『命題論理學の歴史』

ジャン・ルカジェウィッツ

三田博雄 譯

現今數學基礎論乃至集合論的研究の中心はヴィン及びワルソーである。この兩學園に於ては數學者の活動に對應して哲學者は哲學的立場からその基礎付けに參與して共に統一科學を打建てんと目論んでゐる。ワルソー學園の哲學者としてジャン・ルカジェウィッツは既に有名である。簡單に履歴を紹介すれば、一八七八年レンベルクに生れ同地の大學でトゥワルドウスキーに哲學を學び、一九二〇年以來ワルソーに哲學の教授として專ら論理學の研究に從事してゐる。こゝに譯出した論文 J. Lukasiewicz, Zur Geschichte der Aussagenlogik, Erkenntnis, Bd. 5, 1934, S. 111—131 はこれまで閑却されてゐた古代及び中世の論理學研究には現今の論理算法と殆ど同じ內容をもつ命題論理學があることを指摘するものとして注目に値するものである。

近代の論理算法の教へるところによると、形式論理學のうちに二の基礎的分科が區別される。それは算數學と幾何學との相違にも劣らず相互に異なる命題論理學と名辭論理學とである。兩者の相違は、命題論理學には論理的定項及び命題變項のみ現れるに反し、名辭論理學に於てはその外に名辭變項が存するといふことにある。

この相違を最も簡單に説明出來る例はストア派及びペリパトス派の同一律である。誤解しないやうにこゝで先づ注意して置くが、吾々の文獻の範圍ではこの同一律が古代に附隨的に提出されたこと、及びそれらが特定の論理學の基礎命題にはなつてゐなかつたことが證明されるのである。ストア的同一律といふのは「もし(wenn)第一者、ならば(so)第一者」であつて、セクストゥス・エムピリクスの引用した推理圖に前提として現れてゐ

る。（註一）ペリパトス的同一律といふのは「aは凡てのaに屬す」であつて、アリストテレスは論及してゐないが、分析論前書に對するアレクサンダーの註の或る箇所から推定出來る。（註二）文字變項を用ひるならば、ストア的同一律を「もしp、ならばp」の形に表すことが出來、ペリパトス的同一律を「凡てのaはaなり」といふ言表に等値に變形出來る。前者に於ては「もし――ならば」は論理的定項であり、「p」は命題變項、卽ち「p」に一命題例へば「日中である」を有意味に代入してよい。これを代入するとストア的同一律の特殊の場合「もし日中である、ならば日中である」になる。後者に於ては「凡て――なり」は論理的定項であり、「a」は名辭變項、卽ち「a」に一名辭を、しかもアリストテレス論理學に於て無言の中に承認された假定と一致することであるが、一般的な名辭例へば「人間」を有意味に代入してよい。これを代入すれば「凡て人間は人間なり」といふペリパトス的同一律の特殊な場合をうる。ストア的同一律は命題論理學の定題（These）であるが、それに對してペリパトス派のそれは名辭論理學の定題である。

論理學史を著した昔の著者達は凡て命題論理學と名辭論理學の根本的差別に氣付いてゐなかつた。それ故今日に到るまで命題論理學の歴史はないし、從つて形式的論理學一般の正確な敍述もない。プラントルの著述（註三）は文獻及び資料の蒐集としては今日尚不可缺であるが、論理學上の問題及び教說の歴史的な陳述としては殆ど無價値である。論理學史は新に、しかも論理算法に完全に練達した歴史家によつて書かれねばならぬ。私はこの短い論述に於て次の三の重要な點に關してのみ命題論理學の歴史を考察しようと思ふ。第一に、ストア派のディアレクティクは命題論理學の古代の形態であつて、アリストテレスのジロギスティクに對立すること、從つてまたこれまで全く誤解され不當に評價されたこのストア派の業績に再び名譽が與へらるべきことを明證したい。第二に、ストア的命題論理學が中世には特に「推斷」論のうちに存續して更に發展されたことを二三の例につき研究し解明しよう。第三に、ドイツに於てさへ一般には知られてゐないやうであるが、近代命題論理學の創始者はゴットロブ・フレゲであるといふことの確證に重點を置

く。

註① Sextus adv. math. VIII 292 (fehlt bei Arnim) : εἰ τὸ πρῶτον, τὸ πρῶτον.——H. v. Arnim の蒐集 (Stoicorum veterum fragmenta, Bd. II, Leipzig 1903) もまた甚だ有益であるがストア派のディアレクティクの文献的資料としては遙かに不充分である。

註② Alexander in anal. pr. comm. ed. Wallies. S. 34, 19 : γίνεται...τὸ A τινὶ τῷ A μὴ ὑπάρχον, ὅπερ ἄτοπον.

註③ K. Prantl, Geschichte der Logik im Abendlande, Bd. I-IV, Leipzig 1855-70, Bd. II, 2. Aufl., Leipzig 1885.

ストア派のディアレクティクが命題論理學であることとは上述のストア的同一律が命題論理學に屬することに既に證示されてゐる。然し附隨的に述べられた言葉は證明とならぬから、ストア學徒がそのディアレクティクの眞先に「證明不可能な」第一の三段論法として置いたところの周知の推理式

もし第一者、ならば第二者。

然るに今や第一者。[註四]

故に第二者。

を考察しよう。これらの式に於て「第一者」及び「第二者」といふ言葉は變項である。何となればストア學徒は變項を表すに文字ではなく順序數を以てしたから。[註五]こゝに於ても勿論、この變項に命題のみ例へば「日中である」及び「明るい」を有意味に代入してよい。この代入を行へばストア派のテクストに推理の例として度々出て來る「もし日中である、ならば明るい。然るに今や日中である。故に明るい」といふ推理になる。實際上式の變項に代入されるのは命題であつて名辭ではないといふことは式の意味からも明かであるが、尙次の例卽ち「もしプラトンが生きてゐる、ならばプラトンは呼吸する。然るに今や第一者。故に第二者」から全く特に明確にわかる。こゝでは勿論「第一者」は「プラトンは生きてゐる」といふ命題に、「第二者」は「プラトンは呼吸する」といふ命題に關するものである。[註六]

ストア派の論理學とアリストテレスのそれとの根本的相違は、ストア派のディアレクティクには假言的及び離接的 (hypothetische und disjunktive) 命題が存するに反して、アリストテレスのジロギスティクには定言的 (kategorische) 命題のみが現れるといふことにはない。

厳確に考へればアリストテレスのジロギスティクにも假言的命題が見出される。何となれば、アリストテレスの正當な三段論法は凡て含意であり、從つて例へば「もしaが凡てのbに屬し且つcが凡てのaに屬す、ならばcは凡てのbに屬す」(註七)といふ假言的命題である。この古代論理學の兩體系間の原理的區別はむしろ、ストア的三段論法に於ける變項は命題變項であり、アリストテレスのそれは名辭變項であるといふことにある。然るに上述のストア的三段論法をプラントル(I, S. 473)の如く

第一者であるとき、第二者である
然るに第一者である
故に第二者である

のやうに飜譯すれば、兩者の原理的區別は完全に抹殺される。プラントルは變項に凡て「である」を附加したが、それは古代のテクストには存しなかつた。このことによつてプラントルは意識せずにまた意志せずにストア的命題論理學を名辭論理學に混同してしまつた。何となればプラントルの圖式では「第一者」及び「第二者」にはもはや命題ではなく名辭のみが有意味に代入されうるから。吾々に傳來されたストア派のディアレクティクの斷片的記述を通覽すると、凡てのストア派の推理式は論理的定項の外たゞ命題變項のみを含むことを結論出來る。それ故に(註八)ストア派のディアレクティクは命題論理學である。

註④ Sextus adv. math. VIII 227 (Arnim II 242, S. 81, 22): εἰ τὸ πρῶτον, τὸ δεύτερον· τὸ δέ γε πρῶτον· τὸ ἄρα δεύτερον.

註⑤ Apuleius de interpr. 279 (Arnim II, S. 81, Anm.): Stoici porro pro litteris numeros usurpant, ut "si primum, secundum; atqui primum; secundum igitur."

註⑥ Diogenes Laert. VII, 76 (zit. bei Prantl I, S. 471, Anm. 177, fehlt bei Arnim): εἰ ζῇ Πλάτων, ἀναπνεῖ Πλάτων· ἀλλὰ μὴν τὸ πρῶτον· τὸ ἄρα δεύτερον.

註⑦ Aristoteles an. pr. II 11, 61 b 34: εἰ γὰρ τὸ A παντὶ τῷ B καὶ τὸ Γ παντὶ τῷ A, τὸ Γ παντὶ τῷ B (sc. ὑπάρχει).

註⑧ ストア派のディアレクティクに關するこの解釋は既に一九二三年以來私の保持するところである。尚 Lukasiewicz, Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls, Comptes Rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie XXIII, 1930, Cl. III. S. 77〔哲研、第二四七號に近藤洋逸氏の全譯あり〕を參照のこと。H.

Scholz, Geschichte der Logik, Berlin 1931, S. 31にこの見解の賛成者を見出したことは喜ばしいことである。

アリストテレスの三段論法とストア派のそれとの間には尚第二の重要な相違がある。アリストテレスの三段論法は論理的定題であるが、論理的定題といふのはその中に論理的定項の外命題變項或は名辭變項のみ存し、且つその中にある變項の如何なる値に對しても眞なる如き一命題である。ストア的三段論法は推理規則の意味に於ける推理式であつて、推理規則といふのは推理力を强化し承認された命題を基礎として新命題を導出する規法である。この相違をや丶詳細に考察しよう。

上述のアリストテレスの三段論法はまた「もし凡てのbがaであり且つ凡てのaがcである、ならば凡てのbはcである」のやうにも表現出來るが、それは「もしα及びβ、ならばγ」の型の、卽ち前提α及びβの合接が前項であり結論γから後項が成る如き含意である。含意としてのこの三段論法は一命題であつて、この命題をアリストテレスは眞と認めたが、事實その中にある變

項「a」「b」及び「c」の如何なる値に對しても妥當する。從つてこれらの變項に常値を代入すれば眞命題となる。今考へた三段論法には變項の外に論理的常項卽ち「もし――ならば」「及び」ならびに「凡ての――である」が存するから、この三段論法はアリストテレスの凡ての三段論法と共に論理的定題である。

ストア的論理學に於ては異なる。上述のストア的三段論法、卽ち文字變項を用ひて「もしp、ならばq。然るに今やp。故にq。」とも表現出來る三段論法はアリストテレスのそれと同様に二の前提及び結論から成るが、然し前提と結論とは結合されて一命題になつてはゐない。この事實は結論を導く言葉「故に」からも明瞭である。從つて今考へた三段論法は一命題ではない。命題ではないからそれは眞でも僞でもない。何となれば眞及び僞は周知の如く命題にのみ妥當することだから。このことを以て今考へたストア的三段論法は論理的定題ではない。卽ちこの三段論法に於て變項に常値を代入すれば命題ではなくして推理となる。從つて上述のストア的三段論法は推理式であつて、推理規則の意味をもつ。正

確には次のやうにも表現出來る。「もしp、ならばq」といふ含意及びこの含意の前項「p」を眞と承認する人は誰でもまたこの含意の後項「q」をも眞と認め、從つて「p」と「q」を分離する權利がある。この推理規則は「分離規則」と呼ばれるが、その名稱は近代論理算法に於ては全く古典的となつてしまつた。

ストア的三段論法は凡て推理規則として定式化される。このことによつてストア派のディアレクティクはアリストテレスのジロギスティクと區別されるのみならず、論理的定題の體系としての近代命題論理學とも區別される。

然しストア學徒はその推理規則を凡て定題に變形する簡明な規法を知つてゐた。卽ち彼等は適法的（bündig）と非適法的の推理を區別した。前提α及びβ、結論γから成立する推理が適法的と名付けられるのは、前項が兩前提α及びβの合接であり後項が結論γであるやうな含意が眞なる場合にいはれる。例へば「もし日中である、ならば明るい。然るに今や日中である。故に明るい」といふ推理は適法的である。何となれば「もし日中であり且つもし日中である、ならば明るい、ならば明るい」といふ含意は眞であるから。（註九）

この正しい注意によつて推理は命題に變形出來る。「もしp、ならばq。然るに今やp。故にq」といふ推理規則に適用すると「もしp且つもしp、ならばq、ならばq」といふ含意となるが、それは命題論理學の定題である。何となればその中に命題變項の外「もし――ならば」ならびに「且つ」といふ論理的常項が存するから。

この點に關してストア的論理學の詳細に立入ることは出來ない。たゞ全く簡單に最も重要な點を述べるに止めよう。ストア的命題論理學は二價論理學である。命題は凡て或は眞か或は僞かといふ原則がその中に成立する。或は今日の用語を使用すれば「眞」或は「僞」の二「眞理値」の一が可能であると考へられる。（註一〇）上述の原則は眞でもなく僞でもない。卽ち將來偶然に起る出來事に關して言はれる命題があるといふ見解に意識的に反對して提出されたのである。この見解は主にエピクル學徒の間に汎く行はれてゐるのであるが、（註一一）ストア學徒はこれもアリストテレスに歸してゐる。

註⑨ Sextus hyp. pyrrh. II 137 (fehlt bei Arnim, der jedoch II 239, S. 78, 15 die parallele Stelle aus adv. math. VIII 415/16 anführt)：ἐν τούτῳ τῷ ⟨λόγῳ⟩ "εἰ ἡμέρα ἔστι, φῶς ἔστιν· ἀλλὰ μὴν ἡμέρα ἔστιν· φῶς ἄρα ἔστιν" τὸ μὲν "φῶς ἄρα ἔστιν" συμπέρασμά ἐστι, τὰ δὲ λοιπὰ λήμματα. τῶν δὲ λόγων οἱ μέν εἰσι συνακτικοὶ οἱ δὲ ἀσύνακτοι, συνακτικοὶ μέν, ὅταν τὸ συνημμένον τὸ ἀρχόμενον μὲν ἀπὸ τοῦ διὰ τῶν τοῦ λόγου λημμάτων συμπεπλεγμένον, λῆγον δὲ εἰς τὴν ἐπιφορὰν αὐτοῦ, ὑγιὲς ᾖ, οἷον ὁ προειρημένος λόγος συνακτικός ἐστιν, ἐπεὶ τῇ διὰ τῶν λημμάτων αὐτοῦ συμπλοκῇ ταύτῃ "ἡμέρα ἔστι καὶ εἰ ἡμέρα ἔστι, φῶς ἔστιν" ἀκολουθεῖ τὸ "φῶς ἔστιν" ἐν τούτῳ τῷ συνημμένῳ· "εἰ ἡμέρα ἔστι καὶ εἰ ἡμέρα ἔστι, φῶς ἔστι, φῶς ἔστιν."

註⑩ Cicero acad. pr. II 95 (Arnim II 196, S. 63)：Fundamentum dialecticae est, quidquid enuntietur, id autem appellant ἀξίωμα…, aut verum esse aut falsum.

註⑪ Boethius ad Arist. de interpr. ed. secunda, Meiser, S. 208 (fehlt bei Arnim)：Putaverunt autem quidam, quorum Stoici quoque sunt, Aristotelem dicere in futuro contingentes nec veras esse nec falsas.——尚註八に引用した私の論文七五頁以下參照のこと。

ストア的命題論理學には次の函數、卽ち否定、含意、合接及び離接が現れる。最初の三函數は現今の習慣的表現と同樣に「眞理函數」として定義される。眞理函數といふのは、變項が命題であり眞理値は變項の眞理値のみに關係する如き函數と解されてゐる。

ストア學徒に從へば否定從つて命題の矛盾的反對は命題否定記號をその前に置いて作つた。(註一二)この理論的に正しく實際的に價値多い規法は中世に至るまで存續した。(註一三)現今の論理算法に於てそれは一般に承認されてゐることである。

「もし p、ならば q」といふ含意の意味に關して古代には種々の論爭があつた。(註一四)含意を現今行はれてゐると全く同樣に眞理函數として最初に定義して、メガラ派のフィロンが論爭を惹起したやうだ。フィロンによれば卽ち眞を以て始め僞を以て終らないとき、そのときに於てのみ含意は眞である。それ故に三の場合卽ち、第一に前項ならびに後項が眞なるとき、第二に前項ならびに後項が僞なるとき、第三に前項が僞であり後項が眞なるとき、含意は眞である。また一の場合卽ち前項が眞であり後項が僞であるとき、そのときのみ含意は僞である。(註一五)矢張りメガラ學徒であるディオドロス・クロノスがこれに反對し

て、眞を以て始め僞を以て終ることが過去に於て不可能であり現在に於て不可能であるとき、そのときに於てのみ含意は眞であると主張した。[註一六] この含意概念に關する古代の論爭をカリマコスがエピグラムに書殘してゐるが（「大鴉が屋根の上から何れの含意が正しいかと笑つてゐた」）、[註一七] それは近代のディオドロスの徒C・I・レヴィスが論理算法の賛成者に對して行つた論難を想起せしめるものである。[註一八] ストア學徒はフィロンの定義を受容れた。少くともセクストゥスはこの概念もまたストア學徒に歸してゐる。[註一九]

　合接卽ち「p及び（且つ）q」はストア學徒によつて眞理函數として定義された。その兩項が眞なるとき、そのときに於てのみそれは眞であり、他の場合にそれは僞である。[註二〇]

　離接卽ち「p或はq」の同樣な定義は吾々に傳來されたストア派論理學の斷片には見當らない。クリジィポスが離接に對して推理規則を提出してゐるが、それから推定されることは彼が離接を排除的「或は—或は—結合」と考へたことである。從つてクリジィポスの考へでは眞なる離接に於てはその兩項が同時に眞であり得ないこととなる。この見解は後に變へられて「p或はq」といふ言表は「もし非p、ならばq」といふ含意と同意味であることが確信されるやうになつた。かく解された以上もはや排除的離接ではなく非排除的選言(Alternativ)を取扱つてゐるのである。後述するやうに中世では離接の非排除的な性格が全く明瞭になつてゐた。

註⑫ Apuleius de interpr. 266 (Arnim II 204a, S. 66): Solum autem abdicativum vocant, cui negativa particula praeponitur.——命題否定記號として "οὐχί" なる言葉を用ひた。

註⑬ 註四一參照。

註⑭ Cicero acad. pr. II 143 (Arnim II 285, S. 93): In hoc ipso, quod in elementis dialectici docent, quo modo iudicare oporteat, verum falsumne sit, siquid ita conexum est, ut hoc: " si dies est, lucet," quanta contentio est. aliter Diodoro, aliter Philoni, Chrysippo aliter placet.

註⑮ Sextus adv. math. VIII 113: ὁ μὲν Φίλων ἔλεγεν ἀληθὲς γίνεσθαι τὸ συνημμένον (=Implikation), ὅταν μὴ ἄρχηται ἀπ' ἀληθοῦς καὶ λήγῃ ἐπὶ ψεῦδος, ὥστε τριχῶς μὲν γίνεσθαι

καὶ αὐτὸν ἀληθὲς συνημμένον, καθ' ἕνα δὲ τρόπον ψεῦδος.
――」の後に四の場合を凡て例を擧げて述べてゐる。

註⑯ Sextus adv. math. VIII 115: Διόδωρος δὲ ἀληθὲς εἶναί φησι συνημμένον ὅπερ μήτε ἐνεδέχετο μήτε ἐνδέχεται ἀρχόμενον ἀπ' ἀληθοῦς λήγειν ἐπὶ ψεῦδος.

註⑰ Sextus adv. math. I 309: τὸ ὑπὸ τοῦ Καλλιμάχου εἰς Διόδωρον τὸν Κρόνον συγγραφέν (sc. ἐπιγραμμάτιον)· ἰδοὺ δέ κου κόρακες τεγέων ἔπι κοῖνα συνῆπται κρώζουσι……

註⑱ フィロンの「素材的含意」は「僞なる命題は凡ての命題を含意する」及び「眞なる命題は凡ての命題に含意される」(註四四のドゥンス・スコトゥスからの引用を參照)といふ矛盾を惹起すると考へて、レヴィスは「素材的含意」を「嚴正的含意」に變へ次のやうに定義した。"p implies q" or "p strictly implies q" is to mean "It is false that it is possible that p should be true and q false." Vgl. C. I. Lewis and C. H. Langford, Symbolic Logic, New York and London, 1932, p. 122 and 124.

註⑲ Hyp. pyrrh. II 104 u. adv. math. VIII, 245 (Arnim II 221, S. 72, 32).――Vgl. auch Diogenes Laert. VII 81 (Arnim II 243, S. 81).

註⑳ Sextus adv. math. VIII 125 (Arnim II 211, S. 69): (λέγουσιν) ὑγιὲς εἶναι συμπεπλεγμένον (=Konjunktion) τὸ πάντ' ἔχον ἐν αὑτῷ ἀληθῆ, οἷον τὸ "ἡμέρα ἔστι καὶ φῶς ἔστιν", ψεῦδος δὲ τὸ ἔχον ψεῦδος.

註㉑ Galenus institutio logica, ed. Kalbfleisch S. 9, 13: τὸ τοιοῦτον εἶδος τῆς λέξεως "εἰ μὴ νύξ ἐστιν, ἡμέρα ἐστίν" διεζευγμένον ἐστιν ἀξίωμα τῇ φύσει τῶν πραγμάτων αὐτῇ, συνημμένου δὲ ἰδέαν ἔχει τῇ λέξει.――排除的離接は "διεζευγμένον" と言はれてゐる。非排除的選言に對して Galenus (S. 35, 6) は "παραδιεζευγμένον" なる表現を用ひた。

上述の論理的函數は凡てストア派のディアレクティクの推理式に現れる。推理式のうち或るものを「證明不可能」と考へ、從つて云はゞ公理的に正しいと假定し、他のものを證明不可能な推理式に還元してゐる。

證明不可能な推理式或は三段論法をクリジィポスが提出してゐる。それは次の五である（私は變項を記すに順序數でなく文字を以てした）。

（一）もしp、ならばq。然るに今やp。故にq。
（二）もしp、ならばq、然るに今や非q。故に非p。
（三）同時にp及びqでない。然るに今やp。故に非q。
（四）或はp或はq。然るに今やp。故に非q。
（五）或はp或はq。然るに今や非q。故にp。(註二二)

第四の三段論法から離接は排除的な「或は――或は――結合」と解されてゐることがわかる。非排除的選言に對してはこの三段論法は妥當しない。(註二三)

誘導されたものの證明不可能な推理式への還元といふことは論理的な明察を充分に示してゐる。この點に關してはストア學徒の辯證術を根柢的に理解し且つストア派論理學の最良の資料として擧げられるセクストゥスに記述されてゐる。例へばストア學徒が推理式「もしp且つq、ならばr。然るに今や非r、然しp。故に非q」を第二及び第三の證明不可能な三段論法へ如何に還元したか疑問の餘地なきまで明瞭に記されてゐる。その還元の操作は第二の三段論法に基いて「もしp且つq、ならばr」ならびに「非r」の兩前提から結論「同時にp且つqでない」が導かれる。この結論及び殘つた前提(註二四)「p」から第三の三段論法に從つて「非q」が出る。

セクストゥスの述べたも一の例即ち第一の三段論法を二回使用するものがプラントルには理解されずにしまつた。この例を一般的な型で記すと「もしp、ならばもしp、ならばq。然るに今やp。故にq」といふのである。還元は次のやうに行はれる。「もしp、ならばもしp、ならばq」及び「p」の兩前提から先づ第一の三段論法に基づいて結論「もしp、ならばq」になる。この結論及び前提「p」から再び第一の三段論法に從つて「q」を得る。(註二五)今述べた推理式は甚だ興味がある。といふのはその推理式は公理の地位に昇進してヒルベルト及びベルナイスの命題算法の定題になつてゐる。(註二六)

誘導された推理式の數は當然甚だ多い。(註二七)吾々に傳來された推理式のうち特に吾々の注意に値するのはオリゲネスの說いた次の三段論法、即ち「もしp、ならばq。もしp、ならば非q。故に非p」である。またそれに對して與へられた例も甚だ面白い。即ち「もし汝が死んでゐることを汝が知る、ならば汝は死んでゐる（人は僞なることを知り得ぬから）。もし汝が死んでゐることを汝が知る、ならば汝は死んでゐない（死人は何も知らぬから）。故に汝が死んでゐることを汝は知らぬ。(註二八)」オリゲネスの上揭の場所はまた甚だ重要である。といふのはこれまで誤解されて來たストア派のディアレクティクの用語の意味を吾々に開示するからである。(註二九)

註㉒ Galenus inst. log. ed. Kalbfleisch, S. 15 (Arnim II 245, S. 82): ὃν ὁ Χρύσιππος ὀνομάζει πρῶτον ἀναπόδεικτον, ὁ τοιοῦτος τρόπος ἐστίν· “εἰ τὸ α′, τὸ β′· τὸ δὲ α′· τὸ ἄρα β′.” ὃν ὁ Χρύσιππος δεύτερον ἀναπόδεικτον ὀνομάζει, τοιοῦτός ἐστιν· “εἰ τὸ α′, τὸ β′· οὐχὶ δὲ τὸ β′· οὐκ ἄρα τὸ α′”. ——Κἀπὶ τοῦ τρίτου κατὰ τοῦτον…τοιοῦτος ὁ τρόπος ἐστίν· “οὐχὶ τό τε α′ καὶ τὸ β′· ⟨τὸ δὲ α′· οὐκ ἄρα τὸ β′⟩”——κἀπὶ τοῦ τετάρτου κατὰ τὸν αὐτόν…τοιοῦτός τις ὁ τρόπος ἐστὶν· “ἤτοι τὸ α′ ἢ τὸ β′· τὸ δὲ α′· οὐκ ἄρα τὸ β′”.——κἀπὶ τοῦ πέμπτου…τοιοῦτός ἐστιν ὁ τρόπος· “ἤτοι τὸ α′ ἢ τὸ β′. ⟨οὐχὶ δὲ τὸ β′· τὸ ἄρα α′⟩”.——Vgl. auch. Arnim II, 241 u. 242, S. 79-81.

註㉓ ストア派の論理學を全く蔑視してゐたプラントル (I, S. 474) は次のやうに書いてゐる。„Hiebei nun braucht die grenzenlose Stupidität in der Trennung des IV. und V. Modus wohl nicht noch besonders hervorgehoben zu werden.“ 科學的著作に於て就中論理學の無知に基くかゝる評言に出會ふことは恥辱である。更にプラントルはあの五の三段論法をクリッポスがテオフラストから引用したと考へて言ふ。„jeder, welcher bloss fremde Produkte abschreibt, läuft hiebei Gefahr, nur seine eigene Dummheit zur Schau zu tragen.“ ここにも歴史的不確實が見られる。テオフラストが上述の三段論法を發見したか或は單に知つてゐただけか史料的に證明されない。

註㉔ Sextus adv. math. VIII 235, 236 (fehlt bei Arnim): 推理式は “εἰ τὸ πρῶτον καὶ τὸ δεύτερον, τὸ τρίτον· οὐχὶ δέ γε τὸ τρίτον, ἀλλὰ καὶ τὸ πρῶτον· οὐκ ἄρα τὸ δεύτερον.” 推理の還元は次の通り。“ὥστε δύο εἶναι ἀναποδείκτους, ἕνα μὲν τοιοῦτον.” “εἰ τὸ πρῶτον καὶ τὸ δεύτερον, τὸ τρίτον· οὐχὶ δέ γε τὸ τρίτον· οὐκ ἄρα τὸ πρῶτον καὶ τὸ δεύτερον”, ὅς ἐστι δεύτερος ἀναπόδεικτος, ἕτερον δὲ τρίτον τὸν οὕτως ἔχοντα· “οὐχὶ τὸ πρῶτον καὶ τὸ δεύτερον. ἀλλὰ μὴν τὸ πρῶτον· οὐκ ἄρα τὸ δεύτερον”.

註㉕ Sextus adv. math. VIII 230—233 (fehlt bei Arnim). テクストは損傷してゐるが勿論疑問の餘地なく明かである。それを最初に正しく補修したのは E. Kochalskys Dissertation: De Sexti Empirici adversus logicos quaestiones criticae, Marburg 1911, S. 83—85. コハルスキーは然しツェラー及びプラントルを引用して次のやうに結論してゐる。Nimirum huiusmodi argumentum non simplex indemonstrabile per se est absurdissimum, sed Stoicos in syllogismis inveniendis incredibilia paene gessisse inter omnes constat. プラントルの影響が如何に有害であるかわかる。

註㉖ Hilbert u. Bernays, Grundlagen der Mathematik, Bd.

I, Berlin. 1934, S. 66. 正確には定題は次の言葉に言はれる。「もし(もしp、ならば(もしp、ならばq))、ならば(もしp、ならばq)」。

註㉗ Cicero topica. 14, 57 (zitiert von Zeller, Die Philosophie der Griechen III 1, 5. Aufl. 1923, S. 114 Anm. 1, fehlt bei Arnim): ex iis modis conclusiones innumerabiles nascuntur.

註㉘ Origenes contra Celsum VII 15 (Werke Bd. II. ed. Koetschau, 1899, S. 166, fehlt bei Arnim): ὅταν δὲ δύο συνημμένα λήγῃ εἰς τὰ ἀλλήλοις ἀντικείμενα τῷ καλουμένῳ "διὰ δύο τροπικῶν" θεωρήματι ἀναιρεῖται τὸ ἐν ἀμφοτέροις τοῖς συνημμένοις ἡγούμενον...καὶ ὑπάγεταί γε ὁ λόγος τρόπῳ τοιούτῳ· "εἰ τὸ πρῶτον, καὶ τὸ δεύτερον· εἰ τὸ πρῶτον, οὐ τὸ δεύτερον· οὐκ ἄρα τὸ πρῶτον". φέρουσι δὲ καὶ ἐπὶ ὕλης τὸν τρόπον τοῦτον οἱ ἀπὸ τῆς Στοᾶς λέγοντες τό· "εἰ ἐπίστασαι ὅτι τέθνηκας, 〈τέθνηκας· εἰ ἐπίστασαι ὅτι τέθνηκας〉, οὐ τέθνηκας." ἀκολουθεῖ τό· "οὐκ ἄρα ἐπίστασαι, ὅτι τέθνηκας."

註㉙ この箇所をプラントルもツェラーも知らない。勿論既にFabricius (Sexti Empirici Opera, 2. Aufl. 1840, Bd. I. S. 112) が參照してゐる。問題になつてゐる用語は "διὰ δύο τροπικῶν" ("τροπικόν" は例へば含意の如く單純な前提でない)である。プラントル(I, S. 480)

及びツェラー (III. 1, S. 114/5, Anm. 5) は誤解したが、上述のことによつてそれは二の τροπικά 即ちこゝでは、二の含意を前提として含む三段論法を指してゐる。

尚ストア派の命題論理學全體に關する二三の問題を考察しよう。ストア的論理學はその中に存する陳腐な經驗論ならびに空虛な形式論といふ點で常に非難されてゐる。例へばプラントル (I, S. 457) はストア學徒が含意に與へた例を引用して、これは「拙劣極まる經驗的規準が存すること及び本質と内屬との因果關係（カウザルネクスス）を少しも理解してゐないことを充分に明示する例」であると言つてゐる。プラントルの侮蔑的評言には根據がない。論理式に對して經驗的な例が與へられるならばかゝる例に對する眞理規準も何か經驗的でなければならぬ。だが例は論理學に屬するものではなく、また論理學そのものに於てはたとへストア學派の場合でも經驗論の痕跡さへ見出さない。ストア學徒には因果關係に對する理解がないといふ點に關しては、ストアに受繼がれたフィロンの含意概念をプラントルが全く理解してゐないといふそ

の事實のみが明かになるだけだ。二價論理學に於てはフィロンの含意概念以外の如何なる含意概念をも述べることは出來ぬ。それは經驗論に無關係であると共に因果關係に係るものでもない。といふのは「もし p、ならば q」といふことは「p から q が結果する (aus p folgt q)」と同じ意味ではないから。

既に古代に於て度々問題となつた形式論の非難は(註三〇)吾々の目には如何なる非難でもないといふことのみ全く正しい。形式論或はむしろ形式化といはれるものは凡ての演繹的體系の到達せんとする理想的確實性を意味する。吾々が演繹的公理的構造の體系が形式化されてゐるといふのは、たゞ體系に於ける誘導に必要な推理規則を理解するのみで言表や記號の意味に無關係に誘導されたものの眞實を證明出來る場合にいふ。この意味に於てストア學徒は形式論の軌道上にあつたが、同時にまた彼等を餘り高く評價出來ない。彼等は言葉に甚だ關心し、その意味に執着しなかつた、そのことは形式化の主要條件である。しかも彼等はペリパトス學徒には意識的に對立してゐた。三段論法の本質は言葉にはなく言葉の意味にあることをアレクサンダーは度々主張してゐるが、(註三一)ストア學徒は確かに反對のことを主張した。何となれば彼等の考へによれば「もし p、ならば q」及び「p から q が結果する」といふ表現は意味は同じであるが——正しいとは言へないことである——「p から q が結果する。然るに今や p。故に q」といふ推理式は「もし p、ならば q。然るに今や p。故に q」なる式と外見は同意味であるけれども、後者が三段論法であるに反し前者を三段論法とは述べてゐない。(註三二)

ストア學派とペリパトス學派とのこの對立に關聯した問題、卽ちストア學徒はその命題論理學の原理的意味を意識してゐたか、特に彼等がアリストテレスとは異なる論理學體系を創造したことを意識したか、といふ問題が自然に持上がる。この問題の最初の部分はショルツの確信に從へば否定されねばならぬ。(註三三)問題の第二の部分に關してこれまで餘り注意を惹かなかつた文獻を取扱はう。

アリストテレスのトピカの註に「綜合的(ジンクレテイシュ)問題」と題してアレクサンダーは古代に論爭された問題を擧げて

ゐる。例へば月は地球より大きいか、或は外科治療法は醫藥治療法に優るか、といふやうな論題と共に彼は次の論理學上の比較問題に言及した。「歸納法は三段論法より生産的か、また定言的と假言的とのうち何れの三段論法が先か、また如何なる推理圖が先或はより善か。」(註三四)

こゝで第二の問題卽ち定言的と假言的とのうち何れの三段論法が先かといふ問題は興味がある。定言的三段論法はアリストテレスのものであるに反し假言的三段論法はストア學徒のものであるから、吾々の論題はアリストテレスの論理學に對するストア的論理學の關係に係り、更にそれから出發して、これらの體系のうち何れが先か卽ち私の解釋では論理的に先かを決定することとなる。

この問題に對する解答はガレヌスの著した甚だ興味ある論理學序論に見出される。ガレヌスの記述によれば、その時代の最も明敏なる論理學者に數へられ勿論自らペリパトス學徒であるボエトス――アムモニオスによれば、アリストテレスから十一代目のペリパトス學徒――は定言的でなく假言的三段論法を先と考へた。ガレヌスはそれに反對して定言的前提はそれを結合した假言的より簡單な命題として論理的に先であると論難してゐる。然し彼にはこの論證ならびに全論題は大して意味のないものと見えた。といふのは、彼は次のやうに考へて居たから。この論爭によつて多く見出すこともなく多く失ふこともない。人は種々の三段論法を知り學ばねばならぬが、それが如何なる順序でなければならぬか、或はそのうち何れが先とされねばならぬか、は各人が趣味に從つて決定してよい。(註三五)

私の考へによればこの兩斷片から、ストア學徒は自らの論理的體系とアリストテレスのそれとの相違を意識してゐたのみならず、兩體系相互の關係をも正當に判斷してゐたと結論してよい。命題論理學は名辭論理學より論理的に先の體系であるといふのが現今吾々の常識である。アリストテレスは分析論に於て三段論法の第二及び第三の圖式が第一の圖式に還元されることを證明してゐるが、その證明を分析するならばどの場合に於ても命題論理學の定題を使用せねばならぬことが判明する。後に"Baroco"と名付けられた三段論法を"Barbara"

に形式的に還元するには「もし（もしp且つq、ならばr）、ならば（もしp且つ非r、ならば非q）」といふ命題論理學の定題を是非とも必要とする。この定題に相當する推理式をストア學徒が熟知してゐたことは上述した。從つて最もありうべきこととして、ストア學徒は當然この推理式をアリストテレスの三段論法に適用したと考へられる。また吾々の知識によれば、アリストテレスのジロギスティクのうちに含まれる貧弱な名辭論理學の破片より大きな意味をもつものは命題論理學である。命題論理學は論理學及び數學の凡ての體系の基礎である。この主たる理論に基礎を與へたストア學徒に吾々は感謝せねばならぬ。

註㉚ Galenus inst. log. ed. Kalbfleisch, S. 11, 6 (Arnim II 208, S. 69, 4): ἀλλ' οἱ περὶ Χρύσιππον κἀνταῦθα τῇ λέξει μᾶλλον ἢ τοῖς πράγμασι προσέχοντες τὸν νοῦν...

註㉛ Alexander in anal. pr. com. ed. Wallies, S. 372, 29: οὐκ ἐν ταῖς λέξεσιν ὁ συλλογισμὸς τὸ εἶναι ἔχει ἀλλ' ἐν τοῖς σημαινομένοις.

註㉜ Alexander l. c. S. 373, 29 (Arnim II 253, S. 84): οἱ δὲ νεώτερον ταῖς λέξεσιν ἐπακολουθοῦντες οὐκέτι δὲ τοῖς σημαινομένοις, οὐ ταὐτόν φασι γίνεσθαι ἐν ταῖς εἰς τὰς ἰσοδυναμούσας λέξεις μεταλήψεσι τῶν ὅρων· ταὐτὸν γὰρ σημαίνοντος τοῦ "εἰ τὸ A, τὸ B" τῷ "ἀκολουθεῖ τῷ A τὸ B" συλλογιστικὸν μὲν λόγον φασὶν εἶναι τοιαύτης ληφθείσης τῆς λέξεως· "εἰ τὸ A, τὸ B· τὸ δὲ A· τὸ ἄρα B," οὐκέτι δὲ συλλογιστικὸν ἀλλὰ περαντικὸν τὸ "ἀκολουθεῖ τῷ A τὸ B· τὸ δὲ A· τὸ ἄρα B."

註㉝ Scholz, Geschichte der Logik, S. 32.

註㉞ Alexander in top. com. ed. Wallies, S. 218: ἔστιν ἔτι καὶ ἐν τῇ λογικῇ συγκριτικῶς τινα ζητούμενα, ὡς τὸ πότερον πειστικώτερον, ἐπαγωγὴ ἢ συλλογισμός, καὶ ποῖος πρῶτος συλλογισμός, ὁ κατηγορικὸς ἢ ὁ ὑποθετικός, καὶ ποῖον σχῆμα πρῶτον ἢ βέλτιον.

註㉟ Galenus inst. log. ed. Kalbfleisch, S. 17: καὶ μέντοι καὶ τῶν ἐκ τοῦ Περιπάτου τινὲς ὥσπερ καὶ Βοηθὸς οὐ μόνον ἀναποδείκτους ὀνομάζουσιν τοὺς ἐκ τῶν ἡγεμονικῶν λημμάτων συλλογισμούς, ἀλλὰ καὶ πρώτους· ὅσοι δὲ ἐκ κατηγορικῶν προτάσεων εἰσιν ἀναπόδεικτοι συλλογισμοί, τούτους οὐκ ἔτι πρώτους ὀνομάζειν συγχωροῦσι· καίτοι καθ' ἕτερόν γε τρόπον οἱ τοιοῦτοι πρότεροι των ὑποθετικῶν εἰσιν, εἴπερ γε καὶ αἱ προτάσεις αὐτῶν ἐξ ὧν σύγκειται πρότεραι βεβαίως εἰσίν. οὐδεὶς γὰρ ἀμφισβητήσει το μὴ οὐ πρότερον εἶναι τὸ ἁπλοῦν τοῦ συνθέτου. ἀλλὰ περὶ μὲν τῶν τοιούτων ἀμφισβητήσεων οὔτε εὑρεῖν οὔτε ἀγνοῆσαι μέγα· χρὴ γὰρ ἀμφότερα τὰ μέρη γιγνώσκειν τῶν συλλογισμῶν, καὶ τοῦτ᾽ ἔστι τὸ χρήσιμον, ὀνομάζειν δὲ τοὺς ἑτέρους ἢ διδάσκειν προτέρους ὡς ἑκάστῳ φίλον.

ストア派の影響が中世に存續したと説明することをプラントルはよく心得て居たが、ストア學徒の創始した命題論理學が中世に更に發展したことに關してはこれまで何人も意識しなかつた如くである。こゝでも詳細に入ることは出來ないし、殊に中世論理學の史料を解することは困難である。これからペトルス・ヒスパヌスの Summulae logicales 即ちこの中世論理學の古典教本とそのヴェルヅリウスの註ならびに命題論理學に關するドゥンス・スコトゥスの著書の概要を簡單に説明しよう。ペトルス・ヒスパヌスは既に古代に論爭の中心となつたフィロンの含意の眞理標準を知らなかつたやうである。彼はクリシッポスの「或は―或は―結合」ではなく非排除的選言を離接と名付けそれを眞理函數として定義した。(註三六) 即ち二命題を結辭 "vel" によつて結合したもの離接はその兩項が僞なるとき、そのときに限つて僞であり、他の場合には兩項が共に眞なるときにも眞である。然しそれが認められたといつても反對もあつたのである。(註三七)

註によると次の推理規則が離接に對して提出されてゐる。第一に離接と一項の否定から他項が結論される。例へば「人間は生物であるか或は馬は石である。然るに今や馬は石でない。故に人は生物である。」これは正にストア學徒の第五の證明不可能三段論法である。第四の三段論法は勿論存しない。といふのはそれは排除的離接に對してのみ妥當するものであるから。第二に一項の眞から離接の眞が結論される。例へば「人は走る、故に人は驢馬であるか或は人は走る。」(註三八) この例は奇怪であるが然し充分明瞭である。この第二の規則は新しいものでストア派のテクストには存しない。兎も角離接が非排除的選言として把握されるといふその條件の下にそれは正しい。

ペトルス・ヒスパヌスは合接を連繫的(コプラティーフェ)命題と名付けてストア學徒と同様な仕方で眞理函數として定義した。その推理規則は新に現れた註に次の如く附加されてゐる。

合接からその何れの項も結論される。例へば「人は生物であり且つ神は在る。故に人は生物である。」(註三九)

ペトルス・ヒスパヌスに對する註にはそれに關聯して次の美事な附記がある。(註四〇)相互に矛盾する項をもつ合接と離接は相互に矛盾する。こゝに言つてゐるのは「p及びq」と「非p或は非q」、ならびに「p或はq」と「非p及び非q」なる命題が相互に矛盾することでなければならぬ。換言すれば「p及びq」は「非p或は非q」の否定と同値であり、同様に「p或はq」は「非p及び非q」の否定と同値である。これによつて所謂ドゥ・モルガンの原理はドゥ・モルガンの遙か以前に知られてゐたこととなる。

註の同じ箇所の最後には一命題の矛盾的反對はその命題に否定記號を前置するより「より眞に」構成され得ないと書かれてゐる。(註四一)こゝには上述したストア派の影響が特に明瞭に現れてゐる。ドゥンス・スコトゥスにも上述の凡ての推理規則ならびに最後の附記が見出される。從つてそれらは中世に一般に承認されたことと思はれる。

註㊱ プラントル (III, S. 43) はそれを意識してゐなかつた。といふのは彼は離接と選言の區別を注意してゐないから。

註㊲ Summulae, tract. I, de disiunctiva (Prantl III, S. 43, Anm. 158 に梗概が述べてあるに過ぎない。私は比較的後期の版 Petri Hispani Summulae Logicales cum Versorii Parisiensis clarissima expositione, Venetiis 1597 apud Matthaeum Valentinum に從つて引用する。それはプラントルの使用したテクストと各所に於て相違してゐる。)

註㊳ Summulae l. c.: dupliciter arguitur a disiunctivis. Uno modo, a tota disiunctiva cum destructione unius partis ad positionem alterius, ut "homo est animal vel equus est lapis; sed equus non est lapis, igitur homo est animal." Secundo modo, arguendo a veritate unius partis ad veritatem totius, et est bona consequentia, unde bene sequitur, haec est vera "homo currit", igitur haec est vera "homo est asinus vel homo currit."

註㊴ Summulae, tract. I, de copulativa: arguendo a tota copulativa ad veritatem cuiuslibet partis eius seorsum, est bona consequentia. ut bene sequitur. "homo est animal et Deus est, ergo homo est animal."

註㊵ Summulae l. c.: copulativa et disiunctiva de partibus contradicentibus contradicunt.——こゝに可成簡單に表現されてゐる同じ思想がオッカムには餘程明瞭に言つてある。 Opposida contradictoria disiunctivae est una copulativa composita ex contradictoriis partium ipsius disiunctivae. (Vgl. Prantl III, S. 396, Anm. 958).

註㊶ Summulae l. c.: non est verius dare contradictionem, quam toti propositioni praeponere negationem.

ストア的命題論理學は、中世に特に「推斷（Konsequenz）」論に存續した。中世論理學者の推斷は含意ならびに「p、故にq」の型の推理式——「p」及び「q」は命題である——をも意味する。(註四二) 然し概して推斷は推理式として表現されてゐる。推斷は形式的及び素材的に分類された。推斷の項の配置及び形式は同一に止めて任意の項に妥當するとき形式的と言ひ然らざる場合を素材的と言ふ。形式的推斷は論理的法則として常に正しい。然るに素材的推斷は、眞命題を前提として附加すれば形式的推斷に還元出來るときそのときのみ正しい或は「善い」（"bona"）。附加さるべき命題が必然に眞ならば推斷は"bona simpliciter"と呼ばれ、それが偶然に眞ならば推斷は"bona ut nunc"と言はれる。(註四三) 後の區別は私にとつて大した意味をもつものでない。

中世後期の論理學教本には"de consequentiis"なる章に種々の形式的推斷と共に命題論理學に屬するものも述べられてゐる。その推斷の二三は既に上述した。全部を網羅する努力は何人にも望ましいことであるから中世命題論理學の全貌を示さう。

推斷論は尚外の理由から注目に値する。こゝに示した素材的推斷概念から中世に忘れられてゐたフィロンの含意概念が全く思掛なくまた全く當然の結論として導出出來る。この導出されるものを仔細に取扱ふことは無益ではない。

推理式「p、故にq」は含意「もしp、ならばq」に對應し、この二の形式は全く同じに推斷と稱された。從つて善き推斷は眞なる含意に對應しまた逆も成立する。素材的推斷は眞なる前提を附加して形式的推斷になるとき善である。この事實から第一に後項の眞なる凡ての含意は眞でなければならぬ。即ち「q」が眞ならば任意の「p」に對して「p、故にq」なる素材的推斷は善である。

何となれば假定により眞なる命題「q」を前提として附加すれば、「p且つq、故にq」なる推理式を得、この推理式は上述の如く形式的推斷である。第二に前項が僞なる凡ての含意は眞でなければならぬ。卽ち「p」が僞ならば任意のqに對して「p、故にq」なる素材的推斷は善である。何とならば假定により僞なる命題「p」の矛盾的反對卽ち眞命題「非p」を前提として附加すれば、「p且つ非p、故にq」なる推理規則となり、この推理規則は後述する如く形式的推斷である。それ故に三の場合（「眞—眞」、「僞—眞」、「僞—僞」）には含意は眞であり、第四の場合「眞—僞」）には勿論僞である。從つて含意は嚴密にフィロンの規準に從つて眞理函數として定義される。

ドゥンス・スコトゥスはこの結果を見逃してゐるやうであるが、その假定は凡て明かに認めてゐた。卽ち僞命題は凡て任意の外の命題を善き素材的推斷に於て導出すること、ならびに僞命題は凡て任意の外の命題から善き素材的推斷に於て生ずることを知つてゐた。また形式的矛盾を含む命題から任意の命題が凡て形式的推斷に

於て誘導されることを證明した。(註四四) 證明は例について行はれ次のやうに述べられてゐる。推斷「ソクラテスは走り且つソクラテスは走らぬ、故に汝はロマに在り」は形式的に正しい。卽ち「ソクラテスは走り且つソクラテスは走らぬ」といふ合接から「ソクラテスは走る」といふ命題ならびに「ソクラテスは走らぬ」といふ命題が形式的推斷に於て生ずる。「ソクラテスは走る」といふ命題から「ソクラテスは走るか或は汝はロマに在り」なる離接が形式的推斷に於て結論される。この離接及びその第一項の否定から遂に「汝はロマに在り」なる命題が形式的推斷に於て出て來る。(註四五) 中世スコラスティクの衰亡と共にこれらの美事な研究が凡て全く忘却されたのである。

註⑫ Duns Scotus, Questiones super anal. pr. I, 10 (Prantl III, S. 139 Anm. 614): Consequentia est propositio hypothetica composita ex antecedente et consequente mediante coniunctione conditionali vel rationali.——"coniunctio conditionalis" として "si" が述べられ "coniunctio rationalis" として "igitur" 或は "ergo"

が妥當する。

註㊸ a. a. O. (Prantl III, S. 139 Anm. 615, S. 140 Anm. 617, 619): Consequentia sic dividitur: quaedam est materialis, quaedam formalis. Consequentia formalis est illa, quae tenet in omnibus terminis stante consimili dispositione et forma terminorum. (續いて推斷の形式に何が屬するか詳細に論じてある。)——Consequentia materialis est illa, quae non tenet in omnibus terminis retenta consimili dispositione et forma. Et talis est duplex, quia quaedam est vera simpliciter, et alia est vera ut nunc. Consequentia vera simpliciter est illa, quae potest reduci ad formalem per assumptionem unius propositionis necessariae.——Consequentia materialis bona ut nunc est illa, quae potest reduci ad formalem per assumptionem alicuius propositionis contigentis verae.

註㊹ a. a. O. (Prantl III, S. 141 Anm. 621): Ad quamlibet propositionem falsam sequitur quaelibet alia propositio in consequentia bona materiali ut nunc.——Omnis propositio vera sequitur ad quamcunque aliam propositionem in bona consequentia materiali ut nunc.——Ad quamlibet propositionem implicantem contradictionem de forma sequitur quaelibet alia propositio in consequentia formali.

註㊺ Duns Scotus, Quaestiones super anal. pr. II, 3 (von *Prantl nicht angeführt*): "*Socrates currit et Socrates non currit; igitur tu es Romae.*" Probatur, quia ad dictam copulativam sequitur quaelibet eius pars gratia *formae*. Tunc *reservata ista parte* "Socrates non currit", arguatur ex alia sic: "Socrates currit, igitur Socrates currit vel tu es Romae", quia quaelibet propositio infert seipsam formaliter cum qualibet alia in una disiunctiva. Et ultra sequitur: "Socrates currit vel tu es Romae; sed Socrates non currit (ut reservatum fuit); *igitur tu es Romae*," quod fuit probatum per illam regulam: ex disiunctiva cum contradictoria unius partis ad reliquam partem est bona consequentia.

近世の「哲學的」論理學は徹頭徹尾心理學的及び認識論的に研究され、形式論理學的問題には理解も興味も持たない。精々アリストテレスのジロギスティクが傳統的不備のまゝ參照される位で命題論理學に關してはその痕跡も見出さない。正確に定式化され方法的に解決された問題を徒らに新に考究するが、凡て不明確な哲學的思辨のうちに融溶する。

然るに近世論理學は數學的精神によつて復活した。新論理學は「數學的」論理學或は論理算法として成立しこゝ二三十年間に全盛となつた。從つて又命題論理學も再び正しとされた。こゝに突然論理學史に固有な現象に吾々は遭遇する。卽ち全く無媒介に、歷史的には全く獨立に近代最大の論理學者ゴットロブ・フレゲの天才的頭腦に殆ど最高の完全を以て近代命題論理學が出現した。フレゲは一八七九年に短いが內容的に困難な論文を „Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens“ といふ題目で出版した。この論文によつて全命題論理學が嚴密な公理的形態に於て演繹的體系として最初に提出された。(註四六)フレゲの命題論理學體系は二基礎概念卽ち否定及び含意により作られる。含意は二〇〇〇年以上も前にフィロンが行つたと全く同樣に眞理函數として定義される。外の函數は體系に使用されてないが、「もし非p、ならばq」なる言表は「p或はq」と、また「非(もしp、ならば非q)」なる言表は「p且つq」と解せられる。基礎概念を使用して六個の「基礎命題」或は公理が提出され、それから二推理

規則、しかも推理規則として明確に定式化された分離規則と、適用されてはゐるが定式化されてゐない代入規則との媒介によつて命題論理學の外の定理全部が誘導される。分離規則(その名稱はフレゲによるわけではない)としてストア學徒の第一の證明不可能三段論法卽ち、含意「もしα、ならばq」ならびにこの含意の前項「α」が體系の承認された定題であるならば、この含意の後項「β」を承認された新定題として含意から分離してもよい、が採用される。代入規則とは變項に意味ある言表が代入されてもかまはぬといふのである。意味ある言表(この概念は兎に角 „Begriffsschrift“ には存しない)とは先づ變項、次に「α」が意味ある言表なる限り「非α」なる否定、最後に「α」及び「β」が意味ある言表なる限り「もしα、ならばβ」なる型の含意を指す。體系の定題卽ち公理及び定理は、垂直及び水平の線から成り甚だ場所をとる記號によつて表現される。このフレゲの記號は括弧、點等々の句讀點を避けうるといふ利益がある。私はそこで成可場所を要せず簡單で且つ括弧を使用せぬ記法を發見することに成功した。「もし」及び「非」の函數記號を

變項の前に置いて括弧を省略したのである。この私の記法によれば「もしp、ならばq」なる言表は"C_{pq}"によつて、「非p」は"N_p"によつて表される。「C」に屬する變項は「C」に直接續く二個の意味ある言表であり、「N」には一個のかゝる言表が屬する。フレゲの公理はこの記法を用ひて次の形に書かれる。

I　C_pC_{qp}

II　$CC_pC_{qr}CC_{pq}C_{pr}$

III　$CC_pC_{qr}C_qC_{pr}$

IV　$CC_{pq}CN_qN_p$

V　CNN_{pp}

VI　C_pNN_p

この公理體系は完全である。卽ち命題論理學の正しい定題は凡てこれから二推理規則を用ひて誘導出來る。然し「美についての缺點（シエンハイツフエラー）」がある。卽ち體系は獨立でない。何となれば第三公理は最初の二公理から結論出來る。その誘導を後に實際にやつて見るが、それは同時に近代の定式化された命題論理學の體系が如何なる外貌を呈するかを示すものである。誘導技術を說明するに當つて次の注意を附加しよう。（註四七）誘導された定題には凡て番號を付け、それによつて定題であることを示すが、この誘導された定題の前には凡て番號を付けない行——これを私は「證明行」と名付ける——が見出される。證明行は凡て「×」なる記號で分離された二部分から成る。この分離記號の前及び後にあるものは違つた仕方で表した同じ式である。分離記號の前にあるものは既に與へられた定題に行ふ代入を示す。例へば定題1に屬する證明行に於て言表"$\mathrm{I}_p|CC_pC_{qr}CC_{pq}C_{pr},\ q|C_{qr}$"はIの「$p$」に"$CC_pC_{qr}CC_{pq}C_{pr}$"を、「$q$」に"$C_{qr}$"を代入すべきことを示す。この代入を行つて出來た定題は證明過程を簡潔にするため省略するが、次のやうになる。

I′　$CCC_pC_{qr}CC_{pq}C_{pr}CC_{qr}CC_pC_{qr}CC_{pq}C_{pr}$

分離記號の後の言表"CII—1"は同じ定題1′の構造を、しかも1′に分離規則が適用出來ることを明示するためにかゝる仕方で表す。卽ち定題1′は"$C\alpha\beta$"の型をもち、「α」は公理を表す。故にそれから「β」或は1が新な定題として分離される。定題3までの誘導はフレゲの思惟過程そのまゝである。

ストア學徒が創始しスコラ學徒が發展させフレゲが公理的に構成した二價命題論理學は今や完成された體系として吾々の眼前にある。然し科學的研究には限界が知れない。命題論理學の「多價」體系が近年研究領域となり、驚くべき且つこれまで思も及ばぬ眺望が開けてゐる。然しこの新論理學に關しては將來歷史が書かれるであらう。

註㊻ Vgl. dazu: Lukasiewicz und Tarski, Untersuchungen über den Aussagenkalkül, Comptes Rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie, XXIII. 1930, Cl. III, S. 35 Anm. 9.

註㊼ Vgl. dazu: Lukasiewicz, Ein Vollständigkeitsbeweis des zweiwertigen Aussagenkalküls, Comptes Rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie, XXIV. 1931, Cl. III, S. 157.

I C_pC_{qp}

II $CC_pC_{qr}CC_{pq}C_{pr}$

$\mathrm{I}\ p/CC_pC_{qr}CC_{pq}C_{pr},\ q/C_{qr}\times C\mathrm{II}$—1

1 $CC_{qr}CC_pC_{qr}CC_{pq}C_{pr}$

$\mathrm{II}\ p/C_{qr},\ q/C_pC_{qr},\ r/CC_{pq}C_{pr}\times C\mathrm{I}$—2

2 $CCC_{qr}C_pC_{qr}CC_{qr}CC_{pq}C_{pr}$

$2\times C\mathrm{I}\ p/C_{qr},\ q/p$—3

3 $CC_{qr}CC_{pq}C_{pr}$

$\mathrm{II}\ p/C_{qr},\ q/C_{pq},\ r/C_{pr}\times C3$—4

4 $CCC_{qr}C_{pq}CC_{qp}C_{pr}$

$\mathrm{I}\ p/C_pC_{qp},\ q/r\times C\mathrm{I}$—5

5 $C_rC_pC_{qp}$

$4\ q/C_{pq},\ p/q\times C5\ r/CC_{pqr},\ p/q,\ q/p$—6

6 $CCC_{pqr}C_{qr}$

$3\ q/CC_{pqr},\ r/C_{qr},\ p/s\times C6$—7

7 $CC_sCC_{pqr}C_sC_{qr}$

$7\ s/C_pC_{qr},\ r/C_{pr}\times C\mathrm{II}$—8

8 $CC_pC_{qr}C_qC_{pr}$

(III)