物理的空間の實現

この論文は略々二年程前に書いた獨立した舊稿の一部分であるが、當分書き改める望みもないので載せることゝした。「物理的空間の成立まで」の後編と見てよい。

戸坂潤

一

私は最初幾何學的空間の種々なる段階を極めて簡單に考へて見る。カントなどは幾何學の公理を量に關するものと考へたのであるが、幾何學の公理は必ずしも量に關するとは限らない。射影幾何學の體系はヒルベルトの所謂結合の公理順序の公理、或ひは又連續の公理(一般的にデ・キントの公理)の基礎の上に立つのであるが、かゝる幾何學は純粹に性質のみを取り扱ふべきものであり、量或ひは數から全く獨立したものであるべきことは多くの數學者の主張する處である。ポアンカレーは之に反して、射影幾何學が直線に基き、直線は計量を豫想するが故に、それは純粹なる性質的幾何學でないと云ふ。「計量によらぬ限り即ち尺度と呼ばれる道具を線の上

に滑らせることによらぬ限り、その線を直線と確定することは不可能である。かくの如き尺度は即ち計量の道具なのである」。(Dernières Pensées P. 58) 即ち直線は計量によつて始めて曲線から區別され得るが故に計量的であると云ふのであるが、若しナトルプなどの考へる如く根本形像 Grundbild としての直線が項と項との關係の絕對的一義性として他の線から論理上區別されるならば (Die logische Grundlagen d. exakten Wissenschaften S. 294 u. a. O.) 直線は直線なるが故を以て必ずしも計量的とはならないであらう。ともかくも純性質的幾何學の存在はこれによつては否定されるものではない。私はポアンカレーに從つて(同上)純性質的幾何學としての位置解析をも擧げることが出來ると思ふ。先に直線がとつた位置をばこの場合には連續が占めるのである。かゝる種なる性質的幾何學は併し、經驗の對象に對して直接に應用されることは困難であるが、然らばそれは如何なる方法を以て經驗の對象に用ゐられるべき幾何學の特質を發揮するのであるのか。

射影幾何學は一般に純性質的であると考へられるのであるが、今二つの特定の構成法によつて一直線上の點の位置を定めることを夫々和及び積と定義すれば、任意の單位をとる時、この直線上の一點を除く總ての點はかゝる和及び積に關して一の領

域 field を構成すると考へられる。然るに一方に於て數組織もかゝる領域を構成する數から成立し得るが故にかゝる數組織は又一つの領域であり得る。それ故もし直線上の點の領域と數の領域とを isomorphic の關係におくならば直線上の一點を除く總ての點を數に對應せしめ、之を數と全く同樣に論じ得るであらう。(Veblen a. Young, Projective Geometry Vol. I. による) 之は Cayley によつて始められたる Projective Metrik であり、性質關係と數の關係とを對應せしめることによつて純性質的幾何學を離れるが如く見えるであらう。人は茲に數或ひは數に相當する概念が含まれて來るのを見るであらう。從つて一定の基本點或ひは單位に基いて座標をとり、之に干與せしめて點の位置を決定し得るであらう。併しながらその理由によつて直ちにこれを計量的幾何學であると云ふことは出來ない。何となれば直線上の點が如何に數と對應するにしてもかくして得られたる點の關係は決して量的關係ではなくして依然として性質的であるからである。射影幾何學の空間は距離の概念を含む外延量ではあり得ない。普通ある要素を數と對應せしめることを計量と呼ぶのであるが、それはかゝる對應が直接的である時にのみ許される。それ故 Projektive Metrik に於けるが如く一定の性質的構成法に基いて始めて可能となる間接的對應に於ては

數との對應は直ちに計量ではない。然らば數との對應が直接であるとは何を意味するか。

普通云はれる數と空間との對應は數學にとつては最も直接なるものと考へられる。一つの順序型としての實數の連續は直ちに空間の連續であると共に、直線上の點の集合の濃度は又直ちに實數の濃度である。而してただこれのみに止らず數の單位を空間の任意の延長に對應せしめることによつて數の全體と空間の全體とを對應せしめることが出來る。この事實は數學が極めて當然なるものとして豫想せる處であり、たゞ哲學のみが之を研究の對象となし得るのであるから、Projektive Metrik に於ける數學的手續きを經たる對應に比してより直接であるといはねばならぬ。併しかくの如く數と直接に對應する空間は延長を含むものである以上單に性質的なるものではなくして又量的關係を含まねばならぬ。カントが「延長の學」と考へた幾何學はかゝる外延量としての空間の學であると思ふ。卽ち空間はたゞ外延量としてのみ數と直接に對應しうるのであり、茲に始めて計量が成立し、かくしてこの幾何學は所謂計量幾何學となる。計量幾何學としての種々なる幾何學、卽ち拋物線的、雙曲線的球面的、及び楕圓的幾何學は (Sommerville, Non-euclidean Geometry p. 89 參照) そ

れ故總て合同の公理を含み、線及び角の大小、同等の關係をもつのであるが、たゞ平行線公理の如何によつて相違するものである。量としての空間がかくの如く數と直接に結合するならば、その當然の發展として、空間の任意の一點を原點とし、之に干與して點の位置を計量的に決定する處の座標が可能となるであらう。この座標幾何學は云ふまでもなくデカルトに始まるのであるが、リーマンはより一般的に「多次元的に延長せる量の概念を一般的量概念によつて構成する」ことを試み、微線分dsが不變であり得る限りの座標の可能的變換について考へた。(Ueber die Hypothese, welche der Geometrie zu Grunde liegen.) 計量的幾何學の種々なる區別はかゝる變換によつて導かれる曲率に依存するのである。獨り曲率が任意の計量幾何學的空間の全體に亙る常數であり得るばかりではなく、空間の種々なる位置に於ける微線分に夫々個有なる常數でもあり得る。卽ち空間の各部分はかゝる個有の常數によつて、卽ち座標の特質によつて特徴づけられるのである。それ故量と數との直接の對應による計量幾何學の空間は、かくの如き計量の座標としての空間であると云はねばならぬ。幾何學一般が經驗の對象に用ゐられるべきものならば、それは計量の座標としての空間に就いての幾何學のこの形に於てゞなければならぬ。又それと同時に經驗の

對象が幾何學一般の基礎の上に立つべきものならば、それは座標に就いて計量されたる內容としてゞなければならぬ。

二

物理學に對して幾何學が他の數學に比して獨特な仕方を以て應用されるのも亦計量幾何學の形ちに於てゞなければならぬ。計量幾何學のみが空間と數との直接の對應を可能にし、從つて本來の意味に於ける座標を要求する。それ故物理學の對象が幾何學の基礎の上に立つ場合にはかくの如き計量の座標に干與して計量されたるものとして表はされねばならぬ。物理的空間は計量の座標としての幾何學的空間を通じて求められねばならぬのであらう。

幾何學は云ふまでもなく先驗的科學である。その對象たる點、線、面の如き要素とその間の種々なる關係は經驗と共に始まると考へられ得るにしても經驗に對して始めてその妥當性を得るものでは決してない。それが經驗に應用されるか否かは幾何學それ自身の關する處ではない。力學は之と同じ意味に於て先驗的であるとは云へないと思ふ。キルヒホッフが力學とは自然に於て行はれる運動を除す處な

く最も簡單に記載する運動學であると云つた如く、力學は經驗と關係することに於いて初めてその妥當性の意味を得る。素より同じく力學と呼ばれるものにも種々なる段階があり、從つてその先驗性にも種々なる區別があるであらう。若し力學の體系が一定の定義乃至公理から演繹されるならば、その限りに於いてそれは先驗的と呼ばれるでもあらう。併しそれにも關らずその定義によつて定義される概念は經驗が要求する處のものであり、その公理は又經驗が與へる自然法則でなければならぬ。カントが經驗的自然法則と一般的自然法則とを區別し後者を經驗に先立ちその可能の制約であると考へるならば(Prolegomena § 36 其他)私の考へる力學の法則は後者に非ずして前者に相當する。たとへ後者がニユートン力學の三つの法則に當るものと考へられるにしても先驗的綜合判斷としての後者とニユートンの三つの法則とは直ちに同じではないであらう。のみならず假に力學のこの根本命題を先驗的に導き得るとしても、それはなほ經驗の制約でなければならぬ。經驗との關係を斷つ時力學に於ける定義乃至公理も先驗的根本命題も全く無意味とならねばならぬ。ヘルツの云ふ如く力學は單に論理上眞 zulässig であるべきのみならず體系自身に合致し zweckmässig 能く經驗と一致 richtig せねばならぬ。それ故たとへ力學に

先驗性を許すにしてもあくまで之を數學の先驗性と區別せねばならぬ。幾何學的空間が計量の座標として力學乃至物理學に應用されるならば、物理的空間は如何なる經驗的制約の下にその特質を發輝するのであるか。

ヘルツはその「力學の原理」の序論に於て最も完全なる力學形像は互に獨立なる空間、時間、及び質量の三概念の結合から成立するものとし、空間と質量との結合に基くものを「物質體系の幾何學」即ち靜力學)と呼び、空間と時間との結合に基くものを運動學とした。而して三者が總て結合することによつて成立するものを「眞の力學」と名ける。「物質體系の幾何學」に於て空間概念はかくの如く質量と結合してゐるのであるが、たとへ質點が純粹に思惟によつて一種の徵標 Merkmal と定義されるにしても、經驗との一致 Richtigkeit を持たぬならばそれは全く意味を失ふ概念である。質量はそれ故經驗的概念と云はねばならぬ。從つてこの空間は幾何學に於ける計量の座標以上に何等かの物理的內容を持たねばならぬ。幾何學に於て單に座標の平行的變換と考へられるものは茲に於ては質點の移動 Verrückung の概念となる。値の變化が形體の變化を意味する形體座標と、それが體系の移動を意味する絕對位置の座標との區別の如きは、座標を質點の體系、即ちある物理的內容を含む座標として認める

時に於てのみ切めて意味を持ち得るであらう。(Hertz, Principien d, Mechanik. S. 58) 私は茲に幾何學に於いてとは明かに異る座標を見出すものである。

空間と質量との結合に比しては、運動學に於ける空間と時間との結合はより先驗的であるかの如く見えるであらう。吾々は空間の座標の任意の二軸をとりその一つを例へばx軸とし、他を時間のt軸になぞらへれば、空間と時間との關係を恰も幾何學が平面に於て曲線を論じると全く同樣に取り扱ひ得るであらう。$\frac{dx}{dt}$や$\frac{dx^2}{dt^2}$を經驗的概念としてゞはなく純解析的概念としてさへも論じることが出來るであらう。併しながら空間と時間とを結合することは何によつて保證されるのであるか。カントの云ふ如く經驗は時間と空間との直觀形式の上に於て始めて可能であるが、逆にこの時間と空間との結合はたゞ經驗に於てのみ見出し得ると思ふ。もし時間と空間との結合に何等かの積極的理由があるならば、それは經驗に由來せねばならぬ。運動の概念こそこの結合を保證するものである。勿論運動の概念は必ずしも經驗的ではないと思はれるでもあらう。幾何學に於て二つの圖形が合同である時之を證明するものは運動の概念であらう。而してかゝる運動が經驗的では無いことは明かである。併し近代の幾何學はかゝる運動の概念さへも極力排斥する

ことによつて初めて純粋となり得る。それ故運動は本來全く經驗的概念でなければならぬ。從つて空間と時間とのこの結合は決して數學に於けると同じ意味に於て先驗ではあり得ない。即ち時間と結合せる空間は經驗的概念としての運動が依つて以て行はれるべき座標であると云はねばならぬ。併しながらたとへ運動の概念や移動の概念が經驗的であるにしても、その故に直ちにそれが經驗的規定を含むとは考へられない。この意味に於て空間はこの場合なほ先驗的と考へられる。

ヘルツの所謂眞の力學はガリレイに始まつたものと考へられる。ガリレイは加速度特に重力の研究に於て時間空間及び質量の關係を發見したと傳へられる。併し彼にとつて力は單に重さに過ぎなかつた爲めに彼の力學は全く力の概念を含まない。(Mach. Mechanik in ihrer Entwicklung S. 117 ff.) 之を力學の基礎概念の一つとした者はライプニッツ乃至ニュートンであり、後者の掲げた他の三つの概念とダランベールの原理と相俟つて力學の體系を形ちづくるものである。併しかゝる力概念は運動の原因ともその結果とも考へ得るが故に不定であると云はねばならぬ。(同上S. 34) それ故力學は依然として空間、時間及び質量の三概念のみの結合の上に成立すべきものと考へられる。キルヒホッフは空間、時間及び物質を以て自然に於ける

運動を記載するに必要にして充分なりと考へ質量の概念と運動の原因としての力の概念を單なる補助手段に過ぎぬとして力學の基礎的概念の外へ驅逐した（Vorlesungen über mathematische Physik I.）併し又之に反して力の概念は空間と時間とが然るが如く吾々の自然認識の一形式であるとも考へられるであらう。凡ゆる運動現象の種類を分ち、その總てに共通する典型的なるものとして力の概念を見出すならば、力學とは寧ろかゝる運動と力との學であるとも云へるであらう。（Hamel, Elementare Mechanik.）それ故孰れにしても力學の空間は時間、質量、物質、力等と結合し得べきものである。而して空間と質量とを結合するものが移動の概念であり、之と時間とを結合するものが運動の概念であつたとすれば、茲に述べられたる結合は何が與へるものであるか。ヘルツによれば運動學と靜力學は「カントの意味に於て先驗であるが」之に反して「眞の力學」は經驗的であると考へられる。前者の時間と空間は「直觀と思惟」に基き、後者のそれは經驗から來るものであるから。（同上 S. 53, 157）前者と雖も數學と齊しい先驗性を持ち得ないことは已に述べたのであるが、それが後者に比してなほ先驗的であると考へられる理由は、全く後者が經驗の法則に基くことにあると考へられねばならぬ。固より力學乃至物理學の法則にも種々なる價値の段階が

あり得るが、如何なる原理も如何なる法則も茲では總て經驗的法則でなければならぬ。一般にガリレイに由來すると云はれる慣性の法則も、最小作用の原理も總て經驗の法則に外ならぬ。かゝる經驗の法則こそ力學に於ける空間と他の諸概念との結合を初めて與へ得るものである。それ故力學の座標としての空間は經驗的法則を負ひ、それによつて初めて力學體系の根本概念となり得る。ガリレイ・ニュートンの力學に於て採用されたる座標がそれ故ガリレイの慣性法則が其處に行はれるといふ意味に於てガリレイ座標と呼ばれるは不當ではないであらう（Einstein, Ueberdie spezielle und allgemeine Relativitätstheorie S. 8)

私は幾何學的空間が計量の座標として應用への途を開くことを述べたのであるが、法則を含むことによつて時間質量、物質、力等の概念と結び付く力學に於けるかの如き物理的空間は然らば如何なる座標と云ふべきであるか。プランクが「測定し得るものは又存在する」と云つた如く、物理學の對象は凡て經驗的に測定されることによつてのみ存在する。法則も經驗的に測定されたる量よりなる方程式としてのみ與へられるべきである。而してかくの如く經驗的に對象の量を決定する標準が即ち力學の座標に外ならぬ。力學の座標の原點は尺度を以て測定せんとする觀測者

の立脚點を意味する。法則はこの立脚點から測定されたる量の一定の關係に相當する。それ故私は物理的空間を幾何學的空間から區別して測定の座標と呼ぶことが出來るであらう。キルヒホッフが運動を記載するといふのもかゝる測定の座標に干與して行はれるべきものであると思ふ。アインシュタインの所謂實際幾何學 praktische Geometrie. (Geometrie und Erfahrung.) もかゝる空間に於ける幾何學であると思ふ。而して測定の座標としての空間は測定の原理であると共に、それ自身が經驗的に測定されたる空間でなければならぬ。何となればある對象を座標に干與して測定するとは、對象の空間的量自身を決定することに外ならぬからである。座標は原點を通過する軸の體系であると考へられると共に、之に干與して決定されたる數値でもあるからである。其故力學に於ける物理的空間は測定されたる空間內容を意味せねばならぬ。ある一定の理論的なる經驗的測定の方法の基礎の上に立つ科學の內容としての空間は、かの實空間 Voller Raum として幾何學の虛空間 leerer Raum から區別される空間と考へられる。(Cas irr, Zur Einsteinsche Relativitätstheorie, S7 ff.) 幾何學が物理學に對してなし得る獨特の應用を吾々は茲に於て見ることが出來るであらう。計量から測定への推移はたゞ空間的なるものを含むもののゝみが可能にする。

他の如何なる數學もこの特徴を持つことは出來ぬであらう。私の問題は物理的空間のこの特質が如何に徹底し又發展して行くかを探ねることに集中する。相對性原理は最もよく之を明かにするであらう。

三

幾何學に於ては凡ての二つの座標の間の變換の條件を豫想せずして二つ以上の座標をとることは獨り無意味であるばかりでなく、又不可能なことである。もし之を許すとすれば幾何學の對象はその統一を失はねばならぬであらう。かゝる意味に於て幾何學の座標はたゞ一つであると考へられる。併しながら力學に於ては必ずしもさうではない。測定の座標は觀察者の立脚點を意味する。それ故吾々は經驗に從つて二人以上の觀測者を同時に想像する時二つ以上の座標をとることが必要となるであらう。而もこの場合何れの座標も他の凡ての座標を自己に干與して測定することによつて各々獨立なる對象界を構成すると考へられねばならぬ。固より二の座標の相對的位置が不變であると想像する時は一を平行移動せしめることによつて他に一致せしめ、かくして凡ての座標系を一つの座標系へ幾何學的に還

充し得るであらう。併しもし兩者の相對的位置が變化し得ると想像するならば兩者は物理的に區別されることを要求せねばならぬ。卽ち力學に於ては同時に二つ以上の測定の座標をとることが必要である。それ故物理的空間は二つ以上ありうると考へねばならぬであらう。吾々はかゝる空間の間の關係を如何に考へるべきであるか。ある特定の空間が他に對して何かの特異性を持つことは可能であるか、或ひは然らずして凡ての空間は同一の權利を持つのであるか。換言すれは何等かの絕對的空間が存在するのであるか、或ひは凡ての空間は相對的であるか。ニュートンは廻轉せる水桶の水面が漏斗狀をなす經驗的事實を根據として、移動は相對的であるが廻轉運動のみは絕對的であると考へそれ故絕對的空間は可能であると主張した。併しかゝる絕對的運動に對しては吾々はアッハと共に之を疑ふ餘地が充分あるとも考へられる。もしこの現象がその原因を廻轉運動に持つのではなくして何等かの他の條件に之れを歸すると想像するのも難くはない。カントの如きはwahre Bewegung とabsolute Bewegung とを區別し、廻轉運動は前者であるが後者ではないと云ふ。又カントが吾々の意味に於ける絕對的空間を否定したことは多くの人々の主張する處であらう。(Schneider, Das Raum-Zeit-Problem bei Kant und Einstein 參照) L.

Lange の慣性體系 Inertialsystem やノイマンのα體は運動の絕對性を通じて同じく絕對的空間の可能を主張する。(A. Müller, Das Raumproblem S. 20 ff. 參照)。ノイマンはガリレイの慣性法則によつて放任されたる質點が直線を畫くためには、運動の直線を一義的に決定することを必要とし、その唯一なる標準としてα體の存在を要求する。あらゆる時間を通じて不變なる絕對的剛體を要求する。而してα體は一點を過る垂直なる三直線と考へられ經驗的には漸近的に決定され得べきものである。(Ueber die Principien der Galilei-Newtonschen Theorie.) 即α體はかゝる物理的座標としての絕對空間を意味する。今もしα體が之に對して直線的に等速度運動をなす他のα體によつて置き換へられ得るならば (S. 30) α體の必然性はたゞ廻轉運動に對してのみ起り得る。吾々はニユートンの考へに對すると同一の態度を繰り返へすのみで足りるであらう。のみならず彼の主張する如くα體はガリレイニユートンの理論が要求するものであり、而もこの理論がある任意なるもの Willkürliches と見られるならば、α體の存在は必ずしも必然的ではないであらう。(S. 22) かくして絕對的運動に基く絕對的空間の可能性は力學的に排斥されるが如く見えるのであるが、他方マックスウェルの研究に從へば、電線に對して磁石が動く時磁石の周圍に電氣が生じるの

に反して磁石に對して電線が動く時電線には電動力が働くことを知るであらう。電磁氣現象に於けるかくの如き不整合は絕對的運動を從つて何かの絕對的空間を暗示せねば止まぬものである。吾々はその可能性を單に力學的に否定すべく說明することは困難であるから。(Einstein, Zur Elektrodynamik bewegter Körper.) 併しながらかゝる困難にも關らず、プランクの云ふ如くもし物理學が世界形像の統一を要求するものならば、それは必ず彼の所謂擬人化を脫することを第一に要求せねばならぬ。(Einheit des physikalischen Weltbildes.) 卽ち觀測者の個人的特異性を捨て去ることによりて始めて客觀的なる物理的法則に達し得るのである。換言すれば觀測者はその立脚點の、卽ち物理的空間の、特異性を、卽ち絕對性を捨て去ることによつて始めて統一ある法則に達し得るのである。物理學に必然的なる法則のかゝる客觀的統一、卽ち其の絕對性は、必然的に空間の相對性を要求するものである。

ガリレイ・ニユートンの相對性原理によれば空間座標が之と一定の速度を以て相對的に運動しつゝある他の空間座標に變換される時、時間座標は變換されずして不變に殘るものと假定される。併しこれはどれ程の積極的理由を持つのであるか。時間は如何なる測定の座標に干與しても同一であるといふこと、卽ち絕對的時間の

假定がそれである。併し時間のかゝる絶對性は思惟によつても經驗によつても保證されるとは思はれない。云はれる如く光速度を超えた速度を以て人が地球を出發すると假定すれば彼は結果の次に原因を見るでもあらう。ポアンカレーの云ふ如く時間の順序が因果關係を決定すると考へられると共に、因果關係が時間の順序を決定するとも考へられる。(La Valeur de la Science, p, 49) 少くとも時間は斯の如く相對的であると云ひ得るであらう。測定の座標としての空間はすでに述べた如く同時に又測定されたる空間であるが、時間も之によつて測定する時それは又測定されたる時間である。空間の相對性が要求される如く時間の相對性も之によつて要求される。即ち吾々は時間を物理的に定義せねばならぬ。換言すればかゝる定義は實驗的に時間を決定する方法を與へねばならぬ。(Einstein, Ueberdie spezielle und allgemeine Relativitätstheorie S. 14) アインシュタインは同時性 Synchronismus の概念を次の如く定義した、二つの座標系A、Bがある時、光がAからBに達するに要する時間とBからAに達するに要する時間が等しい時、時間はAとBに共通である。即ち光線がAの t_A 時にAからBに向つて發し、Bの t_B 時にBに於て反射し、Aの t'_A 時にAに歸る時、$t_B-t_A=t'_A-t_B$ ならばAとBの時間は同時的 Aynchron である。(Zar Elektrodynamik bewegter körper)又彼はAを發した光とBを發した光とが直線$\overline{AB}$の中點に於て相會ふ時、光はA、Bを同時にgleichzeitig發したものであると定義した。(Ueber d. sp. u. allg. R-T. S. 17)かくして彼は時間の測定の凡ての規定即ちその同時性と同時、從つて時間量の相等を完全に物理的に定義したのである。この定義はそれ故實驗的方法を豫想し、その結果として光速度なる經驗的內容が來されて來るのを注意せねばならぬ。もし時間を絕對的と見る限りかゝる事情は無意味であり又不可能である。ガリレイ・ニュートンの相對性原理によれば光速度は一種の電磁氣現象として一定であるべきである。それ故光線と共に進む媒質と之に逆ふ媒質とによつて光はその速度を變へる筈である。併しフイゾーの實驗が示す如く水の流れに從ふ光線も之に逆ふ光線も、その速度は單に之に水の速度を加減したものとは等しくない。而してマイケルソン・モーレーのかの實驗によれば光速度は觀測者の速度の如何に關はらず恒常でなければならぬ。それ故光速度の恒常は單なる現象ではなくして寧ろ法則と呼ばれるであらう。(E. Cohn, Das Physikalische über Raum und Zeit.)かゝる光速度恒常の法則と法則一般の絕對性とはアインシュタインの特殊相對性原理の二つの公準であり、かのローレンツ變換は之によつて理論的に導かれ得る。ローレンツ變換によつて

電場は電動力に、電動力は又電場に變換され得るが故にマックスウェルの電力學に於けるかの不整合はもはや不整合ではなく從つて絕對的空間を意味するものではあり得ない。物理的空間は凡て相對的である。のみならずローレンツ變換に於ては、空間は測定されたる長さそのものにも相對性を見出さねばならぬ。即ち測定の座標として何等の特異性を持たぬといふ意味に於ける空間の相對性は、同時に測定されたる空間の相對性である。時間の相對性も全く同樣に見出すことが出來るであらう。然らば時間と空間との關係は如何に考へられるのであるか。空間軸のローレンツ變換は時間軸のそれを必然的に伴ひ、且つ互に他の軸の變數を含むのであるが、任意の座標系に於ける時空の標系のある一定の結合の數値は、之にローレンツ變換を行つて得たる他の座標系の同一の結合の數値と同一となるのであるから、この數値は常數となる。この一定の結合の關係は四次元空間に於ける球又は二面的双曲面躰の方程式を與へるであらう。ミンコフスキーはかゝる四次元空間を世界と呼び、ローレンツ變換はかゝる世界の座標軸の變換、特にその廻轉の群G_cに外ならぬことを明かにした。(Raum und Zeit.) 彼の圖形に從へば一定の範圍に於ける世界の凡ての點はかくの如き變換の適當なる選擇によつて原點と同時の狀態に置かれ得る。

時間は空間軸の擇び方によつて少くとも一定の範圍に於ては同時とも前後ともなり得るのである。かくして時間と空間との内面的結合は世界に於て最も明かに云ひ表はされるのを見る。時間も空間もそれ自身獨立し得るものではなく兩者の結合する世界のみが獨立性を持つであらう。(同上)

世界と物理的空間とは如何に關係するか。後者が物理的法則の意味を負ふことはすでに述べたのであるが、世界に於て法則は如何なる位置を占めるのであるか。ガリレイ・ニユートンの相對性原理は、ニユートンの力學の三法則に就て妥當するにしても、電磁方程式については妥當し得ない。アインシユタインの相對性原理は歷史上後者に就いても妥當すべく生まれたる理論に外ならぬ。それ故に獨り力學の法則のみならず又電磁氣學の法則をも含むことに於てその存在の理由を持つであらう。かくしてミンコフスキーによれば「物理的法則は世界線の交互關係として其最も完全なる表現を見出すべきものであり、」それによつて「群G_cの變換に相當して座標系を變換しても自然法則の方程式が不變であり得るのである。」もし四次元の世界に於ても方向ある線分をベクトルと呼ぶならば法則はかゝるベクトルの關係として與へられてるであらう。速度、加速度、力等も固有時に關してとる時かゝるベク

トルとして表はされうるものである。（同上）世界それ自身が電磁氣學の法則を負ふことによつて歴史的に成立し得たのであるが、それは又一般的にかゝるベクトル乃至その結合を、卽ち凡ての自然法則を不變にすべき性質を持つてゐなければならぬ。而もかゝる「絕對的世界の公準」は逆に凡ての法則がかゝる世界に於て不變であるべく形ちづくられることを要求するであらう。かくして世界はやがて法則の裏であるとも云ひ得ると思ふ。さて人は世界と法則とのこの關係が物理的空間と法則との關係のより本質的なる姿であるといふことを承認しないかも知れない。世界に於て空間と時間とが如何にその獨立を失ふにしても吾々は種々なる點から見て兩者の區別を否定することは出來ぬであらう。のみならず假に世界を物理的空間とするにしても世界は物理的空間そのものではなくして多くの物理的空間の一つの統一に過ぎないとも考へられる。併し乍ら吾々はまだ物理的空間が如何なるものであるかを決定してゐない、寧ろ探求の途中にあるものである。それ故この世界を物理的空間ではないと考へる理由はどこにも無い筈である。從つて世界を物理的空間の持つ最も深い意味であると考へることを妨げるものはどこにもあり得ない。私は寧ろ世界こそ物理的空間の最後の形ちとしての「世界空間」であると思ふ。之を

單に〝Fiktion〟と見ることは好ましくない。私は之を確立するために世界空間の特質を更に明かにしやうと思ふ。

四

すでに述べた如く、運動は總て相對的であるべきである。獨り一定速度の運動のみならず、あらゆる加速度運動に關しても相對性が要求されるであらう。特殊相對性原理は一般相對性原理に迄擴張されねばならぬ。而して「經驗の敎へる處に從へば、凡ての物體に同一加速度を與へるといふ特質を持つ一つの力の場が存在する。かゝる特殊なる力の場は卽ち重力の場に外ならない。それ故、一般相對性原理の徹底は同時に一種の重力說とならねばならぬ。」(Einsteir, Die Grundlagen der allgemeinen Relativitälstheorie) 從來の力學に於てはかゝる重力による重力質量が物質の惰性による惰性質量と等しいといふことは必ずしも認められなかつたとは云へぬにしても少くとも明言される程に注意されてはゐなかつた。併しながら「經驗の敎へる如く、與へられたる重力の場に於いて加速度が物體の性質や狀態の如何に關らず常に同一である以上、重力質量の惰性質量に對する比は如何なる物體についても同一でな

ければならぬ。それ故もし適當なる單位を選ぶことによつてこの比を一とするならば一物體の重力質量と惰性質量とは同一であると云ひ得るであらう。」(Ueber d. spez. u. allg. R T,) 惰性の法則は點の運動行程が最短線 geodetische Linie であるべきことを云ひ表はすものとも考へられるのであるが、惰性質量は從つてその內にある意味に於ける空間的關係を含むことは容易に想像されるであらう。惰性質量と重力質量とのかくの如き同値 Äquivaleuz はそれ故重力と空間とのある一定の關係を暗示せねば已まぬであらう。

一つの靜止せる座標系に干與して測定する時加速度運動をなすと見做される他の座標系は、個有なるそれ自身の座標に干與して測定される時明かに靜止せるものと見做される。而して後者によれば前者が却つて同じ加速度運動をなすものと見做されるであらう。卽ち吾々は座標系を取捨することによつて、卽ち座標を變換することによつて體系の加速度を消し得ると共に、之を生產し得るものと考へる。云ひ換へれば加速度は世界空間の座標軸の適當なる變換によつて生じ或ひは消え得る處の相對性を持つものである。アインシュタインによればかくの如く世界空間の軸の變換によつて起されたる加速度、卽ち力の場は、凡て重力に相當するものであ

ると假定される。廻轉運動に於ける遠心力乃至求心力と雖もかゝる重力の一種に過ぎない。それ故かの同値の原理は今や世界空間の軸の變換卽ち測定の座標系の變換と重力の場との同一を意味することゝなる。(Eddington, Report on the Relativity Theory of Gravitation, p, 19)

併しながら例へば物質によつてその周圍に起されると考へられるニュートンの意味する重力の場の如きものは、如何なる座標系に干與することによつても決して變換し去る Wegtransformieren ことは出來ないであらう。かゝる重力の場はそれ故、單なる座標の變換によつて、特殊の場合なるガリレイ座標から導かれうる先の特殊なる重力の場とあくまで區別されねばならぬ。(Die Grundlagen d. allg. R-T.) たゞ前者が尺度、時計及び運動自由なる質點に對してなす作用は、後者のそれと同一の法則に從ふといふことを假定し得るのみである。それ故ガリレイ座標の變換によつて導かれたる重力の場に於て其時間空間の關係を求め、之を如何なる座標に干與しても妥當すべき法則に構成するのみではまだ不充分である。かゝる法則はなほ一般的なる重力の法則とは云はれない。それ故重力の法則はより一般的なる立場から一定の條件の下に於て求められねばならぬであらう。(Ueber d. sp. u. allg. R-T,) ミンコフス

キーの云ふ如く世界空間に於て法則はベクトル(第一階級のテンソル)の不變なる關係として與へられる。即ちより正確に云ふならば、それは一般にテンソルよりなる共變的微分方程式として與へられる筈である。重力の法則も固よりかゝる方程式として求められねばならぬ。今ガウスの表面座標 x_μ x_γ に關して微線方 ds は、一般に $ds^2 = \sum_{\mu\gamma} g_{\mu\gamma}\, dx_\mu\, dx_\gamma$ の關係を持つ。μ、γ を1、2、3、4とすればこの ds は世界空間の微線分に外ならぬであらう。而してかゝる $g_{\mu\gamma}$ は一般に dx の函數であるから、それは世界空間の數量的性質即ちその歪みとも云ふべきものを意味し、吾々はこれを重力のポテンシャルに相當するものと考へることが出來るであらう。次に又この $g_{\mu\gamma}$ は Tensorkalkül に從ふ時一種の共變的テンソル、即ち基本テンソルとなる。それ故重力の法則はかゝる $g_{\mu\gamma}$ よりなる共變的關係として與へられねばならぬといふことが歸結する。$g_{\mu\gamma}$ 及びその導來函數よりなるリーマン・クリストッフェル・テンソル $B^{\rho}_{\mu\gamma\sigma}$ の消滅は先づかゝる共變的關係として與へられる。單なる座標の變換によつて起されたる重力の場に於てはこの關係が滿足されるであらう。何となればこの關係は g が常數であるための必要にして充分なる條件であるから。(Eddington, Report p. 39 a-42)即ちそれはユークリッド空間の存在、換言すれば恒常なる重力の場を含まぬ世界

の關係を示すのであるから。それ故重力の一般的なる法則は $\delta B_{\mu\gamma\delta}=0$ に比してより一般的であり、而も前者が滿足される時滿足される筈のものでなければならぬ。アインシュタインは $\delta B_{\mu\gamma\delta}=G_{\mu\gamma}=0$ をかゝる一般的法則の方程式であるとした。人はこれから種々なる方式を導き、重力と空間との關係を具體的に示し得るであらう。

單なる座標の變換によつて生滅し得る重力の場が世界空間の軸の變換と同値であることはすでに明かであるが、以上のことからして少くとも、一般の重力の場はかゝる軸の變換と同値であると考へることは出來ない。世界空間の數量的性質を云ひ表はすべき $g_{\mu\gamma}$ が同時に重力のポテンシャルであるといふことは何を意味するか。かゝる事情の下に於ては、世界空間の軸の變換のみならず、世界空間それ自身が重力の場と同値であると云はねばならぬ。たゞに測定の座標としての多くの空間の統一として重力の場の生滅の關係を含むのみならず、世界空間それ自身が直ちに重力の場でなければならぬ。私は世界空間の全く新しい特質を茲に發見する。重力の場のあるものは物質の周圍に起されたるものと考へられる。重力の場が世界空間の一次的歪みであるに對して物質はその全部の歪みに外ならぬ。(Eddington, Space, Time a. Gravitation p. 91) 重力の場が世界空間の數量的構造に相當するとすれば、物質

はその位置解析的構造に相當すると考へられる。(Becker, Beiträge, Jahrbuch. S. 175) 何となれば物質の占める位置に於ては重力の法則が行はれず、從つて重力の場の結合 Connexus が斷たれるからである。併しながら力の場が力の主體とその作用とからなると考へるならば、物質も重力の場に含まれるといふことが出來るであらう。而して又質量は世界空間の歪みとしての重力の場に基く。それ故世界空間はこの場合重力の場そのものに外ならぬと考へられねばならぬ。力學の世界は世界空間に全く含まれるであらう。

私は世界空間の此特質に對應して、最後に殘されたる電磁氣現象と世界空間との關係、卽特殊相對性原理の第二の擴張に就いて述べねばならぬ。リーマンのn次の多樣に關する幾何學は微線分 ds に就いて論じる微分幾何學であるが故に遠隔幾何學に對して近接幾何學であると考へられる。併しワイルによれば互に遠隔せる二つのベクトルの長さを直接に比較し得ると假定する點に於て、これはまだ眞に遠隔幾何學の分子を脫してゐるものではない。眞の近接幾何學に於てはかゝる直接の比較はたゞ無限に接近せる二點の間に於てのみ可能であると考へねばならぬ。リーマンの幾何學に於てはベクトルの方向はその移動と共に變化するが、ベクトルの

長さは移動の途の如何に關らず不變であると考へられる。即ち方向は inintegrabel であるに反して長さは integrabel であると考へられる。併し長さはある單位を以て計量されたるものであるが、この計量の單位を場合に應じて任意に選ぶ時長さはもとより一定であり得ない。もし世界空間の終點がそれぞれ個有の異なれる單位を要求する如き計量的連續であるとすれば、ベクトルの長さはその移動の途の如何によつて變化せねばならぬであらう。即ち眞の近接幾何學はかくの如き長さの Inintegrabilität を許さねばならぬ。世界空間のリーマンによる內部的計量關係 $ds^2 = \sum_{\mu\gamma} g_{\mu\gamma}\, dx_\mu\, dx_\gamma$ は計量單位の任意の選擇に於て一つの比因數 Proportionalitätfaktor を不定のまゝに殘すと考へられるが、今この比因數の微小差異を $d\varphi$ とすれば $d\varphi = \sum_i \varphi_i\, dx_i$, $i = 1, 2, 3, 4$ なる計量關係はこの比因數を決定するものである。即ち眞の近接幾何學に於ける計量關係は獨り $ds^2 = \sum_{\mu\gamma} g_{\mu\gamma}\, dx_\mu\, dx_\gamma$ のみならず又 $d\varphi = \sum_i \varphi_i\, dx_i$ なる方式にも依存せねばならぬであらう。(Weyl, Gravitation und Elektrizität) 而して前者に於ける $g_{\mu\gamma}$ が重力のポテンシャルと考へられた如く、後者に於ける φ_i は電磁氣力のポテンシャルと考へられる。何となれば φ_i の四つの値は恰も電磁氣ベクトル・ポテンシャルの三つの分と、靜電氣のスカラー・ポテンシャルとに相當するからである。(Eddingtons Space, Time a. Gravitation p. 171 參照)かゝる φ_i の結合としてのマックスウェル電磁方程式の群は重力の場に於ても成立すべく擴張されることによつて世界空間の歪みと計量單位の任意とに對して共變的なる法則を與へるであらう。

「かくして電磁氣の場も電磁氣力も世界の計量關係に基くものである。然るに自然に於ては重力と電磁氣力以外に眞に根源的なる力の作用を吾々は知らない。……それ故吾々は次の結論に達する。世界は(3＋1)次の計量的多であり、凡ての物理的場の現象は世界の計量的關係の發現である。」(Weyl, Raum Zeit Materie 4 Auflage, S. 258)
今や私は次の如く歸結する。世界空間は物理學に於ける根源的なる力の場そのものである。それは廣義の力學卽ち理論物理學の對象を意味する。而もその單なる形式ではなくしてその內容としての空間であると云はねばならぬ。(Cassirer, Zur Einstinschen R. T.S78) 而して內容に種々なる段階があるとすれば之は少くとも物理學の本質的內容であると云はねばならぬ。何となれば世界空間に於てのみ一切の物理的對象界が基礎づけられるのであるから。それ故世界空間は物理學否一般に自然科學のアプリオリと考へることも出來る。もし幾何學が幾何學的空間をその對象とするならば物理學は世界空間をその方法とする。(同上S. 15) それは方法にし

て又同時に對象であらう。力の場としての世界空間が物理學の基礎として物理的空間と呼ばれねばならぬ必然性は茲にあると思ふ。

―終―

寄贈書籍雜誌

哲學雜誌、丁酉倫理講演集、心理研究、觀想、教育研究、内外教育評論、學校教育、教育時論、願棐、三田文學、信濃教育、東亞之光、教育學術會、支那學、東洋思想研究、都市教育、社會學雜誌、生理學研究、教育畫報、佛教研究、講座。