

哲學研究

第百五十八號

第十四卷
第五册

數の對象性

三宅剛一

形式化せられた近時の數學は純粹な關係の體系であつて、一群の基本的な關係が定立せられたとき、それから導き出し得る論理的歸結の追及が數學であるとせられてゐる。かゝる數學に於いて對象として考へられるものは、單に基本的關係を満足するものといふ形式的規定をもつのみであつて、内容的には全然不定のものである。かやうな立場に立つ限り、數學はたゞ關係の聯關の展開にすぎない。關係を擔ふところの主體の絶體的な本質といふ如きものは數學の視野に入つて來ない。數學に於ける關係聯關の主體としての數そのものといふ如きものは、數學にとつては一の超越的存在であつて、かゝる超越的なるものから數學を離脱せしめるところに數學の概念體系としての純化があるのだと考へられてゐる。

しかしかゝる見地はたゞ相對的にのみ妥當なものであつて、それを絶對化し、數學からあらゆる「超越的」なるものを排除せんとするならば、數學に於ける概念や關係は全然無意味なるものとなるのである。數學に於ては概念や關係の内容的意味は問はないといふが、それは單に概念や關係を孤立的に考へた場合にのみ云ひ得るのであつて、公理體系全體をとつて考へるならば、それについて何等かの對象的意味或は「存在性」が問題となることは拒み得ないであらう。概念の「存在性」はその非矛盾性に外ならぬといふ主張もすでに數學的對象の存在の意味に關する一定の主張である。概念の非矛盾性が何故にたゞちに對象の存在とみられ得るかといふ反問に對しては、それは數學の對象の對象としての特有性に基くのであると答へる外はないであらう。所謂形式主義と直觀主義との論争が起り得るといふ事實そのことがすでに、何等かの點に於て、公理的關係聯關の主體としての對象の本質の解明が數學自身にとつて缺くことの出来ないものなることを示してゐるのである。さうしてかゝる問題の決定的解明は、數の對象的特性、その存在論的意味を示すことによつてのみ望み得るのである。

數學にあつては、方法を離れて對象はない。對象は全く方法によつて規定せられ

るといふであらう。かゝる主張に對しては、數學特有の方法、即ち純内在的な概念構成の方法なるものが、その可能性に於て數學的對象の特性に基くのであることを指摘しなければならぬ。對象の特性を無視して、所謂「自由なる數學」の主張を絶對化せんとするならば、數學は一定の規約に基いた方法的操作としての遊戯と擇ぶ所はないことゝなるであらう。否遊戯と雖全然對象からの限定を免れるものではない。空間の規定とか物理的制約とかを顧慮してはじめて遊戯の規則が成り立つのである。極端な形式主義の立場からは、數學は單なる記號の學であるといふが、それは記號なるものゝ特有の機能のうち潜む問題を無視したときのみ「意味」に無關係と考へられるのである。

數學そのものが、一の特殊科學としての立場から、數とか空間とかいふ如き對象を超越的なものとして、その視野の外におくことがかりに正當であるとしても、哲學の立場からかゝる對象の構成その對象的成立の可能根據を考へることは重要な課題であることは云ふまでもないであらう。數は單に數學に於ける、整理し分化せられた概念の對象であるばかりでなく、人間のきはめて原始的な意識形象である。かゝる方面からみて、所謂自然數なるものゝ重要な意味があるのである。私がこゝ

に論じやうとするのも専ら自然數に限られる。私の現在の豫想が誤つてゐないならば、自然數の概念は、他の所謂擴張せられた數の概念に對して、單に發生的に原始的であるに止らず、論理的にも基本的な意味をもつものである。であるから數の考察を自然數から始めるのは順序として不當ではあるまいと思ふ。

自然數を哲學的に考察するといつても、種々の視點があり、それに應じて問題となるものも種々あり得るであらう。私はこゝに、數に於て本質的と考へられる概念的乃至關係的聯關は何であるかを考へ、その聯關を擔ふところの對象がいかにして可能であるか、その對象の成立する場面はいかなるものであるかといふ様な問題を論じてみたいと思ふのである。

要求と所與とを混同し、事象そのものゝ解明よりも概念的構成の方が先に立つといふ危険は自分でも十分感ずるのであるが、出来るだけそれを避けるやうに努めたと思ふ。こゝに提議せられた問題解決の試みについては、自分にも尙かなり不安も残つてゐるが、數理哲學の問題をかやうな視點から眺めるといふこと、即ち問題そのものゝ所在については自分はその妥當性を疑ふことは出来ないのである。

一、數と系列的關係

數學の對象をなすところの數が感性的存在でないといふことは、數と數へられたものとの區別する以上明白なことである。數の非感性的對象であることは、ギリシヤ以來認められてゐるのであるが、その對象的構造或は存在論的位置がいかなるものであるかについては決定的な論明は得られてゐないやうである。

對象論者は感性的知覺の對象に對して高次の對象を區別し、數は高次の對象の一種であるとする。高次の對象のうちで更に關係と複合體とを區別し、數は後者に屬すると考へてゐる。複合體は關係の外に關係の項をも構成因子として含んだ全體であるが、數に於いては項は關係に對して自立性をもたず、その内容に於ては全然關係によつて規定せられてゐると考へられ、そこに數の複合體のうちに於ける獨自の位置が考へられて來るのである。數の概念の内容的規定を與へるものは定義である。定義は結局概念的關係の確定に外ならぬ。ところで數の概念に於ては、定義は單に對他の關係の規定ではなく、定義そのものによつてはじめて概念の内容が與へられる所の、論理學者の所謂綜合的定義なのであるから、數の概念的内容は關係のう

ちに含まれてゐる。數の概念と數そのものとは區別されねばならぬとしても、數に於て、關係に對する特有な依存性のあることは認めざるを得ないであらう。それならば數はその對象的存立に於て關係の複合に歸入さるべきであらうか。

自然數の内容を規定してゐると考へられるものは、まづ第一に系列的關係である。系列的關係を自然數の構成原理とみなし、自然數のすべての性質をこの關係から導き出さうとする試みの代表的なものゝ一つはデデキントの自然數論である。哲學の方面からカッツシラーの如き之を以て數概念の最も純正な規定とみなしてゐる。ところでデデキントの實際に與へてゐるものは彼の所謂單純無限體系の性質の規定即ちその形式的 *Sosin* にすぎぬ。その上に尙、彼はかゝる形式をもつた特殊の具體的體系の存在を指示し、數系列はかやうな具體的無限體系の要素の特殊性を抽象して、たゞその相互の可區別性だけを保留したものであるとしてゐる。しかしかゝる抽象化せられた體系が對象的にいかなるものであるか、或はそのやうな體系がいかなる存在領域に於て對象的意味をもつかといふ様な點には論及してゐない。即ち數系列の對象的可能性は示されてゐない。この點に於てはラツセルが、デデキントの據つてもつて無限系列を定義してゐるところの性質は、あらゆる無限系

列 (Progressions) に共通であるとは考へ得るが、この性質そのものが一の系列を作るのではない。(Russel, Principles of Mathematics, p. 249) と評してゐるのを正當とせざるを得ない。

かやうな疑問を發するのは未だデデキントの論旨に徹せざるがためであるといふかも知れぬ。區別せられたる要素は系列的關係と共に與へられるのである。デデキントの所謂映寫の關係なるものは、任意の一要素 a に對してその映像 a' を、更に a' に對してその映像 a'' を映寫的に產出するものである。要素は關係の所産であるが故に系列的關係を與へることはたゞちに系列を與へることなのであるといふかも知れぬ。この所謂生産的關係の概念は一見この問題に解決の鍵を與へるものゝ如くであるが、精細に考へてみると必ずしもさうでないことが解るのである。

何等の先入見なしにこれをみれば、デデキントの映寫なるものは、與へられたる對象の體系に對して一の相似的體系を對應せしめるところの一般法則にすぎないのであつて、その關係の h として、一定の對象の集合が別に與へられない限り系列を生ずるものではない。特殊の内容と結びつかない映寫系列はあり得ない、數系列は例へば時間の系列、或は空間の點系列の如きものに比して、更に一般的形式的である

と考へられるが、しかし單なる系列の形式でなく、既に定まつた系列である以上、系列的關係がそれに於て内容的充實を受くべき對象領域がなければならぬ。

一般に移動的、無對稱的關係は系列を生ずるといはれるが、それは一面に、この關係と相關的に、その場が與へられるといふことを豫想してゐるのである。ラッセルなどの立場はそれである。だからカツシラアの如く生産的關係から、個々の項が生じると考へ、その思想をラッセルに結びつけやうとするのは無理である。(カツシラア、カントと近代の數學、下村氏譯十七頁たゞし、數系列が成り立つためには、系列的關係を内容的に充實すべき領域がなければならぬといふのは、その領域が直ちに所謂基數—數の系列的性質と獨立な所謂論理的性質によつて定義せられるものとしての基數の領域であるといふラッセルなどの説をそのまま承認する意味ではない。

上述の如き考方は系列的關係を外面的抽象的にみたものである、映寫の眞義は單に與へられたものを寫すことにあるのではないといふかも知れない。それが正しいか否かは別とし關係によつて系列が生ぜられるといふ見解については、更に根本的とみられる論據について考へてみなければならぬ。ナトルプは思惟が關係の定立であり、關係の定立は項の定立を含むといふ見地の下に、數系列を思惟の定立に歸

する。ナトルプの基本系列の説はいま改めて叙述するを要しないであらうが、彼の如く系列の初項を相對的とし、系列を兩方面に開いたものと考へるのは、系列の論理的生成を不可能ならしめるものであらう。思惟の定立が常に原項と對項との對立的定立であるならば、系列の項の段位的特性の一定するためには、云ひかへれば系列が第三項以上に進み得るためには、系列の唯一なる初項が定まらねばならぬ。aに對してbが定立せられ、bに對してcが定立せられたとき、この兩關係に於ける原項a及bが、たゞ單に對立的關係の原項であるといふ意味だけしかもたないとするなら、この兩定立は相異なるものとして區別さるべき何等の内面的特徴をもたぬ。故に、それを異る文字で現はすことの許さるべき根據は認められない。従つてcといふ如き新しき記號によつて現はさるべきものはないといはねばならぬ。bが初項に對する對項といふ意味を保ち、cは初項の對項の對項といふ意味をもつとき、bに對するcの關係がaに對するbの關係と區別せられ、しかも同時に之と聯結して、cなる新しき項があり得るのである。系列に一定の初項の不可缺なることは、ゲー・エフ・リツプスのすでに明かにしてゐるところであるが、ベルクマンの如きも、特記せられた項の棄却は要素の相互の區別を不可能ならしめることを指摘してゐる。(Hugo

Bergmann, Das Unendliche und die Zahl. S. 30)°

これはたしかにナトルプの基本系列の可能に關する一の難點であるが、系列に於ける項の段位的相對性といふことは、ナトルプに於ては思惟定立に於ける關係と項との關係についての根本的思想と聯關してゐるのである。それは即ち關係の *Mis-
ezung* (共定立)の考である。ナトルプは系列の各項がその位置的相違にも係らず、いづれも一であり得るのは如何にして可能であるかを示さうとしてゐる。項は全然關係に依存するものならば、一定の關係によつて與へられる特性を脱することは出來ない。ある定つた系列の各々の項はその系列に於て唯一のものであり、段位的特性によつて互に區別せられるものなるが故に、いづれもが同様な一として相互に交換し得るといふことは不可能な筈である。系列のいづれの項も一であり、何れの兩項も合せて二であるといひ得るためには、何等かの意味で、特定の關係への依存からの項の開放が可能でなければならぬ。ナトルプによれば所要の、項の關係に對する一種の獨立性は、項が關係から分離するといふことではなく、一の項が多く異つた關係に立ち得ること、即ち多面的關係性 *Mehrfache Beziehbarkeit* を意味するものであつて、それは結局一の關係と共に他の諸關係が同時に定立せられるといふことに基く

のである。これによつて一の關係に於て原項であるものが、他の新たな、しかも前者と同時に定立せられた關係に於て對項として立つことが出來、一の關係に於て要素の綜合であるものが、他の之と共定立せられた關係に於て要素となり得るのである。
 (Natorp, Die Logische Grundlagen der exakten Wissenschaften, S. 103)

關係の相互含有性又は共定立といふことは一般に推論の可能なる根據をなすものであるが、いまの場合これによつて、次位を異にし、或は方向を異にする關係の項が互に結びつくべき根據が與へられ、思惟の連續を破ることなくして、項の關係からの一種の遊離が可能ならしめられると考へられる。果してさうであらうか。共定立の概念は潜在性の概念を含んでゐることは明かである。aのbに對する關係が定立せられるとき、bのaに對する關係も同時に定立せられてゐるのであるが、後者の定立は前者のそれと全然同一の意味のものではない。そこには定立の位相の差があるのである。第一の關係が顯在的であるに對し、第二の關係は潛在的である。この定立の位相的差異を無視すれば、關係の方向セブスなる概念は成り立たず、従つて系列の可能性も失はれる。

ところで潜在性を認める立場は作用の立場發展の立場である。潜在性と作用性

とは相關的である。「作用から潜在性を除去するならば作用ではなくなる。」(西田博士、場所。一。「働くものから見るものへ。」二七九頁要素は常に關係に於て與へられ、關係は定立の位相的差異をもち、特定の方向をもつとするとするならば、要素そのものにも位相の差異と方向性とが附着してゐるとみねばならぬ。しかるに基數の成立は、系列のいずれの項も等しく一であり、任意の二項が合せて二であることに基く。かく順序に依存しない要素の綜合としての基數が成立し得るためには、要素に附着する方向性と位相的或は段位的差異とを脱却し得る立場がなければならぬ。かゝる立場はもはや共定立の思想のうちに求めることは出來ないのである。眞に方向の相對性といふことをいひ得るためには生成の立場、作用的發展の立場を超越しなければならぬ。順位をもつた項が超順位的綜合に入り得るためには、順位に拘束された特定の關係からの離脱のみでなく、方向性、順位性一般を離脱して、互に異なる聯關にあるものがすべて同格のものとして相並んで立ち得る場面がなければならぬ。この場面は特定の方向と順位とをもつたものを、その方向と順位とから離脱せしめる場面なるが故に、それ自身一定の方向と順位とをもつものであつてはならぬ。その意味で無方向、無次元と考へねばならぬが、それは方向や次元と絶縁せられたものでは

ないのであつて、むしろ超方向的超次元的といふべきであらう。かゝる場面なるものは、いまのところ論理的要求の概念に止まる。それが具體的にいかなるものであるかは後で述べるつもりであるが、こゝにはその概念を今少し詳細に限定しておきたいと思ふ。

順位又は次元の相違をもつた対象を、無制限に一の全體をなすものとして考へることが論理的難點を含むといふことは、所謂集合論の矛盾と呼ばれてゐるものに於て明かにせられてゐる。段位の相違をもつた対象の全體が正當な概念として成り立ち得るためには、何等かの意味でその段位的相違を離脱し得る場面が必要である。いはゞ段位についての公分母が必要である。ラッセルの還元可能性の公理もかゝる公分母の要求を公理として掲げたものに外ならぬ。集合の要素と集合との間の段位的區別と系列内に於ける項と項との間のそれとは直ちに同一とは云へないであらうが、ある項の概念的規定のうち、初項からその項までの段位的進行が含まれて居り、一の項はそれに先だつ項までの進行の全體によつて規定せられてゐるとすれば要素の總體によつて定められると考へられるところの集合の段位性と比較されないことはないであらう。

思惟の定立はその進行の方面からみれば方向の定まつた逐次的な定立であるが、かゝる定立の根據に存する綜合的統一に於て、あらゆる方向を統一する公分母が與へられてゐるのであるといふかも知れないが、それならばその統一はいかなる意味で可能であるか。統一は内容に於ける統一でなければならぬ。あらゆる内容が逐次的定立によつて成り立つと考へられる場合内容のいかなる契機に於て、超方向的超順位的統一の可能なる根據が求められるか。内容の超次元的親和性アライニメントはいかにして可能であるか。數の成立のために要求せられる親和性は内容的には極微的であつてよいと考へられる。即ちあらゆるものが統一的思惟に於て思惟されたるものとして、その意味で一なるものとして考へられるといふだけの親和性にて足りるといへる。而してかゝる親和性を基礎づけるためには必ずしも作用の立場を超へる必要はない、それは定立的思惟に對し一段高次的な反省作用に於て與へられると考へられる。ある特定の思惟の聯關に於ては、その聯關内で關係的位置を異にする二要素は同様に一であるとはいへない。かゝる位置的段位的區別を平均化して、定立のうちに含まれたあらゆるものを一として統一し得るのは反省的思惟の立場である。反省に於て、原定立に於ける定立の位相的相違から來るところの内容の段位的

相違が超越せられ、あらゆるものが「思惟せられたる或物」であるとして、平等化せられるといへやう。あらゆる對象が「一或は或物」なる概念の下に包攝せられるといふのは、かゝる平均化的反省の立場に於ていあると考へられる。

反省の立場に於て一種の平均化が可能であることは争へないが、しかしそれによつて直ちに吾々の問題が解決せられるのではない。いかなる思惟の定立に於ても、その反面に反省の可能性があるとはいへるであらうが、かゝる反省もまた一の立脚地をもち、限られたる視野をもつと考へねばならぬ。特定の立却地に於て平均化され得る内容は範圍が限られてゐる。定立の及ぶ限り反省も之に伴ひ得るといへるであらうが、限定された一々の反省は定立的内容の全野を包むことは出来ない。反省が作用である限り反省そのものに作用的位相の相違が伴ふからである。反省の限りなき反復の可能がこのことを自證してゐるのである。反省が更に反省し得るといふのは、原反省に於て單に潜在的であつたものが顕在化せられることであるが、かゝる潜在性の殘されてゐる限り、反省の平均化は考へ得べきものゝ全體に及び得ないのである。實現し得べきいかなる反省も特定の次元をもち、その次元に含まるゝ限りの定立を平等化し得るに止る。それは進行的定立の翻へされたものとし

て、前者の限定された方向からは超越し得ても、方向的限定一般を超越し得るものではない。特定の方向の超越が常に可能であること、一定の定立乃至反省に對し、更にその反省が可能であること、そのことの可能性の根據は次元と作用性とのうちに動くところの反省に求めることは出来ないのである。従つてあらゆる系列的なるものゝ平均化の場面は、いまだ問題として残されてゐるのである。ナトルプは定立的關係の原項も對項も、更に、要素と要素の結合された全體をも、ひとしく自己の下に包攝し得べき、「*ein*」の抽象的意義の可能を考へてゐるが、あらゆる位置的差別に *verschiedenartig* な「*ein*」なる概念が内容の多様性に面して成り立ち得る統一の場面は、彼の立場に於ては不可解とせざるを得ない。認識の圓周的方向と求心的方向との相關的統一といつても、それはたゞ定立の限りなき前進と相關的に、中心的統一が限りなく退行的に深まり行くといふ以上の意味をもつことは出来ない。かゝる無限の退行そのものゝ可能根據は全く不明である。

しかし吾々の求めてゐるものは一般に可能であらうか。定立の反省が過程性作用性を超越することは不可能なではあるまいか。といふ疑ひが起つて来る。そのことについては後に立ち入つて考へることゝし、こゝでは求められたる超越的場面

の不可能は何を意味するかを考へておきたい。この場面は思惟の定立的聯關に於て位置的相違をもつ所のものを、その相違にも係らず互に比較することを得しめる公分母的場面である。それ故これを對象一般の平等的場面といつてもよいであらう。或は、この場面は種々の聯關に於て、それ〴〵特異の意味をもつた對象的なるもの、全體を、「一」又は「或物」なる概念的形式的質料として、その概念の遍通的外延の領域のうち、に包括統一する場面として、「一」なる概念の遍通的外延の場面であるともいへる。かゝる場面がもし不可能であるとすれば、單に基數の成立、或は一般的集合論が不可能となるだけでなく、對象一般の學としての形式的本體論、或は *mathesis universalis* 乃至所謂對象論の對象領域が失はれるのである。形式化的抽象とはあらゆる對象を同列化的に單なる「或物」なるものとして、形式化的に對象化することだとするならば、かゝる形式化の可能なるためには、少くとも對象が定立の位相的差別から「抽象」され得るのでなければならぬ。どころでかゝる「抽象」は前述の平均化の場面を假定せざれば不可能である。抽象に關する從來の論述は通常抽象の基礎フンダメントとしての具體的對象の表象と、それに加はる「新しき意識の仕方」としての抽象作用のみに注目し、かゝる作用の成立の意識に於ける場面、並に抽象作用のうちに與へられる或は構成さるゝ

一般的對象の存立の場面を考慮に入れてゐないやうである。即ち抽象の發足點と道程とをみてその到達點をみないやうに思はれる。對象論はレアルな存在的對象のみならず、單に成立する高次の對象をもその視野のうちに包含し、更に事實上存在せざる或は成立せざる對象を考へるのみならず、本性上存在又は成立の不可能なる對象即ち矛盾的對象をも包含する一般的な對象の學であるといふが、かゝる對象一般の學の成立し得るための不可缺の制約として、對象的なるものがレアル、イデアルといふ如き聯關的位置、次元の相違、可能不可能といふ如き定立の位相的差別を離脱してすべて同一水平面に立たしめられるべき地盤がなければならぬ。これは上述の平等化の場面において他に求めることは出来ないものである。對象が純粹に概念、或物の外延としてみられたとき、項と關係、レアルとイデアル、可能的と矛盾的の如き差別の入り来る餘地はないのである。その意味に於てこれ等のものすべてを包括し得る如き對象の一般的概念が可能となり、それ等の全般に通ずる理論としての對象論なるものが成立し得るのである。一切を平等化しながら而もあらゆる差別をも保存する如き具體的全體の絶對的場面なるものかもし考へ得るとして、概念「」の遍通的外延の場面は之に對しいかなる位置、關係に立つかといふ問題も起り得る

が、それ等の問題が考へられるに先つて、當面の問題としてまづ遍通的外延の場面そのもの、可能が論明されねばならぬ。數の對象的成立の可能は直接には後者に依存するのである。この點については次節に數と集合との關係を論ずる際に更に言及することとし、こゝには數系列の可能といふ本節の問題にたち歸つて考へてみよう。

上に論じた如く系列的關係、即ち任意の要素に對して、すぐ次の要素を對應せしめる關係は、それ自身として要素を産出する生産的關係ではない。ある要素に對しその映寫要素は映寫關係そのものに於ては單に求められたるもの、志向せられたるものにすぎぬ。この志向が志向そのものに依存せざる領域に於て充實せられたときは、はじめに映寫要素が成り立つ。要素 a に對し a のビルド a' を考へるところの志向は、すでに要素 a とは別なものであり、この志向そのものも思惟されたる「或物」として反省的に對象化せられ、かくしてそれがまた一の定つた要素を興へる。かく考へれば志向が直ちに志向の充實を興へるといへるのであるが、しかしそのためには、まづ直接なる要素と、單なる關係を通して志向されたるものとを、同一水平面に立たしめ得る場面が豫想されるのである。かゝるものがなければ a とそのビルドとは

並立的な要素とはならぬ。系列形式が充實されて系列を生ずるためには、この充實を可能ならしめる場面として、超順位的場面がなければならぬのである。基本系列は關係定立の思惟が、逐次的な定立性、定立の位相的相違などを超越した場面に於て項について充實された時にはじめて成り立つのである。そしてこの充實の場面は定立の初項を含み任意の項に對してそれにつゞく項をも含むものなるが故に所謂數學的歸納法の妥當性を基礎づけるどころの對象領域である。

系列的關係を充實する場面が單なる「或物」の遍通的なる外延の場面であることから、この場面に於て一般的系列關係が充實されて生ずる系列は形式的一般性をもつた系列である。それは終項をもたざる無限系列であつて、ラッセルの所謂プログレッションであるが、内容的に特殊化されてゐないものなる故形式的プログレッションと名けてよいであらう。デテキント、ラッセル等のいふ如く數論の全體がかゝる系列から導き出されるとするならば、之を數系列と呼ぶことは不當ではないであらう。しかし系列的關係がそれと獨立に存在する基數の領域に於て充實されたものを序數系列と考へるならば、かゝる序數は形式的數系列そのものではなく形式的系列の領域的に特殊化されたものとみななければならぬ。系列關係充實の場面は基數

なる特定の集合の場面ではなく、後に述べる如く基數の成立に於てすでに豫想せられるところの集合一般の場面なのである。

次に、この系列は論理的系列といへるであらうか。論理的なるものゝ領域を定立的思惟の範圍に限るならば、この系列はその成立に於て論理を超越する根柢の上に立つといはねばならぬ。何となればその根柢は同時にまたかゝる意味での論理的なるものゝ據つて立つ根柢に外ならぬからである。論理も數理も反省的範疇に基くと考へられるが、超越的場面とは結局反省的なるもの一般の含まるゝ場面に外ならぬのである。その意味で論理數理に共通の基礎である。かやうにその成立の場面に關しては、論理的なるものと數との間に依存關係はないが、數に關する概念の體系としての數學は概念一般の學たる論理學に依存することは勿論のことである。

思惟による對象の限定は常に聯關的限定である。概念的聯關が對象に於て實現されるためには、對象の場面のうちに何等かの出發點が定められる。あたかも空間に於ける點の座標的限定に於て原點が定められるのと同様である。定まつた原點から出發する思惟の限定作用は必ず一定の方向に順序的に進展する。數系列はかゝる思惟の聯關的限定の最も根本的な一般形式である、それは思惟的限定一般の法

則性を最も基本的な形に具現したものである。この意味で數系列は思惟對象の世界に於ける最も普遍的な座標系を形づくるものといつてよいであらう。いやしくも何等か思惟的に限定せられたる對象は必然に何等かの仕方で順序づけられた對象である。一般的な順序の學或は順序づけられた對象一般の學としての數學がデカルト、ライブニッツ等に於て普遍的學として考へられるのはこれが爲めである。而して數學に於ける順序的體系の原型をなすものは上述の形式的な數系列なのである。

これまで超次元的平等化の場面はたゞ自然數系列の成立の場面として考へて來たのであるが、所謂擴張されたる數概念に應ずる數に對しても、その成立がこの場面を豫想することを示すことが出来る。いま私はその問題に深く立ち入ることは出来ないが、これ等の數が關係的なもしくは複合的な數と考へられながら、しかも何等かの意味で單純な自然數と同一の對象的聯關に組み入れられることの可能は、前述の如き平等化の場面に於てはじめて理解し得るのである。符號をもたぬ自然數と符號を持つた正數及び負數、整數の關係としての有理數と整數そのものとは、對象的構成の上からみて明かに相異なる位置を占める。ラッセルの定義に従へば $+m$ 及び

m I は關係であつて、 m は部類の部類である。關係と部類の部類とは、全く異つた種類の對象である。かゝる見方からすればラッセルのいふ如く擴張されたる數が以前の數を特定の種として含むといふ普通の思想は全然根據のないものであつて、 m 及 m I と m とを同等に取扱ふことは單に便宜的な意味しかもたぬわけである。かやうな同等的取扱ひに單なる便宜以上の意味を認め得る立場がありとすればそれは吾々の對象一般の平等的場面に基いて數の成立をみる立場以外にはないであらう。この場面に於てのみ、夫々異なる聯關に於て限定せられた對象が、その聯關的制限から脱して互に結びつくことが出来るのである。

二、數と集合

個々の數は數系列のある定つた項として、系列的位位置から來る所の特性をもち、數論の研究はこの性質に關するといはれる。しかし數はかやうな系列的聯關と獨立にも對象的存在をもち、別個の聯關に於て意味或は性質をもつと考へられる。所謂基數或は集合數としての數がそれである。

基數を概念的に規定する仕方の最も主要なるものは次の二つであらう。一つは

すべての數を單位數「1」の綜合と考へるものであつて、私はかりに之を數の加法的定義と呼んでおく。第二は集合又は部類クラッスの概念による數の定義である。

個々の數を數一の加法的綜合とみなすことは近代に於ては、ライブニッツ以來多くの學者の主張する所である。この定義は數一及びその綜合なるものをいかに考へるかによつて、種々の意味を得て來る。一及プラスなる加法的綜合を定義すべからざる概念とみなし、一定の公理的關係を満足するといふ外に意味なき記號として導入する方法は、この場合當面の問題に觸れて來ないものとして除外する。こゝでは數一及その綜合に何等かの定つた意味内容を與へやうとする試みについてのみ論ずる。數一とは何であるかを考へる際に、まづ問題となつて來るのは數一は唯一の對象であるか、或は互に相等しき多くの一なる對象があるのかといふ點である。

リツケルトは數一は $1, 1+1, 1+1+1, \dots$ の如き關係に立ち得るものとして、多くの互に相等しき一がなければならぬとする。唯一のそれ自身に同一なる一のみがあると、いふ主張は一なる數の概念と數一そのものとの混同に基く。數一の概念は常に自己同一であるが、その下には多くの類例アナロジーが從屬し、これ等は互に相等しいのである。

(Rickert, *Das Eine, die Einheit und die Eins*, S. 37)

しかし數一とその概念とを區別することから、直ちに前者が唯一でないといふことは歸結しない。對象としての數一を、一つとして數へらるゝ任意の個體とみないで、「一」なる言表によつて意味せられる定つた同一的對象と考へるならば、それは唯一であつて複數ではない。或はまた、フレイゲの如く個々の數を相似なる概念の外延と考へる場合もそれは必然に唯一である。フレイゲは數一なる名辭ナメを定冠詞をもち得べき固有名辭としてゐる。(Frege, *Grundlagen der Arithmetik*, s. 58 f. Russel, *Principles of Mathematics*, p. 118)

一般に概念の對象として考へられるものは、概念の外延をなすところの具體的な個體又はその群と、それ等の個體に於ける種的統一としての一般的對象所謂概念對象との二つがあり得るのであるが、後者は常に唯一である。數の概念が個體概念と呼ばれる場合の個體は勿論種的個體である。ところでリッケルトが數一なる概念の類例として考へてゐるところのものは上述の二者の何れでもない。特有の個別化原理(同質的媒介者)によつて個別化せられた特有の内容なのである。即ち、多くの相等しき一があるといふ場合の一は同質的媒介者の異つた位置シユデレを意味する。し

かしかゝる位置は直ちに數一ではない。一が同質的媒介者の相異なる位置である限り「 $\Gamma + \Pi$ 」は理解出來ぬ。異つた位置としての一はブルスによつて結合されても、依然として相異なるものとして止つてゐる。こゝではブルスは「相異なる對象の間の關係」にすぎぬ。しかるに數 Π のうちには相異性もなく關係も認められない。それはたゞ一つの統一的對象である。「 $\Gamma + \Pi$ 」がいかにしてかゝる Π に等しいといへるであらうか。それを理解するためには同質的媒介者よりも更らに一段非論理的な因子を加へて、數を量として考へねばならぬ。量としての一に於いてはじめて二つの一が融合して一つの量二となるといふことが起り得るのである。(リツケルト、上出、五八頁以下)

「 $\Gamma + \Pi$ 」なる數式は融合して二を成す如き量的一を想定することによつてのみ理解されるのであらうか。リツケルトは相異なる二つの量の一の新しき統一的量への融合といふ如きことは、量の何であるかを體驗したものにどつてのみ理解が出来るといふが、單に體驗に於てのみ與へられる量的なものは、リツケルトに於ては所謂内容の内容である。かゝる内容が獨立の對象となるためには形式と結合しなければならぬ。リツケルトは量的内容の形式として量性なるものを考へてゐる。これは

論理的形式が内容と独自の融合をなせるもので、後者から来る非論理的混入物によつて、意味的に分化せられたものとみなしてゐる。(同上、七六、七七頁)かく考へれば量性の形式は融合して新たなる對象をつくるものゝ形式なる故、獨立の數としての一はかゝる形式をもつた特定の量であるといへるであらう。

ところで、かやうに量的に考へられた數が果して純粹なる數といひ得られるだらうか。融合し得るものは分解し得るものでなければならぬ。二個の一が融合して一個の二を生ずるなら、一個の一が分れて二個となるといふ可能性をも認めねばならぬ。かゝる二分されたものは何であるか。それもやはり一ではないか。それを一でないといふためには、數一なるものを決定する量的標準が假定されねばならぬ。その標準は何處に求めたらよいのであるか。かく考へて來るとリツケルトの如き數の量化は數の形式的一般性を没却して、數を経験的なるものゝ水準に引き下げるものと云はねばならぬ。かゝる數の量的相對化を免れるためには、數一なるものを「一」なる概念の多數の類例とみなす場合を棄て、かゝる多くの類例に對する唯一なる對象としての數一を認める立場にかへらねばならぬのである。「 $1=1, 1+1=2$ 」の如き關係式は數の唯一性を認める立場に於ても充分説明し得るのである。その

説明の如何は相等性の意味、ブルスなる關係の意味の解釋によつて定まつて來るわけであるが、いまはかやうな問題には立入らない。

數に於て加法的に綜合せらるゝものが、數一そのものであるとする考から離れて、一般的に單位的要素の綜合であるとする立場があり得る。その場合綜合せられるものは、一面互に相等しいと共に他面にまた互に相異つたものでなければならぬ。その何れか一方の規定のみを固執すれば數は成り立たない。フレーゲは數を單位^{ア₁}要素の結合とする見方を詳しく批評して次の様な結論に到達してゐる。「數を相異なる對象の總合によつて生せしめようとするならば、對象はそれが互に相異なる特性をもつたまゝで含まれてゐる外はない。かゝるものはたゞの累積^{ア₁ホインツ}であつて數ではない。他方數が相等しきものゝ總合によつて形成せられるとすれば、それは一つに融合して多とはならぬ」(フレーゲ、上出、五〇頁)

それで數が要素の綜合によつて成り立つたためには、綜合される要素の内容的區別が全然關はるところなく、それはたゞ綜合的關係の一定の項としての意味だけをもつ様な結合の形式がなければならぬ。かゝる結合形式は集合^{エンゲ}を構成する結合形式である¹と考へられてゐる。かくして數は集合的結合に於て成り立つ複合體である。

いふ見方が成り立つ。高次の対象としての數は、要素の結合的全體に於て、個々要素のうちに含まれることなき一の新たな対象的定性が成り立ち、その対象的なるもの構成は、たゞ、要素が一定の仕方に結合されてゐるといふ事情によつてのみ規定せられ、結合せられる要素そのものゝ特性に依存しない様な特有の集合的複合體であると考へられる。かゝる純粹集合としての數に於ては、フレイゲのあげた難點が脱せられてゐるわけである。

集合に於ける要素或は部分の結合の仕方の特性は、ボルツァノがすでに注目してゐる。彼はこの結合は接續詞 *und* によつて現はされるものとし、この結合にあつては、要素はたゞ互に相異なる対象でさへあれば、いかなるものでもよいといふ點及び結合がその要素の順序に依存しないといふ點を明にしてゐる。(Bolzano, *Paradoxien des Unendlichen*, § 3. 4.)

集合は互に孤立的な多數のものゝ單なる並存ではなく、既に一種の關係による結合體であることは明かである。ところで、集合に於ける結合的關係は、あらゆる結合的關係のうちで、要素に對する内容上の制限を含むこと最も少ないものである。即ちその結合に於ては、結合關係の項は無制限に可變的であることが許される。それ

は内容的に何等の特性をもつを要せず、たゞ區別せられた「或物或は「一つのもの」といふだけで足りる。フツセルはかやうな結合の仕方を集合的結合コングレガチフヴェンシオンと名けてゐる。彼によればかゝる純粹な「或物」又は「^{アイシニエス}」の集合的結合は多の概念フォルハイテに對應するものであり、かゝる結合體の特定のもものが個々の數アインゼルに外ならぬ。それで Eins und Eins; Eins, Eins und Eins 等の如くに現はされるところの結合體が、それ／＼數二數三等である。(Husserl, Philosophie der Arithmetik Kap. IV.)

こゝに集合的結合のうち項として含まれる「一」は數一と同一ではない。數一は二三等の多に對立するもの、従つてそれと獨立な對象であつて二三等の中に含まれるものではあり得ない。「一」の集合的結合としての數は二以上の數にのみ該當する數概念であつて、數一は本來はかゝる定義による數の範圍には屬しない。フツセルは數一を以て、それに關して他の數に於けると同様の關係が成り立つことに基いて、後から導入された作爲的產物としてゐる(上出一四八頁)

數を集合の特有なる一種類、否むしろあらゆる集合に於ける一規定とみなし、具體的な集合に於て、その要素の内容的特性が「抽象」せられたものが數であるとするのは、數を基數として考へる場合極めて自然な見方であらう。カントルが集合の濃度と

よんでゐるものもかゝるものに外ならぬ。かゝる意味の數の對象的構造についての記述としては上述のフツセルのその如き比較的精細なものといへるであらう。しかしかゝる意味の數が獨立の對象として、いかなる制約の下に可能であるかといふ點に至ると、未だ充分に論明しつくされてゐるとはいへないのである。單なる「或物」として内容的特性による區別を全然もたぬものゝ多がいかにしてあり得るであらうか。集合的結合の形式は、かやうな「或物」の多を含み得る獨自の形式であるといふならば、かやうな形式がいかなる制約の下に對象的に可能であるか、問題となつて來る。普通には數を具體的集合の表象からの抽象と考へるから、こゝに問題としたやうな點は、抽象作用の不可思議なる機能のうちに封じこまれてゐるのである。フツセルによれば、數表象の抽象のフンダメントとなる具體的な集合の表象に於ては、その要素をなす部分的内容は、全體のうちから分析的にとり出され、各々それ自身として覺知ベメルケンされ、分れたるものとして意識せられる。この場合多くの人が考へる如く、部分が互に比較せられ、比較に基いて互に區別せられるを要しない。區別は明かに判斷の作用であるが、この作用はすでにとり別けられた、それ自身として覺知せられた内容を豫想するので、かゝる内容は區別作用によつてはじめて覺知されるの

ではない。(フツセル、上出、五九頁以下) しかし具體的集合の表象に於て、とり別けられた内容の覺知(同時的)には一定の限界がある。同一の作用に於て總體として表象される部分内容の數は、特に有利な事情の下に於ても、せいふく十二以上には出ない。だから十二より大なる數については、小なる數に於ける如き本來の數表象はなく、たゞ記號的な表象があり得るにすぎぬ、即ちかやうな數は單に記號的に志向せられたものに止り、直觀的充實をもたないのである。しかし大なる數に於ても對象的構造は小なる數と同一でなければならぬ。フツセル自身も認めてゐる如く人間の表象能力の制限によつて數の對象的本質が變るわけではないからである。それで大なる數の對象的存立が可能なるためには、抽象作用によつてかゝる對象の表象を與へるべきフンダメントとなる任意に大なる具體的集合の表象が、たとへ單にイデールな假定として、 ω も、與へられ得るのでなければならぬ。かやうな具體的集合の要求はたゞ偶然的に與へられる集合領域に於て充たされるとは考へられない。限りなく増大し行く數に一々對應する具體的集合の存在が保證せられるためには、一定の法則に従つて限りなく要素を加へ行く如き集合の形成が假定されねばならぬ。この點に關してフツセルは、何等かの集合表象から出發するとき、少くともイデールには、

吾々はそれにたへず新しき要素を加へることによつて、この集合を限りなく擴大し得る。もし他に方法がなければ元の集合の要素を反復的に鏡に映し、この映された要素による集合の限りなき擴大を考へることが出来るといつてゐる。(同上、二五八頁) 具體的集合の表象からの抽象によりて數の成立を考へる立場では、無限多の數に對する基礎をば、結局何等かの、限りなく進み行く反復的作用に求めるか、或はあらゆる可能なる數に應ずる特殊的集合の存在を單純に假定するかの外はない。數の成立を常にその意識的基礎の上からみて行く立場では前の道が唯一のものである。この意味でベツカアが無限數に對する *phänomenale Unterbauung* として、反省の限りなき反復の可能を考へてゐるのは當然な考方といへやう。

しかし數成立の意識に於ける基礎を反復的作用に求める場合かゝる作用に伴ふ段位的相違の脱却がいかにして可能であるかといふ問題が残される。小なる數の成立に關しては具體的集合の部分の同時的覺知にたよることが出来たのであるが、かゝる範圍を越えて、逐次的作用に基礎が求められるに至れば、かゝる作用に於て與へられる對象は、要素の段位的系列の形をなすものと考へねばならぬから、前にナトルプの基數導出の試みに際して述べたと同様な難點がこゝでも顧慮せられねばな

らぬ。ベツカアは、階段づけられた過程としての無限から集合としての無限に至るためには、一種の平均化（ニベリレンデレドウクチヂ）的還元がなければならぬといふが、(Becker, *Mathematische Existenz*, S. 124) かゝる還元の必要は、單に超限數的集合に於てはじめて起るのではなく、逐次的進行の過程から、或物の同列的集合としての數に至るためには、たとへその數が有限な數であつても一種の平均化が豫想されるのである。かゝる平均化は前節に述べた如き場面に於てのみ可能であると考へざるを得ない。

これに對して次のやうに云ふかも知れない。集合的對象の要素の把握は逐次的であつても、その把握に基いて構成される集合的對象そのものは要素の非段位的同列的統一であり、又かゝるものとして把握せられるのである。たゞかゝる全體格的把握は大部分充實をもたない單なる志向に止るであらうと。かやうな議論はよし正しいとしても、吾々の問題としてゐる點をすでに假定してゐるのである。集合要素の同列的統一はいかなる對象的場面に於て可能であるか、部分の逐次的把握から、全體に於けるその同列的並存の形に於ける把握に移り得るために豫想せられる對象的統一の場面はいかなるものであるか、問題なのである。具體的集合にあつてはこの場面は多くの場合空間的聯關によつて與へられる。こゝでは空間聯關に於

て私の把握の順序と獨立な、部分の同列的並存の場面が與へられてゐる。例へば書棚の本は私がそれをみてゆく順序に依存しない同列的集合をなすと考へられるが、それは書棚といふ空間的場面を充たすといふ特定の資格に於いてすべての本が同列的であるからである。しかしながら多様なものが私の把握の逐次的順序の聯關を離れて、同列的に並存し得る聯關はたゞ空間の聯關に限られるのではない。繼續する音の系列の如く本質的に繼起的統一をなすと考へられるものに於ても、個々の音がこの特定の繼起的統一によつてその全内容を與へられるのでなく、この統一を離れても他の聯關に於て現在の順序と異なる順序に於て系列的統一をつくり得る限り、現在の聯關に於て要素に屬する順位と離れた要素の同容があり従つて同列的統一があり得る筈である。音の系列が客觀的時間に於ける繼起的系列と考へられるときすでに把握の順序と獨立な客觀的出來事の聯關に於てあるのであつて、その系列は既に空間化せられた時間に於ける系列なるが故にこの聯關に於て要素の同列化があり得るのである。或はかゝる出來事の場面としての空間化された時間に於ていなくとも、對象論者のいふ「音空間」の如きものも音の超順位的な聯關とみられるのである。一般に特定の聯關に於て順序づけられた對象は、それがこの特定の聯

關に依存しない内容をもつ限り、その超聯關的内容の資格に於て之を平均化的に統一する場面があるとせねばならぬ。この場面は一般的に云へば類概念の統一によつて定められる對象領域である。この領域内に於て種であるもの個體であるものは互に同列的である。

集合は要素の超順位的結合であるとするれば、あらゆる集合は何等かの平等場面を豫想する。而して集合に於ては要素の内容は全然無制限である。即ち集合の要素はその屬する對象的領域乃至聯關に關して全然不定である。であるから集合一般の場面は制限された種類の對象に對する平均化の場面例へば物理的空間とか、音空間とかの如きものであつてはならぬ。それは對象として考へ得べきあらゆるものに關するあらゆる聯關を包括する場面でなければならぬ。かゝる場面が正に數成立の場面として要求せられるものであることはこれまで論じた所から推定されるであらう。集合は外延的に考へられた部類クラッセに外ならないのであるから、數を相似なる部類の部類として定義する部類説の立場に於ても、部類一般の場面即ち集合一般の場面が豫想されてゐることは説明するまでもないであらう。集合論に於て基本的な意味を有つところの、集合の一對一の對應が、領域的所屬に於て全く無制限なる

集合に關して可能であるためには、集合一般の場面が豫想せられるのであるが、部類の相似性或はフレイゲの所謂概念の同數性についても同様である。部類説に於て集合論の上に加へられる所の新らしき點は集合を論理的見地から考へ、之を概念乃至命題函數に結びつける點である。私はこの見地がある論者のいふが如く根據なきものではないと考へる。そしてまた集合と概念とを結びつける見地を適當に解釋することによつて、數の場面としての集合一般の場面の性質が更に明かにせられると思ふ。

二、集合の場面と概念

集合は要素に關して内容的に全然無制限である。内容的に何等の類縁もなきものを吾々は任意に集合的に結合することが出来る。であるから集合の要素の間には何等かの概念的結帯があり、要素の結合が一の概念的統一によつて規定されてゐるとは考へられぬやうである。しかしながら集合に於ける要素の結合が一義的であり、一の集合に屬するものと屬せざるものとが明確に區別せられるためには、何等かの結合の法則がなければならぬ。集合論に於ては要素に關しての集合の *Definitheit*

の要求に於て概念との必然的關係が現はされてゐる。集合の一義的限定の概念を最も廣義に解したとされてゐるコントロールでは、一の集合は、あらゆる任意の對象に關して、それが該集合の要素なるや否やが確定してゐる時之を「限定ブライニートされてゐる」といふ。かゝる意味での限定された集合は一定の性質の所有、或は一定の法則への準據によつて限られた對象部類であつて、集合を限定するものは結局一の概念への從屬關係に外ならぬ。集合の限定性はかゝる意味での要素の限界決定、所謂 *Elementardefinitheit* に盡きるや否やの問題は別とし、少くともこの條件は不可缺であると思はれる。元來吾々の體驗の内容は連續的な多様であるが、かゝる多様に於て明確な分界を與へるものは概念である。分類が概念の機能とせられるのはこれがためである。分類は普通に要素間の内容的共通性を豫想するのであるから一般的な集合の形成を普通の意味の分類と同一視することは出来ないであらう。普通の意味での分類と見られないやうな、全く任意にとり集められた要素の集合、例へば徳と三角形と私の齒痛の如きものゝ集合に於ては概念との關係はどうか。かゝる場合は集合の形成そのものが概念の統一に基いたものとはいへないが、一度集合が形成せられた以上それに對應する概念のあり得ることは疑ひを容れない。こゝに例をあげた集

合の如きは、しかじかの瞬間に私の考へたものといふ概念に對應せらしめることも出来るし、或は又夫々の要素を現す概念の logical sum としての概念に對應せしめることも出来るであらう。客觀的な統一體としての集合には上述のやうにその限定原理として必然的に概念が對應すると考へねばならぬ。實際にその概念の形成、從つて定つた集合の形成がいかなる根抵の上にかなる制限のうちに於て許されるかといふことは重要な問題であつて、そこにカントル以後の集合論の基本的な問題があり、それに對する見解の相違から互に異つた立場の對立が生ずるのであるが、いまはしばらくその問題を度外視しておく。

集合には常に概念が對應し、あらゆる集合は何等かの概念の外延をなすと考へねばならぬ。概念は内包的に異つても外延に於て一致することがある、即ちラッセルの所謂形式的に相似な概念があり得るから、概念の外延一般の場面が直ちに概念そのものゝ場面であるとは云へないとしても、外延の場面と集合一般の場面とは一致するとみてよいであらう。私は前に數の成立する場面を概念、或物又は「」の遍通的外延の場面であるといつたが、こゝに得られた立場からその意味を明かにすることが出来る。概念の外延の意味は多義的であるが、こゝでは内包的規定がそれに於て

充實せられる對象の總體をその概念の外延と考へる。換言すれば概念の内包を述部とする命題を眞ならしめる如き主語的對象の總體である。かく考へられた外延は概念の種類に應じて定まつた對象領域に屬する。對象の領域の分ち方は種々あるであらうが、何等かの原理に基いて對象の根本領域の幾つか分たれたとすべき、各々の領域にはその領域に於ける最高の類概念が屬すると考へられる。之に應じて各々の領域にはその領域に於ける最下層の對象即その領域での個體があり、その中間に多くの類種が介在するであらう。一領域に於ける類種の段階の外に、各領域にわたつて、低次的對象と高次的なる形式や關係、要素と複合體と等の如き次元の相違があり、更に領域相互の間にも次元的な交錯や相違があることせねばならぬ。かやうな領域と段位と次元との見透し難き多様に面して、領域的段位的或は次元的に何等かの制限をもつ概念が常に限られた外延をもつことは必然的である。對象的とよばれ得るものゝ全範圍をその外延として有つ概念がありとすれば、それはあらゆる領域、段位、次元に係るところなき、その意味でこれ等の差別を超越した概念でなければならぬ。かゝる概念は單なる「或物」の概念以外にはない。いかなる對象的なるものもそれが「或物」であるといふ述語的規定の下に於ては全然平等な同列的な

ものである。即ちこの概念への包攝の場面に於てあらゆる對象が平均化せられる。この場面に立つ限りすべてのものは「或物」として概念的に規定さるべき質料である。その故にこの場面はまた絶對的平等の質料の場面であるといつてもよい。概念、或物に對する質料としては感性的なるものと非感性的なるものとの間に區別はない。この場面は叡智的質料をも含んだ質料一般の場面であつて、廣義に於ける對象的なものゝ二分野としての對象と意味との區別も失はれ、後に述べる如く同一場面に歸する。かゝる平均化は結局對象的なものゝ意味的還元を通してのみ可能なのではないかといふ推測が成り立ち、この場面が矛盾するものをも含むとすれば、それは對象的なものをも含む包括的意味の場面とする外はないとも考へられやう。或は更に對象に對立する意味といふ如き種別性をも容れない、中性的場面と考へるべきかも知れない。かやうな問題はすべてこの場面の存在論的意味に關するものであつて、かゝる問題が積極的に答へられぬ限りこの場面は單なる要請的概念たるに止るといはねばならぬ。この場面の積極的意味づけは終局の問題として別に考へるとし、こゝには單に一種の間接的特徴をあげるに止める。「或物」の概念は概念性の極微である。それに應ずる質料にも質料性の極微が要求されるにすぎぬ。この

要求はあらゆる對象的なるものに於て満足される。あらゆる異質性にも係らず對象的なるもの一般に於て一貫した極微的質料層が考へられる。あらゆる對象はこの層を通じて平等化せられるのである。存在するもの、意味的なるもの、可能なるもの、不可能なるもの、總體が同一の世界に屬するといひ得るのはこの立場に於てである。しかしながらこの普遍性はあらゆるもの、種別的特性を没し去る所の極微の概念性及び之に應ずる質料の平均化的還元によつて贖はるゝものである。

以上私は數成立の場面について、それを集合一般の場面としてその性質をみて來たのであるが、こゝに再び元に歸つて數と集合との關係を考へてみよう。具體的集合を基礎として數を考へると、數は集合の内容的特性を抽象して得られる集合の形式、或はむしろ形式化された集合である。かゝる抽象はその基礎に關して上述の如き場面を豫想するものとすればこの場面の數成立に對する意義は明かである。同様のことは數を部類の部類として定義する說に於ても認めねばならぬ。この定義は恐らく具體的な部類を基礎としながら、相似性なる關係を介在せしめることによつて、具體的な部類の内容的特殊性を除去し、特殊の部類の個々のものとも、またそれ等の部類の單なる累積ヒイブとも異つた一種獨自の對象を論理的に固定せんとしたものと

で、一種の論理的抽象であるともいへやうが、その抽象の可能なる所以は明かにせられてゐない。吾々の考へ來つた場面なるものは部類の相似的關係の可能なる根據を與へるものである。

數を集合又は部類の概念によつて定義するのは素朴的實在論の立場であるといふ非難があるがこれは吾々の立場には當らない。集合一般の場面は何等かの限られたる存在領域例へば經驗的な存在領域に依存するものではない。その意味に於て先驗的或は超越的である。かゝる場面に於いて成立つ超領域的對象として數は特殊の對象の存在に依存しない。しかし數はこの場面に於て成りたつものである以上集合一般を離れて數はないとはいひ得るであらう。併しながら集合一般がないといふことは對象領域一般がないといふに等しいのである。集合一般の存在の假定は何等かの對象を考へる限り必然的のものである。數は對象の法則であつて對象ではないといふかも知れないが對象と離れた法則は領域と離れた關係と同様數ではない。

集合形式としての數は、一々の數が獨立の對象であり、獨立の性質をもつと考へられる。この意味で個々の數を獨立の對象とし、系列關係に依存しない基數の論理的

性質を説くフレーゲ、ラッセル等の見解を認めることが出来る。しかしながら何等かの意味で數について方法的組織的な考察がなされる限り、即ち數を思惟的に規定せんとする限り、孤立的な數でなく、數の相互の關係がみられる。而して系列的關係は數の關係の基本的のものである。それ故具體的思惟の立場からいふならば、系列的關係を離れた單なる基數は抽象的のものとも見られるであらう。思惟の對象限定が一定の出發點乃至中心點からの逐次的進行の形式をもつ限り、普遍的順序體系としての系列數が思惟の對象限定の重要な方法手段であるのみならず、それは思惟の法則性の最も純粹な發現であると考へられるのである。かやうな發展進行の立場にあつては思惟の定立に基く系列が最も根本的なものであつて、集合數は系列の項の平均化的綜合によつて成り立つとせられる。思惟にとつて存在するものとは、かゝる有方向的進行の過程に於て構成せられる對象の外にはない。數は思惟の系列の超系列的場面に於ける反省の結果に外ならないのであるから數が純粹なる構成の産物と考へられるのである。しかし、構成はその基礎に定立的思惟を越えた直觀をもつにしても構成は要するに聯關的限定に外ならぬ。限定が一義的であるためには限定の基礎と、その上に働く構成原理とが一定してゐなければならぬ。この

基礎と原理とのとり方に従つて構成さるべき對象の範圍が定つて來るのである。構成の過程がいかに行進してもこの範圍をこえることは出來ない、この範圍に於て可能なる對象の構成を漸次的に實現化し行くに止まる。基礎のとり方と構成原理の定め方によつて構成の範圍をいかに擴大しても、集合一般の場面¹に於ける多様の全體を同一聯關のうち²に包括することは出來ないであらう。數の場面³に於て一般に可能なる無限と一定の構成原理によつて達し得る definite Mannigfaltigkeitとの間に完全な合致が實現し得られることは全く不可能である。數の場面⁴に於いてあり得る集合の總體を、構成的到達の可能から離れて存在すると考へる立場は構成的立場からは Existenzabsolutismus であるといはれる。しかしまた、カントルのいふ如く、不定なる過程的進行の無限はその進行の Gebiet⁵として非過程的・非進行的な無限を豫想し、かゝる土臺の上に於てのみ可能である。故に何等かの方法で、例へばカントルの二種の Erzeugungsprinzipien⁶の結合に於ける如く、あらゆる制限を超えて進み得る數系列の構成があるならばその進行の領域としてあらゆる可能なる限定を超越して、しかも現實的な無限或は無限の場面⁷がなければならぬ。吾々の考へて來た場面⁸がかゝる場面であることこの決定的な論明は集合及び數の無限に關する根本的な考察

を要し自然數の對象領域の考察を眼目とするこの小論の範圍を越える問題である。かやうな問題に立ち入ることは他日に譲りこゝでは所謂集合論の逆理についてそれが數の場面に關する範圍で之を考へてみよう。

集合論の逆理といはるゝもの及びそれと同種の矛盾の共通特徴はラッセルによれば self-reference 或は reflexivity といふことにある。即ち全體がその包括するものゝ範圍内にそれ自身を含むといふ規定から起る。集合の全體がまた一の集合をなし順序數の全體が一の順序數を定めるといふ如き場合に矛盾が起る。集合の全體 M が一の集合であるならば M に屬する集合の全體と M とを合せたものは M よりも更に大なる集合である、これは M が集合の全體であるといふ性質に矛盾する。其他の矛盾も性質は同様である。この逆理に對しては從來種々の解決の試みがなされたが決定的な結果は到せられてゐないといふとせられてゐる。ラッセルはこの矛盾は對象に於ける次位オビテの相違の無視から起るとしてゐる。集合又は部類はその要素と次位を異にする。次位の異なるものは同一部類をなし得ない。従つてそれ自身を要素とする集合なるものはあり得ないといふ。しかし何故に次位を異にする對象が一部類をなし得ないかといふ問に對してそれは矛盾を生ずるからであるといふ答

を與へるにすぎないならばそれはハッセンベルグが非難してゐる如く一の循環論證であり問題の轉嫁にすぎぬ? (Hessenberg, Grundbegriffe der Mengenlehre S. 97) ラッセルの議論の循環は實質そのものよりもむしろ論述の形式にあるのだと思ふが、彼に於て徹底的な説明のみられないことも事實である。更にツエルメロの如く集合の領域としての所謂 *Bereich B* それ自身集合でないことを、矛盾をさける必要以何等の論據も示さず、單に假定として定立するのは理論的にはなほ更ら不充分である。

集合一般の場面としての數の場面が上記のものと同様な逆理に導くことは明かである。私はこの逆理を二つの根本的な形の下に考へてみようと思ふ。一つは對象の場面そのものが一の限定された對象と考へられる所から矛盾が起る。場合である。すべての限定せられたる對象は一面に於て集合である。同一の對象も限定の仕方が多様になればそれに應じて多くの異なる集合を與へるのであるが、何れにしても限定されたる對象はすべて集合をなす。であるから集合一般の場面は結局限定せられたる對象一般の場面に外ならぬ。この場面については上來種々の性質を考へて來たが、かやうにそれを集合乃至對象一般に對して一定した關係にたつとする以上その關係の項としてこの場面もやはり何等かの限定をもつと考へねばなら

ぬ。然るに限定せられた對象ならばそれ自身また絶對平均化の可能圈内に屬するもので、場面ならざる對象と何等かの意味で同列とみられ得るわけである。しかし場面が對象の同列的圈内に屬するといふときすでに兩者を平均化する他の場面が豫想せられる。しかして前の平均化されたものとしての場面も場面としての性質上後者と同一でなければならぬ。これは矛盾である。この矛盾は場面を限定された對象と考へる假定から起る。しからば場面は全然限定なきものであるか。限定なきものがいかにして場面といふ定つた意味をもち、任意の非場面的對象と區別せられるのであるか。限定をもつたものでしかも對象でないものがあり得るか。この難點を解くべき見地があり得やうか。私はそれは對象の限定性と場面のそれとの區別を明かにすることによつて解かれると思ふ。對象の限定は何等かの領域に於ける聯關的限定であつて、その基礎にはその領域を他に對して限るところの類概念の統一がある。しかし領域もまた一の對象であるからそれを他領域に對して領域的に位置づけるところの更に包括的な聯關がなければならぬ。しかしいかに包括的領域を考へてもそれが限定せられてゐる限り更に包括的なる領域の聯關が豫想される。然るに場面そのものはあらゆる對象領域を包括すべきもので、他によつ

て包括せられるものではあり得ぬ。それであるから場面が限定をもつといふときの限定性は包括せられることによつての限定ではなく包括することによつての限定であるといはねばならぬ。換言すれば限定を與へるものゝ限定性である。かやうなものとはやはや限定とよぶことの出来ないものであらう。對象の限定といふことはそれが甲であつて非甲ではないといふことである。對象の限定性はそれゆゑ排他的限定である。一の領域が他の領域を含むことはこの排他性に矛盾するやうであるが、それは排他性を一律に抽象的にみるからである。排他は反面に包括である。人間の領域は犬の領域を排除するが黒人の領域は之を排除せずして包括する。排他は相對的である。對象の限定性とは相對的排他と包括との聯關即ち對他的限定性である。しかるに場面は一方に於てあらゆる固定的對象又は領域との同一化を許さないといふ意味で全面的に排他的であるが、他方すべての對象領域を包むものとして絶對包括的である。場面の對象領域への對立は同一領域内の同列的のそれではなく、ある領域の、そのうちに含まれる對象への對立と性質を同じくする。この對立はもはや排他的ではなく包括的である。場面の全面的排他といつたのは結局その絶對包括性以外の何物でもない。吾々の知れる限定性はすべて對他的

であつて排他と包括との兩面をもつとすれば、排他なき絶對の包括の場面は限定性をもたぬもの、限定を超越せるものといふべきである。限定なきものとして又集合をなさぬといはねばならぬ。包括といふことも限定せられたる對象間の關係としてのみ有意義な規定とすれば、それが限定的と超限定的といふ次位の差をもつたものゝ間におかれるとき、超世界的なるものと世界との間に考へられたる因果關係と同様單なる類比としての外は全く不可解であるともいへるであらう。吾々は全體包括の場面についてたゞ否定を通しての消極的な特性づけを得たのみであるが、あらゆる對象に對して妥當なる規定がそこでは必然に否定され、相對的規定の絶體化が要求されるといふところに、かゝる性質をもたざる一般の對象又はその領域との否むべからざる相違があり、この相違は對立的相違ならぬものとして次位の相違といひ得る。對象に於ける次位の相違は集合論の矛盾を解決するものとせられてゐるが、場面とそれに含まれるものとの間に於てはじめて眞に越ゆべからざる次位の相違があり、一度びこの場面を認めるならば、對象間に於けるあらゆる次位の差は平均化せられるのであつて、ワイルが理性の自殺とまで評してゐるところの、單なる必要上の假定たる以上に合理的理由をもたざる還元可能性の公理の如きものを要

しないのである。あらゆる數學的對象はこの場面の中にあるものであつて、場面そのものは數學的對象にはならぬ。であるから場面にあるものと、場面との次位の差は數學的概念構成にとつて何等の支障ともならないのである。場面のうちにあるものは何れも他を含むと共に己れも他によつて含まれるものであつて、限定されたものとしての最大の集合濃度はない。超限集合の濃度も之を限定してゆくには順序的系列化を導きとする外はない。系列的限定はカントルの第二生産原理の如く極限的限定の方法をさるにしようとしても、どこまでも進行的過程的である。過程的進行をいかに推し進むるも場面を充たしきることは出来ない。進行の極限に於て集合の全體に達したとすれば、所謂ブラリフォルチの矛盾が起るのである。カントは制的なものである、無限綜合の系列を、完結的に與へられる對象とするを以て無限に關するアンチノミーの生源としてゐるが、系列的限定によつて集合の絶對的全對を盡さうとする場合の矛盾も同一性質のものである。カントルが彼の超限集合を不定的進行の假無限と區別さるべき實無限であるとしながらも絶對に限定を許さる彼の所謂絶對者に對しては實無限をもなほ *vermeintbar* であると云つてゐるのは後者を系列的限定といふ見地からみたものとして正當である。彼の絶對者なるも

のは何等の理論的基礎づけなしに信念的に主張されてゐるのであるが、私は含んで含まれることなき集合の場面に於て超限定的なるものゝ思想に一種の理論的基礎を與へ得るかと思ふ。

吾々の思惟が必然に一定の中心からの逐次的進行の限定作用であるならば、場面に於ける集合の全體同時的共存がいかにして思惟されるかといふ疑ひが起るであらう。普通の意味ではそれは思惟し得ない。思惟し得ざるものがどうしてあるといへるかと思ふならばそれは限定的思惟以外の知見によるのであると答へる外ない。その知見が積極的にかなるものであるかについては私は別の機會に論じてみたいと思つてゐるが、全體同時的なる共存が全然知り得ないものならば時間以外に空間が對象的に意識されることも不可能になるのではあるまいか。之に對して空間の全體はなほ次元的に限定せられたものである、系列の系列を反復的に構成することによつて任意の次元に進み得るといはれるであらう。それ等の點についてはそこに提起さるゝ連續の問題と共に更に精細な論明を要するであらうが空間が眞に同時共存の全體であるならば、系列の系列によつて之を限定し盡すことは不可能であると思ふ。そこに次元の限定の固定化を超えて n 次元の空間を思惟するこ

どの必然性の根據があり、しかもいかなる定數 n も終局のものでないといはれる所以ではないかと思ふ。 n 次元の空間に於ける點集合の濃度が一定區間内による線分の點の濃度と同一であるといふのは、前者に於ける濃度限定の原理が後者に於けるそれ以上に出ないが故ではないかと思ふ。

以上私は對象一般の場面に關する矛盾について述べたが同様の矛盾はその場面を外延とする概念「或物」の内包についても起る。これが矛盾の第二の形である。「或物」の概念を對他的に限定された内包と考へるならば矛盾である。「或物」なる概念は「他のもの」なる概念と對立するもの、他のものではないものを意味する。しかし「他のもの」もまた「或物」である。兩者は何等かの相違をもつた或物、即ち共に純粹なる或物ではない。他のものでないといふ限られた或物は或物一般ではない。何となれば他のものもまた或物でなければならぬからである。後者は矛盾を含むものであるが矛盾を含まざる或物だけを或物であるといふのはすでに或物一般の意味の選擇的限定である。しかし純粹な或物の意味からいへば矛盾的なるものと非矛盾的なるものどを擇び別くべき理由はな。自己に同一なるものが「或物」であるといつても、その自己同一が自己同一ならざるものに對立するものならば前者のみを特に或

物といふべき理由はない。限定されたる内包は限定されたる包攝性である。甲を包攝し非甲を包攝せぬといふことである。しかし除外されたる非甲もまた他の概念によつて一般に「或物」の概念によつて包攝せられるのである。それ故概念の包攝性一般と限定せられたる包攝性とは區別せられねばならぬ。矛盾するものゝ双方を包攝する概念は内包的に無であるといへるが概念性を失つたものではない。純粹な「或物」への包攝は限られたる概念による包攝でなく概念性一般の場面への包攝である。この場面は限定されたるあらゆる内包を超越した内包一般の場面とみるべきである。

超限定的内包の場面と外延一般の場面との關係はどうか。概念の内包もまた限定をもつところのものとして、限定されたる對象一般の場面即ち外延一般の場面に屬する。外延の場面は限定されたる内包の場面に延び擴がつてゐる。しかし後者の全面が前者によつて覆はれつくすであらうか。ある概念が内包的な限定の故に外延に屬するのはそれが他の概念に包攝されるからである。この概念、即ち概念の概念もまた限定された内包をもつと考へられるが、それはまた更に他の包攝的概念を豫想する。かやうにして外延の場面が概念の全場面を覆ひきすることは

不可能であるとも考へられる。しかしそれは不可能ではない。概念が外延一般の場面に屬するためにもつべき内包的限定は特殊の限定たるを要しない、單なる或物といふ限定で足りるのである。外延一般の場面に屬するいかなるものもこの極微質料層の資格に於て立つのである。ところで「或物」といふ限定は特定の概念による限定ではなく、概念であるといふ規定のうちですでに含まれてゐるのである。であるから概念が概念である限り外延一般の場面に屬する。即ち外延の場面は概念の場面を全く覆ひきるのである。概念は限定の原理であるがそれ自身限定されたものである。而してその最も一般的限定はそれが單に概念であるといふ限定である。がこの限定を與へるものはそれ自身概念であるかどうか。それを概念であるとするればそれはまた外延の場面に屬するものとなるがそれは他面この場面に屬するもの一般の豫想として、それ自身は場面に屬しないといふ矛盾が生ずるのであるが、限定された内包をもつものを概念とする以上最後の限定者は概念といひ得ない。従つて外延の場面に屬することなきもの場面そのものに對應するものである。否場面に統一を與へるもの場面を場面たらしめるものである。

以上私は数を系列及集合の兩規定から考へ、その成立の場面として限定的對象

一般の場面即ち集合一般の場面なるものを説いて來たのであるが、そこに云ふべきこと、考へるべきことの多くを殘してゐる點があるであらう。その最も主要なるものとして場面の意識への關係の考察の閑却があげられるであらう。私はこの場面を概念の場面であるといひまた之を反省の場面であるともいつた。反省の與へるものは場面の中にあるものである。場面そのものを與へる意識は何であるか、換言すれば反省の系列全體なるものは如何なる意識として可能であるかといふ問題は殘されてゐるのである。この問題の論明は私の論旨の徹底のために缺くことの出來ないものであるが、いまは之を他日に譲る外はない。しかし上に説いたやうな場面に何等かの意味で存在性を認め得るならば、この場面の性質を上述の如き方面から考へることによつて存在の全領域に於ける數なるものゝ位置が明かにされる所があつたかと思ふ。

(三月十一日)