プラトーンに於ける數學と形相論との關係

オットー・トェプリッツ(一)

長澤信壽 譯

プラトーン哲學の多くの問題のうち、最近特に著しく我々の注意を惹くに至つたものは、彼の國家論と數學論とであらう。後者に關しては、既にこれまでミロー、ロバン、タヌリー等によつて研究せられてゐたのであるが、故ユーリウス・シュテンツェルが「プラトーン並にアリストテレースに於ける數と形相」の中で、新らしい觀點からプラトーンの數と形相との關係を分割の概念によつて解釋しようと試みて以來、此の問題は新たな意義をもつて問はるるに至つた。我々はここに此の問題に關して貢獻するところの最も多い勞作として、シュテンツェルの種々の論文のほか、就中ティラァの Forms and Numbers: A Study in Platonic Metaphysics (Philosophical Studies, 1934. pp. 91—150) 並に爰にそれの拙譯を公にするトェプリッツの Das Verhältnis von Mathematik und Ideenlehre bei Plato を擧げることが出來る。此の論文は希臘數學の比及び比例の概念を解釋の中心におき、これを例證するためにプラトーンの對話篇中の數學的箇所及びアリストテレース註釋家の諸註の中に散在する晩年の講義「善に就いて」の斷片を、非常に丹念に蒐集してゐる。トェプリッツによつて試みられたプラトーン數學論の解釋は、彼自身「一つの途を示さうとする」試論に過ぎないと言つてゐる如く、固より決定的なものとは言ひ難く、例へばシュテンツェルも此の論文と同時に發表せられた Zur Theorie des Logos bei Aristoteles に於て多少の增補を試み、我が國に於ても既に田邊博士によつてその解釋の決して充分とは言ひ難い所以が指摘せられてゐる（本誌第二百四十八號「論理の社會存在論的構造」(一〇頁以下)。それにも拘らず、此の論文の學問的價値並にプラトーンの後期の哲學の解明に對する寄與は沒すべからざるものがある。トェプリッツの所說がプラトーン及びアカデメイヤの數學乃至希臘數學一般の解釋としては、猶ほ少なからぬ問題を殘してゐるにしても、餘他の說はこれと同程度若しくはそれ以上の缺陷を含むか、或は此の論文を基礎

とし、乃至これに暗示せられてゐるもののやうに思はれる。これは少くとも根本資料の極めて乏しい此の問題の性質上、已むを得ないことと言はなければなるまい。加之晩年のプラトーンの哲學、特に數學と形相論との關係の問題は、勝れた文獻學的知識と深い哲學的把握と正しい數學的明察との三者を要求する。而して此の困難なる要求の幾分かは文獻學者と哲學史家と數學者との共同研究によつて克服せられ得るにしても、プラトーンの數學論に關して、所謂定說なるものに達することは、差し當り望まれ難いであらう。その限りトェプリッツの此の論文は、人がそれに對してともかく Stellungsnahme を取るべき最も有力な一つの說を提出するものである。ただ此の論文が特殊なる雜誌 Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Abteilung B: Studien, Bd. I., Hft. I, (1929) に揭げられたままであるために、それが發表せられて以來高い評價をもつて迎へられてゐるにも拘らず、比較的普及せられてはゐまいと考へられる。それ故にここにこれを譯載することは必ずしも無意義ではあるまいと思ふ。

　此の拙譯を公にするに當つて畏友下村寅太郎氏に厚く感謝する。飜譯に際して氏に多大の助力を借りたばかりではなく、この譯稿を原文と嚴密に對照してその不備を訂正していただいた。むしろこれは同氏との共譯とすべきであつたであらう。しかし思はぬ過誤があるとすれば、その責は固より私自身にある。

　尙ほ便宜上添加若しくは挿入した語句及び註があるが、前者には〔〕の括弧を、後者には＊をつけておいた。

　プラトーンが數學のために大いなる役目を務めたことは、常に感ぜられ屢々稱揚もせられた。また數學がプラトーンと彼の形相論とのために大いなる役目を務めたことも決して否定せられなかつた。人は、エウクレイデースで熟知せられてゐる術語がプラトーンの著作の中にも現れてゐる箇所を、丹念に蒐集した(一)。けれども最も骨の折れる仕事は、今日までのところまだ爲されてはゐない。一方、數學史家は婚禮數 (Hochzeitszahl) の「數的神祕思想(ツァーレン・ミスチーク)」や「メノー」の假定の箇所の意味を、數學的に解明する事に主としてその力を注いだが、その他の點では、プラトーンが彼の時代の數學者に方法的影響を及ぼし、教育上、論理的訓練上、數學の價値を宣傳したといふ、不明瞭な慣用句を述べる以上に、原則上、余り出なかつた。他方、最近に至るまで、大多數の文獻學者は數學的な箇所に內容上の說明を與へることを厭ひ、普通の形相說が取り扱はれてゐる多くの箇所にも、數學的

な餘韻や關係のあることに、全然氣がつかなかつた。しかしかういふ箇所の方が、「數學的箇所」と言はれてゐるものよりも、遙かに深い解釋の餘地を殘してゐる場合が往々ある。また實際今日の文獻學者も、數學上の事柄の根本原理とその機構とに就いて、プラトーンがその當時有つてゐたやうな知見を有つてはゐないし、數學者も亦、その人の希臘語が數學上のテキストを直接解釋するには充分であるにしても、形相說と辯證法との全體並にアリストテレース註釋家の中に與へられてゐる參考文獻を見究めることが出來ないために、エウクレイデースやヒッポクラテースの斷片乃至プラトーン及びアリストテレースの數學に關する箇所の講讀が專門の立場から彼に課せる多くの謎に、思ひ切つて答を與へることが出來ないのである。

我々は希臘の數學を建築物と見做したい、そしてその研究は、今や、此の建築物の門前で立ちとどまつてしまつたのである。希臘數學の研究が、在來の研究方法を固執するかぎり、これは已むを得ないことであつた。ただ文獻學者と數學者とが共同して研究を行ふ新らしい組織のみが、此の門を開くことが出來る。けれどもさういふ共同研究が行はれるのは極めて僥倖である。それには、互に合致し進んで相手の說を傾聽し、その人の考へ方の中に眞面目に突き進んでゆく熱情が必要である。とは言へ、人が屢々考へる程度に、僥倖によることではないのである。何となれば共同に完成せられる必要があるのは、個々の仕事や個々の思想ではなく、ただ全般的な方針と立脚地とが共通に得られさへすればよいからである。さうすればこれを基礎として別々に試論が敢行せられ得るであらう。

次の論述はさうした試論をこころみに行つてみるものであり、嚴密に言へば、それの手懸りと研究計畫とを提示しようと欲するものである。此の論述は筆者が數年に亘つてユーリウス・シュテンツェル (Julius Stenzel)、ハインリッヒ・ショルツ (Heinrich Scholz) と共同して準備的研究をなし、また時代に先んじて文獻學者として數學の領域に大膽に進み入つてゐるエウァ・ザックス (Eva Sachs) 女史と幾度か行つた對話の結果生れたものである。

此の論述はヴェルナァ・イエガァ(Werner Jaeger)が、十年も以前、プラトーンの晩年の學說、卽ちアリストテレースが非常に嚴しく非難してゐる形相數に就いて、筆者に語つたことから出發する。これはプラトーンが「善に就いて」(περὶ τἀγαθοῦ)の講義の中でそれを述べたのを、アリストテレース自身も聽講し、古代のアリストテレース註釋家たちにとつても、旣に一つの祕義(Mysterium)であつたものである(三)。プラトーンが幾何學に對する算術の關係の問題を熱心に研究し始めたことに就いては、以前から如何なる疑も存在しなかつた。若し人がエウクレイデースの數學の組織を思ひうかべて見るならば、一方、整數の學說と他方、線平面その他の學說との間には、超ゆることの出來ない罅隙が殘存する。この罅隙が最もよく感ぜられるのは比例論が二回述べられてゐる箇所である、卽ちその一回は第七卷の中で、整數の比例を說明するための箇所、尙ほもう一回は、前記の箇所と少しも關係なく、第五卷の中で μεγέθη(卽ち任意の種類の大きさ。何となれば、そこには線、平面、容積、時間、重量等があるから)を說明するための箇所である。

「ἕν〔一〕と ἀόριστος δυάς〔不定なる二〕とは、存在するものの二つの根本原理である」(四)。プラトーンがこの言葉をもつて彼の形相數の新說を說き起した時に、ἕν〔一〕及び、それから導出せられる整數の上に、思想的事物(Gedankendinge)の全體的世界を打ち建てようとするピュータゴラース的パルメニデース的試論に彼が失敗して、そこから歸結を得たこと、卽ち ἕν〔一〕と共に ὄντα〔諸存在〕の全領域をも擔ひ得る新らしい、より大きい、ものの中に、ἕν〔一〕の原理を建てようと試みたと言ふことには、何等の疑義も存在し得ない。ユーリウス・シュテンツェルは「プラトーン及びアリストテレースに於ける數と形相」(Zahl und Gestalt bei Plato und Aristoteles)(五)の中で、この祕義の數學的內容に眞面目に接近しようとした最初の人であつて、それによつて此の對象に一般の注意を向けたのである。

エィ・イー・テイラァ(A. E. Taylor)も亦そのやうな考から出發して(六)、プラトーンが上說の罅隙を、近代數學がなすと同じ仕方で連結しようと欲したこと、卽ちプラトーンが ἀόριστος δυάς〔不定なる二〕によつて考へて

ゐたものは、おそらく、ゲオルグ・カントール（Georg Cantor）の無理數の導入として我々が知つてゐるやうなものであることを、示さうと試みた。ティラァは大體に於て既にシュテンツェルが檢討の議題となした「エピノミス」の箇所(990 c)に立脚してゐるのであつて、その試論に私は此の研究を結ぶ一節でもつと嚴密に立ち入らう。私は根本的意向の全般に亘つて、ティラァの考と極めてよく一致するけれども、それだけまた「エピノミス」の上記の箇所の言葉を論據にして、希臘人の語り方、考へ方と異つた全く近代的な數學の構想を解釋し出すに足るべきものを、容易に認め得ない。數學者の感情は、さう言ふ場合には、ただ單にブランクな概念を表象するだけではなく、此の概念が取り扱はれるその全體の仕方、互に連關した理論の全機構及び專門の數學者が熟知してゐる多くの不可秤量（Imponderabilien）をも表象するものである。かゝる數學者の感情は、原文が一語一語明白に飜譯せられる場合にのみ、そこに伴つて起るであらう。だがティラァは今日までそれをなしてゐない、そして「エピノミス」の此の言葉を私が譯し得たかぎりでは、それが與へる意味は勝れた數學的水準を有つてゐるけれども、ティラァの讀み取つたものとは少しも一致しないのである。

次に述べるものは一つの途を示さうとする。人は此の途によつて、後期のプラトーンの時代に存したと想はれる希臘數學の環境から出發して、この祕密なる形相數の一つの表象に達することが出來る。ここに取り扱はれるのは一つの途、一つの研究のプログラムに過ぎない。けれどもそれは任意の途ではない。却つて、私の信ずるところによれば、この途は希臘數學の核心と密接に結合せられて居り、且つ人はその途の邪道たることを證明するか、さもなければ最後の目標に至るまで此の途を歩まざるを得ないであらう。

（一）　これは一九二七年五月二十九日キールに於て、一九二七年十月一日ゲェティンゲンに於てなされた講演である。

（二）　B. Rothlauf, Die Mathematik zu Platons Zeiten und seine Beziehungen zu ihr, nach Platons eigenen Zeugnissen und Zeugnissen älterer Schriftsteller, Diss. Jena 1878; R. Ebeling, Mathematik und Philosophie bei

Plato, Jahresber. des Gymn. zu Hann.-Münden, 1909, Progr. Nr. 420.

（三）もつと詳細にこれを證明する箇所は第五節の始めに集められてゐる。

（四）これに就いては第五節を參照せられたい。

（五）Teubner (Leipzig) 1924, VIII+146S.

（六）シュテンツェルの書物に對する Gnomon 1926, pp. 396—405 所載の新刊批評。次に "Forms and Numbers, A Study in Platonic Metaphysics," Mind, quarterly review of psychology and philosophy 35, N. S., No. 140, pp. 419—440 及び 36, N. S., No. 141, pp. 12—33.〔此の論文はティラァの論文集 Philosophical Studies, 1934, pp. 91—150. に集錄せられてゐる〕。以下此の三篇の論文は (0), (1) 及び (2) として引用する。

第一節　希臘の比例論

數學的なるものに就いて私がここに述べようとする事柄は、ティラァが討議に上した近代數學の概念よりも、その性質が遙かに單純である。そしてこれは、エウクレイデースに就いては何事も知らず、ただ中學校の數學の知識しか有ち合せてゐない文獻學者にも、その知識を呼びさますならば、決して骨を折らせないだらうと思ふ。

希臘の數學に於ては、比例の概念が、今日の數學——學校で教へられるものの如きでさへ——に於けるよりも遙かに重要な役目をつとめてゐた。と言ふのは、我々が計算規則の形式主義で表現する多くのものを、希臘人は、比例の言葉を用ゐて示したからである。エウクレイデースに於て見られる希臘の算術は、辛じて整數の乘法を行ふ程度にしか達してゐなかつた、今日では、我々はそれに習熟してゐるが、エヂプト人は、當時、まだほとんど全く知らなかつたものである。他方古代バビロニアのシューマー人は、それよりも以前に、極めて完全にそれを行つてゐた。除法と開平とは、畢竟するところ、希臘人には知られてゐなかつた。我々が $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$ と書く場合、希臘人は ἀναλογία〔比例〕6：9＝2：3と書き、我々が $\sqrt{4\cdot 9}=6$ と書くところを、希臘人は連續比例

$$1:2=2:4=4:8$$

で表現する。實際、此の比例が成り立てばそれから直ぐに、（若し我々がそれを近代の分數に書き變へるならば）次の結果が出て來る。

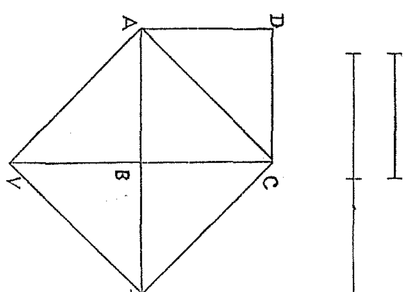
$\frac{2}{1}=\frac{4}{2}=\frac{8}{4}$

従つて、次のやうになる。

$$2^3=\left(\frac{2}{1}\right)^3=\left(\frac{2}{1}\right)\left(\frac{2}{1}\right)\left(\frac{2}{1}\right)=\frac{2}{1}\cdot\frac{4}{2}\cdot\frac{8}{4}=8$$

分數は日常の生活の實地に於ては、多分、書かれたらしい(七)。理論的算術に於ては、それは現れてゐない。だから比例は、希臘の數學にあつては、何よりも先づ我々の分數の計算の代りをつとめることを課題としてゐた、卽ちそれは今日の數學者の言葉を借りると、「有理數をもつての計算」であつた。我々がエウクレイデース第七巻乃至第九巻に於て遭遇する比例は、さういふ働きを有つたものである。

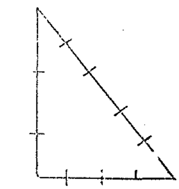
けれども比例の概念は、それだけにとどまらず、幾何學、力學、音階學、その他の領域に於ても、希臘人のために尚ほ役に立つてゐた。一例を取ると 1:2 と言ふ比は、算術の領域に於ても既に極めて様々に、3:6 又は 4:8 等々と言ふが如く、表はされてゐる。我々は今日それらを分數$\frac{1}{2}$の「未だ約せられてゐない」形と名づけてゐる。しかし此の分數$\frac{1}{2}$、又は此の比 1:2 は算術の領域以外に、或る線がそれの二倍の長さの線に對する比にも、またABCD 及び ACUV と言ふ二つの正方形の比にも通じるのである、

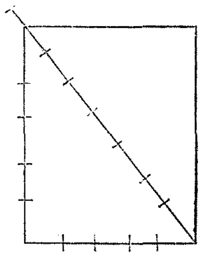


これに就いては既にプラトーンの對話篇「メノー」の中で、奴隷が、第二の正方形〔ACUV〕の面積は第一のそれ〔AECD〕のちやうど二倍となると言ふことを教へられてゐる。かくして人は、極めて種々な仕方で、二箇の物體、二つの時間(例へば日の出から正午までの時間と日の出から日の入りまでの時間)、二つの音(基音と第八音程との弦の長さ)、その他かくの如き 1:2 の比を有つてゐるものを、もつと多く見出すことが出來るであらう。

さてこれによつて比例の概念には廣い活用領域が開かれたのであるが、此の擴張せられた領域に於ては、算

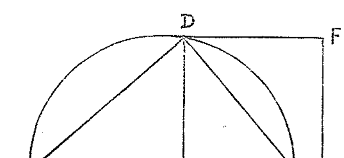
術に全然現れて來ない比（$\sqrt{2}$）が見出される。このことを見出したのは希臘精神が發見した最も重要なるものの一つであつた。人は直角を作圖するために指物師が用ふる規則を極めてよく知つてゐた。卽ち一つの直角三角形に於て、一つの邊の長さが4であり、他の邊の長さが3であるならば、斜邊の長さは5である。人はちやうどそれに隣接するもう一つの三角形、卽ち半正方形に於て、同じやうな關係を吟味した。人は正方形の一邊を五等分し、これを斜邊の上に移した、そして斜邊がほぼそれの7に相當するが、然し決して嚴密には7でないことを知つた。そこで人は邊を更に小さな部分に分つて、嚴密な結果を得ようと試みたが、成功しなかつた。かくして結極、それは決して成功しないものであること、正方形の邊と





對角線との比に同じである整數の比は、全然存在しないことが證明せられた。

これによつて幾何學の全體の一般的修正は免れなくなつた。それがどう言ふ意味に於てであつたかは、一つの例が最もよく說明するであらう。上に考察した正方形の邊ABと對角線ACとを互に並べて描き、その全線EC上に半圓を描き、A點でECに垂直線を引き、半圓と、D點で交るやうにする。最後に直線ADの上に正方形ADEFを描くとしよう。我々は、此の正方形が前の圖形に於て我々がその出發點に於て描いた正方形に對して、如何なる面積の比を有するか、卽ち $AD^2:AB^2$ を問ふ。今日ならば、中學校（テルティア）に於ても人は、此の問題に對して次のやうに答へるであらう。二箇の直角三角形ABDとADCとは、明かに等しい角を有するが故に、相似である。從つて角に對應する邊は同じ比を有つてゐる、卽ち $AB:AD=AD:AC$、又は $AD^2=AB\cdot EC$ である。それ故に、



$$AD^2 : AB^2 = AB \cdot AC : AB^2$$

となり、從つてABが約されるから、次のやうになる。

$$AD^2 : AB^2 = AC : AB.$$

言葉をもつて言へば、新らしい正方形が出發點の正方形に對する比は、出發點の正方形の對角線がその邊に對する比と同じである。かの通約し得ざるものの〔發見〕の危機が起るより前に、卽ち人が此の $AC : AB$ が決して整數の比ではあり得ないことを知るより前には、ソピステースの數學教師はさう教へたらしい。人がそれを知つた後には、單に、今與へられた證明が問題に附せられたのみでなく、一般に $AC : AB$ とは何であるか、それが $AD^2 : AB^2 = AC : AB$ であると言ふことは何を意味するか、は最早定義せられなくなつた。これを誰れか他の人に說明しようと試みてみるがよい、さうすれば人は、それに就いて如何なるはつきりした意義をも全然與へ得ないと言ふことに、直ちに氣がつくであらう。

エウクレイデース第五卷には、二種の比(λόγοι) $\alpha : \beta$ と $A : B$ との等しさの、或は他の言葉で言へば ἀναλογία〔比例〕$\alpha : \beta = A : B$ の、非常に巧みな定義並に、エウクレイデース第七卷にもある比例論の定理の全組織が見出される。尤も第七卷では、その證明が全然異つて、等しい比に關する新らしい定義を基礎としてゐる。上に述べられたやうな定理の證明は明白にこれを基礎として、行はれてゐるのである。此の理論は希臘數學の頂點の一つであるが、我々は今幸にもその詳細に立ち入る必要がないのである。

尙ほただ一つの事を明らかにしておかなければならぬ。卽ち比例の兩邊は、同種類の量である必要は全然ないと言ふことである。例へば上にあげた $AB^2 : AC^2 = 1 : 2$ と言ふ陳述(Aussage)にあつては、左邊に平面が、右邊に整數があつた。またもう一つの陳述 $AD^2 : AB^2 = AC : AB$ に於ては、左邊に平面が右邊に線があつた。それ故に λόγος〔比〕と言ふのは決して直線論のみの特殊な概念でも、また平面幾何學や時間論のみのそれでもなく、却つてかくの如きすべてのものの上に立つてゐる抽象的概念である、そしてエウクレイデース第五卷の比例の定義は、平面幾何學、立體幾何學、力學、算術等々を互に結合する橋梁である。

（七）即ち任意の分子と分母とを有する分數を書いたらしいのであつて、獨り分子を1とする普通分數$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$……のみではない。しかしエヂプト人は（$\frac{2}{3}$は例外）これしか用ひなかつた。

第二節　今日の數概念と希臘の數學

今日の數學も亦この橋梁を架するが、その仕方が異つてゐる。今日の數學は整數を超え、整數から分數、小數、無限小數を形成することによつて、あらゆる線やあらゆる平面等々を「測量する」（messen）ことが出來る、卽ちそれに單位數（Masszahl）を與へることが出來るのである。此の單位數によつて當該の種類の量に對して定められた度量の單位が、そのうちにどれだけふくまれてゐるかを我々は言ひ表はすのである。かくして幾何學的量は全て「數」に變ぜられる。近代數學は、各人がそれを學校で學ぶやうに、この數をもつて、既知の規則に準じて運算を行ふのである。これはまた今日學校で行はれてゐる比例の概念の解釋の仕方であり、また前節に於て語つたやうな困難を克服する仕方でもある。

希臘人にとつては、これは全然異つてゐた。希臘人は數の概念を擴張して、それによつて、自然の全體を支配し得るまでに至る代りに、幾何學、力學、その他から抽象によつて λόγος〔比〕の概念を得、此の概念の助けによつて、我々が今日數や方程式で表現する多くのものを成し遂げた。エウクレイデース第五卷の一般的な量、卽ち μέγεθη は、おそらく、近代の數概念に相當する希臘の基體ではなからう、却つて同種類の二つの μέγεθη〔量〕の比、卽ち λόγος が基體であらう。希臘人の數學上の發見の大多數は、此の比に關するものである。エウクレイデース第十卷の代數學にもせよ、或はエウクレイデース第十二卷の無限過程（これはアルキメーデースの報告によればエウドクソスの仕事であつた）にもせよ、或は專ら比を取り扱つてゐるアルキメーデース自身の業績にもせよ、或はアポローニウスの圓錐曲線法にもせよ、皆その通りであつて、これらは全て、今日、數學の組織に、柱石となつてゐるものである。

而も尙ほ希臘數學と今日の數學との間には二つの根本的差異がある。

その一つの差異の方が一層眼立ち、且つ近代の表現の仕方に對して希臘の表現の仕方が非常に劣つてゐるかのやうな誤解を喚び起した。この差異が生じた由來は、希臘人が決して種々な λόγοι〔比〕を互に加算したり、互に乘じたり等々のことを行はないからである。だが、これは可なり外面的な差異に過ぎない。と言ふのは、かくの如きことに練達してゐなかつたとは言へ、希臘人は、それに代る方法を用ゐて全く同種の演算や發見を成し遂げてゐる。

もう一つの差異は論理的性質のものである。無限小數の概念や近代數學が論理的に精密である點、——それの一一の點に今我々は關心を有つてゐない、またそれはワイアシュトラース(K. Weierstrass)、カントール(G. Cantor)及びデデキント(R. Dedekind)が小數の代りに置き換へたもの——は、數を整數から構成的に組み立てることである。例へば、小數は單なる數字(符號)の組織、從つて整數から「構成的に」組み立てられたものである。希臘人の λόγος〔比〕はさう言ふものではない。それはあくまで線若しくは容積若しくは時間その他かくの如きものの比である。比が線乃至何等かの量ではなく、却つて何か抽象的なものであればあるだけ、エウクレイデースも比を獨立的存在としては殆んど認めてはゐない。彼が比の中に、何等かの意味で獨立的に存立し得る抽象的な本質性を見たかどうかは、第五卷の文面からは認定せられない。そして人が、それに就いて、何か言外の意味を讀み取ることが出來るとしても、人が此の本質性を整數から生産しても差支ないし、またすることも出來ると言ふことに關しては、全く、どこにも、何等言及せられてゐないのである。——最後の節に於て初めて、我々は此の問題に、もつと嚴密に立ち入らなければならないであらう。

第三節　プラトーンの形相數

明らかに、λόγος の形成は無限過程の取扱ひ(所謂盡去法)と並んで、希臘數學論全體に於ける論理的に最も興味ある事象を示すものである。それ故に若し希臘の哲學が、取り分けて認識論的關係を例證する材料として絕えず數學を用ひたプラトーンとアリストテレースと

が、此の事象を注意せずに觀過し、それを認識論的方面から充分に究めなかつたとすれば、何としても驚くべきことであつたであらう。

究め盡したことが確認せられるならば、その結果、殆んど自明的に、次のやうな問題が起る。それは、プラトーンの神秘的なる形相數、卽ち「不定なる二」(ἀόριστος δυάς)、若しくは、彼自身が名づけてゐるところに從へば「大と小」(μέγα καὶ μικρόν)は、數學上の「比」(λόγοι)の認識論的具現ではないか、また α:β は、おそらく整數の、或は二つの平面その他そのやうな多くのものの、極めて種々なる二の比として、極めて種々なる現象形態の下に、現れ得るところの不定なる二ではないか、と言ふ問である。その際 ἀόριστος〔不定なる〕と言ふ形容詞が指示することは、同じ λόγος〔比〕を代表する二が、尙ほ非常に異つた仕方によつても規定せられ得ると言ふことか、それとも二の兩方の項、卽ち大と小そのものが、無限定なるものの世界から發生したものであると言ふことか、必ず孰れかでなければならぬが、我々はこのことを差しあたり未決定のままに殘しておかう。「大と小」がその際個々の二を意味するのか、それともそれが大小と比例してゐる一切の二と共通に有する「比」を意味するのか、も未決定のままに殘しておかう。兎も角我々のテーゼは、最初の試論たるに過ぎず、而も此の節の冒頭に一言した〔希臘數學の〕傾向を如實に示さうとすれば、必ず直ちに生ずる試みである。この試みを遂行することが、ここに述べる次の論述の意圖である。ただ遂行そのもののみが、此の試論は事實に基礎を有つてゐるか、また如何なる變樣を加へたならば事實に適合せしめられ得るか、を示すことが出來る。

このテーゼが妥當するとすれば、それとも妥當するものはその中にある傾向に過ぎないにしても、このことは希臘の數學に對して非常に深長な意味をもつてゐる。それはプラトーンが、エウクレイデースからは直接認めることが出來ない程度に、何等かの仕方で、希臘の數學を今日の數概念に接近せしめようとしてゐたことを意味し、更にアリストテレースがそれと抗爭して、希臘の數學を、この〔近代數學に接近しようとする〕進路から逸らさしめたことを意味する。アリストテレースの權

威が天文學を太陽中心說とは異つた方向に導き、自然學を最初の洞察から離れた方向に導いたこと、また彼の權威が殆んど二千年に亙つて〔天文學及び自然學の〕發展を阻止したこと、而もアリストテレース自身に自己の立場を決定せしむるに至つた至極重大な論據が、既に全く推移してしまつた後にさへ、なほ阻止したことはよく知られてゐる。だから同じやうな意味で、アリストテレースの權威は――我々のテーゼが主張するのも正に此のことである――數學の發展に干涉し、プラトーンのアカデーメイアが將に完成しようとしてゐた革新を、二千年に亙つて、妨げてゐたのである。

このテーゼは、晩年のプラトーン並に彼の弟子スペウシッポス及びクセノクラテース に於て發展したプラトーン的形相說の全體に關しても、またアリストテレースがそれに對して非常に熱烈に論爭場裡に引き入れた論據に關しても、重要な主張をもつ。何となれば、若し實際プラトーンが數學的 λόγοι 概念の認識論的重要性を認めたならば、彼はそれをまた全く認識論的側面から捉へ、且つ認識論のために利用し盡したに相違ないからである。プラトーンはこゝに比例論の範に準つて、論理學を實體化するに當り、何を念頭においてゐたかは見究め難いやうに思はれる。あらゆる時代、あらゆる新しい精神的動向は、依然としてプラトーンのなかにその模範像を見出さうと努めたが、それと同樣に、今日未だ認められてゐないもの、或は今日でも尚ほ正道を逸してゐるもの、さういふものの模範像を眼前に見ることが目下の場合にもまた可能であることを、我々は認めなければならない。我々のテーゼに對して眞に判決を下し得るものは、プラトーンの著作に於ける數學的な箇所ではない、却つてそれをなし得るものは、少しも近代的なるものを持ち込むことなく、形相論をその全體の基礎に亙つて用心深く分析することだけである。――假令、アリストテレース的批判は單に形相數に對してのみではなく、いづれの時期に於ても、形相說の全體に向けられてゐたとしても。

上來述ぶるところに從つて此の研究は二つの典據から出發しなければならないであらう。

一、プラトーンの對話篇に表れてゐる數學的事實（此

の際「數學上」と言ふのは、認識論的方面より見たる最も廣い意味のものである。

二、アリストテーレスの註釋家に於て見出される「善に就いて」の講義の斷片。

三、この學說に對してアリストテレースが繰りかへして行つた論爭。

此の三つの典據のうち第一のものが眞に決定的であることには、依然として變りがない。何となれば第二のものは非常に乏しく、明白にプラトーンの本文として保證せらるゝ文章は、どこにも一句、否、半句さへもないからである。却つて一聯の言葉の碎片に過ぎず、それを人々が結合して一つの本文となしたものである。その人々のうちで最も古いものはアレクサンドロスであるが、彼もたかだかアリストテレースの手になつた此の講義の筆錄を目前にもつてゐたに過ぎない。最後に第三の典據に到つては、プラトーンの講義の神聖なる斷簡を更に少ししか含んでゐない。アリストテレースは、此の講義をなほ聽講し得たか或は筆錄によつて知つてゐた讀者乃至聽講者を、豫想してゐる。後には更に彼はアカデーメイアに於けるプラトーンの事業の後繼者となつたスペウシッポスとクセノクラテースとが、プラトーンの學說を如何に進展させたかを知つてゐるやうな人々をも(八)、豫想してゐるのである。それ故に――我々は遺憾に思ふが――アリストテレースにとつては、自分が詳細に論駁するところの周知の此の事柄を、一語一語引用する必要はなかつた。その上、彼の攻擊はプラトーン哲學の第一の根本原理に向けられてゐる。それ故にプラトーンの學說の具體的內容や、その學說の數學上並に認識論上の詳說に就いては、殆んど何ごとも表面に出てはゐないのである。假令、アリストテレース註釋家たちが都合よくかういふ箇所に註釋を加へてゐることがあつても、彼等の覺え書きから明かになることは、どのみち恐らくたゞ一つのことに過ぎないであらう。卽ちプラトーンの講義がどれだけの具體的詳說を含んでゐたに相違ないか、と言ふことであるが、それすら、人がたゞアリストテレースの言葉しか有つてゐないとしてみれば、決して推測することは出來ないのである。

（八）イエガァが「アリストテレース」、ベルリーン、一九二

三年、一八六頁(の初めの方)で述べてゐるやうに、「形而上學」第十三巻の主要部は、「この上語つてもたいした役には立たない、と言ふのは、今信じない者は決してそれを理解することはなからうから」と言ふ一つの注意をもつて結ばれてゐる(1086 a 15—20)。この注意をイエガァは、出席してゐた反對意見の學生に向けられたのであると、なしてゐる。

第四節　プラトーンに於ける λόγος の概念

プラトーンは彼の公開の著述卽ち公衆のために書かれた對話篇のなかで、彼が「善に就いて」の講義の中では觸れたに相違ない科學的認識論を、決して述べなかつたし、また述べようとも欲しなかつた。たゞ倫理的並に教育的目的上その問題に觸れた方がよいと思はれた限りに於てのみ、彼は、我々がこゝに興味を有つてゐる問題の領域に觸れてゐる。かうした著述家としての活動のほかに、プラトーンはアカデーメイアの狹い圏内で重要な科學上の共同研究にも從事した。そこに彼の終生の研究の大部分、人格としての活動が、現れてゐるのである。人は正しい態度をもつて彼の對話篇の、數學的並に認識論的組織に臨むためには、このことを念頭においてゐなければならない。

數學に全然關說せられてゐないプラトーンの對話篇は殆んど一篇も存在しない。彼は既に前から、數學の體驗に、卽ち人が不定數を熟知してゐてそれをもつて純抽象的に計算を行ふことに、非常に關心を寄せてゐた。だが無理數の存在に就いては、彼は、比較的年長になつて初めてそれを知つたと、自分自身で報告してゐる(九)。本來數學内部の發見に過ぎないこのことに就いて、何故彼が誇大に言ひふらしたかは、若し人が、純粹な數を基礎として世界認識を樹立し得ると言ふ希望が、そのために全く崩壞してしまつたことを想ひさへすれば、理解せられるであらう。希臘人の比例論に就いて上に語つたことから推して、このことは必ずや明かになるであらう。何となれば、若し幾何學者の比(λόγοι)が此の原始的な算術化と相容れなかつたとすれば、卽ち ἕν「一」及びそれから導出せられた整數に據る此の組織と相容れなかつたとすれば、そもそも思惟の世界(Denkwelt)全體は、

如何にして數から構成せられるか。

プラトーンが比例に言及してゐる決定的な箇所が三ケ所ある。その一回は「エピノミス」の中である。而もこの箇所の取り扱ひ方によつて人は、上に觸れた數學の「存在問題」が深く洞察せられてゐたこと、また例へばアリストテレースも、彼の著述の何處に於ても、これほど積極的には示してゐないやうな(一〇)、的確な數學的な語り方が用ひられてゐること、を見るのである。

第二回目は既に上に一寸觸れておいた「法律」第七卷819 e—820 e の箇所である。こゝでは學校に於ける上級の數學教育が問題となつてゐる。乃至、プラトーンは少くとも自分がこゝにあげてゐる科目の一部分だけは、公の學校の共通の基礎に屬するものであると言ふ前置きを述べてゐる。彼は先づ準備的教育として、物を一々數へそれを整頓することを教へるやうに奬めてゐる。これはエヂプトの子供が悉く遊戲として學ぶものであるが、その仕方は科學的ではない。次に (819 c) 彼は語をすすめて測定 (ἐν τοῖς μετρήσεσιν)、卽ち線や平面 (彼は矩形を考へてゐた)や立體(彼は特に直角の箱を考へてゐた)を測ることに及んでゐる。教養のある普通の希臘人は、二つあるものは如何なるものも互に對比して、長さは長さで、平面は平面で、立體は立體で測られ、更に他に對比して卽ち長さは平面で、長さは立體で、平面は立體で測られると、考へてゐる。けれどもこれは悉く間違つてゐる、そして教養のある希臘人がそれを知らないことは恥辱であるが、それを正しく、學問的に學ぶこと(ἐπίστασθαι)は極めて大切である。且つまた(820 b″)それと連關を有する一切の誤つた表象(ἁμαρτήματα ἀδελφά)を述べてゐる、彼があげてゐるものは、言葉通りには次の如くであつて(820 c″)、それから有理數及び無理數の比の說が出發するのである。

τὰ τῶν μετρητῶν τε καὶ ἀμέτρων πρὸς ἄλληλα ᾗτινι φύσει γέγονεν.

(どんな發展に於ても成り立つ、互に測り得る量と互に測り得ざる量との說(テォリー)である)(一一)。

この箇所の解釋には困難が伴はないわけではない(一二)。しかし幸なことには、その困難は當面の問題の要點に觸れてゐるのではない。卽ちこゝでは無理數論に就い

て——それはまだ他の仕方で把捉せられたことがなかつた——また πρὸς ἄλληλα〔互に他に對して〕に就いて、卽ちエウクレイデースに於ても二つの量の相互の比を言ひ表はすために用ひられてゐる範型的言葉に就いて(三)、比論とその應用とに就いて、語られてゐるのである。特にこれはなほプラトーンが前書きとして述べてゐる(819 a^{3-9})注意によつて例證せられることではあるが、それによれば、かういふ事柄を教へるに際して、學ぶ者が豫め何事をも知つてゐない場合の方が、間違つた指導を受けて既にかういふ事柄に非常に多くの訓練と知識とを得てゐる場合よりも、遙かによいと言ふのである。こゝに人は、今日、大學の數學教師が、自分の大學生達は既に學校で微分學に就いて多くのことを學んでゐるが、しかしそれはその知識を彼等から追ひ出すことの方が、彼等がそれを全然知らなかつた場合よりも、遙かに骨が折れるやうな學び方であると苦情を言ふのを、聞くやうなものだと思ふであらう。何となれば、實際、比論の構造と希臘數學の革命として上に示したあの領域こそ、微分を教へるに際して生ずる困難の眞の核心であるからである。それ故にまた819 a の前置きは上に述べた 820 c の解釋と結合して、勝れた意義を得るのである。

第三の箇所は「ピレーブス」25 a^1 であつて、これは形相論の埒内にある比例論を示してゐる。プラトーンは πέρας と ἄπειρον との、普通の飜譯に從へば「限定」(das Begrenzte) と「無限定」(das Unbegrenzte) との、二つの類 (Klasse) を區別する。そして此の二つの類の中にはどんな對象がふくまれてゐるかが說明せられる。卽ち無限定の類の中にふくまれるものは實在界の事物であつて、それには、より大とより小、より速とより緩等がある。彼はこれを一つの普遍概念(一つの ἕν〔一〕に)に總括して、それには、より多いかより少いか (μᾶλλόν τε καὶ ἧττον)がある*と言つてゐる。μᾶλλόν τε καὶ ἧττον〔より大とより小〕と言ふ此の定型句は、そこからは個々の變種 (Spielart) が、恰も打刻せられた印 (ἐπισφραγισθῆναι) のやうに、生ずるのであるから(26 d^1)、ちやうど印判の如くに見做されてゐる。無限定の次には限定の類がつゞいて來る、そしてかう言はれてゐる。

πρῶτον μὲν τὸ ἴσον καὶ ἰσότητα, μετὰ δὲ τὸ ἴσον τὸ διπλάσιον καὶ πᾶν ὅτιπερ ἂν πρὸς ἀριθμὸν ἀριθμὸς ᾖ μέτρον ᾖ πρὸς μέτρον.

（先づ等しいものと等しさ、等しいものの次には、二倍と、一般に、數が數に、或は測度が測度に對して有ち得るすべての比例〔……が限定のうちに數へ入れられる〕）。（25 a⁷）

次になほ第三の混合（μικτόν）の類が附け加へられる、而して限定の類も一つの普遍的な定型句、卽ち一或は一つの形相の中に總括せらるべきであると言ふ要求を明瞭に立てた後に、それを片づけながら（25 d⁷ 及びもう一度 26 d⁷ にも斷言せられてゐる）、此の第三の類が γένεσις εἰς οὐσίαν ἐκ τῶν μετὰ τοῦ πέρατος ἀπειργασμένων μέτρων（26 d⁸）**と言ふ定型句で言ひあらはされる。私は此の言葉をわざと飜譯しないでおく。飜譯することはいつでも告白することである。人は上にあげた「法律」820 c⁴ の如き箇所に於ては、あらゆる飜譯が、眞正であるとは限らない何等かの色調（ニユアンス）を挿入するものであることを意識して、告白しなければならず、することも出來る。その箇所では φύσις と言ふ言葉が譯されねばならなかつた。その際、原語の色調とは全く異つた色調が選ばれてよいのは固よりのこと、尙ほ樣々に意譯しても差支へないのである。けれどもまた同樣にたしかに、かういふ風に勝手に意譯することは差しあたり附隨的であつて、こゝに譯文を基として推定せられたものは、かういふ一切の自由な加工と係りのないものである。さういふ意味で目前の箇所を飜譯することは、私には不可能である。此の箇所がふくまれてゐるその頁全體が、文獻學的にもまた事實的にも、問題となるもので滿ちてゐるのである。

私は「ピレーブス」の此の箇所に就いて、さしあたり必要であると思はれるよりも以上に言及した。25 a⁷ の言葉は疑ひもなく πέρας〔限定〕の內にある比例論を、而も、それに對する例として引用せられる唯一のものとして、示してゐる。さて πέρας の此の類は、一般的認識論上の問題であつて、決して特に數學上のそれでないことは確かである。こゝでは此、卽ちエウクレイデースに於ける用語を用ふれば、ὅρος が、事物を認識論的に取り扱ふ核心となつてゐるやうに見える。こゝで算術の

λόγοι、卽ち整數の比たる以上に、エウクレイデース第五卷の一般的な量の比も考へられてゐるかどうかに就いて、「ピレーブス」の箇所からだけでは、尙ほ疑が殘るとしても、「法律」の箇所と比較してみるならば、此の方向に於けるあらゆる疑は除去せられる――まさにその故に其の箇所はこゝに重要な意義をもつのである。それに加へて、プラトーンが後期の對話篇で、一般に數學的なるものに就いて語る場合に、それを嚴密に考察してみると、全てが常にたゞ ἀναλογία〔比例〕を、πρὸς ἄλληλα〔互に他に對して〕を、中心として集つてゐることを思ふならば、人がこの通俗的な著述の中にしか發見することを期待し得ないものではあるが、しかもその期待を充すに足るものが明かになる、卽ちそれはプラトーンが λόγος 概念を認識論的に利用することに深く意を用ゐたこと、その利用が彼を數學に惹きつけた根本的なものであることである。そこで我々はアリストテレース註釋家の中にふくまれてゐる斷片を分析し、かくして得られたものを今迄の結果と結合し、然る後、初めて振返つて、この「ピレーブス」の箇所になほ纏綿してゐる問題的なるものを解釋しようと思ふ。

我々はこゝに尙ほ二つの箇所をあげなければならぬ、此の二つの箇所は λόγος 概念を認識論的に擴張することに就いて一つの理解を與へる、この擴張はプラトーンの意向であつたに相違ないのである。プラトーンは「國家」〔第六卷の終り〕の中で ἀναλογία〔比例〕を一種の文學的象徴として用ゐてゐる、そしてこの象徴は第七卷の終りに至るまで、全體に亙つて優位を占めてゐる。彼は一切の事物の領域を、ちやうど一直線を二つの線分に分つやうに、實在してゐるもののそれと思惟せられたもののそれとに分ち、各線分を同じ比に從つて更に二つの線分に分けてゐる、だから線全體は四つの部分になる。猶ほ中間の二線分はその大きさを等しくさせるのであるから、左端の線分と中央の線分との割合は、後者と右端の線分との割合と同じになる。次にプラトーンは此の 509 d f の比例をずつと追及して行つて小さな語戯に入つてゐるが、これは今まで誤解せられてゐたものである。蓋し人はプラトーン自身が絕えず念頭においてゐた數學の領域を考へないのが常であり、且つ「國家」第七卷の此

の箇所もまたその一例であるが、數學を主題とする箇所の前後に於ては、特にさうであるからである。

此の語戯(534 a⁶)の一つは遊戯以上のものを指示してゐる。四つの區域の比が πρός τι〔或るものに對比して〕と言ふ言ひ方でもう一度卷末に現れてゐるが、その次にかう言はれてゐる、此の上更に二分割とこの比例の繼續(ἀναλογίαν καὶ διαίρεσιν)とを繰り返すことをやめよう、我々が πολλαπλάσιοι λόγοι に入つてゆかないために。πολλαπλάσιοι λόγοι とは先づ第一に、數倍にせられた、複雜な思惟である、そしていつでもさう譯せられてゐる。しかし διπλάσιος λόγος〔二倍のロゴス〕は、エウクレイデースでは、例へば前述の譬喩に於ける三つの異る長さのうちの最も短いものと最も長いものとの間に成り立つが如き、二次の比であり、τριπλάσιος λόγος は三次の夫れである(二四)。それ故に πολλαπλάσιοι λόγοι にも、その類比を續けて行つて高次の次元に至ると言ふ語戯的意義が附隨してゐるのである——同時に λόγος と διαίρεσις〔分割〕との相關的從屬性を示すところの比例論の區域を暗示してゐる。λόγος と分割とがかういふ風に結合してゐることは、我々の當面の研究には肝要である。しかしそれは λόγος の πρός τι が如何に διαίρεσις〔分割〕の一般的觀念の中に入り込んでゐるかを示すものであつて、シュテンツェルがプラトーンの形相數に接近して行つたのも、此の觀念からである。

διαίρεσις〔分割〕とは、プラトーンが取り分けて「ソピスタ」で教へるところの、概念分割の方法である。「業には二種のものがある、新らしいものを作るところの生産的なるものと、獲得するものと」——これがその範例であつて、かういふ風にして概念は互に相補ふ二つの(或は「ピレーブス」ではもつと多くの)下位概念に分割せられる。ところで我々はこゝに尚ほもう一つの箇所を「ソピスタ」から引用しなければならない。250 e では ὄν と μὴ ὄν 卽ち存在と非存在との關係、並に存在を研究することを課題としてゐる哲學者と非存在を研究することを課題としてゐるソピステースとの關係、が問題となつてゐる。そしてそこで言はれてゐるところによるとこれは困難な事柄である。しかし我々が ὄν〔存在〕に就いて得るところのあらゆる明晰性は、自働的に、μὴ ὄν〔非

存在」の上にも擴まつてゆく。

καὶ ἐὰν αὖ μηδέτερον ἰδεῖν δυνώμεθα, τὸν γοῦν λόγον ὅπηπερ ἂν οἷοί τε ὦμεν εὐπρεπέστατα διοισόμεθα οὕτως ἀμφοῖν ἅμα.

（そして我々は兩者の孰れをもそれ自身として觀ることが出來ないとしても、多分我々は、同時に兩者の相互の關係を、極めて正しく認めることが出來るであらう）(251 a¹)。

プラトーンは對話篇の所謂結論——それをたづねても屢々徒勞であるが——に於けるよりも以上に、かういふ言葉に於て彼の眞の目的を見せてゐる。而して διαίρεσις〔分割〕が對話の樂旨（ライトモーチーフ）となつてゐることに於ては、彼の眞の目的が教へるところによれば、彼は「分割」を形式的に解して、區分してゆくこととなしてゐたのではない。却つて彼にとつて、全ては部分相互の關係（Verhältnis）〔比〕に歸着すると言ふこと、また此の關係〔比〕はおそらく部分とその總和そのものよりも、もつと明瞭な明證を指示することが出來ると言ふことを、それは教へてゐる。これは、しかし、極めて嚴密に數學的 λόγοι の狀況であつて、そのうへこの λόγοι と言ふ名も亦爰に現れてゐる。

かくの如き箇所の援けによつて、この研究の根本命題を認識論的なるものに擴張し、かくしてシュテンツェルの説の根本原理をも私のテーゼをも同時に包括する上層建築を打ち建てることは、人のともすれば行ひたがることであるやうに思はれる。思ふにかういふことは、プラトーンの形相説の全組織を數學的なるものに對するその關係に於て、組織的に探究した後にこそ、初めてなさるべきであらう。餘り早急に主張を立てることは、偏見なくかくの如き分析を行ふに妨害となるかも知れないであらう。

（九） それに就いて「法律」の對話者アテーナェ人が、同對話篇第七卷 819 d5 で語つてゐることが、若しプラトーン自身に關することと見てよいならば。

（一〇） 私は此の解釋を他の機會まで延期しよう。この解釋は、私の知る限りでは、まだ何處に於ても、最後の基礎まで分析せられたことのない、難解な、エウクレイデースの「原論」第十卷との比較を豫想してゐるからである。「エピノミス」がおそらくプラトーンその人の手

になつたものではないと言ふ推測は、ここでは餘り重要ではない。フリードリッヒ・ミュラァ（Fr. Müller, Die stilistische Untersuchung des Epinomis des Philippos von Opus, Diss., Berlin, 1927）は、これをプラトーンの著作とすることに異議を唱へてゐるが、それは實質的内容よりもむしろ文體と著作の形式に當て嵌ることである。內容は何と言つても間違ひなく全くプラトーンの財産である。

（一一）私はエウァ・ザックスに反して、さう譯す。女史はこの箇所に多少私と異つた解釋を與へ、そこからエウクレイデース第十巻によつて知られるやうな、「テアェテーツス」の高次の無盡根數に對する暗示を讀み取つたのである。女史の口から聞いたのであるが、女史も私の原文を離れた譯に贊成してゐる。そして此の譯によつて生ずる解釋、卽ちプラトーンがここで第一に念頭においてゐたものは、エウクレイデース第五巻の比例論であると言ふ解釋にも同意してゐる。（私は引用の「法律」の箇處をトェプリッツの獨逸語譯の通りに譯しておいた。しかし彼自身が少し先きで承認してゐるやうに、その譯は隨分希臘の原文からは離れたものである。けれども私の解釋に從つて希臘文の方から譯出することは原筆者の論旨を正しく傳へる所以ではないと思ふ。それ故にこの箇所は固よりのこと、以下引用せられてゐる箇所はことごとくトェプリッツの獨逸語譯から重譯することとする。）

（一二）この困難は、線と平面相互の、從つて異種の量相互の可測性とは何を意味するか、と言ふ問題に存するのである。エウクレイデースの講讀によつても亦近代數學の練習によつても、かくの如き異種のものを比較しないやうに慣らされてゐる我々は、その比較をもなほ發見とするが如き考方に入つてゆくには骨が折れるのである。人がさう行つてみれば、問題は極めて無理なく解釋されるやうに思はれる。希臘の計算の仕方は、どんな乘法をも矩形の配置（いくらいくらの列に並んでゐる中隊の兵の整列）と考へる。そして二つの數 m, n の乘法を $m \cdot n$ と言ふ方形の編み目から成る矩形の圖形によつて行ふ。同樣にそれは三つの數の乘法を立體と考へる。人はその中隊をまた一列縱隊に、卽ち $m \cdot n$ の數の人全てを一列に、從つて一次元に整列せしめることも出來る。若し不可約性（Inkommensurabilität）がないとすれば、次元を異にする一切の量をそれの單位數によつて置き換へ、この單位數を抽象的に、何らその意味を考慮することなく、取り扱はうとする近代の習慣には、如何なる障碍となるやうな困難も一般に全然存しなかつたであらう。そして近代の數概念は妨害を受けることなく發展することが出來たであら

「限定によつて作り出される標準から存在に至る生成」
となるであらう。

う。不可約性がそこにあり得るといふことによつて——それを今日人は餘りにも容易に忘却するのであるが——初めて此の困難が生じて來たのであつて、一度生ずるやそれは希臘數學と今日の數學との間に嶠るに至つたのである。

(一三) ἣ α ἐστὶ πρὸς τὴν β, ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β (α が β に對する比は、AがBに對する比に等しい)が $\alpha : \beta = A : B$ と言ふ比例の希臘語の表現法である。從つてプラトーンのこの πρὸς ἄλληλα (相互に對して——相互の比)とアリストテレースの πρός τι (或るものに對して——或るものに對する比) は、それが數學的意義を有するかぎり、比例論の比を示す專門語(termini technici)である。このほかに尚ほ λόγος と言ふ言葉も現れてゐる(例へば τῷ λόγῳ τέμνειν (比に從つて切斷す)といふ風に結合されたり、或はその由來語 ἀναλογία (比例) となつたりしてゐる。或は「國家」第六卷 509 d では、そのままの形で、極めて明瞭に、數學的比の意味で現れてゐる)。

* トェプリッツの譯語に從つて「より多いかより少いか」(ein Mehr oder Weniger) と譯したが、 μᾶλλόν τε καὶ ἧττον は寧ろ國語の「より大とより小」に當るであらう。

** これをここに譯すことは原筆者の意向に反するかも知れないが、ともかく譯者の暫定的譯を附するならば、