

哲學研究

第二百七十四號

第二十四卷
第一冊

普遍學としての數學の成立

(數學の形而上學的系譜の序論 II)

下村寅太郎

(1)

(前項の要約) 我々は、數學と哲學との内面的關係を、既に存在する數學に於てでなく、生成する數學に於て索めることを問題の出發點とした。即ち數學の成立そのものに於て既に哲學の介入、相互媒介が存し、同時にこれに於て哲學そのものが自己自身の論理學を自覺・形成すると言ふ如き交互的關係が兩者の間に存するのではないか——かゝる問題の提出から、我々の數理哲學の出發點は自ら數學の形而上學的系譜の探究となる所以である。そうして西洋の哲學の東洋の哲學に對する顯著な特色として一般に承認されてゐる學的性格もこの數學との内面的關係に基き、又、既に數學として生成し得る數學と哲學との、例へば現代に於ける如き關係も、右の如き展開の必然的段階ではあるが、同時

に單に一つの歴史的段階又は狀態に止り、これとは異つた他の關係の仕方が存し得、又實際に存することから、數學と哲學との關係も單に一義的なるものでなく、同時にこれは單に哲學と數學との關係の問題に止らず、それに應じて各々の段階に於ける哲學、そのもの(それは同時に數學そのものに於ても)性格も異るといふ哲學史の問題にも連る。固々數學の成立そのものが既に歴史的に特異な獨自な事件である。而もこの數學に於て、西歐に於ける「學問」の理念は先づ實現され、確立され、更に傳統となつたこと、哲學史上の Rationalism が常に數學に據り所を求め、それに對する信頼に於て成立し、保持されて來たこと、周知の如くである。實際究極に於て Rationalism でない哲學は存し得ない。所でこの謂ふ所の「學問的」とは本來私的に對する公的、内祕的に對する公開的の意であり、學問が概念的であることもそれが個人的主觀的な觀念に於て、なく公共的普遍的な觀念に於て成立することに外ならず、實際、普遍的承認、客觀的妥當性を要求しない學問は存し得ぬのであるから、學問なる理念は希臘のポリスをその歴史的地盤として始めて實現した。歴史上唯だ獨り此處に於てのみ始めて數學の成立した不思議の由來はポリスの世界史的獨自性に於て理解され得る。實際希臘に於ては他の民族に於て見られる如き學者のカストは全く存せず、學者の特別な「協會」も、特定層の官職も存しなかつた。志のある者は到る處に師を求めることが出來、「學者のカストの代りに相競ふ學校が存した」(ブルクハルト)。希臘的な學問の理念の實現が希臘人のポリス生活を考へることによつて始めて理解されることから、更に、數學を學問たらしめる「證明」なる獨自な方法も亦かゝるポリスに於けるポリス的な思惟として理解され得る。けだし證明的方法は本來、孤獨なる思惟でなく對話的思惟としてのみ成立する。しかし證明的思惟は固より單なる對話的思惟ではなく、互に自己の思想を外化し、對象化し、それによつて思想を形態化し、それによつ

て思想を公共化し、公有化することであり、單に公に示すことなく公に承認を要求することである。證明的思惟の成立、進行は、それ故、共通意見或は共通觀念——Atomの形成とそれの要求と及びその承認に於て可能となる。^{*} 希臘に於ける證明的方法はかゝるモリスの思惟の方法の自覺的反省とその原理の追究、發見、形成に於て成立する。希臘精神の所謂影響性はこの思想の形成に於て最も天才的である。

* 我々は希臘の學問の性格の特色と同時にその制限をもこれに於て認め得る。その學問性は専ら公共的承認に求められ、従つて専ら言語的辨證的であつて、客觀的な驗證或は客觀に於ける實驗ではない。従つてその典型的學問は主として論證的な數學であつて實證的な自然科學ではない。實證的實驗的なる所に近代の學問の性格的特色が存する。このことは單にカントに於ける證明の概念(K. d. r. V. B. 763)を想起する丈で既に明かである。しかしこの問題は後に希臘的論理學の形成を考察する際に改めて立ち入るであらう。

(2)

しかしかやうに數學の學的性格を特色付ける證明的方法がモリスボリス的に於ける思惟として成立することが理解され得たとしても、それは未だ證明の外的形式の成立であり、證明法そのもの、内的構造の解明でなく、従つてそれは未だ數學の外的形式の由來であつて未だその形而上學的本質の由來ではない。そして正にそれが我々の次の——として本來の問題である。しかしその前に猶ほ問題がある。

證明的方法の完成には既述の如く同時に思想乃至思惟一般の構造、原理の自覺的形成——論理學の形成を前提する。

證明は究極的公理及びそれからの演繹の形式の自覺的形成を豫想するからである。従つて證明的方法の確立は公理的體系の形成にある。——或る思想體系を構成するに必要にして十分な少數の原理(公理)の探究・發見と、それからの演繹的組織の形成にある。これ今日の所謂「公理的方法」(axiomatische Methode)に外ならぬ。もし學問としての數學が證明的方法に於て始めて成立するとするならば、數學は正に公理論——Axiomatikに外ならぬ。その限り公理主義は數學の正統的な傳統であると云はねばならぬ。かくして證明的方法の確立は學問の確立である丈でなく、同時に論理學の形成である。それは思想體系の根本原理の(公理)の別抉並びにそれからの體系の形成であるからである。それ故この證明的方法がそれに於て成立した所の「數學」が即 *mathematisch*——「學問」或は「學科」と稱せられた所以であり、そして實際又この學問としての、數學の成立には體系的思想の組織とそれの論理學の形成といふ如き眞に哲學的なブラトン、アリストテレス等の勞作がこれに相錯綜し相媒介してゐる所以である。學問としての數學は既に存在してゐたのではなく、これらの哲學者の勞作を媒介として生成するのである。

所で希臘に於て「マテマータ」とされたものは前述の如く算術・幾何學・音樂・天文學である。さうしてこれらが特に學問として他の日常的知識乃至それに直接に連なる學問から區別されたのはそれが「學修を経て」始めて知り得られるものとしてあつた(本誌二七一號九三頁以下)。しかしそれ丈では未だ單に教育的理由が認められるに止まり、未だ算術・幾何學・音樂・天文學の四學科を綜合しこれを內的に統一する原理は認められない。それ故「マテマータ」が單に諸學問でなく數學となるためには、これらを一つの學問の諸分科たらしめる方法上の統一と根據とが求められ、それが特に「數學」と稱せられる理由が示されねばならない。更に、それが單に一つの學問たるに止らず學問そのもの

である所以が明かにされねばならない。その時始めて數學が統一的組織をもつた一つの學問となるのみでなく、學問即數學となり得る。このことはやがて數學を「普遍學」——mathesis universalis とすることに外ならぬ。「普遍學」なる名稱は勿論近世の、殊にデカルト、ライブニッツを直ちに聯想せしめる概念であるが、しかし實は却つてライブニッツの普遍學自身が宗とした所のその源流に外ならぬのである (Vgl. Leibniz, Philosophische Schriften VII. S. 184 ff. in Gerhardt's Ausgabe).

言ふまでもなく數學に於て形成される「思想」は單に數・形態等々に關する、單に特殊な思想ではなく、思想一般である。その限り論理學と内實を等しくする。數學の對象は特殊な存在でなく存在全體であり、「世界」である。しかしそれにも係らず實際上、數學の中心的問題は數若しくは數的なものである。それ故數學に於ける數は單なる數でなく世界を象徴する數である。數に於ける世界の構想である。數學は數に於て思想一般を——從つて又、世界を形成する方法である。從つて數學の成立は世界の構造を構想する純粹な數の體系の形成に外ならぬ。世界の數への還元の外ならぬ。

さうして正に此處に、數學の形成が單に思想體系の論理的構成——その原理(公理・要素)の發見、それからの演繹——でない所以のものが存する。即ち數學は直ちに論理學でなく、又單に論理學に止らない理由がある。單に思想體系の公理的組織でなく、更にその數への還元である。世界の數的公理的構成である。其處に始めて形而上學、論理學と内的に相關聯し乍ら而もそれと獨立な數學が形成される。數學は他方に形而上學的な背景をもち乍ら同時に形式的抽象的な形成や操作が可能となる。その限り數學は常に Idealismus、或は寧ろ Idealismus の立場であると言ひ

6
 得る。従つて又單に現實性の抽出の意味に於ける形式性でなく、現實性を越えた可能性の意味に於ける形式性をもつ。所謂「純粹思惟」「自由なる思惟」はこの可能性に於て成立する。然し固より單なる可能性——絶對的な可能性なるものは單なる形式性と同様に存し得ない。常に一定の地盤に於ける可能性である。このことは純粹思惟も歴史性をもつことに外ならぬ。希臘人の天才的な透徹した思惟力を以てして無理數の概念の展開に到らなかつたのは、單に能力の問題ではなく、寧ろ能力としては可能であつたに係らず——エウドクソスを想起する丈で何人もこれを否定し得ないであらう——而も實際に於てはこれを展開するに到らなかつたのは専らその可能性、思惟可能性の歴史的制約によるのでなければならぬ。——しかしこの問題は後に *imaginatio* と關聯して數學に於ける可能性の問題の概念を考へる場合に留保して此處ではこれに觸れない。

* H. Scholz. Warum haben die Griechen die Irrationalzahlen nicht aufgebaut? Anhang zur "Grundlagenkrisis der griech. Mathematik."

とにかく上述の如き意味に於ける數の學としての數學は固より單なる數的技術知としての數學とは本質的に異ると既に云ふまでもない。それは數に於ける世界の構想である、數による世界の思想的形成である。此處では數は固より單に便宜的形式的な符號ではなく、世界或は存在一般の「本質」「形相」である。Zankowsky がこれに於て起るのも必しも唐突ではない。それ故數學の形成は本來ピュタゴラス派の神秘思想家やプラトン、アリストテレスらの哲學者の問題であり、寧ろ數學そのものが固く哲學的な學問であつた。數學が形式的な一つの獨立した學問となつたのは遙か後の、紀元前三世紀のアレクサンドリアに於てである。エウクレイデスの『原論』^{エウクレイデス}は此處に於て成立したのである

が、エウクレイデス自身も自らアカデメイア派の學徒を以て任じてゐた。――

かくの如き性格をもつた「數學」は希臘或は希臘的傳統以外には存しないこと、そして同時に又、かゝる數學の生成が哲學者の哲學的な問題であつたことは、既に明かであらう。我々の本來の課題はこゝに列擧され單に想定された問題を追究することにある。

しかしこのような數學の成立に關する歴史的事情は單に古代丈でなく近世に於ても――その數學の類型や過程を異にするけれども、同様である。例へば、近世數學の基礎となる微積分學の成立に於て我々は古代の場合と類比的なるものを認め得るのである。微分法は、單に技術的問題でなく、無限小の問題として哲學者の問題であつた。ライブニッツ、ニュートンによつて微分法が確立された後にも――實にコーシー、ワイヤンシュトラスの時代に到るまで長く哲學的な問題であつた。僧正バークレー――カントの所謂 *after Berkeley*――も微分法の批判たる “*Analyst*” (1734) を書いた。宛も希臘數學の場合にゾエノンがピュタゴラス派に向けた批判の如き役目を演じてゐる。實際、微積分學が無限概念を處理するものとして、その數學として成立するためには豫め無限の本質に對する哲學的論理的な洞察を前提せねばならない。さればこそ哲學者、ライブニッツが克く微分法の確立者――數學者たり得た。しかしデカルトもライブニッツも哲學者にして且つ、數學者であつたのではなく、寧ろ彼らの時代に於ては哲學と數學とは不可分であり、未だ數學は獨立してゐず、將に生成の途上にあつたのである。近世の數學も本來既に數學としてあつたのではなく正にかくの如き過程を歴過して成立せるものである。近世の數學も生成せる數學である――哲學的地盤に於て哲學的思辨を通して生成せる數學である。ニュートンも空間を *mensuram Dei* と解する如き形而上學的思辨を辭せ

ず、ライブニッツと抗争したケンブリッジ・プラトン派の哲學者であつた。

勿論我々は數學者・科學者の思索に於ける所謂専門家的技術的な側面が存しその重要性を否定することは出来ない。寧ろその點に専ら概念的な哲學者との區別が存すると云ひ得るであらう。しかし我々の今の問題は、既に餘りに自明とされてゐる兩者の區別よりも寧ろその共同性の側面にある。近世科學に於ける技術性が記號の問題と關聯して近世的論理學の性格に關する哲學的問題を含むことは後章に於て考察されるであらう。

一般に數學と哲學とのかゝる内面的な結合の故に、數學は、形式的理論として既に成立し了つた後に於ても、又その形式的抽象性を標榜すると否とに係りなく、常にその背景に、或はその根底に、一定の形而上學——存在論を示唆するものをもつてゐるのである。現代の數學——既に殆ど一世紀も以前に決定的に哲學と分離・獨立して純粹に形式的科學として自他共に許す現代の數學——に於ても我々はこれを指摘することが出来る。今日の所謂數學基礎論に於いて數學的存在の意味の解釋に對する烈しい對立が數學者自身の中に存するのは端的にこれを表明するものに外ならぬ。——數學に於ける存在を單に非矛盾性と解する所謂「形式主義者」(ヒルバート)に對して實際の構成の手續の舉示を俟つて始めて存在を云ひ得るとする所謂「直觀主義者」(ブラウアー)が嚴乎として對立してゐる。これらの主張の根底には夫々各の形而上學或は存在論を前提するのであつて、それは單に數學的な問題でなく、又單に數學的な問題としては解決され得ないであらう。——數學は嘗つて哲學と結合してゐたのみでなく、現にその根底に於ては究極的に相結合してゐるのである。そして又其處に數學が歴史性を有し、類型を異にする數學が可能であり、現に存在し、且つその由來が深き深部に存すること、従つて又、數の概念が歴史性をもつこと、例へば希臘に於ける形相的

數と近世の記號的數との如き個性的區別の存する所以も理解される。このことは漸次小篇の論構の進展が示すであらう。

(3)

以上に於て想定されたことは、數學が學問として成立するには先づ證明的方法の確立が前提され、否寧ろこの證明的方法の確立に於て始めて數學は學問として成立すること、所でこの證明的方法自身は思想體系の要素(公理)の發見・形成とそれからの演繹的組織——プラトンに於ける所謂 *analysis* と *synthesis*——にあること、従つてこゝに先づ最も哲學的な論理學の形成の問題が存すること、然し更にこゝに成立した學問としての數學が特に數學であるためには更にこの公理的組織が數の組織にまで還元されねばならないことである。しかし斯く形而上學より論理學、更に數學へと漸次形式化抽象化が進められて行くが同時にそれは單に形式化抽象化なのでなく、却つてこの形式化抽象化によつて逆に論理學、形而上學がそれに於て具象化形成化されることが注意されねばならぬ。

「マテマータ」即數學と言はれる得る如き數學は單に論證的な公理體系でなく、又單に形式的な數の學でなく、その兩者の綜合として「普通學」の性格をもたねばならぬ。數學の成立は普通學の形成に外ならぬ。正に此處に形而上學・論理學・數學の分岐とこの分岐に於て具象化される哲學が生成する。數學も亦正にこの過程に於て生成する。

これを希臘數學の場合に於て云へば、先きに四つの「マテマータ」とされた算術・幾何學・音樂・天文學も本來は夫々單に數、圖形、和聲、天體の運動に關する學問であつて、その限りに於ては各々何れも特殊な學問に止まり、又互に

直接に内的な關聯はない。これらの學問が *Physik* から *Mathematik* となることによつて始めて互に内的關聯が見出され、一つの數學——單なる一つの學問でなく普通學——を形成する。「マテマータ」が「數學」へ生成するのである。算術や幾何學と雖も本來音樂や天文學と同様に *ποσειδων* なる學問であり、既に數學としてあつたのではなく數學になるのである。算術・幾何學・音樂・天文學がそれぞれの領域に於ける「數」の原理を自覺することによつて數學化されるのである。それが數學の形成に外ならぬ。數學は前述の如くプラトンの時代に於て——そしてプラトンに於て——正にこの生成の過程にあつた。我々の主題に這入る前に簡單にこれを明にして置きたい。

(4)

音 樂

數學としての音樂は固よりハルモニアの理論としての音樂である。しかし音樂は希臘人に於ては——尤も希臘人に限らないが、特に希臘人に於ては、單に一つの藝術ではなく、藝術そのものである。實際 *Μουσική* は本來ムーサの女神の統御する藝術一般を意味した。この關係は宛も前述の *πατριάρχης* と數學との關係に等しいものがある。希臘に於ては藝術即音樂である。我々は希臘藝術といへば彫塑藝術にその典型を認めることに慣れてゐるが、しかしそれは今日の我々に於てのことであつて、實際はプラトンに於ても(例へば *Politeia* 401 a) アリストテレスに於ても(*Politica*, 1330 a) 彫塑は特別な注意は拂はれてゐない。希臘人に於ては眞に創作的な藝術家——“Poet”として許されたものは唯音樂家のみである。彫刻家や一般に造型美術家の如きものは職人——*Demiurgos* にすぎなからず(Frank S. 21)。詩

作——*music*は同時に作曲を意味し、實際古典時代に於てはこの兩者は不可離的のものであつた(*Music*)。音樂は、一つの藝術でなく藝術そのものであつた。希臘人は音樂から謎語的魔術的なるものを感じた。希臘人の如く音樂と教育や國家の制度との内面的關係を考へたものは全文化史を通じて比がない。希臘人にとつては音樂は眞に嚴肅な國家的宗教的な法律の意義すらもつた。(J. Burchardt, Griechische Kulturgeschichte II, S. 203; 220 ff. in Kröners Ausgabe)

音樂に於て世界の根源的真相が示現する。音樂はムーサの女神の司る事柄である。かゝる音樂に於ける世界の真相の具現に對する確信、従つて又音樂が人間の精神に對する偉力や意義の承認、従つて又、音樂の規正の國家的重要性の主張——一般に、音樂に對する敬虔は希臘人一般の性格である。それ故音樂に對する傾倒は單にピュタゴラス派にのみ獨自なのではなく、デモクリトス、プラトン、アリストテレスの如く凡そ傾向を異にする凡ゆる思想家に齊しく共通である。リズムとハーモニーの音樂が、言葉を愛し言語に敏感な専ら語ることに於て思惟する——存在を自覺するボリスの人間にとつて重大な意義をもつことはけだし自然であるといふ外ない。その故にこそ又、悲しき音樂に對するプラトンの峻嚴も當然でなければならぬ。

言ふまでもなく藝術はその根源に於ては一般に單なる藝術ではない。藝術の藝術としての獨立は藝術の技術化即ち藝術の世俗化に於て成立する。希臘悲劇——音樂も本來神事であり、その運命悲劇は人間にヒュプリスを戒めその分限を教示するものであつた。戀愛の如き人間相互の葛藤を描く人情悲劇や諷刺的な喜劇は後代のものであること周知の如くである。

純粹音樂として言葉を離れ専らハーモニーとリズムの藝術となつた。

尤も希臘の音樂は近代音樂の如く多音的でなく専ら聲樂であり、常に同音的である。詩と音樂とが常に一つに統一されてゐた。メロデーとリズムと詞との區別は寧ろ後の抽象に外ならぬ。かく古典時代の音樂は専ら一次元的なメロデーを主とし、その音階はエンハルモーニッシュで、嚴密な古典の様式をその特色とするものであつたが、しかし既にエウリピデスの時代にはこれはクロマティッシュになる。音樂は此處に悲劇的簡勁から感性的優美なるものとなる。形式の嚴格な美しさよりは情熱的なバトスや感性的な甘美を求める。この同じ精神傾向が他の藝術の領域にも現はれてゐることは、例へばスコパスやブラクシテレスの作品を想起すれば十分であらう。——こゝに宗教的なるものは世俗化される。人間の Ethos が今や藝術や學問の眞の對象となる。人間の Ethos の研究——Ethis が哲學の中心的關心事となる。音樂家も全然何ものにも妨げられることなく自己自身の内奥から出でた自己自身の魂の全情熱を最も劇的な緊張に於て表現する、こゝに音樂は言葉の凡ゆる拘束から脱し凡ゆる詩的韻律に對する顧慮を無視し、リズムの純粹に音樂的心理的な形式を形成する。同時に言葉も亦音樂から解放されて Rhetoric に於て獨立し、散文に於ける自由なリズムを求めることになる。こゝに言葉のない純粹絶對音樂が成立する。さうしてこれがその絶頂に達したのは正しくプラトンの時代に於てである。この「新音樂」はもはや宗教的儀禮の神聖な形式に拘泥せず、人聲の自然的限界や表現可能性にすら拘らない。彼らが現はそうとするものは、「嘶く馬、吼える牛、嘯く小川、轟く海や雷」であり、「動物や人間や樂器の聲、結局すべての種類の音」である(Platon, Politeia 396; Nomoi 659)。そしてこの新音樂が眞の音樂(ἡ ἀληθὴς μουσική)とされた。この音樂の魅惑はこれを生の最高の幸福、究極目的と見做さしめ

るに到つた。(Frank, I. Teil § 1 参照)。

音楽はこゝに支配された。神的なるものから世間的なるものとなつた。超越的な音楽は内在化された。而してこの純粹音楽がハーモニートリズムとより成り、而もこのハーモニーが一定の数の比に依存してゐることの發見によつて音楽の支配は完成された。——弦の長さが 2:1, 3:2, 4:3 の關係にある時、純粹な Oktave, Quinte, Quarte が成立する。この事實は既にピユタゴラスを俟たず發見されてゐたが、この 2:1, 3:2, 4:3 の音程の比例が振動数の比例に外ならぬことはアルキユタスによつて始めて發見された。所で音楽が上述の如き意義をもつ希臘人にとつては、この發見は近世の我々が簡單に解する如く單なる音楽の數學的法則性の發見、理論化に悉きるものでないことは明かである。本來存在の根源の啓示と信ぜられ、生の最大の關心事の一つと解されてゐた音楽がかくの如き簡單な數的關係に於て成立することの發見は同時に數の啓示的意義、數の神祕性の發見に外ならない。

それは世界の數論化、神的なるもの、世間化であると同時に、數の世界化、數の神祕化である。音楽が表現してゐるものは、希臘人にとつては、單に美しき音或は或る特定のもの、描寫ではなく、正さしく「世界」である故、その世界を形成するハルモニアを規定する數は世界を象徴する數となる。數の學即ち算術は單なる數の學でなく世界の學となる。實際にこの事件がこの時代の思想家にいかにか深く且つ強き影響を與へたかは、プラトンの著作の中に認め得るところが指摘されてゐる。(例へば Timaios 33 E. Politeia VII. 530 f. Frank S. 13 参照)。寧ろプラトンの思惟はこれによつて決定的に規定されたことを云はれる (ibid.)。

かくの如き純粹音楽——ハーモニートリズムの現象を始めて哲學的問題としたのは、今日知られてゐる限りでは、

14
デモクリトスである (Frank, S. 10)。彼が始めて「音樂」を數學と並んで、獨立の學科として哲學に導入した。爾後、音樂は數の比の理論として算術、天文學、幾何學と同等の學問となつた。しかしこのことは單に音樂の理論化に止まるものでなくハルモニアに於ける世界の解明である故に、それは同時に、或は寧ろ先づ形而上學的思辨の問題となる。實際我々はプラトンの形相論の理論的構成の動機の一つをこゝに見出し得るのである。プラトンはこれらの Quinte, Quarte の比例に現はれて來る數が一、二、三、四の四數であることから、これを和音一般の本質を決定するもの、從つて全音階はこの四數の組合せによつて純粹にアブリオリに構成し得ると考へた。しかしかゝる單に形而上學的思辨による音階論は實際の希臘音樂の音階とは一致しないが (Frank, S. 13)、しかしプラトンにとつては知的に思惟された音程は感性的に聞かれた音程によつては十分に表現し得ないことは、宛も三角形の幾何學的法則が單なる經驗的測定によつて認識せられないのと同様である。寧ろ描かれた三角形は眞の幾何學的三角形の不完、全、な感性化である如く、我々が知覺し得る和聲はその根底にある純粹な形而上學的な數の和聲の不完、全、な感性化に外ならぬのである。「耳を理性的思惟以上に置いてはならぬ」。——しかしかゝる思想がいかに批評され解釋さるべきかは今我々の問題ではない。我々が此處で問題として目指してゐることは、アルキュタスやピュタゴラス派に於いては音階論は専ら經驗的な物的、理論であつたのが、プラトン及びそのアカデメイアに於てそのイデア論と聯關しつゝ、數學論となつたことそのことである。

天文學

前述の如き意義をもつ音楽の數論化は固より單なる「音」の數論化ではなく「世界」の數論化である。音楽のハルモニアは同時に直に世界そのもののハルモニアを意味する。寧ろ世界のハルモニアの音楽に於ける顯現である。それ故ピユタゴラス派の所謂「宇宙は歌ひ、ハルモニアに一致して構成されてゐる」(Hippolytus, Refut. I, 2, 2. Heath, Greek Astronomy p. 34 に於て)、「全天はハルモニアにして數らるる」(Arist. Metaph. A, 5, 986 a) 等比譬ではなく、又單なる詩的表現ではない。音楽に於ける數的秩序は直ちに宇宙の數的秩序である。音階論は單に音の振動の法則でなく天體の運動の法則である。實際又天體の運動の法則性の發見は容易にこの考へ方と結び付く。

希臘の天文學は周知の如く東方、主としてバビロンから由來して興つた。しかしこれらの東方の民族に於ては、天體の運動や位置によつて民族や個人の將來を卜するといふ宗教的星學や占星術がこれに結付いてゐたが、初期並びに古典時代の希臘には——古き神話も悲劇詩人も喜劇詩人も歴史家も哲學者も星の信仰に係はることなく又これを談ることとは殆ど希れであつた (F. Boll, Sternglaube und Sterndeutung, 3. Aufl. S. 16 ff.)。太陽や月は「バルバロイの神々」である(アリストフアネス)。太陽は「灼熱の石」(アナクサゴラス)である。既に前六世紀の自然哲學者タレース及びその後繼者たちは、日食の豫言、赤道、太陽や遊星の軌道、遊星の數、十二宮の星座の區分等々の知識を東方から得てゐたのであるが、ピユタゴラス派やプラトンやデモクリトスの時代に於て始めて希臘の天文學はその組織を形成した。——前五世紀には地球中心の思想を脱し、前三世紀には太陽を中心とする地動説(アリストタルコス)を樹立することによつてその頂點に達する。しかし實際上我々はピユタゴラス派やプラトンに於て、否アリストテレスに於てさへ

神秘的占星術的なるものを認め得る。『國家』¹の終りには地上の事件や人間の運命に關する宇宙論的星學的思想が談られ、『ティマイオス』に於ては更に、人間の精神に天體の運行が配せられてゐる (Timaios 90)。アリストテレスも「月下の世界」を星の世界と峻別してはるるが、しかし凡ゆる運動を恒星天の原動者に基かしめ、従つて「不完全な地上」の凡ゆる變化を「完全な」天上界の數學的に規定された運動から生ぜしめてゐる。これらのことは固より直に單なる占星術的思想とする²ことは出來ないとしても然し天體と人間との間に——一般に世界に於ける一切の存在の間に Sympathie を認める占星術的な神秘思想を否定することは出來ないであらう。*しかし同時に又これをボル (Bald S. 19E) の如く悉くバビロンの東方的占星術の影響に歸せしめるを要しない。寧ろ類型を異にするものであることは前項よりして既に想定されることである。天體の運行の法則性が單なる秩序でなく數學的秩序をもつことの發見は實は音樂の場合からの適用又は發展である。希臘に於て感性的現象と數的關係の相關性の認識が既に先づ理論的に組織されてゐた唯一の領域は音樂のみであつた。(Vlg. O. Apelt's Anmerkung zu Platons Timaios, S. 153 f.)。それ故希臘の天文學が本來宗教的祕義的な性格をもたないとしても、これに對する形而上學的思辨を惹起せしめた過程は音樂の場合と同様である。寧ろ却つてこれに對する形而上學的思辨とそれの數學的形成とが相關的な根本契機をなすことが希臘の性格である。かくして天體の出没の如き單に外見的運動の經驗的觀察からそれを越えた眞の數學的軌道を攻究する天文學が成立する時、これに對する形而上學的思辨とそれの數學的形成との二つの路が存する。さうして Stereometria はちがて「立體幾何學」となり、それは更に三乗數の理論 (Epinomis 990 d) となる。「天文學」が「數學」となる。

* Astrologie は單なる民俗學的或は前科學史的な問題に止らない。ロゴス的な世界觀に對するグノシス的世界觀に連るものであつて、凡ゆる時代を通じて現代に到る歴史をもつてゐる。ボルの前掲書は *Die Geschichte und das Wesen der Astrologie* として興味がある。

希臘に於て Astrologie はなほ Astrologie が支配的になつたのはヘレニズム時代である。此處では「遊星が宇宙の要素になる。」(G. Murray, *Five Stages of Greek Religion*, new edition, p. 142) 「星學的宗教、占星術的信仰、東方のアストロロギーの勝利は、アレクサンダーからアウグストゥスに到る三百年間の中に全く決定的となつたと云つてよい。」「希臘精神はヘレニズムの前半に於ては東方に向つて進撃する攻勢的要素であつた、それはアレクサンダーの遠征軍と聯結して巨大な膨脹力を以て世界を希臘語と希臘文化で充満させた。然しこの時期の後半に於てはアジアの巨人的な原始力は不屈の偉力を以て侵入者に抗して立ち上つた。當然地方よりは都市に於て勢力をもつてゐた希臘人の上層階級は東洋の古き宗教や生活形式の影響を漸次的に受け容れて來た。希臘精神は徐々にロゴスからグノシスへ、學的認識からヴィジョン、エクスタシス、啓示による認識に轉じて行つた——結局希臘的特色を破壊する宿命的な展開が始まつた。……Boll, S. 22)。

(6)

幾何學

17

希臘の幾何學が埃及の測地法に由來することは希臘人自身の認めてゐる所である(Herodotus, II, §109)。しかしそ

18
 れが單なる「測地術」でなく、普遍的な空間的形象の考察——學問としての「幾何學」となつたのは言ふまでもなく希臘に於てである。これを埃及から傳へたと言ふタレスでは、陸上より海上の船までの距離を計算する如き個別的考究であつた如くであるが、「論證を伴へる線よりの圖形の構成」(Demokritos II. 299)をなすデモクリトスに到つて幾何「學」の體裁を備へ得た如くである(cf. J. Burnet, *Early Greek Philosophy*, p. 20)。幾何學に於ても猶ほ「正方形にする、矩形にする、加へる等の言葉は用ゐられるが、しかし幾何學の眞の目的は純粹な認識に外ならぬ」(Polheia, 527)。かく測地法が方法的證明的な幾何學となる時——學としての幾何學の對象となるものは既に「永遠にあるものであつて、生じたり滅びたりするものではない」(Ibid.)。普遍的形式的な三角形そのもの、四邊形そのもの、圓そのもの等々であり、更にこれらの形象に於て典型化された空間或は空間的形象一般の性格である。『國家』の書かれた時代には立體幾何學の建設は未だ緒に就いたばかりである。周知の如くこれは主としてテアイテトスの業績である。それ故 Stereometria なる術語も『エノノミス』で始めて現はれる(cf. Burnet, *Greek Philosophy* I. p. 225)。しかし幾何學が學問として形成されることは physisch な特殊な内容に係はる幾何學が mathematisch な幾何學となることである。即ち幾何學は單なる幾何學たることを止めて算術その他と並んでこれらを併せ連ねてこれらを各々一つの分科たらしめる「普遍學」——數學の二領域となることである。それ故プラトンは依然として存する Geometria といふ名稱を滑稽なるものと言ふ(Epinomis 990 d)。數學としての幾何學は嚴密にはもはや單に空間的形象の學であらなく、一般に、「通約し難き數」の考究である(Ibid.)——を以てして、に近時屢々論争されるプラトンに於ける無理數論の問題が存するのである。加之、希臘に果して所謂「數學の數論化」(Arithmetisierung der Mathematik)が存したかと

いふ問題が提出される(例へば O. Toepitz, Das Verhältnis von Mathematik und Ideenlehre bei Plato, Quellen und Studien der Geschichte der Mathematik I. S. 99 f.)。しかし希臘に於ける幾何學の成立と、希臘に於ける數學の成立と、その數學の幾何學的であることは各々別の問題である。それは數の概念の類型的性格に係はる問題である。これらの問題については後に改めて觸れる。

(7)

算 術

最後に、數そのものを對象とする算術も本來は *Physik* であつた。

算術の研究を「商業上の必要以上のものに高めたのはピュタゴラスであつたとしても (Aristoxenus 所説)、しかしそれは未だ算術に對する態度であつてそれは直ちに未だ學問としての算術——數論の成立ではない。初期のピュタゴラス派はなほ未だ「小石を列べて」或は、「三角形や正方形の如き圖形 (*επιπέδα*) に直して」數を考察してゐる(エウリトス所説, Aristoteles, *Metaph.* N. 5. 1092 b)。然し前五世紀のピュタゴラス派に到つても、數の要素 (*στοιχεῖα*) は物の要素である (*Metaph.* A. 5. 986 a) が、しかしこの物は可感的物體である (*Metaph.* M. 6. 1080 b 2)。世界を構成してゐる物體である (*ibid.* M. 8. 1083 b)。數は感性的事物から離れてはゐない (*ibid.* M. 6. 1080 b; N. 3. 1090 a 20)。

アリストテレスの證言によれば、プラトンに於て始めて——プラトンもピュタゴラス派と同じく數にそれ自身の質

在性を認める點に於て一致するが、しかし——數の實在性は感性的事物のそれとは區別されたものであることが自覺される (Metaph. A. 6. 987, b.)。それ故ピタゴラス派に於ては數は點、線、面で單に現はされる、丈でなくそれらであつた。數の要素は「奇」と「偶」とであり、「奇」と「偶」とは「限定」と「不定」とであり、何れも同時に空間的性格をももち、點は單に限定ではなく限定と不定との第一の所産と解され、點は量をもち、線は幅を、面は厚さをもつ。點は「位置 *ποσις*」(ποσις *ὕψους* *ἐκαστου*, Arist. Phys. E. 3. 227) である。しかし今やプラトンに於て「見得る或は觸れ得る數」と「數そのもの」とが區別される。見得る或は觸れ得る、一は分割され得る故にそれは一であると共に多である。しかし「そのものは不可分である (Politeia, 825)。「數」を加へること、割ることが、概念的に無意味であることが指摘される時の數の意義を想ふべきである。こゝに純粹な數の理論としての算術——計算論 (λογιστική) と區別された數論 (arithmetikē) が形成される。そしてやがて更にそれを越えた「イデア數」論が考へられてゐる。Physik 的な數論は mathematisch 的な數論となるのみでなく metaphysisch 的な數論となる。

結局、算術、幾何學、天文學、音樂が *mathēmatika* として統一されるのはこれらがすべて數に還元され得ることによつて、又それに於てである。算術は數の理論に、幾何學は無理數論に、音樂は數の比論に、天文學は三乘數論に還元されることによつて此處に學問としての「數學」が成立する。而もこれらの諸領域は本來、戰爭、農業、商業、航海や更には宗教、藝術に係はる技術であり、一般に世界、生一般に係はる。それを數論化した數學は世界の數學、普通學と云ふ外ない。

しかしプラトんに於て *Physik* から區別された *Mathematik* が略形成されたが、その「數學」は未だ公理的組織をもたない。寧ろ公理は未だ發見されず探究されてゐる。例へば幾何學を算術に還元せしめるには無理數の理論を豫想せねばならず、プラトんに於て實際又その企圖の痕跡が認められるのではあるが、しかし企圖たるに止まり結局確然たる理論的形成に到つてゐないのは事實である(H. Scholz, *Die Grundgenetis der griechischen Mathematik, Anhang*)。従つて又その數も亦それに應じて確然たる數學的數でなく形而上學的な *Idealzahl* と連なるものがある。

我々はプラトンのイデア數論が一方では純粹な學問としての形成に進展すると同時に、他方では今後アカデミアに於ける數的神祕主義として殘る二つの契機を藏することを認めねばならない。我々が實際にプラトんに於て見出し得るものは、天體の運動や存在の根源の啓示たるべき音樂や空間的形象の中に存する數的秩序の發見に對する驚異や歡喜や更にその探究への鼓舞であつて、未だ必しもその冷靜な反省、理論化、組織的形成ではない。寧ろ却つて同時に數そのもの、神祕化に向ふ傾向が認め得るのである。實際我々はプラトン自身の中にこの二つの傾向乃至可能性の兆候を容易に見出すことが出来る。(『テイマイオス』『フィレボス』『ソフィステス』『ポリテイコス』) 従つてプラトンに於ては音樂も天文學も未だ自覺的に純粹に數學に形成されてゐない。そのイデア論は魂の理論、魂の救濟を課題とすると同時に、形相と感性的質料との區別に於てこゝに *Physik* と *Mathematik* の區別、従つて又數學そのものの形成がその緒に就くのである。希臘に於ける數學の成立はプラトンの形相論の形而上學的思辨が媒介になり、又ならねばならないのである。プラトンの數は數學的數にして又イデア數であり、形而上學的數である。 *Physik* から *Mathematik* は區別されたが未だ *Metaphysik* からは必しも區別されてゐない。しかしこれらの區別に於て正に數

學は生成の過程にあるのである。或はこの區別そのものが數學の生成の過程である。プラトン自身に於ては學問は未だ純粹の學問ではない。従つてプラトン乃至アカデメイアに於て考究されてゐたものは通常信じられてゐる如く單に精密科學の研究ではなく、哲人としての政治家、立法者の形成である。彼らの目標は哲人にして學者ではない。従つて又其處に於て「數學」として行はれてゐたものは單に學問としての數學でなく同時に形而上學的な數的思辨である。それからの脱却と、従つて又それによる「數學」の形成は更に冷徹省察的なアリストテレスやその學統の批判を通しての——「論理學」の形成と、又アルキユタスやエウドクソス等の積極的な勞作を俟たねばならないのである。寧ろプラトンはソクラテスの辨證法と自然學、イデア的世界と感性界とを結合する中間層としてアルキユタスの「數學」に於てその求めてゐる方法を見出したとも言はれ得るであらう。^{*}換言すれば、これに於て「數學」が形成されることに於てその形而上學が形成されてゐた。確かにプラトンはその形而上學的實踐的思辨から、テアエテトウス、アルキユタス、エウドクソスらの希臘に於ける最も天才的な數學者をその周圍に擁して正に數學の形成を經て論理學の組織に到らんとする分水嶺に立つてゐる。さうしてその一路はエウクレイデスの『ストイケイ原論』の組織へ、他の一路はプラトン以後のアカデメイアの數的思辨が——その典型をスベウシッポスに於て見得る如き——その傳統的ドグマとして残つた。それは何れも確かにプラトン自身に存した思想契機の結果に外ならぬことを認めねばならぬ。スベウシッポスをプラトン自身は生前アカデメイアに於ける自己の代理者として、死後の後繼者として認め、實際それを選んでゐるからである。更に後の新プラトン派に於ける數の神祕主義の傳統も——勿論専らプラトンのみからではないにしても——これによつて理解し得るであらう。尤も科學史の立場からは數の神祕主義の如きものは確かに頽廢墮落ではあらうが、しかし

他方に於てそれが「數學」の成立そのもの、動機の一つであつたことを否定し得ないのである。寧ろかゝる傾向若しくは側面を頽廢とした立場そのものは、さうして専らこれを實利的技術的立場に於て展開したのは正に近世數學そのものの性格なのである。固よりそれは數學の新らしき復活であり、寧ろ新らしき數學の誕生なのである。(これについては近世數學の條項に於て立ち入るであらう。)

* 實際『テイマイオス篇』のテイマイオスはプラトンの時代に於てアルキユタス以外の人物を考へ得ないと言はれる。Frank, S. 129; S. 379; Amnerk. 375 f. 参照。

我々は此處に「數學」の種々なる形態や段階をそれぞれ區別することを忘れてはならないであらう。ピュタゴラス派の、プラトンの、プラトン派の「數學」は夫々意義を異にする。これらの諸段階を通じて數學そのものが生成してゐるのであり、生成の過程の中にあるのであり、そして同時にそれに於て哲學そのものも亦生成してゐるのである。我々はアリストテレスのプラトンの數論の批判 (Metaph. A. 11. 2.) の歴史的任務を承認せねばならない。アリストテレスに於ける「希臘の論理學」の形成はこれを媒介として成立するのである。こゝに始めて我々の本來の問題——數學の形而上學的系譜の探究の本論に入り得るのである。プラトンの『國家』に於ける數學と倫理學との關係といふ如き哲學史に比を見ぬ問題がこゝに存し、又存する理由があるのである。形而上學・論理學・數學の分岐に於て自己を具象化し生成するものが學問としての哲學である。形而上學の問題は存在一般にあり、最も現實的な問題に係はる、而も數學がこの形而上學に係はることに於てこゝに數學と倫理學とはもはや無縁ではあり得ないのである。(未完)