

「包む音／取り巻く音」

Enveloping / Surrounding Sounds

教授 高野 靖

准教授 大谷 真

緒言

日常的に我々が置かれる環境では、例えそれがどれだけ静寂な場であったとしても、必ず何がしかの音が聞こえてくる。それどころか、目を閉じて耳を澄ましてみれば、我々がいかに多様な音に包まれ、そして、取り巻かれて日々を過ごしているかが分かるだろう。我々が様々な場面で聞く音は実に多様であり、心地よいものもあれば不快なものもある。また、必要な音もあればそうではない音もある。心地よい音はより心地よく、不快な音はなるべく減らし、そして、必要な音を必要な人に適切に届ける。人々にとってより良い音環境を実現するために成すべきことは多い。

建築とは物理的あるいは心理的な境界により空間を区分するものである。物理的境界としての建築は、その境界によって音のエネルギーを低減させ我々を不要な騒音から保護するシェルターであり、その境界での音の反射により内部空間の音エネルギーの散逸を防ぎ持続させることで適切な響きを創り出すための箱でもある（写真）。音環境を形成する上で建築という物理的存在が果たす役割は大きい。しかしながら、快適な音環境を実現するためには、建築そのものに留まらず、そもそもの音エネルギーの発生源である音源が有する性質や、音を最終的に受容する人間の生理的・心理的な特性をも考慮した、幅広い観点から音という現象について考えることが必要である。環境構成学講座音環境学分野¹では、このような視座に立って研究を推進している。

本プロジェクトページでは、本研究室で行っている音環境に関する研究について俯瞰すると共に、幾つかの個別の研究テーマについて紹介する。



【写真】

音楽ホールでの音響測定・録音の様子（演奏：アンサンブル・セリオーン）

【参考文献】

- 1) 京都大学大学院工学研究科建築学専攻 環境構成学講座音環境学分野ウェブサイト：<http://acoust.archi.kyoto-u.ac.jp>

「音源と音の伝搬・制御の研究」

教授 高野 靖

研究背景

我々は、楽器・スピーカのように音を出すことを目的とした機器、エアコン・冷蔵庫などの家電製品、自動車や鉄道のような乗り物などの「音源」に取り囲まれて生活している。これらの音源からの音が伝搬する過程で「自然現象の音」、「生き物の音」など様々な音とも混じり合い音環境が形成されている。ヒトはこの音環境の中でそれぞれの音を聞くことにより周囲の環境を認識し情報を得て、様々な判断を行っている。

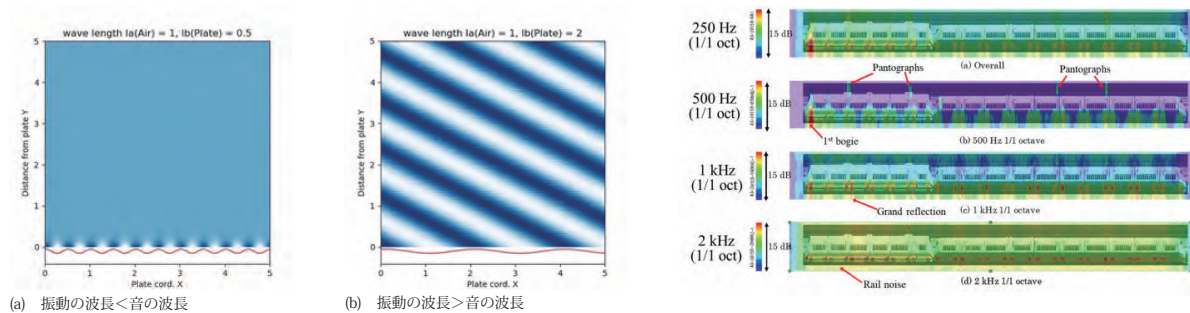
近年、携帯電話など我々の身の回りに音を出す機器が増加しているが、音源がどんどん増えていくと、ヒトは個別の音を認識できなくなる。このため、たとえ有用な情報を持った音であっても、他の音とまざった「騒音」となり音環境が悪化してしまう。また、音源が同一の空間に多数存在する場合、壁面吸音など建築側での一律の対策では音環境の改善が困難な場合も出てくる。このため、音環境を構成する個別の音源を制御し、音のバランスを考えることも重要となる。

音源の研究

同じ振幅で振動している音源であっても、音源の移動や、振動モードなどの違いにより放射される音は大きく変化する(図1)。このため、音環境を構成する音源のバランスを考えるためには、実際に音がどこから発生しているかを知ることが重要になる。図2は走行中の新幹線車両の音源分布をマイクロホンアレイで計測した例である¹⁾。車両の速度を変えて測定を行うことにより、速度を向上させた場合に、どの部分の音源対策がどの程度必要となるかが分かる。このため、音源の分解能をさらに向上させる方法などについての研究も行っている。また、鉄道騒音のフィールド調査により得られた音源条件や環境条件による音の変化などに基づく音源特性の推定などの検討も行っている。

音の伝搬・制御の研究

音源が電氣的に制御されている場合は、音を特定のエリア内でのみ聞こえやすくするようにアクティブ(能動)制御が可能である。また、音源に近接して設置された遮音板などを用い、音の指向性や放射エネルギーを、パッシブ(受動)制御できる可能性もある。これらの能動的な手法に受動的な手法を組み合わせたセミアクティブな音場の制御手法についての研究を進めている。また、数値解析を用い、吸音材の三次元構造や地表面での温度境界層などが音の伝搬に与える影響などに関する研究なども行っている。



【図1】同一振幅音源からの音の放射

【図2】移動音源の音源探査例

【参考文献】

- 1) Y. Takano et al, Development of Visualization System for High-Speed Noise Sources with a Microphone Array and a Visual Sensor, inter-noise 2003, N930, pp.2683-2689, 2003-8

「音に包まれるということ」

准教授 大谷 真

はじめに

スペイン北部の旧石器時代の洞窟遺跡群における近年の調査により、洞窟内の共鳴が強く生じる場所においてより多くの壁画が描かれた傾向があると報告されている¹。この調査結果と洞窟遺跡内部において旧石器時代の楽器が多数発見されていることを併せて考えれば、前史のこれらの地域における人々のコミュニティは、洞窟という原始的な建築の内部で、そこで生じる音の共鳴を利用して何らかの音楽活動を含む儀式を行っていたのであろうと推察され、さらに洞窟内でより響きの長い場所を好んだ可能性も示唆される。また、キリスト教の大聖堂やイスラム教のモスク内部の強く長い残響は、ミサやコーラン詠唱といった宗教儀式において欠くことのできない音響効果を生み出している。さらには、音楽を美しく響かせることに特化された音楽ホールはそれ自体が楽器であるとも表現される。

儀式や祭り（演劇やコンサートもある種の祭りである）といった非日常的な催しは共同体を構成する人々が集い共に祝い祈るための営みであり、コミュニティの健全な持続性を保つために欠くことができないものである。建築が創り出す響きはそのような営みの舞台装置として古来より意識的あるいは無意識的に必要とされてきたし、現代社会においても同様であろう。また、非日常の場だけでなく、住宅・オフィス・教育施設・商業施設といった日常的な生活の場における環境の質も建築が創り出す響きに大きく依存している。このように、建築により創り出される音の響きは我々の生活に深く影響を与えている。

音に包まれる

音波に限らず波は異なる媒質の境界で反射する。建築内部の空間を満たす媒質である空気を伝搬した音波は境界すなわち天井・床・壁などの表面で反射する。一度反射した音は空間内を再び伝搬して別の境界で反射し、理論上は反射は無限に繰り返される。さらに空間内の音源から発せられた音波はあらゆる方向に伝わるため、閉じられた空間内では無数の反射音が生じ続ける。したがって、内部空間に存在する聴取者は同じ空間内に存在する音源から直接届く音（直接音）に加えて、それぞれが異なる時間遅延と強度をもつ無数の反射音（間接音）に晒される。このような状態を「音に包まれる」と表現するならば、何らかの音源を含んだ建築の内部空間において我々は常に反射音に包まれているといえるし、建築とは反射音を生み出し我々を音で包むための装置であるともいえる。

響きの空間性

建築空間における音をヒトが聴覚によって知覚する際、反射音は非常に重要な役割をもつ。反射音のエネルギーが60dB減衰するまでの時間として定義される残響時間（reverberation time）²は、室内の音の響きの長さを評価するための代表的な物理指標として100年以上に渡って用いられており、音響学者の間では「あのホールの残響時間は～秒だから、もう少し長い方がよいね」といった会話が未だに頻繁に交わされる。聴取者の観点からは、残響時間とはヒトが音に包まれた状態に置かれる時間的な長さを表しており、講義室や会議室などの音声をやり取りする場では残響時間が長過ぎると声が聞き取りづらく、発話者と聴取者双方にとってストレスの多い環境となる。また、音楽ホールなどでは残響時間が短過ぎれば音楽が美しく響かず、逆に長過ぎれば音源方向に結ばれる聴覚的イメージ（音像）がぼやけ、どちらもホールに対するクレームの原因となり得る。このため、音響学者や音響設計者は建築空間の目的に応じた最適な残響時間を見出し、それを建築的あるいは電気音響設備により実現することに多大な労力を割いてきた。

一方で、残響時間の概念は音のエネルギーの到来方向が均一であるという完全拡散音場の仮定に基づいており、反射音の到来方向という空間構造は考慮されていない。実際の音場が完全拡散音場となることはなく、「音に包まれる」状態には時間だけでなく空間も加えた時空間構造のバリエーションがある。このため、反射音の時空間構造の在り方が聴覚知覚に与える影響を考慮しなければ「音に包まれる」状態を最適にすることはできない。我々の研究室では、このような反射音の時空間構造を考慮した音環境の最適化を目標として、反射音の到来方向分布の詳細な分析を可能にする方法を構築し³（写真1、図1）、これを利用して反射音の到来方向分布と聴覚知覚の関係を明らかにするために反射音の時空間構造のモデル化⁴を行っている。

響きの再現

適切な音環境を実現する上で、前述のように反射音の時空間構造の分析³及びモデル化⁴に基づいた定量的な検討は重要であるが、その一方で、数値シミュレーションによって予測された建築空間内の音場を、まるで聴取者がその場にいるかのような聴覚的体験を実験室において仮想的に呈示する可聴化を利用した音響設計へのフィードバックも有用であると考えられる。上



【写真1】

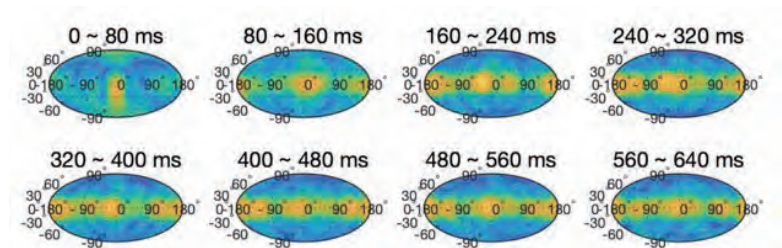
京都大学百周年記念ホールにおける音響測定の様子。ステージに正十二面体無指向性スピーカ、客席にダミーヘッドマイクロホンや球状マイクロホンアレイを設置して測定した。



【写真2】

桂キャンパスC2棟地下半無響室に構築した64個のスピーカで構成されるスピーカアレイ。

述のように実際の建築空間では反射音が様々な時間遅延をもって様々な方向から到来するため、仮想的な呈示においても反射音の時空間構造が物理的に厳密に再現されなければならない。我々の研究室では、音場を物理的に再現するための理論の1つである高次アンビソニクス (HOA: Higher-Order Ambisonics)⁵を発展させて高精度化した手法を開発^{6,7}すると共に、半無響室内に構築したスピーカアレイ (写真2)を用いた高精度な可聴化システムの構築を目指して研究に取り組んでいる。



【図1】

桂キャンパスC2棟の某会議室で測定した反射音の到来方向分布 (モルワイデ図法で表示)。時刻が進んでも、反射音のエネルギーが水平方向 0° , 90° , -90° , 180° に集中している。この要因は大会議室の壁三面 (ガラス張り) で強い反射音が生じていることにあると考えられ、この部屋での音声の明瞭性の低さの要因の一つとなっていると推測される。

【参考文献】

- 1) B. Fazenda et al. Cave acoustics in prehistory: Exploring the association of Palaeolithic visual motifs and acoustic response, *J. Acoust. Soc. Am.* 142(3), 1332-1349, 2017.
- 2) W.C. Sabine. *Collected Papers on Acoustics*. (Harvard University Press, Cambridge, MA, 1922)
- 3) Y. Izumi and M. Otani. Relation between direction-of-arrival distribution of reflected sounds in late reverberation and room characteristics: Geometrical acoustics investigation, *Applied Acoustics* 176, 107805, 2021.
- 4) T. Tanaka and M. Otani. Approximating an isotropic sound field as a composition of plane waves, *Acoustical Science and Technology* 42(5), 2021 (in press)
- 5) M.A. Poletti. Three-dimensional surround sound systems based on spherical harmonics, *J. Audio Eng. Soc.* 53:1004-1025, 2005.
- 6) 松田遼, 大谷 真. 両耳を中心としたマルチゾーン HOA による音場再現の検討, *日本音響学会講演論文集* 673-676, 2019.
- 7) 川崎悠季, 大谷 真. 両耳を中心としたマルチゾーン HOA 再生に基づくバイノーラル合成の性能評価, *日本音響学会講演論文集* 183-186, 2021.

「音響数値シミュレーションへの音源指向性の導入」

修士課程一年生 小川 晃史

はじめに

建築物は量産できるものではなく、特にコンサートホールなどの建築において、完成後に音環境が悪いと判明すれば取り返しのつかない事態になりかねない。一方で、コンサートホールはランドマーク的側面を強く持ちそれぞれが異なるデザインとなるため、音環境が良いと既に判明しているコンサートホールの内部空間をそのまま再現することは望ましくない。前例が少ない設計においても、設計段階で建築空間の音環境を正確に予測し、音環境の最適化の検討をすることは非常に重要である。

また、緒言にあるとおり我々は必ず何がしかの音に囲まれているため、コンサートホールのような音環境が特に重要視される建築でなくとも、音環境の予測は大切である。ここでは、予測手法の一つとして時間領域有限差分法を紹介し、音源指向性を導入した場合を紹介する。

音場予測の手法

音環境の予測には、音の波動性を無視し幾何学的にモデル化した幾何音響学的手法と、音の波動性も含めモデル化した波動音響学的手法がある¹²。筆者は予測手法として、波動音響学的手法の一つである時間領域有限差分法（以下、FDTD法）を扱った。FDTD法の特徴として、解析した音場の可視化が容易な点と、音場の過渡的な変化を観察できる点がある。

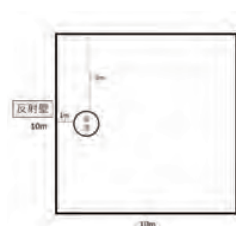
例として、反射壁付近での音の伝搬のシミュレーションを紹介する。図1に示すように、10m四方の2次元音場で、どの方向にも一様に音が伝搬する無指向性音源のシミュレーションを行った。ただし、音源に最も近い境界のみ反射壁、それ以外の境界は吸音壁とした。10m四方の室において、壁際で音が鳴る様子を、ちょうど真上から観察することを想像すると分かりやすいかもしれない。

音源指向性の導入

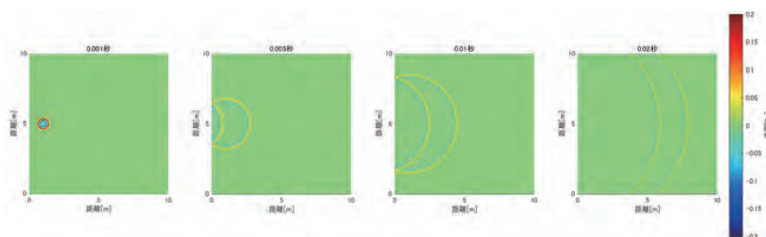
上記のシミュレーションに、音源の指向性を導入した場合を紹介する。発話や楽音など現実の音源は特定の方向で音圧が強くなる指向性を有しているが、音場予測では無指向性音源が仮定されることが多い。

図3に示すように、上述のものと同様のシミュレーションに、人が室中央方向に向かって発話する場合のような、反射壁の方向に音圧が小さくなり逆側の音圧が大きくなる音源指向性を与えてシミュレーションした。無指向性音源に比べて、0.001秒では室中央に向かう方向に音圧が大きくなり、それに伴ってその後は反射波の音圧が小さくなるのがシミュレーションできた。

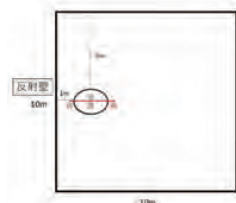
このように、シミュレーションに音源指向性を導入することで、シミュレーション結果が変化したことが分かる。任意の指向性を音場予測に簡単に導入する方法を確立できれば、音場予測の高精度化に資することができる。



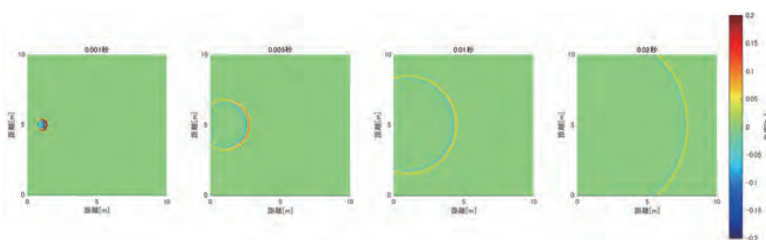
【図1】
無指向性音源のシミュレーションの概要



【図2】
無指向性音源のシミュレーション結果



【図3】
指向性音源のシミュレーションの概要



【図4】
指向性音源のシミュレーション結果

【参考文献】

- 1) 豊田政弘ら『FDTD法で見る音の世界』コロナ社,2015
- 2) 日本建築学会編『初めての音響数値シミュレーションプログラミングガイド』コロナ社,2012

「音環境を可聴化する技術：音場再現」

修士課程二年生 川崎 悠季

はじめに

ある空間内での音環境そのものを、音の到来方向、距離感といった3次元な特性を保ったままそっくりそのまま収録し、再現することはできないだろうか。もしこれが可能になれば、コンサートホールで演奏されるオーケストラの演奏を、自宅など全く別の場所で、まるでその場にいるかのように体験することができる。建築分野での応用を考えると、建築音響シミュレーションによって模擬した音を可聴化することにも利用できる。これにより、まだ図面の状態の建築であっても、その内部で実際に音がどのように響くかをあらかじめ聴くことができるようになる(図1)。

これらを実現するのが「音場再現」である。この技術は、その名の通り実/仮想空間における音の「場」そのものを、マイクrohonを用いて収録し、スピーカやヘッドホンにより物理的に再現しようとするものである。

筆者らは、前述のような、建築音響における音場の可聴化システムの実用化を目標に、音場再現技術の一つである高次アンビソニクス(HOA)について、研究を進めている。ここでは、まず音場再現技術の概要および課題を述べ、筆者らが近年取り組んでいる研究について紹介する。

音場再現技術とその課題

音場再現は、音環境そのものを物理的に再現しようとする技術である。多くの場合、多数のマイクrohonによって音場の収録を行い、多数のスピーカによって囲んだ領域の内部に音場領域を再現する(図2)。

このような音場再現技術の一つが、高次アンビソニクス(HOA:Higher-Order Ambisonics)である。この手法は、ある点に入射する音波の指向性パターンを多数制御することで、一定の領域で音場を再現するもので、多数のマイクrohon、スピーカを用いることができる環境では、複数人が同じ音環境を受聴できるほど広い音場領域を再現できる。

しかし、このような環境は理想的であり、実際には収録・再生の両プロセスにおいて多くの問題がある。収録系においては、マイクrohonの数や配置によって、正確に収録できる音場領域の広さと周波数に上限が生じる。また再生系においては、使用できるスピーカが少数である場合、精度良く受聴可能な音場領域が、周波数の上昇と共に制御中心に向かって小さくなるという性質がある。そのため、たとえ受聴者を一人に限定したとしても、高周波数では受聴者の頭部を覆えるほど大きな再現領域を合成できず、受聴対象である両耳位置での音場の再現精度が低下してしまう(図3-a)。

耳介位置での受聴領域を確保する再生法

これらの課題解決のため我々は、特に再生系に着目し、「耳介位置を中心としたHOA再生」を提案している。従来手法は制御中心を受聴者の頭部中心とするのに対し、提案手法は耳介位置に設定する(図3-b)。これにより、高周波数帯域においても、そのサイズは小さいながら、両耳位置では再現領域を確保できる。数値シミュレーションによる評価から、少数のスピーカを用いる場合でも、両耳位置での音場の再現精度を保つことができ、従来手法と比較して、高周波数での両耳信号の再現誤差が低減できることが分かった。

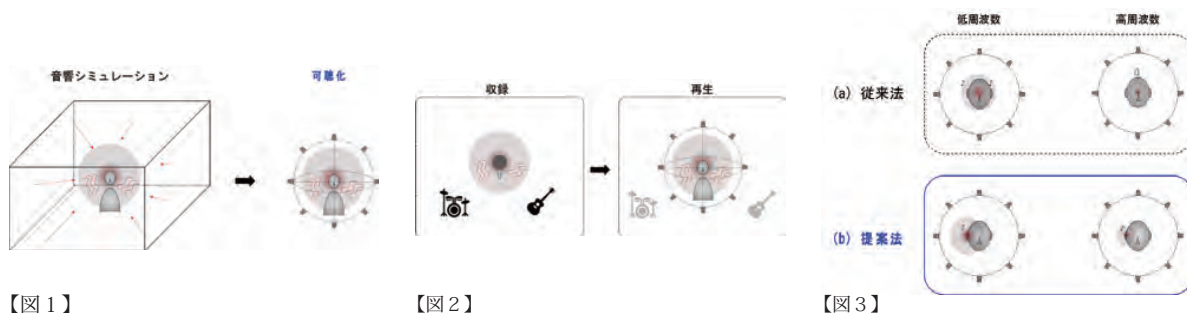
現在は、さらに誤差を低減するためのシステムの改善を検討している。また、この再生手法によって音場を可聴化した際、音像定位の精度がどれほど向上するか、といった聴感面への影響についても調査を進めている。

今後の発展に向けて

ここでは主に、スピーカ等による再生系に着目した研究について紹介したが、マイクrohonによる収録系においても課題があり、その改善に向けて多くの研究が取り組まれている。収録・再生の両面から、広い周波数帯域にわたって精度良く音場を再現できるシステムを構築することが当面の目標である。

また、人間の聴感特性との関連を調査することも大きな課題である。スピーカやヘッドホンを用いた主観的な評価を通して、どの程度音場が再現できていれば、音の方向や距離、空間印象が正しく知覚されるかということについて明らかにする必要がある。これにより、単に音場の再現精度のみを追い求めるだけでなく、聴感上最低限必要な再生環境のみを用意する、といった人間の聴感特性に基づいたアプローチも可能になるだろう。

これらの研究を通して、冒頭に述べたような実用的な可聴化システムを実現することを目指している。



【図1】

【図2】

【図3】

【参考文献】

- 1) 小山翔一. 音場再現技術の基本原則と展開, 情報処理学会研究報告, vol.2014-MUS-103, no. 3, pp. 1-6, 2014.
- 2) M. A. Poletti, "Three-dimensional surround sound systems based on spherical harmonics", J. Audio Eng. Soc., 53(11) pp. 1004-1025, 2005.
- 3) D. B. Ward and T. D. Abhayapala, "Reproduction of a plane-wave sound field using an array of loudspeakers", IEEE Trans. Speech and Audio Proc., vol. 9, no. 6, pp. 697-707, 2001.
- 4) 松田遼, 大谷真. 両耳を中心としたマルチゾーン HOA による音場再現の検討, 日本音響学会講演論文集 (春), pp. 673-676, 2019.
- 5) 川崎悠季, 大谷真. 両耳を中心としたマルチゾーン HOA 再生に基づくバイノーラル合成の性能評価, 日本音響学会講演論文集 (春), pp. 183-186, 2021.

「都市における乗り物からの騒音予測」

博士後期課程 牧野 裕介

はじめに

人間の生活環境には数々の騒音があふれている。近年では、騒音が人体へ暴露され続けることで、心臓血管系疾患・子どもの認知障害・睡眠障害・耳鳴りなど、人体に悪影響を及ぼすことが明らかになりつつある¹。そのため、世界各国にて環境騒音が健康リスク要因として捉えられ始めている。

そのため、都市全体における騒音被害の実態把握を目的として、音源（騒音発生源）のデータベースと音の伝搬計算に基づいた騒音予測手法の研究が世界各地で進められている。（写真1）都市全体の騒音を実測のみによって把握しようとする膨大な労働力や時間を必要とするからである。例えば欧州では環境騒音予測手法として CNOSSOS-EU² が開発されて使用されている。日本でも道路交通騒音³ や新幹線⁴、在来鉄道^{5,6} 等の騒音予測手法がそれぞれ提案されている。しかしいずれの手法も、音源の移動速度は音の伝搬速度と比較して無視できるほど遅いことを前提としている。つまり、自動車や鉄道など、移動する乗り物からの騒音についても、音源となる車両が静止した状態で騒音が放射される状態について音の伝搬を計算した結果を、移動する音源からの騒音の計算結果としてそのまま利用する形式になっている（図1）。

音源が移動すると何が起こるか

まず、音源が静止した場合と移動する場合とで人間に届く音波の周波数が異なる。例えば救急車が近付くときにはサイレンの音が高く聞こえ、遠ざかる時には低く聞こえる。音源が音を放射しながら移動すると、音源の進行方向に進む音は波長が短くなり、反対に進行方向と逆に進む音は波長が長くなる。音の波長の長さとは周波数は反比例するので、音源の進行方向へ放射される音波は周波数が高くなり、逆方向への音波は周波数が低くなる。これをドップラー効果という（図2）。

次に、音源の指向性（どの方向にどれぐらい音のエネルギーが強く放射されるか）が変化する。進行方向には音源から音波の遠ざかる速度が遅くなる分、音のエネルギーの密度が高くなることで指向性が強くなる。逆方向には音源から音波の遠ざかる速度が速くなる分、エネルギー密度が低くなることで指向性が弱くなる。実際に、走行する鉄道の軌道の転動音（レールと車輪の接触により発生する音）と空力音（風切り音）について、音源が高速で移動することで水平方向の指向性に顕著な影響をもつことが報告されている⁷。

最後に、音源が放射されてから予測点に到達するまでに音源の位置が変化する。空气中を音が伝搬する速度は有限なので、音が放射されてから空气中を伝搬し、予測点に届くまでに時間差が発生する。つまり、移動する音源から予測点に届く音波は、音波が届いた瞬間に音源の存在する位置から放射されたものではないことになる（図3）。

これらの3つの事柄が音源の移動によって発生することで、音源からの放射音の周波数や振幅に変調が発生する。特に新幹線などの高速鉄道の場合、人間の居住地域付近を音速の約0.1～0.3倍で通過することになるため、音速と比較して音源の移動速度は十分無視できるものではないと考えられる。しかし、これまで説明したような事柄を考慮に入れて音源の移動が放射音特性に与える影響を検討した例は少ない。実際に、現在欧州で広く用いられている CNOSSOS-EU でも音源の移動の影響が言及されていないことが指摘されている⁸。

騒音レベル評価値への影響

牧野らは、音源の移動による放射音の変調を考慮する場合と考慮しない場合の放射音特性について数値計算により検討した⁹。鉄道車両を点音源列としてモデル化し、鉄道車両が直線軌道上を等速度運動する場合の予測点における騒音レベルを計算した結果、放射音の変調を考慮に入れることで、鉄道騒音の評価に用いられる騒音レベル評価値が上昇することを示した。また、移動速度の増加に伴って変調の考慮の有無による騒音レベルの差は増加し、移動速度が時速300kmを超える場合は1dB以上の差が生じることが示された（図4）。鉄道事業者や鉄道車両メーカーは車両の低騒音化を目指した研究開発に長年にわたって莫大な資金を投入しており、騒音予測結果が低騒音化の研究開発成果に直結するため、これらの立場からも決して無視できない差異であると考えられる。

より良い騒音予測へ向けて

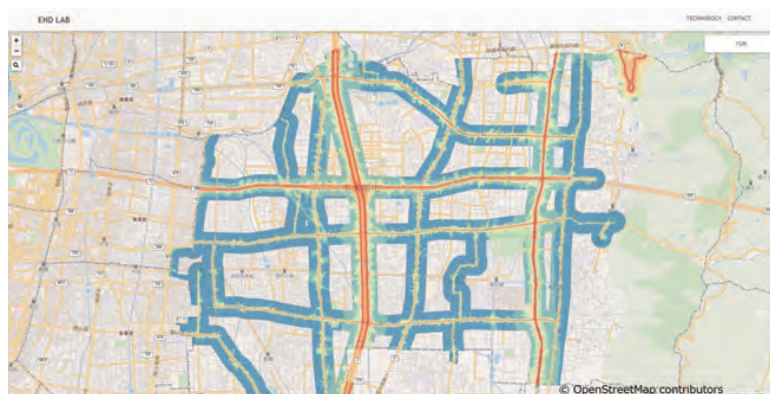
音の伝搬計算による騒音予測を精度良く実現することで、都市や地域のあらゆる時代の騒音暴露量を少ないコストで精度良く推定できる。これを地域住民の疫学調査と組み合わせ、騒音の暴露量と地域住民への健康への影響をより高い水準で明らかにし、騒音の環境基準や運用方法をより質の高い根拠に基づいて改定できる。また、車両やインフラの計画段階において、車両各部の必要騒音低減量や防音壁等の必要性能を推定し、騒音抑制対策を事前に検討することにも役立てられる。

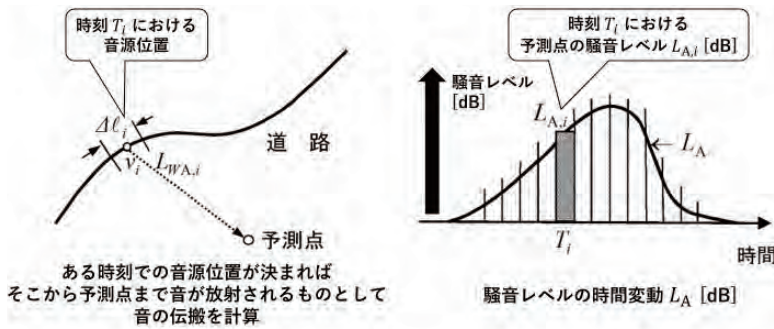
一方、精度良く騒音予測を行うためには、各種音源から放射される音響エネルギーや指向性を適切に推定してモデル化を行う必要がある。しかし日本国内では、鉄道騒音の場合、騒音予測手法⁴⁶が提案されてから20年以上が経過し、現行の営業車両に対応していない。特に音源モデルの基礎となる車両走行時の騒音に関するデータが鉄道事業者から公表されていないことから、従来の手法における音源モデルの妥当性が検証されていない。

これから、高速で移動する騒音源について、音源の移動による騒音伝搬特性の変化を考慮に入れつつ、騒音測定データから音響エネルギーや指向性、周波数特性などの音源特性を推定することを目指す。またこの結果を音源モデルとして利用し、音源の移動の影響も考慮に入れた音の伝搬計算による騒音予測手法を構築することも目指す。これによって、新幹線など高速で移動する乗り物からの騒音予測の信頼性を向上させることを目指していく。

【写真1】

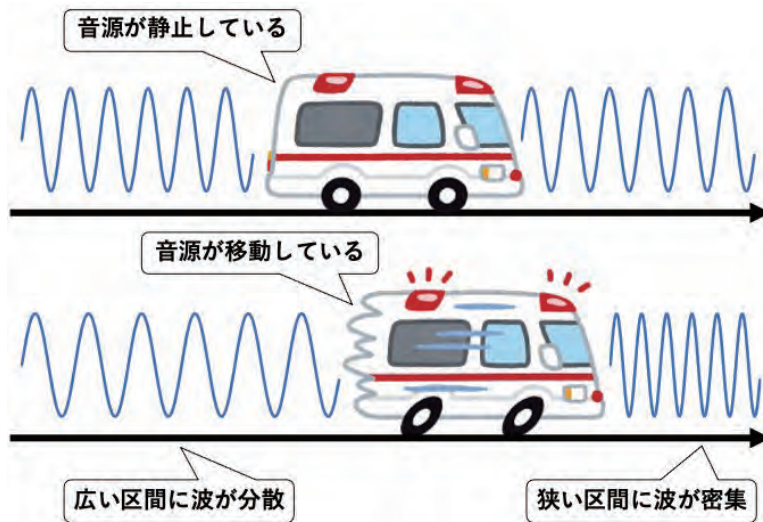
ノイズマップ（騒音レベルのコンター図）の一例¹⁰。音の伝搬計算による騒音予測結果をノイズマップの形式で公開する取り組みは特に欧州で盛んであるが、近年日本国内でもノイズマップを公開する動きが出てきている。





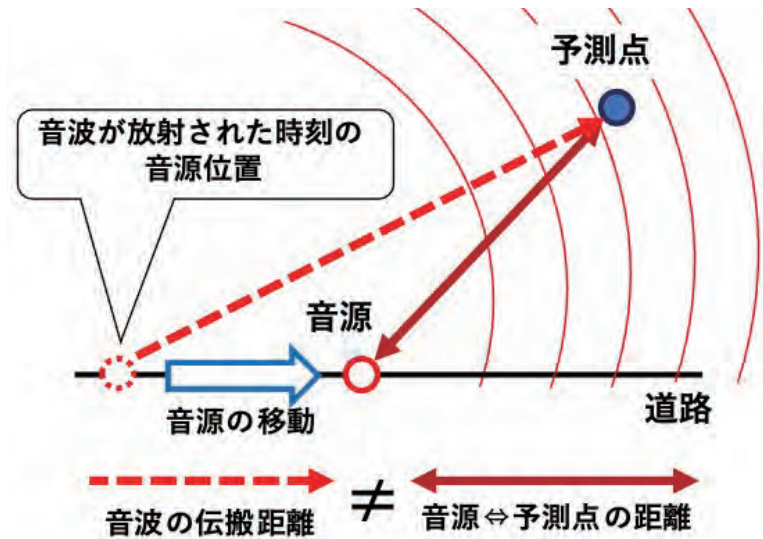
【図1】

音源から予測点（騒音レベルを音の伝搬計算によって求める位置）への音の伝搬（ASJ-RTN Model³より引用）。ある時刻における音源と予測点の位置がそれぞれ決まれば、音源から予測点までの音の伝搬を計算することで予測点での騒音レベルが求められる。



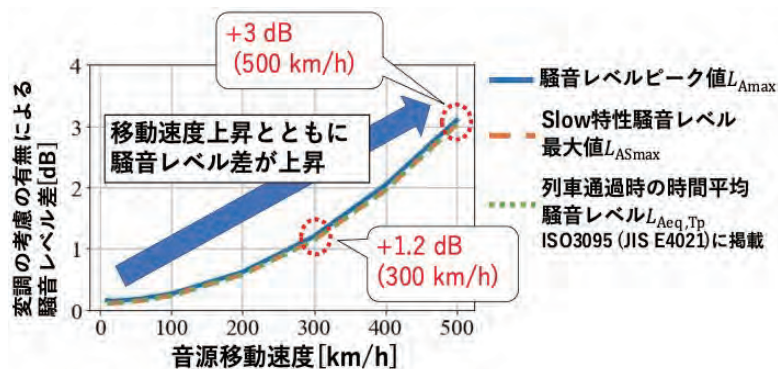
【図2】

ドップラー効果の起こる仕組み。一度音源から放射された音波は一定の速度で空气中を伝搬するとする。進行方向から音源を見た場合、音の伝搬を音源が追いかけてながら音を放射することになるので、その分狭い区間に波が密集する。逆方向から音源を見た場合、音源が自分から遠ざかりながら音を放射することになるので、その分広い区間に波が分散する。このため音波の波長が変化し、音波の周波数に変調が起こる。



【図3】

移動する音源と予測点の位置関係。点線の赤丸は音波が放射された時の音源位置を表す。音波が放射されてから予測点に到達するまでの間にも音源は移動し、音源の位置が変化する。そのため、移動する音源から予測点に届く音波は、音波が届いた瞬間に音源の存在する位置とは必ずしも一致せず、音源と予測点の距離は音波の伝搬する距離と必ずしも一致しないことになる。



【図 4】

音源移動による放射音の変調の影響の考慮の有無による騒音レベル差。いずれも世界各地の騒音の環境基準に用いられている騒音評価値である。音源の移動速度が上昇するほど、変調の考慮の有無による騒音レベル差が上昇することが示された。

【参考文献】

- 1) World Health Organization Regional Office for Europe, Burden of disease from environmental noise: Quantification of healthy life years lost in Europe. (World Health Organization Regional Office for Europe, Copenhagen, 2011)
- 2) S. Kefalopoulos et al., Common noise assessment methods in Europe (CNOSSOS-EU). Publications Office of the European Union, 2012.
- 3) 日本音響学会道路交通騒音調査研究委員会, 道路交通騒音の予測モデル“ASJ RTN-Model 2018”～日本音響学会道路交通騒音調査研究委員会報告～, 日本音響学会誌, 75(4), 188-250, 2018.
- 4) 長倉 清, 善田康雄, 新幹線沿線騒音予測手法, 鉄道総研報告, 14(9), 5-10, 2000.
- 5) 石井聖光, 子安 勝, 長 裕二, 木庭啓紀, 在来線高架鉄道からの騒音予測手法案について, 騒音制御, 4(2), 4-10, 1980.
- 6) 森藤良夫, 立川裕隆, 緒方正剛, 在来鉄道騒音の予測評価手法について, 騒音制御, 20(3), 32-37, 1996.
- 7) Xuetao Zhang, The directivity of railway noise at different speeds, Journal of Sound and Vibration, 329, pp.5273-5288, 2010.
- 8) Xuetao Zhang, Three typical noise assessment methods in EU, SP Report 2014:33, June 15, 2014.
- 9) 牧野裕介, 高野靖, 音源の移動による周波数・振幅変調が放射音特性に及ぼす影響, 日本機械学会論文集, 87(899), 2021.
- 10) NOISE MAP - END lab - URL : <https://end-lab.jp/noise-map/index.html>

平面波入射音場の円調和関数展開

修士課程二年生 田中 達宏

はじめに

私は現在、室内音場における反射音の方向分布の分析や音場再現の理論・実装に興味を持ちながら研究に取り組んでいる。「音場」という言葉は、我々が体験する3次元空間を音波が伝播している場を指して用いられるのが普通である。したがって、「室内音場」や「音場再現」も3次元音場を対象としている場合が多い。しかしながら、新しい研究アイデアについて検討する際、いきなり3次元音場を考えると、問題が複雑になったり計算量が多くなったりして問題の本質を掴み損ねる恐れがある。そのような場合、まずは2次元音場を対象とした検討を行うのが適当である。

そこで本稿は、理論上特に重要である、遠方の波源から原点に向かって平面波が到来する音場、すなわち平面波入射音場について、円調和関数展開による表現を導出する。

極座標系における内部問題の一般解

角周波数 ω [rad/s] の純音を一定の振幅で発する波源によって励振される2次元平面上の音圧 p [Pa] について考える。ただし、波源は原点から十分遠くに位置している（内部問題¹）と仮定する。

音圧 p に対し、直交座標系における2次元波動方程式

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (1)$$

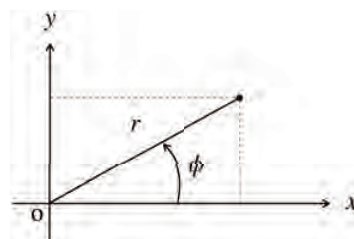
が成り立つ。ただし、 c [m/s] は音速である。直交座標系におけるラプラシアンと極座標系におけるラプラシアンの関係式

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} \quad (2)$$

より、極座標系での2次元波動方程式は、

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \phi^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (3)$$

と書ける。ただし、 $(x, y) = (r \cos \phi, r \sin \phi)$ である。図1は直交座標系と極座標系の幾何学的関係を示している。



【図1】 直交座標系と極座標系の幾何学的関係。

式(3)で、 $p = Q(r, \phi)T(t)$ と変数分離すると、

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial r^2} T + \frac{1}{r} \frac{\partial Q}{\partial r} T + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 Q}{\partial \phi^2} T = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} Q. \quad (4)$$

上式の両辺を QT で割ると、

$$\left(\frac{\partial^2 Q}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial Q}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 Q}{\partial \phi^2} \right) \frac{1}{Q} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \frac{1}{T}. \quad (5)$$

変数 (r, ϕ) と t は独立であり、上式の左辺と右辺はそれぞれ (r, ϕ) と t のみに依存するため、両辺定数である。

まず時間 t のみに依存する式(5)の右辺について考える。 C_t を定数として、

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} \frac{1}{T(t)} = C_t. \quad (6)$$

いま角周波数 ω の純音による音場を考えているので、 $T(t)$ の基本解は、 $e^{i\omega t}$ と $e^{-i\omega t}$ である。これらの基本解はそれぞれ、ある方向から到来する波・ある方向へと伝播する波に対応する解の時間項となっている。これらを式(6)に代入すると、

$$C_t = -\frac{\omega^2}{c^2} = -k^2. \quad (7)$$

ただし、 k [rad/m] は波数である。

式(7)を用いて、式(5)は

$$\left(\frac{\partial^2 Q}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial Q}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 Q}{\partial \phi^2} \right) \frac{1}{Q} = -k^2 \quad (8)$$

と書き直すことができる。 $Q = R(r)\Phi(\phi)$ とさらに変数分離すると、

$$\left(\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} \Phi + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} \Phi + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} R \right) \frac{1}{R\Phi} = -k^2. \quad (9)$$

上式の両辺に $r^2/R\Phi$ を掛けて整理すると,

$$\left(r^2 \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + r \frac{\partial R}{\partial r}\right) \frac{1}{R} + (kr)^2 = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} \frac{1}{\Phi}. \quad (10)$$

変数 r と ϕ は独立で、上式の左辺と右辺はそれぞれ r と ϕ のみに依存するため、両辺定数である。

偏角 ϕ のみに依存する式 (10) の右辺を考える。 C_ϕ を定数として、

$$-\frac{\partial^2 \Phi(\phi)}{\partial \phi^2} \frac{1}{\Phi(\phi)} = C_\phi. \quad (11)$$

ここで、 $\Phi(\phi) = \Phi(\phi+2\pi)$ が成り立つことが必要である。なぜなら、時間 t と原点からの距離 r が一定のとき、2次元平面上の音圧 p は偏角 ϕ を 2π 回転させても不変のはずである。さもなくば、音圧が不連続になってしまう。以上の議論より、 n を非負整数として、 $e^{in\phi}$ と $e^{-in\phi}$ を式 (11) の基本解として採用する。これらの基本解を式 (11) に代入すると、

$$C_\phi = n^2. \quad (12)$$

式 (12) を用いると、式 (9) は、

$$\left(r^2 \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + r \frac{\partial R}{\partial r}\right) \frac{1}{R} + (kr)^2 = n^2. \quad (13)$$

と書き直すことができる。この式の両辺に R を掛けて整理すると、

$$r^2 \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + r \frac{\partial R}{\partial r} + ((kr)^2 - n^2) R = 0. \quad (14)$$

ここで、変数 $\tilde{r} = kr$ についての関数を $\tilde{R}(\tilde{r}) = R(r)$ となるように定める。合成関数の微分に注意しながら式 (14) の R に \tilde{R} を代入すると、

$$(kr)^2 \frac{\partial^2 \tilde{R}}{\partial \tilde{r}^2} + kr \frac{\partial \tilde{R}}{\partial \tilde{r}} + ((kr)^2 - n^2) \tilde{R} = \tilde{r}^2 \frac{\partial^2 \tilde{R}}{\partial \tilde{r}^2} + \tilde{r} \frac{\partial \tilde{R}}{\partial \tilde{r}} + (\tilde{r}^2 - n^2) \tilde{R} = 0. \quad (15)$$

これはベッセルの微分方程式²である。 n が整数の場合の基本解としてベッセル関数 $J_n(\tilde{r})$ とノイマン関数 $Y_n(\tilde{r})$ がある。しかしノイマン関数は $\tilde{r} = 0$ において無限大となる。したがって、式 (15) の基本解としてベッセル関数 $J_n(\tilde{r})$ と $J_{-n}(\tilde{r})$ をここでは採用する。ベッセル関数は次式で定義される²。

$$J_n(x) = \sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{(-1)^\mu}{\mu! \Gamma(n+\mu+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{n+2\mu}. \quad (16)$$

ただし、 $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数で、非負整数 n に対し $\Gamma(n+1) = n!$ である。ベッセル関数は、整数 n について次の関係が成り立つ²。

$$J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x). \quad (17)$$

ここまでで導出した基本解を用いて、極座標系における波動方程式の一般解を求めることもできるが、変数 ϕ に関する解 $\Phi(\phi) = e^{in\phi}$ 、 $e^{-in\phi}$ の代わりに円調和関数

$$y_n(\phi) = \frac{e^{in\phi}}{\sqrt{2\pi}}, \quad y_{-n}(\phi) = \frac{e^{-in\phi}}{\sqrt{2\pi}} \quad (18)$$

を用いる。円調和関数は、以下のような正規直交性をもつ。

$$\int_0^{2\pi} y_m(\phi) [y_{m'}(\phi)]^* d\phi = \delta_{mm'}. \quad (19)$$

ただし、 $[\cdot]^*$ は複素共役、 m, m' は整数、 $\delta_{mm'}$ はクロネッカーのデルタである。解として円調和関数をわざわざ用いる理由は、3次元次元波動方程式の球座標系における解（特に球面調和関数）との一貫性を持たせるためである。以上より、極座標系における2次元波動方程式の内部問題の一般解は、

$$p(r, \phi, t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}_{\geq 0}} [\{A_n J_n(kr) y_n(\phi) + B_n J_{-n}(kr) y_{-n}(\phi)\} e^{i\omega t} + \{C_n J_n(kr) y_n(\phi) + D_n J_{-n}(kr) y_{-n}(\phi)\} e^{-i\omega t}]. \quad (20)$$

ただし、 $\mathbb{Z}_{\geq 0}$ は非負整数全体の集合、 A_n, B_n, C_n, D_n はベッセル関数と円調和関数の次数 n に依存する任意定数である。本章では、内部問題の中でも特に波源が平面波を発する状況を考え、式 (20) の任意定数を具体的に求める。

平面波入射音場の円調和関数展開

原点から十分遠くに位置する波源が一定の振幅で角周波数 ω の平面波を発するとき、原点近傍の平面波入射音場 p_{in} は、ベクトルを用いて

$$p_{\text{in}}(\mathbf{r}, t) = a e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \omega t + \psi)} \quad (21)$$

と表される。ただし、 a は平面波の振幅、 ψ [rad] は時刻 $t = 0$ のときの原点での平面波の位相、 \mathbf{r} は位置ベクトルである。 $\tilde{\mathbf{k}} = k\tilde{\mathbf{n}}$ は波数ベクトルで、 $\tilde{\mathbf{n}}$ は平面波の到来方向を指す単位ベクトルである。これ以降、簡単のために $a = 1$ 、 $\psi = 0$ とする。

ベクトルで表現された式 (21) の解を極座標系での表現に書き改める。すなわち、 $\mathbf{r} = (r \cos \phi, r \sin \phi)$ 、 $\tilde{\mathbf{k}} = (k \cos \phi_{\text{in}}, k \sin \phi_{\text{in}})$ として式 (21) に代入すると、

$$p_{\text{in}}(r, \phi, t) = e^{i\{kr(\cos \phi_{\text{in}} \cos \phi + \sin \phi_{\text{in}} \sin \phi) + \omega t\}} = e^{i\{kr \cos(\phi_{\text{in}} - \phi) + \omega t\}}. \quad (22)$$

ただし、 ϕ_{in} [rad] は平面波の到来方向である (図 2)。

式 (20) と式 (22) を比較して、任意定数を求める。式 (22) には $e^{-i\omega t}$ の項が無いので、 $C_n = D_n = 0$ である。したがって、

$$\sum_{n \in \mathbb{Z}_{\geq 0}} \{A_n J_n(kr) y_n(\phi) + B_n J_{-n}(kr) y_{-n}(\phi)\} e^{i\omega t} = e^{i\{kr \cos(\phi_{\text{in}} - \phi) + \omega t\}}. \quad (23)$$

両辺を $e^{i\omega t}$ で割ると、

$$\sum_{n \in \mathbb{Z}_{\geq 0}} \{A_n J_n y_n(\phi) + B_n J_{-n} y_{-n}(\phi)\} = e^{ikr \cos(\phi_{\text{in}} - \phi)}. \quad (24)$$

まず、 $n = 0$ の場合について考える。このとき、 $y_n = y_{-n}$ 、 $J_n = J_{-n}$ であるため、 $B_0 = 0$ として A_0 だけについて考えれば良い。式 (24) の両辺に $[y_0(\phi)]^* = 1/\sqrt{2\pi}$ を掛けて、 ϕ について 0 から 2π まで積分すると、円調和関数の正規直交性 (19) より、

$$A_0 J_0(kr) = \int_0^{2\pi} \frac{e^{ikr \cos(\phi_{\text{in}} - \phi)}}{\sqrt{2\pi}} d\phi. \quad (25)$$

$J_0(0) = 1$ より、式 (25) に $r = 0$ を代入すると、

$$A_0 = \sqrt{2\pi}. \quad (26)$$

次に、ある正の整数 m についての係数 A_m を考える。式 (24) の両辺に $[y_m(\phi)]^* = e^{-im\phi}/\sqrt{2\pi}$ を掛けて、式 (25) を導いたときと同様の操作をすると、

$$A_m J_m(kr) = \int_0^{2\pi} \frac{e^{-im\phi}}{\sqrt{2\pi}} e^{ikr \cos(\phi_{\text{in}} - \phi)} d\phi. \quad (27)$$

A_0 を求めたときと同様に $r = 0$ を代入すると、 $J_m(0) = 0$ となり、上手くいかない。そこで、両辺を r に関して m 階微分してから $r = 0$ を代入する。まず左辺について、式 (16) より、

$$\frac{d^m}{dr^m} J_m(kr) = \sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{(-1)^\mu}{\mu! \Gamma(m + \mu + 1)} \left(\frac{k}{2}\right)^{m+2\mu} \frac{(m + 2\mu)!}{(2\mu)!} r^{2\mu}. \quad (28)$$

$r = 0$ のとき、右辺の $\mu \neq 0$ の項は全てゼロになるので、

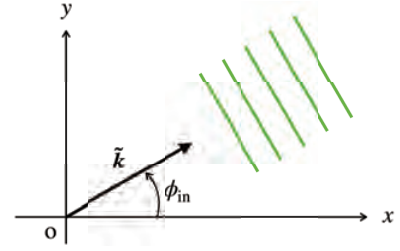
$$\left. \frac{d^m}{dr^m} J_m(kr) \right|_{r=0} = \frac{1}{m!} \frac{k^m}{2^m} m! = \frac{k^m}{2^m}. \quad (29)$$

次に式 (27) の右辺の被積分関数の r に関する m 階微分を、オイラーの公式と二項公式を用いて展開すると、

$$\begin{aligned} \frac{e^{-im\phi}}{\sqrt{2\pi}} \cdot \left. \frac{d^m}{dr^m} e^{ikr \cos(\phi_{\text{in}} - \phi)} \right|_{r=0} &= \frac{e^{-im\phi}}{\sqrt{2\pi}} (ik)^m \{\cos(\phi_{\text{in}} - \phi)\}^m \\ &= \frac{(ik)^m e^{-im\phi}}{2^m \sqrt{2\pi}} \{e^{i(\phi_{\text{in}} - \phi)} + e^{-i(\phi_{\text{in}} - \phi)}\}^m \\ &= \frac{(ik)^m e^{-im\phi}}{2^m \sqrt{2\pi}} \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} e^{i(m-k)(\phi_{\text{in}} - \phi)} e^{-ik(\phi_{\text{in}} - \phi)} \\ &= \frac{(ik)^m}{2^m \sqrt{2\pi}} \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} e^{i(m-2k)\phi_{\text{in}}} e^{-2i(m-k)\phi}. \end{aligned} \quad (30)$$

$k \neq m$ の項は積分するとゼロになるので、

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \frac{e^{-im\phi}}{\sqrt{2\pi}} \cdot \left. \frac{d^m}{dr^m} e^{ikr \cos(\phi_{\text{in}} - \phi)} \right|_{r=0} d\phi &= \frac{(ik)^m}{2^m \sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} \binom{m}{m} e^{-im\phi_{\text{in}}} d\phi \\ &= \frac{(ik)^m 2\pi}{2^m} [y_m(\phi_{\text{in}})]^*. \end{aligned} \quad (31)$$



【図 2】 波数ベクトルと平面波の到来方向。

式 (27), (29), (31) より,

$$A_m = 2\pi i^m [y_m(\phi_{in})]^*. \quad (32)$$

最後に, 正の整数 m に対する係数 B_m を考える。式 (24) の両辺に $[y_{-m}(\phi)]^* = e^{im\phi}/\sqrt{2\pi}$ を掛けてから, 式 (25) を導いたときと同様の操作と式 (17) により,

$$B_m (-1)^m J_m(kr) = \int_0^{2\pi} \frac{e^{im\phi}}{\sqrt{2\pi}} e^{ikr \cos(\phi_m - \phi)} d\phi. \quad (33)$$

まず左辺について r に関して m 階微分する。式 (29) の結果を利用することにより,

$$\left. \frac{d^m}{dr^m} (-1)^m J_m(kr) \right|_{r=0} = \frac{(-k)^m}{2^m}. \quad (34)$$

次に式 (33) の右辺の被積分関数の r についての m 階微分は, 式 (30) での計算を利用して,

$$\begin{aligned} \frac{e^{im\phi}}{\sqrt{2\pi}} \cdot \left. \frac{d^m}{dr^m} e^{ikr \cos(\phi_m - \phi)} \right|_{r=0} &= \frac{(ik)^m e^{im\phi}}{2^m \sqrt{2\pi}} \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} e^{i(m-k)(\phi_m - \phi)} e^{-ik(\phi_m - \phi)} \\ &= \frac{(ik)^m}{2^m \sqrt{2\pi}} \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} e^{i(m-2k)\phi_m} e^{2ik\phi}. \end{aligned} \quad (35)$$

$k \neq 0$ の項は積分するとゼロになるので,

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \frac{e^{im\phi}}{\sqrt{2\pi}} \cdot \left. \frac{d^m}{dr^m} e^{ikr \cos(\phi_m - \phi)} \right|_{r=0} d\phi &= \frac{(ik)^m}{2^m \sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} \binom{m}{0} e^{im\phi_m} d\phi \\ &= \frac{(ik)^m 2\pi}{2^m} [y_{-m}(\phi_{in})]^*. \end{aligned} \quad (36)$$

式 (33), (34), (36) より,

$$B_m = 2\pi i^{-m} [y_{-m}(\phi_{in})]^*. \quad (37)$$

式 (24), (26), (32), (37) をまとめると, 時間項を除いた平面波入射音場の円調和関数展開は,

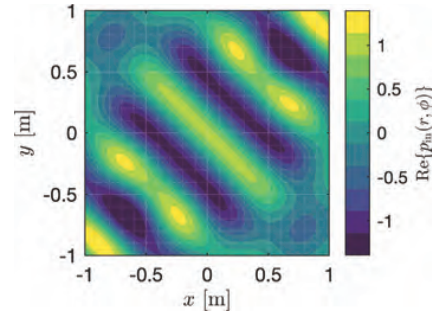
$$p_{in}(r, \phi) = p_0 \sum_{\ell \in \mathbb{Z}} 2\pi i^\ell [y_\ell(\phi_{in})]^* J_\ell(kr) y_\ell(\phi) \quad (38)$$

と表される。ただし, \mathbb{Z} は整数全体の集合である。 $p_0 = |p_0| e^{i\psi}$ は到来平面波の複素振幅で, $|p_0|$ と ψ はそれぞれ平面波の振幅と原点での位相を表している。

現実には, 式 (38) のような整数全体についての和を計算することは不可能であるため, 以下のように適当な範囲で無限和を打ち切る必要がある。

$$p_{in}(r, \phi) \simeq p_0 \sum_{|\ell| \leq L} 2\pi i^\ell [y_\ell(\phi_{in})]^* J_\ell(kr) y_\ell(\phi). \quad (39)$$

ただし, $\sum_{|\ell| \leq L}$ は絶対値が $L \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ 以下の整数について和をとることを意味する。また, L を打ち切り次数と呼ぶ。例として, 波数 $k = 10$, 平面波の到来方向 $\phi_{in} = \pi/4$, 複素振幅 $p_0 = 1$, 打ち切り次数 $L = 7$ とした場合の $p_{in}(r, \phi)$ の実数部を図 3 に示す。



【図 3】 $k = 10$, $\phi_{in} = \pi/4$, $p_0 = 1$, $L = 7$ の場合の $p_{in}(r, \phi)$ の実数部。 $r \ll L/k$ の領域で正確な音圧の計算が可能。

おわりに

本稿は, 極座標系における内部問題の一般解と平面波入射音場の円調和関数展開の導出過程を明らかにした。これらの理論は室内音場の分析や音場再現の研究を遂行する上で必須である。本稿の内容がこれらの研究分野に関心のある読者にとって, 有益であることを願う。

最後に, 私からの質問にメールで丁寧な回答をいただいた電気通信大学の任逸さん, 本稿の掲載に関わって下さった編集委員の皆様へ感謝します。

【参考文献】

- 1) E. G. Williams, 吉川茂, 西條献兒. フーリエ音響学: 音の放射と近距離場音響ホログラフィの基礎. (シュプリンガー・フェアラーク東京, 東京, 2005.)
- 2) J. Mathews and R. L. Walker. Mathematical methods of physics. (W. A. Benjamin, Inc., New York, 1964.)