

數學的方法の構成に及ぼせるプラトーンの影響

ソルムゼン

長澤 信 壽 譯

此の小論文は、アリストテレスの研究に一つの新しい方向を示したと言はれてゐるヴェルナー・イエガアの高弟としてまた、アリストテレスの論理學並に修辭學の發展に關する優れた貢獻によつて、我が國に於ても既に一部の人々に認められてゐるところのフリードリッヒ・ソルムゼン (Friedrich Solmsen) が Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Abteilung B: Studien, Bd. I, Hft. 1, 1929. に寄稿した Titos Einfluss auf die Bildung der mathematischen Methode を譯したものである。この論文の概略が既に三宅剛一氏によつて「哲學と數學との交渉」(岩波講座)の中で紹介せられてゐるにか

ゝはらず、こゝに譯出した理由は譯者その人の勉強のためには外ならない。尙ほ固有名詞の音寫に關しては、人名は希臘語の發音を、地名並に書名は羅典語のそれに準據した。また「」でかこまれたものは譯者が補つた蛇足である。

アリストテレスの論理學上の著作、「範疇論」「分析論」「トピカ」並に二三の小論文に就いて語られる時に、我々が考へるものは統一のある計畫の下に立案せられた連絡のある著述ではなく、却つて、書かれた時代も非常に異り、對象に對する態度も一定してゐない教授用の著

述の聚合である。アリストテレスの推理式に特殊なる發展史的分析の途を辿つて、「分析論前書」(Analytica Priora)の一般的推理論に至らない前の、同時代の數學との密接なる接觸をその特徴とする一段階を取り戻すことは可能である(一)。人は即時に、我々が再建しようとするアリストテレスの思索の前期に於ける推理論をもつて、數學的證明の方法論に外ならなかつたと、言ふことが出来る。此の推理論は、なるほど證明の規則を數學の *μεταγωγῆς* (證明) から抽取しては來たが、しかしこれを一般に證明の原型として考察し、従つて當然、こゝに得られた認識を、一切の證明に適用することが出来ると思へる點に於て、既に後期の普遍性に至る途上にあるものである。我々が語るところの此の數學的方法論は、アリストテレスの「分析論後書」(Analytica Posteriora)の第一卷、即ち所謂 *Αποδεικτικῆς* (證明論) の中に見出される。

(一) 私は分析の結果をこゝに報告するが、分析は拙著 *Die Entwicklung der aristotelischen Logik und Rhetorik* の中で詳説しておいた。此の拙著はヴェルナー・イエガーの刊行にかゝる *Neue philologische Untersuchungen*

數學的方法の構成に及ぼせるプラトーンの影響

の第四卷として、一九二九年二月公にせられた。此の論文の補遺としても、またこゝではたゞほんの軽く、その基礎に觸れられた多くのことも、拙著では細目に互つて證明せられてゐると言ふ理由からも、プラトーンとアルクヒメデーヌとの間の數學的方法的發展に關する章(一〇九頁以下)を参照していただきたい。

此の新しい認識はヴェルナー・イエガーの劃期的なアリストテレス研究書によつて(二)、アリストテレス研究に發展史的觀點が導入せられてから、ともかく初めて可能になつたのであつて、其れは、こゝに、アリストテレスの論理學の發達のためにはなく、却つて紀元前第五世紀に於ける希臘數學の發達のために、充分利用せられなければならぬ(三)。このことは可能である、何となれば、アリストテレスは同時代の數學者たちによつて實際用ひられてゐた方法を、思辨的に、超えて進むことは、どんなことをも、こゝに細心なる注意をもつて避け、彼が確證する凡てのことに於て、實習せられてゐた數學の範圍内の實情に即して、進むべき方向を明白に定めたからである。「證明論」(*Αποδεικτικῆς*) が同時代の數學

と密接に結合してゐたことが認められるや否や、我々はこゝに、その時代の數學の根源、特に方法の形成の根源を得たのであつて、他のあらゆる根本資料は、その背後に遠く後退したと言ふことを、前もつて言つておく必要はない。そのやうにまた、今日までの數學史が、一種の自明性をもつて、そのうへに打ち立てられてゐたところの多くの基礎が、脆いものであることがわかると言ふことも、驚くべきことではない。今日の數學者には、彼が自分の學問の歴史に眼を向ける時、最近數世紀間の、内容上並に方法論上の研究の成果を論外に置いて見る傾向はあるが、しかしエックレイデースの證明の如き、明らかに彼の學問の自明な、しかし實際は非常に複雑な裝置を有つてゐる根本的所與を、先づ一度は豫想——此の豫想の下に於て、彼はその對象を、即ち今の場合に於ては希臘初期の數學史を、考察する——から除去すると言ふこと、彼には思ひも及ばないことである。それ故に私は、自分がアリストテレスから取り出して來なければならぬ多くのものが、讀者の心に、極めて奇怪な感呼び起す

であらうと言ふことを承知してゐる。そしてそれに對して、西洋精神史の研究の他のところに於けると同様に、希臘數學史に於ても亦、異種なるものを早計に同化したことこそ、歴史的認識の進歩を妨害したものであつたと言ふことを想起せしめることを以つて、満足しなければならぬ。

(一) Werner Jaeger, Aristoteles. Grundlegung einer Geschichte seiner Entwicklung. Berlin 1923.

(三) 紀元前第四世紀の數學の歴史は、新資料の參照によつて、新しい基礎の上に立てられたのであるから、私が語る如何なる點に於ても、既知の數學史上の著作に對して、態度を決定することが要求せられてゐるやうには思はれない。

我々は先づアリストテレスの「證明論」(76b 11)の第十一章の文章を解釋することから始めよう。

Πρώτη ἀποδεικτική ἐπιτήμη περὶ πρίμα ἐστίν, ὅσα τε εἶναι τῶνδε (ταῦτα δὲ ἐστὶ τὸ γένος αὐτῶν καὶ αὐτὰ πρῶτον εἶναι ἐστὶ θεωρητική), καὶ τὰ καὶνὰ λείψονα ἀποδείκται, ἐξ ὧν πρῶτον ἀποδείκνυσθαι, καὶ τῶρον τὰ μετῆν, ὧν τὴ σπουδαία ἐκαστον λαμβάνεται.

「あらゆる證明的な知識は(四)三つのものを對象とする。其(の知識)が存在すると立てるもの——即ちそれは *noös* (類)であつて、理論的研究は、その *noös* *epistēmē* *mathēmatikē* (五)を對象とする——、並にそこから先づ第一に證明が始まる場所の所謂共通なる公理、第三には、その各々が何を意味するかを(知識が)(證明せずに)立てる *mathē*である。」

此の言葉は何れも奇異に響き、またこの言葉は何れも説明を必要とする。我々が聴くところによれば、知識は何ものかを存在するものとして定立する。そしてそれが、存在するものとして定立するものは、その *noös* (類)であると言ふのである。こゝに譯出せられた箇所に近い他の箇所では、此の *noös* は當該の知識の領域に於ける最高の、それ以上には溯源し得ない概念に關するものであつて(六)、〔例へば〕算數術に於いては數や單一に、幾何學に於いては點と線とに、立體幾何學に於ては立體に、關するものであると示されてゐる。たゞ此のやうな圖形 (*Gebilde*)のみが、證明せられずに、存在するものとして

數學的方法の構成に及ぼせるプラトーンの影響

知識(科學)のうちに定立せられるが、他の一切の圖形には、その存在が證明せられなければならない(七)。従つてそれは算數術ではおそらく奇數と偶數、一、二、三、及びそれにつゞく一切の數であらうし、幾何學では三角形、四角形、圓その他であらう。圖形の存在の證明は、描かれ作圖せられた圖形が、實際、課題に於いて要求せられた圖形であると言ふ證明には、おそらく、關するものではなく、却つて數學的立體の絶對的存在に、加之、尙ほ明らかになるであらうやうに、超越的存在に關するものである。近代の數學者が取り扱ふ範域 (*Sphäre*) は、これによつて、既に完全に見捨てられてゐる。尙ほ、假令近代の數學者が、アリストテレスは如何にして、かの〔圖形からの〕存在の導出 (*Entstehung*) がなされると想像したか、を聞いても、彼は全く知識(科學)と神祕とが互にその限界を抹消し始めて、手の下しやうがないと言ふ印象を受けるであらう。けれどもこゝに問題となつてゐるものは、結局、神祕ではなく、しかしまた個別的科學(知識)でもなく、却つて同時に數學の意義の問ひにも答を

與へ、數學の對象界にも構造と組織とを與へようとする哲學的總念(Konzeption)の放射である。一言にして言へば、我々はプラトニーニスムスの眞中にゐるのである。既に數學的對象の存在、より嚴密に言ふならば、線、三角形、單一の獨立的存在、即ち線自體、三角形自體、單一自體の存在は、極めて明瞭にプラトーン的なものであるが故に、このやうな表象が、こゝ以外の仕方では成立すると考ふることは、何れも、「數居に於て」(a. Imine)卻けられなければならぬ。數學的思辨と存在論的思辨とが結合して、互にゆたかなる實を結ばせ合ふやうな状態は、アリストテレース以前の精神生活の歴史の上では、たゞ一度、達せられただけである。それは即ちプラトーンが形相秩序界(Ideankosmos)を形成した後、これと同じやうな構造は、數學のうちには、如何なる程度に豫想せられるか、と言ふ問ひを數學に向けた場合に於てである。周知の如く、既に「國家」では、數學が形相論によつて貫徹せられてゐることは、數學の領域の全般に亘つて、その方向と形成とに根本的變化を惹き起さしむるに至つた。

爾後、砂の上に描かれた個々の圖形「メノー」80p.を「見よ」が、最早數學的 *επιστήμη* (研究)の對象ではなく、却つて此の圖形に於て志向せられ、これによつて感性的に表象せられた「形相」がその對象となつた(8)。既にプラトーン以前の數學も、たしかにその定理と證明とに於ては個々の圖形——これを指示してその數學が定理と證明とを教へたのである——を考へてゐたのではなく、より一般的、より非感性的、より客觀的なものを考へてゐたが(9)、しかしプラトーンが始めて此の事實の哲學的並に科學的意味を、はつきり意識して、理路を追ふて此の事實を追窮した。けれどもプラトーンが彼の形相の中に數學的志向の對象と類比的なるものを發見したのは、形相が感性的現象の個別的對象の彼岸の客觀性である點に於てであつた。それ以來形相論と數學とは互に道程を共した。「國家」以前の時代に於ては、餘り前面に現れては來なかつたが、しかし今や却つてそれだけ深く考へられ且つ形成せられたところの形相論のその側面が、形相論と結合せしめられ、精神的なる運命を共にするに至

つた數學にも、その跡形を印した。それが決定的になつたものが概念分割の導入である。概念分割の本質と意味とはユーリウス・シュテンツェルの種々な研究によつて説明せられてゐる(二〇)。私はこゝにその哲學的意義の微妙な色調を斷念して、此の思想の實質的根本事實を畧述することをもつて、満足しなければならぬ。概念分割の目的は、最高の形相——それが善の形相そのものであらうと、動物學に於ける *ψυχή* (有生命者) の形相、心理學に於ける *σύνεσις* (魂) の形相の如く、その専門領域 (*Sachbereich*) 内の形相であらうと——と個別的現象との間の、一見したところでは架橋し難いやうに見える罅隙を克服することである。即ち概念分割は、最高の形相から、分割によつて、その亞種——多くの場合には二つである——へ、これから更に亞種の亞種へ下つてゆき、かくして遂に最早このやうな仕方では分節することが出来ない最低の種概念に達することによつて、それを克服するのである。しかし最低の種概念から個體そのものに至る道はまだ問題的なるをまぬかれない、(しかしこの間

題は最早こゝに語られる必要はない)。重要なことは、互に展開し發散する (*divergierende*) 種の連鎖の各項が *ess* (形相) の性質を有つてゐると言ふこと、また種は悉く、分割の作用がそれを發展せしむる前には、その領域の最高の概念の中に謂はゞ包まれてあると言ふことである。

(四) 既に例が教へるやうに、こゝに於ても亦數學的知識(科學)が意味せられてゐる。

(五) 此の表現を譯すことは出来ない、そして希臘語を解しない讀者に此の表現を理解させることは、眞に容易ではない。 *ἐκείνου* と *ἐκείνης* とは、人物に就いて言はれる時には、その肉體上又は精神上の状態に變化を來すやうな仕方でその人に起る一切のことを言ひあらはし、また同時にこのやうな仕方で惹き起された状態そのもの、特に受動状態を言ひ表はす。事柄に就いて言はれる時には、從つて、此の *ἐκείνου* の下に置かれた事物に、多かれ少なかれ變化を與へるもの、また一般に事物に、外部からにもせよ、それ自身の本性の根柢からにもせよ、起るところのもの、一切を言ひ表はす。それに屬する動詞は *ἐκείνου παύει* (蒙る、受ける) である。若し我々が、偶數と奇數とは數の受動態 (*παύει*) である

と言ふ意味で、*ἐπιπέδα* は、知識の根本概念を、同時に、規定し且つそれに様態を興へる受動態であると解するならば、我々は上記の引用箇所にて、多分、事實上アリストテレスが意味したものに接近するであらう。*καθ' αὐτὰ* は、此の *ἐπιπέδα* が根本概念自体をもつて興へられて居り、且つその本性に基礎をもつてゐると言ふことを表現する(第二十二章、84 a 11 ff. 參照)。それは *συμπεριλαμβανόμενα* (附帶者) と對立してゐる。

(六) An. Post. A 10, 76a 31 (vgl. 35 f.); b 3 ff.

(七) An. Post. A 10, 76 a 31; b 9 f.

(八) Resp. VI 510 d 5 ff., VIII 525 d 5 ff., 527 b 5 ff., 529 b 3 ff. Vgl. Stenzel, *Plato der Erzieher* (Leipzig, 1928) 286 f.

(九) 「國家」第六卷の終り(506 d 6 その他)のプラトーンの言葉は *ταύτα* (數學的知識) に於て成立する状態の特徴を示すものであつて、單なる思辨ではない。プラトーンが言つてゐるものは、むしろクレオス (Chios) のヒポクラテースに關して我々が知つてゐるものと、完全に一致する。

(一〇) *Studien zur Entwicklung der plat. Dialektik* (Breslau 1917) 47 ff.; *Zahl und Gestalt* (Leipzig, 1923) 10 ff. *Real-Encyclopidie der klass. Altertumswissenschaft* s.

v. Loebke.

一一〇

我々は、我々が説明しようとしたアリストテレスの引用箇所から、遠く離れてしまつたやうに見えるけれども我々は、プラトーンの形相論の發展を、それが數學に及ぼした豊かな影響がアリストテレスの證明論から我々に認められるところの丁度その段階に於て、把握したのである。前には我々に解き難かつた思想さへも明らかになる。數學の専門の領域の對象の存在を、最高の *ἀρχή* (始源、原理) から導出することは、成層狀に互に從屬的な順序をもつてゐる *εἶδη* (諸形相) を、たまたま研究せられてゐる對象區域 (Objektbereich) の最高の形相から、分割的に導出することに外ならぬ。既に用語が一致して形相の場合と數學の對象の場合とが同様であることを指示してゐる。即ち、かの最高の形相と同様に、數學の部分科學(知識) (Teilwissenshaft) の最高の概念的(一者)複數)も亦、*τὸ αὐτὸ* (類) と稱せられてゐるのである(一〇)。此等の一者は同様な科學(知識)のあらゆる他の對象に對しては類概念である。一切の數は展開して、その存在を——

主として中間の項を通じて——單一から受け取り、一切の幾何學的圖形は、線を直線と曲線とに再分することによつて(二二)、線から存在を受取る。約言すれば、數學の對象界は、こゝでは、たゞプラトーンの形相の全領域の部分區域に過ぎず、その構造も之によつて規定せられてゐる(二三)。今や上記のアリストテレスの引用箇所に於て見出された *math. phys. math. phys.* の概念も亦我々に理解せられる。此の *math. phys.* は 知識の區域の根本概念(*epistēmē*)に様態を與ふる性質に外ならず、この性質はまた他方に於て根本概念と共同して、それに從屬する種を構成するのである。*zōon* (有生命者)の概念にとつては、例へば *zōon* (地上に生きるもの)と *hydroon* (水中に生きるもの)とがかくの如き *math. phys.* であり、*arithmōs* (數)乃至 *dyads* (一、一者)の概念にとつては、*dyads* (偶數)と *triads* (奇數)とがそれである。根本概念そのものから見られるとそれは性質を與へる屬性であり、*epistēmē* (知識)の總體的構造から見られると、第二次の構成要素である、(何となれば、その第一次の對象はたしかに根本概念であ

つて、これから他の一切の對象が存在論的・論理的に展開するからである)。それ故にアリストテレスの時代には、數學の對象界は簡單に假設せられるのではなくして、却つて、個別的對象の各々の絶對的存在が、あらゆる近代科學の處理法とは *top. phys.* (天地穹壤)の相違ある、存在論的・形相論的な處理法に於て、先づ始めに導き出されるのである。然る後に、かくの如くにして作られたる對象の分野に於て、エウクレイデースの意味に於ける精密數學的な (*exact-mathematical*) 「證明」が効果的に行はれるのである。けれども繰り返して行はれたアリストテレスの論争からも、プラトーンの形相論に關する報告からも、最^{さい}終^しひだが、おろそかにならぬ (*Case not less*) プラトーンの「テイマエウス」からも(二四)、數學的知識のこの局面は、プラトーンの時代には、既にもつと發展した段階にあつたと言ふことが、知られるのである。もともと此の知識は、その非感性の程度に準ずる性質上の順序では、算數術、幾何學、立體幾何學、天文學と言ふ秩序を與へられてゐた。そして線は數に從つ

て規定せられ、立體は平面によつて限られてゐると言ふ事實によつて、立體の存在は平面の存在に、また平面と線との存在は數の存在に、還元する様式 (Forms) があつた。それ故に一は絶對的に一切の數學的圖形にとつては存在の根源であつた。人は、此の方法が實踐上の數學に於て務めた役目——と言ふのは、アリストテレースはこゝではたゞ報告者であつて、方法論的立法に就いては、何ごとも語られてはゐないと言ふことを、爰に更めて想起する必要があるから——を、全然輕んじてはならない。規則正しい五つの立體のテヘアエテートスによる有名な作圖は、エウクレイデースの *Elements* (原論) 第十三卷に於て見られる作圖の證明とは、尙ほ甚だ距離のあるものである。テヘアエテートスはむしろ、「ティーマエウス」に於けるプラトーンその人と全く同様に、「存在」を、即ち彼の「作圖した」立體の形相論的存在を、それを取り圍んでゐる平面の存在から、また平面の存在を、最も簡單な三角形の、從つて三角形自體の存在から、導出した。そしてプラトーンは、奇怪にも長い間誤認せられてゐた言葉

を用ひてゐるあの「ティーマエウス」の箇所では、はつきりとテヘアエテートスの方法に依つてゐるのである。(二五)

(二一) *An. Post. A 7, 75 a 42; b 3, 7* 等。他 *A 10, 76 b 13*. 此の言葉を「知識(科學)」、知識的領域」の意味に使用することは、たゞ第二義的に過ぎぬ。

(二二) *Technik* (線) の *diaforas* (概念分割) の外に他の分割が、例へば *praxis* (有理) と *logos* (無理) のそれが行はれる。 *An. Post. A 10, 76 b 9* を参照せよ。

(二三) シュテンツェルの形相論の詳説を参照せよ。物 (*Dinge*) が形相數に對する關係は、嚴密に、それが數學固有の對象に對すると同様である。 (*Zahl und Gestalt*, S. 31 ff. 39 ff. 124 ff.)

(二四) このことは上記の拙著二〇九頁以下に於て、もつと突込んで論證せられてゐる。

(二五) *Timaeus 53 e 1 ff.; Eva Sachs, Die fünf platonischen Körper* (Philolog. Untersuchung, XXIV), Berlin 1917, 207 を参照。 「ティーマエウス」の此の箇所の *εἶδος* (道) と言ふ言葉は、方法的なるものをもふくむで居り、たしかに語義通りのものよりも以上に、方法的なるものを目指してゐると言ふことは、注意せられなければならない。

我々がその概要だけを説明したところのプラトーンの、

形相論によつて數學の中に惹き起された轉廻は、自然の結果として數學を、プラトーンより以前の課題からは、極めて本質的に遠ざからしめた。周知の如く、プラトーン以前の數學の課題は、既に、その研究の仕方によつても、主題の立て方に於ても、非常にエックレイデースの主張に合致してゐたのである。兎に角、定理と數學的諸對象相互の關係とを證明することを、取扱ひの中心としてゐたところの、此のプラトーン前期の數學は、常にかのプラトーンの存在、導出的數學に並行して行はれてゐたであらう。たゞ形相への轉向をなさなかつたところの、もう一つのその形式の數學は、研究心の旺盛なる數學者たちの研究の成果を、當時悉く周圍に集めて保持してゐたアカデメミアからは(二)さ、知識(ἐπιστήμη)としては認められなかつた。そしてその數學が、プラトーンの創造的な侵攻力によつて惹き起された革命的轉廻と、立ち入つて論争した時に始めて、更めて、此の名譽の稱號を要求することが出来たのである。此の數學は實際アカデメミアの數學と論争し、その論争過程の結果を内に取り入

數學的方法の構成に及ぼせるプラトーンの影響

れた。此の論争から生れた産物は、アリストテレスの「分析論後書」よりも恐らく二代もおくれて書かれたエックレイデースの *Methodiké* (「原論」)の中に見られる。數學者たちの目前には大規模の、最後まで分節を有する、數學的對象の聖階(Hierarchie)が、即ち組織があつた。これには、我々の科學的觀念には不必要な、煩鎖なものや、その上おそらく全く不合理なものや、往々牽強附會なものさへ伴つてゐた。しかしそれは、當時まで論理的組織やその對象の概念的關係に對する觀念を有たずに、圖形の助けによつて答を見出さうと試みてゐたその時代の數學にとつては、數學固有の領域内に組織せられた最初の秩序であり、同時にまた最も抱括的な秩序でもあつた。幾何學に例を取るならば、その人々が此の形相論的構造(επιλογιστική Struktur)によつて、等邊三角形と不等邊三角形とを、三角形と言ふ一つの大概念(ὀρθότης)の二つの種と見做すことを理解した時に、それは彼等に何を意味したか、我々には推測し難いのである。アリストテレスは、彼が證明論を書いた時に、人は尙ほ往々にし

て次のやうな誤謬を犯したと、我々に語つてゐる、即ち人は三角形そのものに當嵌るところの數學的事實を、たゞ二等邊三角形にのみ確證し、又は、その對角線が九〇度である二直線は平行すると證明して、等しい對角を有するあらゆる直線は平行すると言ふより包括的な真理を(二七)認めない。アリストテレスにとつては、之れは、人が最高の *epistēmē* から一步一步下へ、決して *epistēmē* を踏みはづさない形相の連鎖を辿つて一者を擱へることが、餘りに低く過ぎたことを意味してゐる。垂直なる形相の系列は、數學者に對して、その認識に必要な擴張と普遍安當性とを與へるやうに、絶えず勸告することを示唆し、同時に、そのやうな骨折りに對して最も安全なる指南と支配とを提供した。かくして實際我々に傳へられてゐるところによれば、アカデメイアで研究に従事してゐた數學者の一人トヘウディオス(Thendios)は、彼が或る新しい數學の入門書を書いた時に、 *κοινὰ τῶν μαθητῶν καὶ διδασκάλων ἐπιτομή* 即ち、今迄、その妥當領域が制限せられてゐた多くの認識に、必要な普遍性を與へた(二八)ので

ある。

(一六) Proclus in Euclidem pg. 67, 19 Friedlein.

(一七) An. Post. A 5, 74 a 4 ff., 13 ff.

(一八) Proclus in Euclidem pg. 67, 14 f. Fr. *ἑκάστη* [規定するもの]と言ふ読み方を取つてはいけない、*ἑκάστη* [部分的なるもの]と讀むべきである。[本文の「即ち」以下の言葉は引用希臘文をソルムセンの自由な獨逸譯に從つて譯したのであるが、字義通りには「彼は部分的なるもの多くな、より普遍的なるものとなした」となる。]

しかしながら人は、形相の綱のうちに秩序を有する數學的對象の堅牢なる構造を、餘りにも圖式的な、不動なものとして考へてはならぬ。知られてゐなかつた構成事實(*επιπέδη βέλεια*)の證明と認知とは、全然、同一の形相の軸線への固定によつて行はれるのではなく、却つて、一方の軸線から他方のそれへの移行によつて自然に行はれるのである。一つの連鎖の一つの *epistēmē* が他の連鎖のそのやうな *epistēmē* に、本質的に、概念的に内屬してゐることが確證せられる場合に、切觸(*Κωνάκ*)が見出される。古代の傳承によれば、プラトーンは、しばしば「分析的」と稱せ

られた處理法を、數學に與へた(二五)、これによつて人は、立てられた主張を、方法的態度で、證明したのである。その方法は即ち、ちようと尋求せられてゐる命題の中で結合せらるべき二つの概念の中間に、*tertium* (中概念)が求められると言ふことに存するのである。人は、結論に於ては述語となるべき概念から、下向的に出發する。換言すれば、その概念は、如何なる他の概念に、論理的必然性をもつて内屬するか、を人は問ふのである。そして同時に、結論の命題の主語たるやうに定められてゐる概念から、上向的に出發する。従つてこゝに於て、人は、その概念に、如何なる概念が、決して單に偶然的に、一時的にはなしに、本質上内屬するか、を問ふのである。次にこのやうにして兩方面から見出された概念の間に、或はむしろ一方の側の一つの概念と他方の側の一つの概念との間に、再び本質的内屬のそのやうな關係を見出さなければならぬ。そしてこれによつて、分析の際に出發點となり、且つ結論の命題に於て結合せられなければならぬ概念に、*quod erat demonstrandum* 「證明せられなければ

ばならなかつた」概念の相互の必然的結合が、保證せられるのである(二〇)。此の方法はアリストテレスの推理の根本思想と完全に一致し、また歴史的にもそれと合致する。即ち推理式も亦 *tertium* (中概念)原理を基礎とし、最早、概念分割によつて得られた本來の形相連鎖に結合せられてはゐないやうに、思はれるからである。尙ほ概念分割によつて認められるものは、より高い、より一般的な概念(正しくは・形相)から、中間項(複數)を超えて、より低いところにある概念、従つて根本傾向へ向ふあの道である。此の根本的傾向は、結局、より低い一者により高い一者及び最高の一者の存在を分有せしめ、思惟 (*Gedanken*) の全世界を互に結合して、唯一の精神的一者たらしむることにあるのである(二二)。我々が語つた、あの本質的内屬の關係と言ふのは、互に高さを異にした二つの形相の關係の論理的側面に外ならない。形相論と數學とが互に共同してゐるたあの發展の道程の特徴を示すものは——それ自體複合的な——形相理論の關係の内にある論理的・概念的内容を、徐々に、純粹に、取り出し

て準備すること (Herauspräparieren) である。καὶ αὐτὸ γὰρ αὐτὸ「自體的に屬すること」と言ふのは、此の部分内容に定式を與へ、離在せしむることである。それより後には、それが數學的概念の相互のあらゆる結合に、積分的に、性質を附與すると言ふことによつて、數學的證明は、今迄得られなかつた程度の客觀性を得るのである。我々が前に参照した(一一四頁)あの古代の傳承は、おそらく素材に過ぎる傳記的なるものとして作られてゐるが、しかしその傳承がプラトンの決定的影響を報告してゐるべきへすれば、それだけでそれは正しいのである。形相論は、實際、數學的 *mathematisch* (研究) と *epistēmisch* (證明) とに、その方法的土臺を與へ、またそれに論理的必然性の最大量をも保證した。數學がしばしば典型的と感ぜられたのは、實に、論理的必然性の此の最大量のためである。アカデーメアで研究に従事してゐた數學者、テヘアエテートス、エウドクソス、メナイクモス、レオダダマスの如き人、その他多數の人々は、アカデーメアの人々と互に提携して研究した際に、彼等がその對象の下に於て

立てなほすことを學んだものは(三三)、形相論的結合であつたと言ふことに就いて、明瞭な考を有たずに、彼等の學問に根柢を與へてゐた方法を受け容れたとするならば、彼等は奇妙な人間であつたに相違ない。エックレイデーヌも尚ほ此のことを知つてゐたか否かは、別の問題である。

(一九) Proclus in *Euclidem* pg. 211, 19 ff. Fr.; Diogenes Laertius III, 24.

(二〇) An. Post. A 23, 84 b 19 ff.——主語と述語との間に挿入せられた項の数は、固より、本質的に尚ほ多くあり得る。アリストテレースは、その数が無数であり得るかと言ふ問ひを、夥しい論證をもつて論議してゐる。(前掲 A 19—20)

(二一) Stenzel, *Zahl und Gestalt*, S. 115 ff. Plato der *Erzieher*, S. 272, 288その他を参照せよ。ミテレンツェンによつて明らかにせられた此の傾向は、概念の結合が一つの *categories* から他のそれへ、推理式的に干渉することによつて、*categories* で行つて始めて完了せられるか、また此の完了は *categories* の、以前には重要であつた意味成分 (*Sinnbestandteil*) を止揚することと、*categories* まで結合せられてゐるか、——これらば尚ほ問はれなければ

ばならぬ。

(二二) 數學の證明に、これ以上 *Geometers* を利用することに就いては、プロクロスの前記の書 *int. 33* を見よ。

本來統一的であるプラトーンの *eidos* (Idee) の總念が二三、最終の段階に於て、その中に分たれてゆく分割の動機は、非常に澤山ある。そして *met. 1. 1* の、即ち存在性を有する内屬の、契機が、形相論から、それに隣接する數學に働きかける唯一のものではない。形相と感性界とは、始めから互に別々の方向に向つてゐて宥和が出来ないと主張することは、早計である。それよりも前に人は、感覺的要素と超感覺的要素との一種の混合を、即ち形相の具體的な運載者と、此の運載者によつて運載せられる、かの超人格的な、最早具體的ではないものとを、同時に凝視すること (*ein gleichzeitiges den-Blick zu heften*) を、形相思惟の特質と示さなければならぬ。けれども形相論のこれ以上の發展は、一般に、その論理的側面の離在と獨立とに導くと同様に、また感性的成分の益々強い抽出にも導いてゆく。今や始めて希臘人の精神的視野に抽象的なるものが現れた(二四)。テヘアエテート

數學的方法の構成に及ぼせるプラトーンの影響

スの如き人の存在導出的數學も尙ほ未だ全く感性的・經驗的な圖形の實情から離れず、却つて、例へば立體を圍む平面を、その存在の、即ちその思惟的な存在の、要素であると教へたとしても、エドックスの證明的數學にとつては、圖形は、實は、たゞ證明の——高々、無くても差支ない——便宜に過ぎなかつた。その證明は證明力を決して圖形から引き出すのではなくて、常に、超感性的な、形相的 (*ideelle*) *o. s. a.* [存在性] の概念的關係から引き出すのである。人はおそらく此のことを最も判然とエウクレイデースの第十二ノ二の定理に見るであらう。此の定理はエドックスに溯り、二つの圓の關係を、その半徑の二乗の關係に還元するものである。アンティプホーンが圓の求積の際に應用し、またトエプリッツ (*Toeplitz*) の至極穩當な臆測によれば、ソプヒステースの數學者達によつても、此の定理の證明のために役立つたところの(二五)、あの素朴な・感性的な方法が、こゝに捨てられたと言ふことには、深い理由がある。その數學者たちは、圓周の中の八角形、十六角形、三十二角形に徐々に對角線

を移行させた。かくして經驗の方面からは、如何にしても異議を挿み得ないやうな仕方では、有角の圖形から圓に橋を架けた。かくの如く *αισθησις* (感性的知識) に強く依存してゐる處理法は、エドクソスの知識概念には最早存在しない。彼は自分の證明に對する根柢を、かの所謂連續の公理に見出した。此の公理の趣意は、人が直線を二分し、その半分から更に半分を取り、かくして進むならば、此のやうに取り扱はれた直線は、結局、どんな任意の他の線よりも小であると言ふのである。たしかに之れは極めて抽象的な定理である。それは非常 抽象的であるからして、内的蓋然性によつて——そして適切な外的證據がない場合には、人はたゞ内的な蓋然性をもつて處置し得るに過ぎない——人は、此の定理を希臘數學のプラトーン以前の時代のものと主張することを、思ひとゞまらざるを得ないのである。

(二三) 私は *Idee* と譯すが、しかし之れによつて、プラトーンを研究したことのなき者に、我々が今日此の言葉の下に理解してゐるものとの如何なる聯想をも、呼び醒さないやうにしたい。希臘語の *Idee* は、實際、非

常に希臘固有の見方によつて制約せられてゐるからして、獨逸語で表象し得る範圍では、近似的な等義語さへないのである。此の言葉の理解のために私は *Stenzel, Studien 3 ff. Wilamowitz, Plato I 346 ff.* をあげておく。

(二四) Jaeger, *Aristoteles 395* を参照せよ。

(二五) *Anfite I 183 ff.*

抽象的なるものよりも以上に密接に形相論の根本動機と結合し、またより早く固有の存在となつたものは、定義的要素である。ソークラテース的・プラトーン的な *εἶδος* (……は何であるか) を求むる問ひは、たしかに、始めから精密な論理的定義を目的としてゐたのではなく、それは常に始發點 (*Anfangspunkt*) を構成してゐたのである。論理的に定義することは、此の始發點から、次第次に發展して、獨立の哲學的課題となつた。プラトーンが「國家」を書いた時には、數學にはまだ如何なる定義も取り入れられてゐなかつたと言ふことは、プラトーン自身の言葉の解釋から自然と結果して來る。數學が、その取り扱ふ概念を、一般に知られてゐるものとして運算の中

に取り上げることなく、それに定義を與へたとするならば、プラトーンが繰り返して、數學者には自分の對象の本質に關するあらゆる知識が缺けてゐること、數學者は自分の立てる假定 (Setzung) の理由を説明し得ないことを斷言する筈はなかつたであらう (二六)。ところで我々はアリストテレスの證明論の中で、數學者は根本的概念に就いても、また派生的概念に就いても、それら一切の *ti hoti* (「……は何であるか」、従つて「本質」) 又は *ti hoti me* (何を意味するか・意味) を「取る」(「*παρὰ τὸν λόγον*」)、換言すれば、數學者はその證明の始めに於てそれらを悉く定義する、と言ふ「意味の言葉」讀む。アリストテレスが確證するところによれば、定義的假定は凡ての概念に關して存在し、存在的假定はたゞ各個の數學的部分知識(それから他の知識の存在が、始めて演繹せられるものだと我々は確信してゐた)の最高のものに就いてのみ存在する。學的なる數學の證明には、當然、たゞ定義的假定しか用ひられない。その他の一切の假定は存在導出的數學に限られてゐる。而して此の數學はその歴史的課題を、

數學的方法の構成に及ぼせるプラトーンの影響

それが證明的數學に堅固な概念的構脚を與へ、然る後にやがて枯滅すると言ふことで、成し果したのである。蓋し此の數學の可能性は、自然的に、極めて限られて居るものであつて、たしかにその進歩は全く考へられ得ないことであつたからである。讀者は各々、科學的な證明の始めにある、或はまたより大なる證明の系列の始めにある、此の定義的假定を、エウクレイデースの *Methodus* (「原論」) の特徴的な構成要素と認めてゐる。従つてそれは基督の降誕の前第四世紀の七十年から五十年に至る間に成立し、プロクロスの詞によれば、 *ἐπιτομὴν ἀληθῶν ἐπιπέδων* (彼等はアカデミー

Ἀκαδημίας νομῶν ἰσοπέδων τὰς ἐπιπέδων (彼等はアカデミーに於て共通なる研究に絶えず従事してゐた) (二八) あの比肩すべきものなき、研究心の旺盛なる數學者の一群によつて作り出されたのであつた。アカデミーに於ては、同時に、辯證法的定義が創造せられ、ますます大なる論理的なる正確さまで完成せられたと言ふことを思ひ起すものは、いつまでも決してそれを偶然なる *κατὰ τὴν ἀναίτια* (偶然發生) とは考へず、反つて、我々が

こゝに於てまた數學的方法に及ぼせるプラトーンの・アカデーメイア的影響を、明白に知ることが出来ると言ふことを認めるであらう。

- (二六) Resp. VI 510 c 2 ff. (特に 7) 511 a 3 ff. c 6 f. c 8 ff.; VII 533 b 6 ff.——若し私が 510 c 2 に述べられてゐる *modalities* の内容として、そこに名づけられてゐる、概念そのものを取り、大體公理のやうな命題を取らないならば、かう言ふことにならう。さう言ふ風に解釋することは、決してその箇所の文面に無理をするものではないからである。こゝに公理を尋れるものは、その上、何故アリストテレスが「分析論後書」A II 0 で、假定の性格を概念のために論議して、却つて公理のために論議せず、論争的に御けたか、を説明しなければならぬ。

(二七) An. Post. A 10, 76 a 32 ff.; b 3—11: 15.

(二八) In Euclidem pg. 67, 11 ff.

我々がそれから出發した文章に於て、アリストテレスがあらゆる數學的部分科學(智識)を構成する要素として取り出したものは、三つあつた。そのうち當該科學の領域に於ける最高の形相の存在の假定と、從屬的概念の定義との二つに就いては、我々は、その成立を研究し、

その意味を評價した。そこで第三のものとして *κοινὰ λεγόμενα ἀναγκαῖα* [所謂共通なる公理] が残つてゐる。此の言葉によつてアリストテレスは、今日も尙ほ公理として示されてゐる・等しいものが等しいものから減ぜられ、ば、等しいことがわかるとか、二つの量は、第三の同一の量に等しいならば、互に相等しいとか、等々と言ふやうな(三九、一般的命題を意味してゐた。此の公理は *κοινὰ* (共通なる) と名づけられる、蓋しそれは、かの二つの他の構成的因素の如く、單に部分的區域——それが算數術であらうと、幾何學であらうと、また立體幾何學や天文學であらうと——に固有なものではなくして、却つて此の一切の科學に一樣に通用するからである。尙ほあらゆる數學的知識(科學)を、その共通の構成要素に分析しようとする思想が、どこに始めて現れたか、が確證せられる。プラトーンは「國家」第七卷に於て、哲學的 *paideia* (教育、教養) の抱括的計畫を立てた。此の計畫は希臘の如何なる國家に於ても、たしかに實現せられてゐたのではなく、彼自身の學派の體制、即ちアカデーメイア

の中に於て實現せられてゐたのである。此の數學的知識（科學）は、辯證法への、即ち他の一切の知識を統轄する最高の知識への *epitaxia*（準備教育）の職能をつとめる。しかし此の職能は、精通者が、種々な部分區域を支配する *kanonika, outivnva, ozevstis*（共通、同類、同族）を認めることが出来る時にのみ(三〇)、始めて完全に成就せられるのである。此の認識は共觀的作用として示され、またその限り、同様に、しばしば *evvstis*（共觀）として特質づけられる作用に等しいのである。この作用は個々の現象の背後に、またそれを超えて、此の現象を始めて組織する形相を、觀するものである。この點にこそ、何故にプラトーンが共通の構成分子のあの共觀的把握を、非常に強調して、條件となしたかの理由があり、また *noyva*（共通性）の問ひがこゝで始めて立てられる保證も、この點にある。 *noyva netivnva skhiznva*〔所謂共通なる公理〕は此の問ひに對する答へである、そしてそれはたしかに、一定の詮考——それをこゝに展開することは、餘り冗長に過ぎる——が暗示するやうに、數學者その人が與へた

數學的方法の構成に及ぼせるプラトーンの影響

答へである。此の問ひはまた全く他の方面からも、おそらく、あらゆる特殊性を無視して、一切の數學的知識に共通してゐる證明の過程を把握することによつても、答へられると言ふことが、此の問ひの本性の中に横はつてゐる。また實際そのやうにして答へられたのである。即ち「分析論後書」の第一巻として我々に知られてゐるところの、また我々がこの研究の重要な材料をそれから取つて來たところの、アリストテレスの *teoi zoodetikon*（證明に就いて）の著作の中に於ては、まさしくさうであつた。しかし乍ら、或はまた人は答へとして、一切の數學的對象に同じやうに固有な「イデアチオン」への能力を指示し、此の豫想から、各個の *mathematika*（數學的科學）を、出来る限り緊密に、むしろ存在論的素姓のうちに、直ちに、互に結合することも出来、謂はゞ共通の紐で、オプス（*Opus*）の「プリボス」(*Principia*)が會て言つたやうに(三一)、繩で、それを絡めることも出来るであらう。晩年のプラトーンの形相數論も、またおそらく同様の方向にむかつた彼の弟子の試みも、これを達成しようとなつた。

また多少異つた方向に、方法的には極めて注意せらるべき一つの業績がなされた。それを我々はまた蓋然的に數學者その人に歸さなければならぬが、しかしそれは形相の *synthesis* (普遍的なる、一切の個別現象を抱括する) 性格と、形相論的に形成せられた數學の階段的な組織を利用するものである。數學の根本的圖形、即ち數、直線、平面、立體、時間のかなたに、人は、此れ等一切のものの上に秩序を有し、その一切を自分のうちに抱括する *ego* を置いた(三三)。これはたゞ思惟せられたものであつて、現實のうちには、何處にも存在せず、加之、それには決して正しい名稱もなかつた。此の *synthesis* (假定)によつて、アリストテレスの時代には、比例の項の置換に關する定理の如き、以前から數や直線や立體や時間に對して、人が別々に證明し定式化してゐた定理を、一舉にして——*the synthesis* (一つの證明で)とアリストテレスは言つてゐる——あらゆる量に對して、共通に導出することが可能となつた、あらゆる他のものを抱括するあの新しい形相に對してだけ、人は置換を證明すること

によつて。我々がエウクレイデースの第五卷に見出す量論と比例論とは、數學的對象を一定の部門に特殊化することは、悉くこれを避けて、その認識に完全なる普遍性の性格を與へてゐる。たしかに此の説は、アカデミーアで若いアリストテレスもその人々と一緒にゐた數學者達によつて作られたところの、あの基礎に據つてゐたのである。假令エウクレイデースの定式化のうちには——その他の點は、彼に於て、どうあらうと——此の假定の哲學的意味並に一般に、此の思想がそれに屬してゐる哲學的連關は、少くとも最早認められぬとは言へ。その上、アリストテレスも亦ちやうど一つの例を此の比例論から擧げてゐる。彼はその例で個別的な考察方法から、一般的なものへの、尙ほ彼の目の前で行はれたところの、進歩を例示しようと思つたのである。人が容易に見るやうに、抽象や、前に語られた其の他のものと、極めて密接に連關してゐる事物が問題なのである。人が此の過程を *synthesis* (共通性)の問題と言ふ題名の下に入れるか、それとも抽象と言ふ題名の下に入れるかは、恐ら

く任意であらう。たしかに二者何れの場合に於ても、プラトーンの形相と言ふ大なる一つの總念の、離在に向ふ部分要素が、問題の中心である限り、また此の重要な方法論的進歩がなされた時代に、二つの意義領域が尙ほ互に分たれもせず、また共通の中心からも離れなかつた限り、たしかに任意である。

(二九) An. Post. A 10, 76 a 41; b 20; II, 77 a 30 ff. を見よ。エックレイデースでは彼の著作の始めにある *νομαί εἴηαι* [公理] を参照せよ。ἀξιόματα の成立の問題に就しては Cantor, Vorlesg. über Gesch. d. Math. 37, 219 の省察を見よ。

(三〇) Resp. VII 531 e 9 ff., 537 e 1 ff.

(三一) Epinomis 991 e 5. 「*Η γανυσις*」がプラトーン自身によつて書かれたものではなく、古來の傳承通り、彼の弟子の一人オプスのアヒリポスによつて書かれたと言ふことは、フリードリッヒ・ヒュラー (Friedrich Müller, Stilistische Untersuchung der Epinomis des Philipp von Opus, Diss. Berlin, 1927) の研究以來、確定的に明らかになつた。

(三二) An. Post. A 5, 74 a 17—25.

數學がプラトーンから受けた方法論上の示唆と、その

數學的方法の構成に及ぼせるプラトーンの影響

示唆を消化した仕方との概観は、これをもつて終結とせられてもよいであらう。しかし我々は尙ほプラトーンの三つの本質的天賦の才を記憶に呼び戻さう。「一」嚴密なる、完備せる、迫力ある證明 (ἀποδείξεις) の方法。此の證明は本來形相の體系に於て立てられたのであるが、數學の研究者がプラトーンの形相と超感性的實體の構造とに就いては、最早何ものをも知らなかつた段階に於てさへ、本質的な、且つ概念的な内屬の、獨立的性質を受けついたのである。「二」證明の手續きに應用せられた概念の定義。「三」最後に一般的な量數學 (Größenlehre) に於ける *νομαί ἀξιόματα ἀξιόματα* [所謂共通なる公理] と *καθόλου* (普遍的なる) の視點。此のプラトーン的天賦の才を除外して、いつの時代にも科學的數學の古典的教科書であつたエックレイデースの *ἐκθετικά* [原論] を、誰れが考へることが出来るか。エックレイデースの此の著作の驚嘆に値する建築術のうちの何が残つたであらうか。此の中では、前に證明せられた定理、個々の卷に先き立ち、根柢となつてゐる定義と普遍適當的な公理とが、恰も複雑な

機關の一つ一つの部分品と同様に、凡てそのあるべきところにあつて、あらゆる證明に密接な關係を有つてゐる。若し人が證明の此の一切の *means*〔器具〕を取り去つたならば、此の作品のうちで、何が残つたであらうか。人がエウクレイデースの教科書を、單に數學上の知識の便利な類集としてのみ評價せず、それ以上に、その方法的形成に一隻眼を有し、こゝに作用した組織的能力の量を測定した場合には、いつでも、假令プラトーンの直接的創造を遂に理解せずに終つたやうな場合に於てさへ、人は彼の立法的天才を眞に驚嘆したのである。