りとなる。第 2 章では、WTI 先物市場を含むコモディティ市場における条件付きボラティリティなどのボラティリティに関する先行研究についてまとめる。第 3 章では、本論文で用いる IGARCH モデルと EGARCH モデルに関する定義と説明を行う。第 4 章では、WTI 先物市場の分布特性やサンプルデータに関する諸説明を行う。5 章では、3 章で説明したモデルを使って得られた分析結果について解説と考察を行う。最後の章に結語と今後の課題について述べる。

---

<sup>1</sup> シカゴ・オプション取引所が S&P500 種指数のオプション取引の値動きをもとに算出している指数であり、株式市場に対する投資家らの心理状態を表す指標で恐怖指数とも呼ばれている。

## 2. 先行研究

近年、ESG 投資や再生可能エネルギーなどの観点からエネルギー資源などの商品市場に対する注目が高まっている。エネルギー資源に関する価格理論や市場の動向について研究した Pindyck (2001) や 原油価格と資源の希少性について研究した Hamilton (2008) らの先行研究のようにすでに 2000 年代初頭から WTI 先物などの商品市場についての市場ダイナミクスに関する研究は行われている。諸田(2010)のようにエネルギー資源などの商品市場に関する変動要因やプラスモデリングについて言及している研究もある。こうした中で、Beckmann et al. (2017) の WTI 先物価格と為替レートの関係性に関する研究などから、WTI 先物などのエネルギー市場を含むコモディティ市場は、金融市場と比べるとボラティリティが非常に高いことが示されている。他にも、Chen and Zou (2015) は WTI 先物とシカゴ・オプション取引所（以下、CBOE という）が算出する Oil Volatility Index<sup>2</sup>（以下、OVX という）の間には負の相関関係があることについてカルマンフィルタ（Kalman Filter）<sup>3</sup>を用いて明らかにした。

また、WTI 先物市場とアメリカ以外の国の金融市場との関係性に関する研究として Kim et al. (2019)<sup>4</sup>が挙げられる。これらの研究は WTI 先物市場の特性に関する研究であり、ボラティリティが高いという性質を踏まえたうえで、市場ダイナミクスはどのような構造をもつのかという議論へと発展していった。

ボラティリティの推定に関する実証分析は、自己回帰モデル（Autoregressive model）を用いて推定するケースが多く見られ、近年では Bollerslev (1986) が導出した Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity model（以下、GARCH モデルという）から特定の目的のために派生した様々なモデルが存在している。

例えば、Morard and Balu (2014) は、2012 年 1 月から 2014 年 2 月までの 2 年間ににおける WTI 先物価格とブレント原油先物価格およびドバイ原油先物価格を対象に、EGARCH モデルは他のモデル<sup>5</sup>に比べてボラティリティの推定がより正確であることを明らかにした。長期間の実証分析として、Chevallier and Sevi (2014) は、2001 年から約 20 年間の期間におけるニューヨーク・マーカンタイル取引所の先物市場のデータから算出した実現ボラティリティと分散リスク・プレミアムを用いて WTI 原油先物の予測力について実証分析を行い、

<sup>2</sup> この OVX も恐怖指数とも呼ばれ、オプション価格をもとに 30 日間の予想ボラティリティの推定値を算出したものである。

<sup>3</sup> カルマンフィルタに関する先行研究として Barker et al. (1995) が挙げられる。

<sup>4</sup> Kim et al. (2019) は WTI 先物市場と韓国の為替レートとの相関に関する研究をおこない、リーマンショック時では、韓国の為替レートは WTI 先物価格と消費者物価指数に影響を受けることを実証分析から明らかにした。

<sup>5</sup> 他のモデルとは GARCH モデルと Power GARCH モデル（PARCH モデル）である。

分散リスク・プレミアムを用いた推定は原油先物を予測する重要なファクターとなっていることを明らかにした。加えて、CBOE が公表している手法と同様の計算式からユニテッド・ステイツ・オイル・ファンド（United States Oil Fund LP）のオプション価格を用いて OVX を再現した。

他方、GARCH モデルほかに Vector autoregressive model（以下、VAR モデルという）を用いた実証分析も行われており、Bastianin and Manera (2014)や Bastianin et al. (2015)の研究が挙げられる。Bastianin and Manera (2014)は、1973 年 2 月から 2013 年 12 月までの約 40 年間の月次データ<sup>6</sup>を用いて原油価格の変動とアメリカの株式市場のボラティリティとの関係について実証分析を行い、ボラティリティは、総需要と石油固有の需要の急激な変化による原油価格のショックに大きく反応し、供給側のショックの影響は無視できることを明らかにした<sup>7</sup>。Bastianin et al. (2015) は、G7<sup>8</sup>を対象に 1973 年 2 月から約 42 年間の月次実現ボラティリティ<sup>9</sup>から株式市場のボラティリティとオイルショックの関係について実証分析を行い、株式市場のボラティリティは石油供給ショックには反応せず、対照的に需要ショックは G7 の株式市場の変動性に大きな影響を与えていることを明らかにした<sup>10</sup>。

このように原油価格の変動やボラティリティが株式市場のボラティリティなどの影響を与えていることや GARCH モデル以外の手法を用いたボラティリティの推定が多数存在していることが先行研究からわかる。このような背景から、特に Morard and Balu (2014)が明らかにした、EGARCH モデルが WTI 先物市場のボラティリティを推定することに適していることを踏まえて、本論文では EGARCH モデルを中心に WTI 先物市場におけるマイナス価格についての推定を行いたいと考えている。従って、次の 3 章では EGARCH モデルと類似する機能を持つ IGARCH モデルについての説明も行う。

### 3. 実証モデリング

3 章では IGARCH モデルと EGARCH モデルに関する特徴や両モデルの相違点について

<sup>6</sup> S&P500 種指数の日次終値から算出された月次データである。

<sup>7</sup> 原油価格のショックの原因を分離し石油価格ショックの原因を解明することや、それらが株式市場のボラティリティに与える影響をより深く理解することは、動学的確率的一般均衡モデル（Dynamic Stochastic General Equilibrium models）を定式化するための有用な研究となると述べている。

<sup>8</sup> カナダ、フランス、ドイツ、イタリア、日本、英国、米国を指す。

<sup>9</sup> モルガン・スタンレー・キャピタル・インターナショナルの国別指数から算出したものである。

<sup>10</sup> 日本とイタリアの原油市場に対するボラティリティの反応は、他の 5 カ国に比べて不規則（erratic）であることも指摘している。

て説明を行う。

### 3-1. IGARCH modeling

Engle (1982)が導出した Autoregressive Conditional Heteroscedasticity を一般化 (Generalized) したものが GARCH モデルである。その GARCH モデルに市場で生じた正または負のショックを推定する機能を組み込んだものが IGARCH モデルであり、(1) 式と表すことができる。

$$\begin{aligned}\sigma_t^2 &= \omega + \beta_{IGARCH}\sigma_{t-1}^2 + \alpha_{IGARCH}\varepsilon_{t-1}^2 \\ \alpha_{IGARCH} + \beta_{IGARCH} &= 1\end{aligned}\quad (1)$$

(1) 式の特徴は、市場でのショックやイノベーションを係数 $\beta_{IGARCH}$ <sup>11</sup>として算出することである。この時、各係数 $\alpha$ と $\beta$ の合計を1にする必要がある。また一般的な式では各係数のラグについて指定があり、本論文においてラグは1、つまり一期前の状態を説明変数とするモデル式となる。

### 3-2. EGARCH modeling

Bollesrev (1986)が導出したモデル式をもとに本項でラグを1としたモデルの説明を行う。(2) 式が本項で用いるモデル式である。

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \beta_{EGARCH} \log(\sigma_{t-1}^2) + \alpha_{EGARCH} \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma_{EGARCH} \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \quad (2)$$

IGARCH モデルと似た機能が組み込まれているが、IGARCH モデルと異なる点として2点挙げられる。1点目は、負のサイズ、つまりマグニチュードを推定できる点である。これは(2)式の第3項である $\alpha_{EGARCH} \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right|$ 、つまり絶対値を設けたことで可能となった。2点目は負の効果がどれだけあるのか推定できる点であり、同じく(2)式の第4項である $\gamma_{EGARCH} \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}$ がこの機能を意味する。従って、負の効果に限定してはいるが、EGARCH モデルの方が、IGARCH モデルより高い精度で推定することが理論的に可能であることが(2)式から読み取れる。また、(2)式も(1)式と同様に、説明変数のラグは一期前とする。

---

<sup>11</sup> IGARCH モデルおよび EGARCH モデルにおいて同じ係数を用いており、分かりやすくするためにそれぞれの係数を $\alpha_{IGARCH}$  または $\alpha_{EGARCH}$  と定義する。

## 4. 分布特性

4章では、本論文で用いた各データに関する説明を行い、その後、4つのモーメント(4 Moments)と Jarque-Bera 検定を用いて各データが正規分布に従う尖度と歪度を有しているか調べる。また、本論文では時系列データを用いているため Augmented Dickey-Fuller 検定(以下、ADF 検定という)による定常性および単位根であるかどうかの分析を通じて分析対象である各市場の分布特性についても述べる。

### 4-1. サンプルデータに関する諸説明

サンプルデータとして用いた WTI 先物価格は、2019年11月1日から2020年10月30日までの日次データを Thomson Reuters データベースから入手した。各種祝日および休日については、市場での価格変化がないと定義し、祝日または休日の前営業日の値をそのまま代入して分析サンプルとした。

加えて、2020年4月20日のマイナス価格が本当に影響あったのかを推定するために、片方はマイナス価格が発生したデータ(以下、サンプルA)、もう片方をマイナス価格が発生しなかったデータ(サンプルB)という2種類のサンプルデータを用いる。この時、マイナス価格が発生しなかったデータの処理として、Fama(1991)の市場効率化説に基づいた調整を行う。つまり、2020年4月20日のWTI原油先物市場において全く新しい情報が入ってこなかったため、前日の市場の価格から変化しなかったという調整も行う<sup>12</sup>。

従って本論文では2つのサンプルデータを用いて条件付きボラティリティを算出し、2020年4月20日のマイナス価格の有無がどのような影響を与えていたのかを分析する。

### 4-2. サンプルデータの分布特性及び定常性に関する検定

図1は、WTI先物市場(サンプルA)の価格と日次変動率の推移を時系列データとして示したものである。図1から2020年4月20日が最も変動の大きい日であったことがわかる。この日は、WTI先物価格が史上初の1バレル当たり-37.63ドルまで下落し、最も変動の大きかった日であったことが見て取れる。また、2020年4月20日の変動ほどではないが、同年3月からすでに変動クラスターが発生していることから、Covid-19による経済的ショックがWTI先物市場にも影響を及ぼしていたと考えられ、その影響と経済活動の需給関係があいまって、結果としてマイナス価格として現れたのではないかと推測できる。

最後に、2つのサンプルデータに関する分布特性や定常性に関する検定について述べる。各サンプルデータの4つのモーメント(4 Moments)やADF検定による単位根の有無についての推定結果をまとめたものが表1である。両サンプルデータはともにADF検定の推定

<sup>12</sup> 正確には市場が動いている前の日なので、今回は2020年4月17日の価格と同じ18.27ドルがサンプルBにおける2020年4月20日の価格という意味である。

結果からどちらも単位根があるという帰無仮説を 1%有意水準で棄却していることが明らかとなり、特に調整したサンプルデータ B も統計学的に見せかけの回帰式とは言えないことが担保できると言える。これにより本論文における両サンプルを用いた推定に関して一定の信頼性も担保されると期待できる。従って本論文は両サンプルの日次変化率を用いて IGARCH モデルと EGARCH モデルによる推定を行う。

図 1 - WTI 先物市場における価格推移と日時変化率の関係

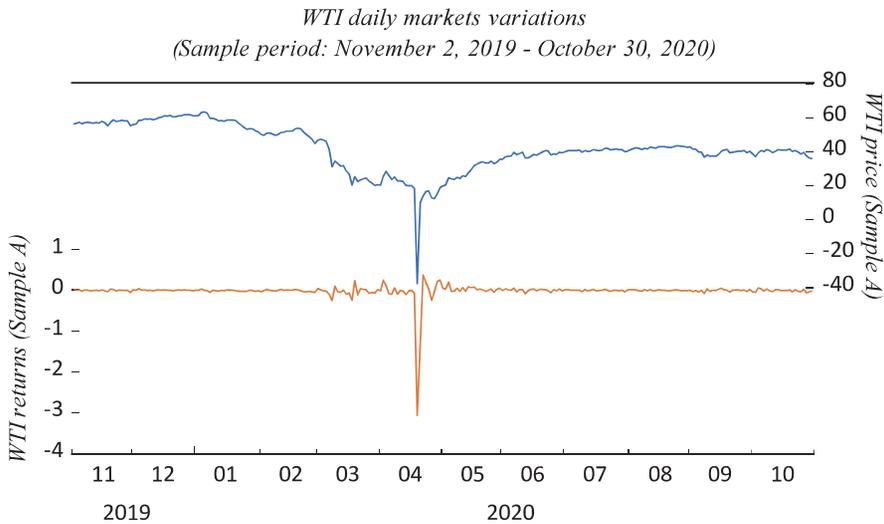


表 1. サンプル A 及びサンプル B の分布特性と ADF 検定の推定結果

Distributional Properties	Mean	Std. Dev.	Skewness	Kurtosis	Jarque-Bere	ADF test
WTI returns (サンプル A)	-0.014	0.213	-11.981	165.720	294188.5***	-11.918***
WTI returns (サンプル B)	0.001	0.065	-0.248	19.523	2960.332***	-17.154***

Notes: The sample period of daily observation runs from November 2, 2019 to October 30, 2020. Significance at 1% level is denoted by \*\*\* under the MacKinnon (1996)'s one-sided probability values. The stationarity of time series is estimated with the Augmented Dickey-Fuller methodology. Jarque-Bera statistics for normally tests are distributed as  $\chi^2$  on the null.

## 5. 推定結果

5章ではまず IGARCH モデルと EGARCH モデルによる推定結果について述べ、その後それぞれのモデルを用いて算出した条件付きボラティリティが WTI 先物市場の変動に対してどのような反応を見せていたのかを見ていく。

### 5-1. IGARCH モデル及び EGARCH モデルによる推定結果

2019年11月1日から2020年10月30日までの約1年間におけるサンプル A およびサンプル B のそれぞれを、IGARCH モデルまたは EGARCH モデルを用いて推定した結果についてまとめたものが表 2 である。

表 2. IGARCH モデル及び EGARCH モデルによる推定結果

Model parameters	サンプル A	サンプル B
IGARCH モデル		
$\beta_{IGARCH}$	0.8839*** (0.000)	0.8537*** (0.000)
EGARCH モデル		
$\alpha_{EGARCH}$	1.8426*** (0.000)	0.0432 (0.120)
$\beta_{EGARCH}$	0.4123*** (0.000)	0.9913*** (0.000)
$\gamma_{EGARCH}$	-1.0346*** (0.000)	-0.2256*** (0.000)

Notes: The estimated IGARCH and EGARCH model is represented by equation:  $\sigma_t^2 = \omega + \beta_{IGARCH}\sigma_{t-1}^2 + \alpha_{IGARCH}\varepsilon_{t-1}^2$  and  $\log(\sigma_t^2) = \omega + \beta_{EGARCH}\log(\sigma_{t-1}^2) + \alpha_{EGARCH}\left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right| + \gamma_{EGARCH}\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}$ .

The sample period of daily observation runs from November 1, 2019 to October 30, 2020. Significance at 1% level is denoted by \*\*\*. Figures in round brackets represent probability values.

まず IGARCH モデルから見ていくと、 $\beta_{IGARCH}$  の値はどちらのサンプルにおいても 1% 有意水準で統計学的に有意であり、サンプル A は 0.8839、サンプル B は 0.8537 であった。この両サンプルの誤差は約 0.03 であったことが表 2 から見て取れる。サンプル A において統計学的に有意であったことから、市場でのショックがあったことは明確だが、2020 年 4 月 20 日のマイナス価格の有無による差があったとは言えず、IGARCH モデルによる推定では不十分であったと考えることができる。

次に EGARCH モデルによる推定結果を見ていくと、サンプル A において全ての係数

$\alpha_{EGARCH}$ 、 $\beta_{EGARCH}$ そして $\gamma_{EGARCH}$ は1%有意水準で統計学的に有意であり、負のマグニチュードを示す $\alpha_{EGARCH}$ が1.8426であり、負の効果を示す $\gamma_{EGARCH}$ が-1.0346であったことから、マイナス価格の影響があったことが表2から見て取れる。一方、サンプルBにおいて $\beta_{EGARCH}$ と負の効果を示す $\gamma_{EGARCH}$ のみが1%有意水準で統計学的に有意であり、負の効果を示す $\gamma_{EGARCH}$ が-0.2256、負のマグニチュードを示す $\alpha_{EGARCH}$ は統計学的に有意ではないが0.0432であった。EGARCHモデルによる両サンプルの推定結果を比較すると、サンプルAとサンプルBでの推定結果に明確な差があることは表2からもわかる通り、少なくともマイナス価格の有無が差となっていると推測できる。よって、これらの推定結果を踏まえて各モデルによる条件付きボラティリティをサンプルAとサンプルBでそれぞれ算出し、どのような反応の違いがあるかを分析する。

## 5-2. 条件付きボラティリティ

両サンプルにおけるIGARCHモデルとEGARCHモデルから算出された条件付きボラティリティを時系列にプロットしたものが図2である。サンプルAでの2つのモデルによる条件付きボラティリティが上段2つの図であり、下段2つがサンプルBでの条件付きボラティリティとなっている。

まず、5-1項での推定結果からも明らかになったようにマイナス価格の有無による差があるEGARCHモデルによる条件付きボラティリティを見ていくと、サンプルAとサンプルBでは全く異なる反応であることが図2から見て取れる。サンプルAにおいてはマイナス価格となった2020年4月20日を起点に、80近くもの瞬間的な反応を示しているが、サンプルBでは0.16を超える若干の反応であった。このようなサンプルAの現象を“ボラティリティ・ジャンプ<sup>13)</sup>”といい、急激な価格の変動を背景に引き起こされる現象と考えられる。従って、-37ドルもの急激な価格下落が図2で示すようなボラティリティ・ジャンプを引き起こしたと考えられ、表2の推定結果と併せると、2020年4月20日のマイナス価格は、WTI先物市場において大きな負のマグニチュードを伴う負の効果を引き起こし、条件付きボラティリティが瞬間的に跳ね上がる状況となったと考えることができる。

急激な価格の下落、とくにマイナス価格に限って言えばボラティリティ・ジャンプという形でEGARCHモデルは捉えてはいる一方、それ以外の期間における変動に対して敏感に反応を示しているとは言えず、この差が条件付きボラティリティあるいはEGARCHモデルによる限界なのではと推測できる。言い換えるならば、EGARCHモデルには更なる拡張の余地が存在し、EGARCHモデルをベースにした新たなモデルによる条件付きボラティリティがOVXに近づけるのではと期待することができる。

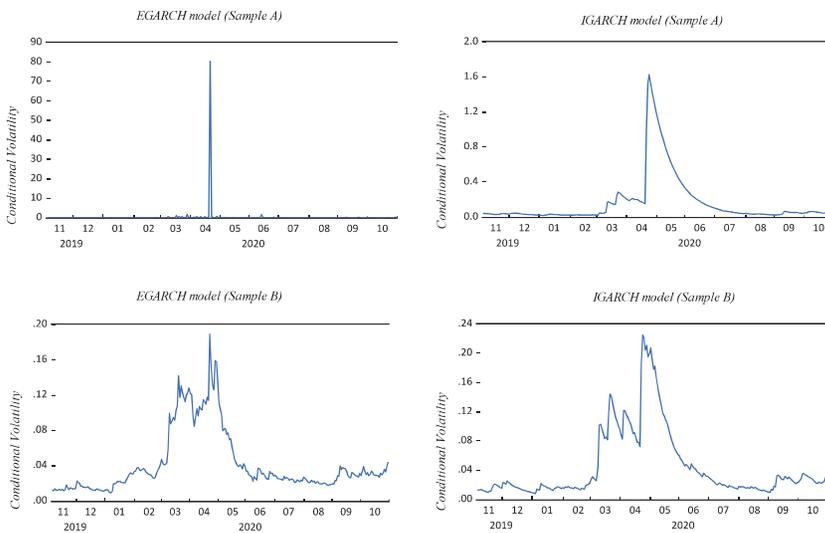
一方、IGARCHモデルは、EGARCHモデルと同様にサンプルAでは条件付きボラテ

<sup>13)</sup> ボラティリティ・ジャンプに関する先行研究として、Eraker (2004)や Todorov and Tauchen (2011)が挙げられる。

ィリティが反応していることは図2から見てわかる通りだが、EGARCH モデルほどのボラティリティ・ジャンプではなく、むしろ緩やかな後退 (decay) であったことが観測された。サンプル B に関して同様であり、ピークに達したのち緩やかな後退がみられてはいるもののサンプル A ほどの反応を示してはいないことが図から読み取れる。

このように異なる推定モデルを用いると、今回のような条件付きボラティリティであっても構造・性質が異なることが明らかとなった。ファクトファインディングではあるが、一つ目の実証分析において追加的な発見であることに代わりはなく、今後の研究、例えば急激な価格変動時のボラティリティ・ジャンプを推定するモデル設計に貢献できると考えられる。これらを踏まえ、次章では、本論文で得られた内容についてまとめと今後の研究について述べ、それを結語としたい。

図2 - IGARCH モデル及びEGARCH モデルから算出された条件付きボラティリティの推移



## 6. 結論

本論文の目的は、WTI 先物市場において 2020 年 4 月 20 日のマイナス価格がどのような影響をもたらしたのかを IGARCH モデルと EGARCH モデルを用いて明らかにすることであった。

実証分析から、両モデルから算出した条件付きボラティリティはマイナス価格に強く反応していたことが明らかとなり、特に EGARCH モデルによる推定では、負のマグニチュードと負の効果が統計学的に有意であることからマイナス価格の影響があったという証拠

を得ることができた。また、マイナス価格があるサンプルとマイナス価格がないサンプルとの比較を通じて、マイナス価格によるボラティリティ・ジャンプが発生していたことを条件付きボラティリティから観測でき、EGARCH モデルではそれが顕著であった。対照的に IGARCH モデルによる両サンプルでの推定結果に差は見られず、EGARCH モデルほどのボラティリティ・ジャンプも観測されなかったが、特徴的な緩やかな後退 (decay) が観測された。これらの結果を踏まえると、今回のような著しいマイナス価格の影響に関する推定には EGARCH モデルを用いることが好ましいと考えることができる。

本論文が推定した EGARCH モデルによる条件付きボラティリティから判断すると、マイナス価格となった日に対する著しい反応以外は敏感に反応しているとは言えず、これは EGARCH モデルを用いて先物価格から算出した条件付きボラティリティであるためと考えられ、EGARCH モデルの拡張にさらなる余地があると捉えることができる。

今後の研究として、本論文が明らかにしたマイナス価格によるボラティリティ・ジャンプをもとに S&P GSCI 商品指数、CRB 指数や経済活動の指標の一つであるバルチック海運指数などを組み合わせたイベント・スタディを検討したいと考えている。また、WTI 先物市場の変動に対する反応の精度という観点からオプション価格をもとに算出したインプライド・ボラティリティである OVX との比較についても検討したいと考えている。

## 謝辞

本論文を作成するにあたりご指導いただいた和歌山大学の Nabil Maghrebi 先生に感謝申し上げます。また、『京都大学数理解析研究所「共同利用・共同研究拠点事業」』の支援を受けています。

## 参考文献

- [1] Baker, L. A., Brown, E. D. and Martin, N. W. (1995). Bayesian Estimation and the Kalman Filter. *Computers Math. Applic.*, Vol. 30, No. 10, 55-77.
- [2] Bastianin, A. and Manera, M. (2014). How does stock market volatility react to oil shocks?. *Fondazione Eni Enrico Mattei*, 110.
- [3] Bastianin, A., Conti, F. and Manera, M. (2015). The Impact of oil price shocks on stock market volatility: Evidence from the G7 countries. *Fondazione Eni Enrico Mattei*, 99.
- [4] Beckmann, J., Czudaj, R. and Arora, V. (2017). The Relationship between oil prices and Exchange rates: Theory and Evidence. *U.S. Energy Information Administration*, Working paper.
- [5] Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Economics*, 3, 307-327.
- [6] Chen, Y. and Zou, Y. (2015). Examination on the relationship between OVX and Crude Oil Price with Kalman Filter. *Information Technology and Quantitative Management*, No.55, 1359-1365.
- [7] Chevallier, J. and Sevi, B. (2014). A Fear Index to predict oil futures returns. *Energy Studies Review Special Issue*, 333, 1-17.
- [8] Engle, F. R. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, Vol.50, No.4.
- [9] Eraker, B. (2004). Do Stock Prices and Volatility Jump? Reconciling Evidence from Spot and Option Prices. *The Journal of Finance*, Vol. 59, No.3, 1367-1403.
- [10] Hamilton, D. J. (2008). Understanding crude oil prices. *National Bureau of Economic Research Working Paper*, No. 14492.
- [11] Kim, S., Kim, S. and Choi, K. (2019). Analyzing oil price shocks and exchange rates movements in Korea using Markov Regime-Switching models. *Energies*, 12, 4581.
- [12] Morard, B. and Balu, O. F. (2014). Forecasting crude oil market volatility in the context of economics slowdown in emerging market. *Theoretical and Applied Economics*, Vol. XXI, No.5, 19-36.
- [13] Pindyck, S. R. (2001). The Dynamics of commodity spot and futures markets: A Primer. *The Energy Journal*, Vol.22, No.3.
- [14] Todorov, V. and Tauchen, G. (2011). Volatility jump. *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 29, No. 3.
- [15] 諸田崇義(2010). “コモディティ価格変動の特徴とプライシング・モデルの展開” 「金融研究」, 第29巻, 第2号, 27-72.