# カントと非ユークリッド幾何学

## ――マルチンのカント理説擁護との関連において――

宮地正卓

カントの先験的理説が、「対象に認識が従う」という思考法から、「認識に対象が従う」という思考法への転換の試みとして展開されており、この試みが、古来真理の典型とみなされてきたユークリッド幾何学と、それを一つの原理として取り入れた自然認識の体系ニュートン物理学の学的方法を範例としてなされたものであることは、『純粋理性批判』(1)の叙述から、明らかに読みとれるところである。なかんずく、その第二版序文において、カント自身その意図を明瞭に述べている。いまそれを略述すれば、つぎの如くである。当時混迷の状態にあった形而上学を確固たる基盤の上に再建するためには、すでに古くギリシアの昔から学の大道を歩みつづけている数学――主としてユークリッド幾何学――と、近代において確立された自然科学――主としてニュートン物理学――の学的方法を範例としてとり、同じく理性認識である形而上学にも適用してみてはどうか、というのがカントの提出した試案であった。カントがこのような試案を提出したのは、カントが幾何学――主としてユークリッド幾何学――を、「対象に認識が従うのではなく、認識に対象が従う」という学的方法によって成立している学である、と認識したからにほかならない。このように見てくると、カントの先験的理説にとって、幾何学――主としてユークリッド幾何学――の学的方法と性格についてのカントの理解が、重要な基盤をなしていることは明らかである。

ところで、カントにとってこのように重大な意味をもつユークリッド幾何学に対して、二つの非ユークリッド幾何学が成立したとき、以上のようなカントの幾何学に対する理解が、正当なものとして維持されるか否かについて、多くの新たな論議を呼びおこすことになった。いまそれを大別すれば、非ユークリッド幾何学の成立は、カントの幾何学に対する理解からは充分には説明できないから、当然このことは、カントの先験的理説の基盤をゆるがすものであるという批判的見解と、そうではなく、カントの先験的理説は非ユークリッド幾何学成立の可能性を含むものであって、これらと充分調和しうるものであるという擁護的立場とに分けることができる。そこで私はこの小論において、比較的新しいカント擁護論と考えられるG・マルチン

の見解[2]を手がかりにして、その擁護がなり立つかどうかという問題を含めて、これらの論議に関する一つの私見を提出してみたいと思う。なお、今回は紙数の制限もあるので、純粋幾何学に関する問題のみに限定し、その客観的妥当性に関する問題は、別に論じたいと思う。

## 一

純粋幾何学の問題に関するマルチンのカント擁護は、つぎの二つの論証からなっている。一、カントの先験的理説が非ユークリッド幾何学成立の可能性、必然性を内含するものであるという論証。二、カントはユークリッド幾何学を唯一の幾何学としていたが、それは非ユークリッド幾何学に対する無知の故ではなく、ユークリッド幾何学のみが直観的構成の可能な唯一の幾何学であり、非ユークリッド幾何学は単なる思惟の産物にすぎないというのがカントの立場であるという論証。第一の論証をマルチンは、現代における数学の哲学的理解において主流をなす公理主義とカントの理説との調和をはかることによって、かなり強い確信をもって遂行している。第二の論証によるマルチンのカント擁護は、さきの論証に比べてやや控え目であるように思われる。というのは、ユークリッド幾何学のみに直観的構成可能性を認めること、さらには一般にユークリッド幾何学の優位性を主張することにおいて、マルチン自身は、さきの論証ほど強い断定的結論を下してはいないからである。ところで、マルチンは、幾何学の基本的性格は公理的性格と構成的性格にある、という立場をとっている。そして、この二つの基本的性格を正しく洞察したのが、「幾何学的判断は、アプリオリな綜合判断である」というカントのテーゼであると理解し、それにもとづいて、上述の二つの論証を試みているのである。



まず第一の論証を概観してみよう。マルチンは、二千年もの間ユークリッドの平行の公理（公準）の証明可能性をめぐってなされた多くの数学上の論議を、公理の性格に関する論議として捉えている。つまり、公理は、証明が発見されるまで補助的に前提しておく命題か、証明不可能な純粋な公理か、という論議として捉えている。そして、この論議に関して、「問題であるのは、ダヴィッド・ヒルベルトによってはじめて根本的に解決された一つの古い問題である」(S. 25) と述べている。いうまでもなく、ヒルベルトは公理主義の最初の提唱者である。このことからして、なるほどマルチンは、ヒルベルトによる幾何学の公理主義的体系化を、「限りなく前進しうる研究の一つの小さな断片」(S. 29) としてはいるものの、公理主義を幾何学に対する正しい理解として認めていることがうかがわれるのである。また一方、カントについては、「幾何学が公理的性格のものか、非公理的性格のものかについてのこの論議において、カントは断固として公理的立場を支持する。……批判期の著作においては、幾何学の公理は常に純粋な公理として特徴づけられている」(S. 26) と述べている。これらのことから、マルチンが「幾何学の公理的性格は、カントによっては、幾何学的判断は綜合判断である、というテーゼにおいて表現されている」

(S. 27) と述べるとき、明らかにつぎのように理解していたものと推察される。のちにヒルベルトによって、非ユークリッド幾何学をも併せ考えた上で、完全に理解された幾何学の本性、つまり公理的性格は、すでにカントによって正しく洞察されていたのだ、と。

ところで、カントの理説から非ユークリッド幾何学の成立を根拠づけるために、なぜマルチンがこのように、公理主義とカントの理説との調和をはかったのかといえば、それはつぎのような公理主義成立の事情に由来すると思われる。かつてユークリッド幾何学は、ニュートン力学成立の数学的原理として、現実空間に対する唯一の真理の体系と考えられていた。それに対して、その基本的な前提——第五の平行線公準——を異にする二つの非ユークリッド幾何学が成立したとき、どの幾何学が現実空間に対する真理の体系かということが、あらためて問題とされるようになった。このときヒルベルトは、幾何学の本性そのものに対して全く新しい理解の立場を提唱して、三つの幾何学体系の併立を説明した。つまり、幾何学を対象たる空間から絶縁し、任意に定立された三種の公理群から、厳密な論理的分析の規則に従って体系を導出する純粋な演繹体系であるとしたのである。この公理主義的立場からは、これら三つの幾何学体系は全く同等の論理的整合性をもっており、そのかぎり全く同等の権利をもつ体系として並び立つものとされる。そこで、この公理主義の正当性を認めたマルチンは、これとカントの理説とを調和させることができれば、カントの先験的理説から非ユークリッド幾何学成立の可能性、必然性を論証できると考えたようである。

それでは、この点に関するマルチンの具体的叙述を見てみよう。彼は三角形の内角の和に関する定理を実例としてとる。いうまでもなく、この定理は三つの幾何学体系において三つの異なる述語をもっている。ところで、彼はこの三通りの述語づけを、「幾何学的思惟の自発性」「公理的思惟の自由」にもとづく公理措定の自由によるものと理解している (S. 28f.)。彼はここでヒルベルトの『幾何学基礎論』の冒頭にある「我々は三組の相異なる物を考える」[3] という言葉を引用し——ここで三組の相異なる物とは、点、直線、平面を意味する——つぎのように述べる。「これらの自由に考えられた物に、公理においては自由に措定された特質がつけ加えられる。故に三角形という概念には、『内角の和は二直角に等しい』という概念がつけ加えられうるのと同様に、『内角の和は二直角より大きい』『内角の和は二直角より小さい』という概念もつけ加えられうるのである」(S. 29) と。ところで、マルチンはこれら一連の叙述を、「幾何学の公理的性格はカントによっては幾何学的判断は綜合判断である、というテーゼにおいて表現されている」(S. 27) という言葉で始めているのである。また、彼はつぎのようにも述べる。「カントが……これらの判断の主語は他の述語とも結びつけられうるという確信から出発しているかぎり、我々は公理論の中に、幾何学的判断の綜合的性格についてのカントのテーゼの確証を見るのである」(S. 28) と。これらのことからし

て、マルチンがこの叙述によって、一方においては幾何学的判断における綜合を言い表わし、他方公理主義における公理措定を同時に言い表わそうとしていたことは明らかである。[4] そうすることによって彼は、幾何学的判断を綜合判断としたカントの理説と、三つの幾何学の併立を理由づけようとするヒルベルトの試みとを調和させ、それによってカントの理説から非ユークリッド幾何学成立の可能性、必然性を論証しうると考えていたようである。かくしてマルチンは、「カント的前提のもとで非ユークリッド幾何学を想定することは、単に可能であるのみならず、必然的でさえあることをはっきり示していた」(S. 27) 十九世紀以降のカント学者に同調し、「この立場の正しさには何の疑いもありえない」(S. 27) と断言する。

つぎに第二の論証を概観してみよう。この論証においてマルチンは、「数学的認識は概念の構成による理性的認識である。一の概念を構成するとはしかし、それに対応する直観をアプリオリに描き出すことを言う」(A. 713, B. 741) というカントの言葉を基盤としてとる。そして、カントの挙げたつぎのような実例について論証をすすめる。「二直線によって囲まれた図形という概念には何の矛盾も存しない。何となれば、二直線とその結合という概念は図形の否定を含まないからである。その不可能性は、概念にもとづくのではなくて、空間における概念の構成……にもとづくのである」(A. 220, B. 268)。このカントの命題は、現代においては、非ユークリッド幾何学とりわけリーマン幾何学の成立にもとづいて、批判の対象になりうるものである。何となれば、二直線によって囲まれた図形は、明らかにリーマン幾何学において成立しうるからである。したがって、カントのこの命題は、ユークリッド幾何学のみを唯一の幾何学と信じ、非ユークリッド幾何学を知らなかったカントの理解の狭さを示すもの、という批判が確実になり立ちうるのである。しかし、マルチンはそのようには理解しない。彼はカントのこの言葉を非ユークリッド幾何学に対するカントの無知の表明とは考えず、積極的にカントのリーマン幾何学に対する性格づけと理解する。ここでカントが「空間」というとき、幾何学的判断において綜合を可能にする純粋直観の空間を意味することは明らかである。マルチンはこのカントの純粋直観を、「矛盾なく考え得るものとしての論理的存在のより大なる領域を、構成可能なものとしての数学的存在のより小なる領域へと制限する契機」(S. 34) と理解し、幾何学的判断は、この純粋直観にもとづく構成的性格の故に、カントによって「アプリオリな綜合判断」と規定されたと考える。そして、この見地から非ユークリッド幾何学に対するカントの態度としてつぎのように説明する。「したがって、カントは直線の二角形の数学的存在には異議を唱える。それは矛盾がないから、なるほど論理的には可能であるが、それは構成可能ではなく、また直観的に与えられることもできない。カントにおける非ユークリッド幾何学一般の理解も同じ仕方で考えられねばならない」(S. 33) と。その結果、マルチンのカントに対する理解からは、「非ユークリッド幾何学はなるほど論理的には可能である。しかし、それら

は構成可能ではない。故に、それらはカントにとっては何ら数学的存在をもたず、むしろ単なる思惟の産物である」(S. 33) にすぎず、「ユークリッド幾何学は、それが構成可能だということによってきわ立っており、卓抜している」(S. 33) という結論が導かれるのである。

　カントのアプリオリな綜合判断の必然性についても、マルチンはこの構成的性格から理解されるとする。「我々のこれまでの成果によれば、空間は必然的である。思惟必然的ではないが、直観的構成可能性にもとづく数学的存在の特殊な必然性において必然的である。正確に言えば、この必然性はユークリッド的空間についてあてはまるのである」(S. 36)。つまり、マルチンによれば、ユークリッド的空間は必ずそのように思惟せねばならぬという必然性をもつのではないが、直観的に構成する場合に、それ以外には構成され得ないという意味において必然性をもつ、というのがカントの立場だとされるのである。かくして、非ユークリッド幾何学をも併せ考えた場合、マルチンの理解したカントの見解はつぎのようになる。単なる思惟、つまり概念のみの結合においては、三つの幾何学はいずれも可能で、どの幾何学が必然的だということはない。どの幾何学も自由なる概念結合によって公理を措定し、それにもとづいて体系をつくることができる――幾何学の公理的性格――。しかしながら、幾何学のもう一つの基本的性格である構成的性格から見るとき、非ユークリッド的空間は決して直観的に構成されることはできず、ただユークリッド的空間のみが必然的なものとして構成されうる。構成的性格をもたないような幾何学は単なる思惟の産物にすぎず、故に、ユークリッド幾何学のみが真の意味で唯一の幾何学である、と。

　ところで、このようにマルチンによって理解されたカント(4)見解が、そのままマルチン自身の見解であるかといえば、さきに第二の論証において述べたところからして、それほど断定的には結論されない。しかし、ユークリッド的空間のみが直観的構成の可能性をもつ、と述べたさきの叙述が、「我々のこれまでの成果によれば……」という言葉で始まっていること、そして、この叙述と全く同様の叙述がナトルプにあり(5)、そのナトルプをマルチンがカント擁護における同調者として扱っている (S. 27) ことなどからして、マルチンが以上のようにカントを理解しただけではなく、自らも大体同じ見解をとっているものと推察されるのである。

## 二

　以下においてなされる批判的考察を、私はまずマルチンのさきのようなカント擁護の正当性を問うことから始めたい。この点でまず注目されるのは、カント解釈上の一つの重要な問題点である。それは、さきに述べた第一の論証における「綜合」の概念の意味内容がカント解釈の見地からして是認されるかどうか、という問題である。すでに述べたように、マルチンの二つの論証はともに、「幾何学の判断はアプリオリな綜合判断である」というカントの根本的テーゼにおいて意味される本質的な

ものの両側面を展開したもの、として語られている。ところが、「幾何学の公理的性格」という表題のもとにまとめられた第一の論証においては、このカントの「綜合」の概念が、「思惟のみによる自由なる概念結合」といった意味において用いられているのである。つまり、マルチンが三つの幾何学における三角形の内角の和に関する命題について述べるにあたって、一つの主語に対する三通りの述語づけの可能性を指摘して、これを「公理措定の自由」とか「公理的思惟の自由」と呼び、さらにこれをカントの言う「綜合」の一側面と解釈するとき、明らかに「綜合」の概念が、ただ思惟の自由なる働らきのみによる主語と述語の概念結合、という意味において用いられているのである。何となれば、この第一の論証は、単に論理的に可能な領域における思惟の自由な公理措定に関してなされており、この領域を制限すべき直観については全く触れてはいないからである。

とすればここに一つの問題が生じる。というのは、カントのアプリオリな綜合判断における「綜合」の概念をこのような意味に用いることが、カント解釈の見地から是認されるであろうか、という問題である。この点に関してマルチンに反論して言いうることはつぎのことである。綜合判断において主語概念に含まれないものを述語としてつけ加えるとき、その媒介をなす第三者として、つねに直観——アプリオリもしくは経験的——を不可欠の条件としたのがカントの根本的立場であり、また誰しも異論なく認めるところのカント解釈の立場である。このような直観の媒介なしに、主語と述語を思惟のみによって結びつけることを、カント解釈ではなかろうか……と。マルチンは第一の論証においてカントの立場を公理的立場として重視しているが、カントにとっては数学体系の最根本の前提たる公理からして、単なる思惟による概念結合ではなく、純粋直観にもとづくアプリオリな綜合によって成立するのである。「数学は概念の構成により対象を直観して、対象の述語をアプリオリに結びつけうる故に公理を有しうるのである」(A. 732, B. 760) というカント自身の叙述が明白にこれを示している。なるほどカント自身、直観の媒介なき、思惟のみによる概念結合を「綜合」と呼んでいる場合がある。「……概念のみによる先験的綜合はたしかに存在する」(A. 719, B. 747)。しかしながら、このような綜合は、カントによって直観の構成にもとづく数学的綜合とは厳然と区別されているのである。この叙述を含む先験的方法論冒頭の論述(第一章第一節)の大部分が、この区別に関して展開されているのである。

このように見てくると、「幾何学の判断はアプリオリな綜合判断である」というカントの根本テーゼにおける「綜合」を、どのような見地からであっても「思惟のみによる概念結合」と解することは許されないであろう。ましてカントのアプリオリな判断には、「あることがらがそれ以外ではありえないことを教える」ところの絶対の必然性がその本質的性格をなしていることを考え合わせるならば、アプリオリな綜合判断が、マルチンの言うような自由な概念結合という意味を含むということは

何としても考えられないことであろう。

さて、ひるがえって、マルチンがカントの「綜合」をこの意味に解したとき、どのような意図をもっていたかはすでに述べたとおりである。すなわち彼は、思惟による自由なる概念結合をカントの「綜合」と解することによって、カントのアプリオリな綜合判断と公理主義的立場における任意なる公理措定――ユークリッド的にでも、ロバチェフスキー的にでも、リーマン的にでもなりうる――の間に本質的連関があるものとし、それでもってカントの理説が非ユークリッド幾何学をも基礎づけうるものである、と主張するのである。ところで、今しがた見てきたように、少くとも数学を問題とするかぎり、アプリオリな綜合判断における「綜合」は、思惟による自由なる概念結合という側面を全くもたず、徹頭徹尾、アプリオリな純粋直観にもとづく必然的な結合なのである。そして、カントが実際において例示した幾何学の命題がすべてユークリッドの命題であることをここに考え合わせるならば、カントにとって純粋直観の空間はすべてユークリッド的であって、「それ以外ではありえない」ものであったと断定せざるをえないであろう。

以上のことからして、カント擁護のためにマルチンによってなされた第一の論証、つまり、カントの理説が非ユークリッド幾何学成立の可能性を基礎づけるものであるという論証は、誤ったカント解釈の上に立つ論証であり、その故に不成功に終ったと結論せざるをえないのではなかろうか。

さて、マルチンの第二の論証について吟味しようとすると、さきの場合とは異なり、単にカント解釈の見地からの考察のみでは不充分であるように思われる。「幾何学の構成的性格」という表題によってまとめられたこの論証は、その直観的構成の可能性の故にユークリッド幾何学のみが真に数学的存在としての唯一の幾何学であり、非ユークリッド幾何学は単なる思惟の産物にすぎない、とすることによって、ユークリッド幾何学のみを幾何学として取扱ったカントを擁護しようとするものであった。一方、カント自身をふりかえってみると、総じて数学的認識を概念の直観的構成にもとづくアプリオリな綜合判断とすること、そして、ユークリッド幾何学のみを幾何学とすること、この両者はそのままカント自身の立場として問題なく是認されるのだから、この第二の論証においては、さしあたりカント解釈上の問題は生じないように思われる。とすれば、マルチンのこの第二の論証の吟味は、そのまま直ちにカント自身に対する吟味にもつながりをもってくることになるであろう。そこで、さしあたりマルチンのカント擁護に対して向けられる吟味の焦点が定まってくる。それは「ユークリッド幾何学のみが構成的性格をもち、その点で他の二つの幾何学に比してすぐれている、という主張は果して是認されるか」という問いにまとめられよう。

ところで、幾何学の構成的性格に関して考察しようとする場合、前提的に問題になると思われるのは、この構成的性格の意義づけである。いうまでもなく、カントにとっては「概念に対応する直観をアプリオリに描き出す」ところの構成は、幾何学

的認識成立の不可欠の要素として、本質的なものであった。しかし、現代一般に普及している理解にしたがえば、構成的性格は幾何学にとっては決して本質的なものではなく、第二次的意義しかもたないと考えられる。つまり、その理解にしたがえば、幾何学は本質的にはもはや空間の学ではなく、公理と定理の含意の関係のみを取扱う内容空虚な形式的学であり、その必然性は、もはや対象妥当の必然性ではなく、公理から定理を導出する場合の演繹的分析の論理的必然性にすぎない、とされる。もし幾何学がこのようなものとすれば、ここには直観の介入する余地はなく、したがって構成的性格も本来的にはありえないことになる。現代においてはこのような見解がかなり優勢であることは周知のとおりであるが、依然としてこれに対立する見解もあり、統一的な理解には到達していないように思われる。しかし、このような幾何学の本質的性格に関する根本的な問題は、とうていこの小論の扱いうるものではないし、また扱う必要もないと思う。というのは、幾何学を形式論理と同等の演繹的分析の体系と見る立場においても、公理系における未定義的概念にさまざまな意味を与えてさまざまな解釈をすることの可能性が論じられており、そこに直観的解釈を与えられた直観的幾何学の成立可能性も内含されているのであるから、この意味における構成的性格として目下の考察を進めてもよいわけである。結局、カントのように構成的性格を幾何学の本質的性格とするか、現代の多くの見解のようにいわば副次的な性格とするかは、今のところ問題ではない。いずれにせよ、ユークリッド幾何学のみが構成的性格をもつ、とする見解が妥当かどうか、という点にあるのである。そこで以下、この構成的性格の意義づけはさておき、構成的性格という観点から見られた場合の幾何学的認識の構造を、少しく立ち入って考えてみよう。ただしこの場合、考察の範囲を最初からユークリッド幾何学のみに限定することは、いうまでもなく不当である。そこで三つの幾何学を公平に論ずるために、三角形の内角の和に関する周知の命題について考えてみよう。

この問題を考えるにあたって、まず第一に注目すべき点はつぎのことがらである。つまり、「三角形の内角の和は二直角に等しい」「三角形の内角の和は二直角より大である」「三角形の内角の和は二直角より小である」という相異なる三つの命題が、それぞれ必然的な命題として導き出される根拠は何か、ということである。周知のとおり、それは主としてそれぞれの幾何学体系における第五の平行線公理の相違に由来している。それでは、それぞれの幾何学においてさきの三つの命題が必然的なものとして判断されるとき、そこにどのような手続きがなされているのか。このことを事実について見てみよう。ここに紙の上に描かれた一つの三角形があるとする——この感覚的三角形がそのまま幾何学的判断の対象でありえないことはいうまでもない。何となれば、その三角形の構成要素をなしている直線が、幾何学における「直線」の性質を完全に具えているものでないことは明らかであろうから——。その三角形について数学者が判断しようとするとき、ユークリッド幾何学の前提に立つ人は、

その三角形を構成する直線がユークリッド的直線をもつものとして理念的に理解するであろう。ここでいう直線の性格とは、基本的には、ユークリッド的な平行線を構成する直線の性格を意味する。つまり、その性格をもつ直線で構成された平行線がユークリッドの平行線公理を満足させるような直線の性格を意味する。そして、総じて平行線の公理は、それぞれの幾何学において理念的に構成される空間図形を構成する直線の性格を規定したものと考えられる。より厳密に言えば、それぞれ相異なる直線の性格規定は、それぞれ相異なる平面を決定し、これがそれぞれの平面の上に描かれる図形の相違を決定すると考えられる。さて、この数学者が目前にある不完全な感覚的三角形を、ユークリッドが平行線公理（公準）によって規定した性格の直線によって構成された理念的な三角形の表現として理解するかぎり、その三角形の内角の和は必然的に二直角に等しく、それ以外でありえないことは明らかであろう。同様に、目前に描かれた三角形を、リーマン幾何学の平行線公理を満足すべき直線、つまり、リーマン幾何学において規定された平行線の性質を満足すべき直線によって描かれたものと理念的に理解するかぎり、その三角形の内角の和は必然的に二直角より大で、それ以外ではありえず、かのリーマン的定理が必然的なものとしてそこに成立するであろう。ロバチェフスキー幾何学においても同様で、そこに描かれた三角形をロバチェフスキー的直線によって描かれたものと理念的に理解するかぎり、「三角形の内角の和は二直角より小さい」という命題が必然的なものとして成立し、それ以外ではありえないことは明らかであろう。

以上のことからして原理的に明らかなことは、それぞれの幾何学において要請あるいは原理として示された第五の公理（公準）のもつ、つぎのような性格、役割である。つまり、それはそれぞれの幾何学において作図をする場合、その平行線公理によって示されるような性質の直線で描くべきことを原理的に命ずるということである。そしてその規則を言い表わしたのが、この第五の平行線公理であると考えられる。さらに、この定理にとってもっとも肝心な量的規定、例えばユークリッドにおける「二直角に等しい」という量的規定は、実際には、この要請の示す直線によって描かれた対象——三角形——に対して、同じ性質の直線でもって補助線等を描き加えることによって、その対象から見とられたものである。

このような事実の凝視にもとづいて、ひるがえって幾何学の公理と定理との関係を考えてみよう。論理的判断における必然性が、前提に予め含まれているものをひき出す分析的必然性と同値的であるのに対して、構成的性格をもつものとして見るかぎり、幾何学的判断のもつ必然性はそのようなものではないことをいま見てきた。ところで、予め前提に含まれていないものをつけ加えて成立する判断をカントは「綜合判断」と名付け、また一般にこのような規定は異論なきものとして是認されているのである。したがって、このような概念規定を踏襲するならば、構成的性格という観点から見る場合、定理は明らかに「綜合判断」と言えるであろう。[6]

この結論を上来の考察にもとづいてさらに積極的に述べてみれば、つぎのようになる。つまり、公理はそれからの分析的演繹によって直ちに定理を導出しうるような論理的性格のものではなく、その規定に従って対象たる幾何学的図形を理念的に作図するための規則を含むのみである。そして、定理はこのような規定に従って作図された対象から、今求められている量的規定を端的に見とることによって成立する。つまり、「三角形の内角の和」が求められているとき、このような見とりにもとづいて、ユークリッド幾何学では「二直角に等しい」という量的規定が必然的な述語として付加されるのである。かくして、「三角形の内角の和は二直角に等しい」というユークリッドの定理は、明らかに綜合判断であると考えられるのである。リーマン幾何学においては第五公準（公理）の相違——具体的には直線の性質規定の相違——からして、必然的に対象たる三角形の相違を招来し、そのため、そこから「二直角より大きい」という異った量的規定が見とられることになる。かくして、「三角形」という主辞に、この内角の和の量的規定を付加することによって、「三角形の内角の和は二直角より大きい」という命題が必然的な判断として是認されることになったのであろう。ロバチェフスキーの幾何学においてもまた同じ理由で、「三角形の内角の和は二直角より小さい」という命題が、綜合判断として成立するものと考えられよう。

## 三

さて、以上の考察にもとづいてカントをふりかえってみよう。カントは幾何学的判断を必然的な綜合判断であると規定したが、このことは、幾何学をその構成的性格という観点から考察している目下のところでは、正当なものとして是認されるであろう。しかしながら、この小論の主題である、カントの理説と非ユークリッド幾何学の関係を吟味するためには、さらにさかのぼって、カントの数学に対する根本的規定に眼を向ける必要があろう。カントが数学的判断を綜合判断というとき、その綜合を可能にするものとして「純粋直観」を挙げていることは周知のことである。したがって、このカントの純粋直観の吟味こそ、カントの数学に対する理解の根本的規定の吟味になると考えられる。そこで、まず純粋直観についてのカントの規定を見てみよう。「数学的認識は概念の構成による理性的認識である。一の概念を構成するとは、しかし、それに対応する直観をアプリオリに描き出すことを言う」(A. 713,B. 741)。つまり、カントの言う純粋直観とは、「概念に対応する直観をアプリオリに描き出す」ことをいうのである。ところで、ここにおいて直観的に描き出さるべき概念を、カントはどのように考えていたのだろうか。カントは言う。「私は三角形を構成するのに、この概念に対応する対象を、単なる構想によって純粋直観において……全くアプリオリに描き出す」(A. 713, B. 741) と。とすれば、ここでカントが純粋直観において描き出さるべき概念を、「三角形」という概念と考えていたことは明らかである。ここにおいて、カントにとって重大な難点が生ずるのである。というの

は、少くとも幾何学的判断の対象としての三角形に関するかぎり、単なる「三角形」という概念のみから直観的構成が可能になるのではない。何となれば、単なる「三角形」という概念の中には、その三角形をどのような性質の直線で構成すべきか、という規定が何ら含まれておらず、そのかぎり、三つの幾何学の直線規定のうちどの規定の直線でもってその三角形を構成すべきかが、全く不明であるからである。かくして、単なる「三角形」という概念のみからは、幾何学的判断の対象としての三角形は構成され得ない、といわねばならないであろう。

さて、ここでさきの考察を思いおこしてみよう。そこで明らかにされたように、幾何学的判断の対象としての三角形を、それぞれの特質あるものとして構成する原理は、主としてそれぞれの体系の第五公準（公理）において表現されている直線規定である。どのような規定の直線で三角形を構成すべきかということが前提的に確立していてこそ、はじめて「三角形」という概念にもとづく直観的構成が可能となるのである。このように見てくると、幾何学的判断を可能にする直観を「概念に対応する直観」と規定するとき、その概念をカントのように例えば「三角形」というような図形の概念とすべきではなく、それぞれの図形の特質を決定するそれぞれの体系の直線規定とすべきである、と断言できよう。カントの眼がここまで行きとどかなかったのは、何よりもカントにとっては、直線とはユークリッド的直線以外ではない、という無意識的前提がとられていたからに他ならないと思われるのである。

ところで、幾何学的直観において描き出さるべき概念を、このように根本的に正しく規定したとき、ユークリッド幾何学のみを直観的構成の可能な唯一の幾何学だとする見解は維持されなくなってくる。何となれば、三つの幾何学はそれぞれ独自の直線規定をもち、それらにもとづく直線によってそれぞれ独自の理念的空間図形を構成することが可能だからである。ユークリッド的直線規定を構成の原理としてユークリッド的三角形が構成され得るのと全く同様に、リーマン的直線規定にもとづいてリーマン的三角形が、ロバチェフスキー的直線規定にもとづいてロバチェフスキー的三角形が構成され得ることは明らかなことであり、また事実幾何学において実際に行なわれていることであるといえよう。そして、このような三通りの性格をもつ理念的空間図形の構成にもとづいて、それぞれ相異なる幾何学的判断の体系が成立していることも、疑いを容れない事実だといえよう。

ここにいたって、カントにとってもマルチンのカント擁護にとっても根本的な難点が生じてくるのである。というのは、以上の吟味からひるがえってカントの理説を見てみるとき、カントの理説が非ユークリッド幾何学成立の可能性を全く排除するものであることが、明らかに見とられるからである。まず、つぎの点があげられる。カントは「二直線によって囲まれた図形」を、直観的に構成されないという理由で、幾何学の対象として認めなかった。しかしながら、この図形はリーマン的直線規定にもとづいて明らかに構成可能であり、直観可能である。

したがって、カントが「二直線によって囲まれた図形」の存在を否定したということは、カントがリーマン的直線規定の可能性に対して無知であったことを意味するであろうし、さらに、カントが一般に非ユークリッド幾何学に対する知識をもたなかったことを、明らかに示唆するものであろう。

一方、マルチンは第二の論証において、非ユークリッド幾何学の構成的性格については、断定的な結論を下してはいない。マルチンはユークリッド幾何学のみが直観的構成の可能な唯一の幾何学であり、非ユークリッド幾何学は単なる思惟の産物にすぎないというのがカントの見解であると理解し、大体においてこの理解をまた自己自身もとっているようである。しかしながら、マルチンは現代的な視野から、また「非ユークリッド幾何学も、ある仕方では構成されるように思われる」(S. 33f.) とも述べており、この点に関するマルチンの見解は非常なあいまいさを示しているように思われる。このようなマルチンに対しては、以上の考察からしてつぎのように提言することができよう。非ユークリッド幾何学はユークリッド幾何学と全く同等の構成的性格をもっている。マルチンは、カントの理説からすれ[illegible]ば非ユークリッド幾何学は単なる思惟の産物にすぎず、ユークリッド幾何学のみが直観的構成可能な唯一の幾何学である、としているが、このようにカントの理説を理解するかぎり、マルチンはどのような仕方においても、幾何学の構成的性格に関するこの問題において、カントを擁護することはできない、と。さらに、非ユークリッド幾何学がユークリッド幾何学と全く同等の構成的性格をもって事実成立しているかぎり、カントが非ユークリッド幾何学の構成的性格を認めえなかったとするならば、このことは何よりも、カントの理説が非ユークリッド幾何学成立の可能性を含みえないものであることを、示唆するのではないか、と。

ところで、この示唆は、カントが純粋直観を「アプリオリな直観」と規定したことによって、決定的となる。カントにおける「アプリオリ」の表徴の根本的な一つは、「あることがらが、それ以外であることはできない」(B. 3) という必然性である。したがって、カントにとって、幾何学的判断を可能にする純粋直観は、唯一のものでなければならなかったのである。つまり、カントにとってはそれは「感性がアプリオリに与えうる唯一の純粋直観」(A. 21, B. 36) であり、それにもとづいて「ひとは唯一つの空間を表象しうるにすぎない」(A. 25, B. 39) とされているのである。ところで、カントはユークリッド幾何学を範例として思考法の転換を試み、つねにユークリッドの命題を例示して幾何学を論じ、しかも、純粋直観にもとづいて成立する幾何学的判断を、「それ以外であることはできない」厳密な必然性をもつアプリオリな判断と規定しているのである。さらに、カントは幾何学体系の最根本の前提である公理をも、アプリオリな純粋直観にもとづくアプリオリな綜合判断としているのである。「アプリオリな綜合原則は、それが直接に確実であるかぎりにおいて公理である。……数学は概念の構成により対象を直観して、対象の述語をアプリオリに結びつけうる故に、公理

を有しうるのである。」(A. 732. B. 760) かくして、カントにとって幾何学的体系は、徹頭徹尾唯一絶対の体系でしかありえなかったのである。さらにまた、さきに見てきたように、リーマン幾何学においては明らかに構成可能な「二直線によって囲まれた図形」の数学的存在を、否定していたのである。これらのことからして、明らかにカントが純粋直観を、ユークリッド的なもの以外ではありえない、と考えていたことは確かであろう。かくして、カントが単なる「三角形」の概念のみから、幾何学的判断を成立せしめる三角形の直観が可能であると考えたとき、ユークリッド的三角形のみが意味されていたことは明らかである。一方、さきに見てきたように、現代の数学は三通りの直観的構成が可能であることを示している。にもかかわらず、カントはユークリッド的直観構成のみを唯一のものとしたのであるが、カントはその理由を何ら示してはいない。このように考えてくると、幾何学的直観が三通りあるにもかかわらず、カントが純粋直観を唯一絶対のものと考えたのは、実は彼がユークリッド的直線規定のみを唯一のものとする無意識的前提に立ち、それに束縛されており、しかもカントはこのような自らの無意識前提からくる束縛に気付かなかったものと推察する以外にはなかろう。(7) その故にこそ、また単なる「三角形」という概念のみから、幾何学的判断の対象としての三角形が構成されるものと、思い誤ったのであろう。

　このように見てくると、つぎのような結論が確実なものとして導き出されるであろう。カントの純粋直観はユークリッド的直線規定に束縛されたユークリッド的直観構成以外の何ものでもなく、そのかぎり非ユークリッド的直観構成の可能性を、ひいては、さらに非ユークリッド幾何学成立の可能性を原理的に排除するものである、と。この意味において、ヤスパースが「カントは非ユークリッド幾何学の非直観的諸空間について何も知らなかった」(8) と端的に述べているのは、まさに妥当な見方であろう――但し非ユークリッド的空間を非直観的ということは是認されないけれども――。

　さて、このような観点から再びマルチンのカント擁護の論述をふりかえってみよう。マルチンは第一の論証において、主語「三角形」に対して内角の和に関する三通りの述語づけがなされることを「公理的思惟の自由」として述べ――三角形に関するこの命題は定理であり、これを公理の実例として挙げることの誤りは註（4）に示した――、それをカントの幾何学的綜合の基本的な一性格であると理解していた。こうすることによって、マルチンはカントの理説から非ユークリッド幾何学の成立を理由づけていたのである。しかし、いま見てきたように、カントは幾何学体系の最根本の前提である公理からして、アプリオリな純粋直観にもとづく綜合判断、それ以外ではありえない必然的な綜合判断と規定しているのである。そして、このことはカントがユークリッド的直観構成を唯一絶対のものと誤認していたことに由来し、ここにこそカントの根本的な難点があったのである。したがって、カントにとっては、公理はユークリッド的公理以外の何ものでもなく、さらに、三角形の内角の和

は二直角以外ではありえなかったのである。カントの綜合は、少くとも数学に関するかぎり、徹頭徹尾アプリオリな純粋直観にもとづく必然的な綜合なのである。かくして、カントの綜合を思惟による自由な概念結合と理解することによって、カントの理説から非ユークリッド幾何学の成立を理由づけようとしたマルチンの第一の論証は、誤ったカント解釈の上に立つカント擁護として、その挫折を宣告されざるをえないであろう。なお、マルチンは、第二の論証においては、カントの綜合を直観にもとづく必然的綜合として正しく理解しているのであるが、同じくカントにおける幾何学的判断の「綜合」を理解するのに、第一の論証では公理主義の立場から思惟の「自由なる綜合」をとり、第二の論証では直観にもとづく「必然的綜合」をとっている。全く同じ「綜合」を理解するのに、自由と必然という全く相矛盾する理解が、マルチン自身の中で、どのように調和、統一されているのだろうか。

かくして、以上の批判的考察は、「カント的前提のもとで非ユークリッド幾何学を想定することは、単に可能であるのみならず、必然的でさえある」(S. 27) というマルチンのカント擁護を、全面的に否認する結果となった。ところで、このようにカント的前提のもとではおこりうるはずのない非ユークリッド幾何学が、ユークリッド幾何学と同等の権利をもって、事実幾何学として成立したということは、このことだけで、ユークリッド幾何学のみを唯一の幾何学と前提し、それを範例として展開されたカントの先験的理説そのものに、重大な動揺をもたらすのに充分ではなかろうか。さらに、カントの先験的理説は、それ以外であることのできない絶対の必然性をもつアプリオリな綜合判断の可能性をめぐって展開されているのであるが、アプリオリな綜合判断の重要な実例としてカントがあげた幾何学に、その成立の基盤を異にする三つの体系が同等の権利をもってならび立つのを見るとき、幾何学的判断を「アプリオリ」な綜合判断とすること自体に疑惑の目が向けられることは当然ではなかろうか。この意味で、公理の性格づけに関するポアンカレのつぎのような叙述は、カントの「アプリオリ」の核心を明確に捉えた上での全く至当な問題提起だといえよう。「これらの公理はカントの言ったように先天的綜合判断であろうか。そうだとすると、これらの公理は非常に強い力で我々を束縛するから、我々はこれに反する命題を考えることも、またそういう命題にもとづいて理論的な建築を作り上げることもできない。非ユークリッド幾何学というようなものは存在しない筈である。」[9]

しかしながら、非ユークリッド幾何学の成立が、カントの先験的理説に対してどのような影響を与えるかという問題は、さらに進んで幾何学の客観的妥当性の問題をも含めて論ずる必要があろう。この問題は当然現代物理学の成果とも関連してくる。マルチン自身この観点からもカント擁護の論述を展開しており、また他にもこの点からカントを擁護しようという見解を見ることができるので、それらとの関連において、他日稿を改めてこの問題を論じてみたい。

(1) I. Kant: Kritik der reinen Vernunft. 以下引用文に A. 15, B. 20 等としてA版、B版のページを示す。

(2) Gottfried Martin: Immanuel Kant (1951). による。以下 S. 20 等とページ数のみを示すのは、この著書からの引用文。

(3) David Hilbert: Grundlagen der Geometrie, 5. Aufl. (1922) S. 2.

(4) このようにマルチンが、三角形の内角の和に関する命題を公理として取扱うことには問題がある。この命題はユークリッドの体系においては明らかに定理であるし、またヒルベルトの『幾何学基礎論』においても、平行の公理と合同の公理から導かれる定理(Satz 21)として扱われている(ibid. S. 21)。したがって、マルチンがこの命題の成立を公理措定の実例として挙げているのは、明らかに誤っているのではなかろうか。なるほどこの命題と平行の公理との等値性がよく言われるが、特に公理そのものの措定を問題にするときに、体系の根本的な前提として証明不可能な公理と、それから証明される定理との混交は許されないのではなかろうか。さらに、公理主義においては、公理の措定に対して、公理系の無矛盾性、独立性、完全性という厳しい条件をつけている。したがって、公理の措定を単に自由なものとのみ考えることは、不充分な理解ではなかろうか。このことは、マルチン自身について端的に批判されることであるとともに、あるいは公理主義そのものに対しても、自己の立場への自己反省の契機を蔵しているかもしれない。

(5) マルチンが註釈(S. 237)において、ナトルプのカント擁護の論述として特に指定した箇所{P. Natorp: Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften (1910), 2. Aufl. (1921) S. 309f.}に、つぎのようなナトルプの見解が示されている。ナトルプは、カントのアプリオリな空間直観は空間問題の究極的解決ではないが、非ユークリッド幾何学成立の事実によって否定されるようなものではないとして、つぎのように述べている。「もしも空間のユークリッド的表象が絶対的な思惟必然ではないことの証明がなお必要であるならば、この証明は、無矛盾な、したがって思惟可能な非ユークリッド的空間体系の提示と完成によって、もちろんもたらされてはいる。しかし、この証明は、他の場合にはいかに重要であろうとも、カントにとっては必要ではない。というのは、ユークリッド的空間が絶対的な思惟必然性ではないという命題こそは、ユークリッド的空間が、人間にとっては本来的であるところの……直観的必然性であるという、彼のテーゼの本質的前提の一つだからである」と。そして、ユークリッド的空間秩序のみが人間にとって唯一の直観可能なもので、現代においても、幾何学の実状とカントのテーゼは充分合致していると述べている。

(6) 幾何学を本来形式論理と等しく演繹的分析の体系とする立場からでも、それが何らかの解釈を与えられると綜合

的言明になりうることを、例えばライヘンバッハはつぎのように簡潔に述べている。「数学者の幾何学はしたがって分析的性格のものである。ただ含意（implications）が分裂せられ、公理と定理が別々に主張されるときにのみ、幾何学は綜合的言明を導くのである。その場合、公理は対等の定義による一つの解釈を必要とし、かくしてそれは物理的対象についての言明となるのである。そしてこの場合に幾何学は物理的世界について叙述する体系となるのである。」(Hans Reichenbach: The Rise of Scientific Philosophy, 8th printing. 1962. pp. 139-40). この叙述はもちろん純粋幾何学に対して経験的解釈を与えた場合についてのものであるが、直観的解釈を与えられた直観幾何学についても同じことが言い得よう。

(7)　このように、根本的なところで、ある特定の概念――直線規定――に束縛されているような、制約された直観を、もっとも基盤的にして唯一絶対のものを意味する「純粋直観」と考えることは許されないことではなかろうか。

(8)　ヤスパース『カント』重田英世訳　理想社　p. 55.

(9)　ポアンカレ『科学と仮説』河野伊三郎訳　岩波文庫　p. 83.

（筆者　畝傍高校教諭　奈良医大ドイツ語非常勤講師）

*Essays on the Law of Nature*, written shortly after 1660, to *Two Treatises of Civil Government*, 1690, and *An Essay concerning Human Understanding*, 1690. Locke deals with the Christian faith directly in his later work, *The Reasonableness of Christianity, as delivered in the Scripture*, 1695.

2. As it has been since his ESSAYS, the principle of knowledge in his ESSAY, bk. I and II, is the *light of nature*. But in his ESSAY, bk. IV he speaks not only of natural revelation but also of *direct revelation.*
3. This *direct revelation* forms the connecting link between his earlier works and his later ones, *The Reasonableness of Christianity* and also *A Discourse of Miracles.*
4. This direct revelation from God is delivered through *miracles.* The doctrine of miracles is found for the first time in his ESSAY, bk. IV, and has a great significance in his later religious works.
5. The word *reasonableness* in the title *The Reasonableness of Christianity* means that the doctrine of Christian religion is conformable to the reason of mankind given by God. It doesnot mean the reasonableness of deism.
6. The doctrine of original sin in *The Reasonableness of Christianity* does not repudiate original sin, but distinguishes it from original guilt. The salvation from original sin is not given by the law of works, but by the law of faith. Here lies the very rôle of Jesus Christ.

## Kant und die nicht-euklidischen Geometrien

### —— in Beziehung auf Martins Verteidigung der Theorie Kants ——

von Masataka Miyaji

Die Frage, ob Kants Erkenntnistheorie die nicht-euklidischen Geometrien zu begründen vermöge oder nicht, würde ein wichtiges Problem für die moderne Abschätzung seiner Theorie bedeuten. Gottfried Martin behauptet, daß die Geometrie aus dem axiomatischen Charakter und aus dem konstruktiven bestehe, und daß Kant durch seine Einsicht, die geometrischen Urteile seien synthetisch, diese beiden Charaktere richtig erfasse. Auf dem Grunde solches Verstehens betont Martin die moderne Bedeutung der Theorie von Kant folgendermaßen : Erstens, Kants Theorie vermöge drei geometrische Systeme, also auch die nicht-euklidischen Geometrien zu begründen, weil "Synthesis" von Kant drei Arten von freien Setzungen der Axiome in der Axiomatik enthalte ; zweitens, Kants Annahme der euklidischen Geometrie als der einzigen sei richtig, weil die nicht-euklidischen Geometrien keinen konstruktiven Chahakter hätten und bloße Gedankending seien, während die euklidische Geometrie allein in der Anschauung konstruierbar, also die einzig echte Geometrie sei.

Dagegen denke ich erstens folgendermaßen : Kants "Synthesis" in der mathematischen Erkenntnis ist keineswegs die freie Verbindung der Begriffe nur durch das Denken, sondern durchaus die notwendige Verbindung mittels der reinen Anschauung a priori. Daher ist Martins Versuch mißlungen, Kants Theorie mit den nicht-euklidischen Geometrien übereinstimmen zu lassen, indem er Kants "Synthesis" für die freie Setzung der Axiome, d. h. für die freie Verbindung der Begriffe nur durch das Denken hält.

Zweitens denke ich über den konstruktiven Charakter der Geometrie folgenderweise : In diesem Fall wird jedes geometrische Urteil mittels der Anschauung der räumlichen Figur gebildet, welche nach der Bestimmung der geraden Linie, die das Parallelenaxiom jedes Systems darstellt, im Bewußtsein ideal konstruiert wird. Daher können auch die nicht-euklidischen Geometrien ebenso in der Anschauung konstruiert werden, wie die euklidische. Um von Kant selbst zu sprechen, handelt er in der Tat in seiner ersten Kritik nur von der euklidischen Geometrie und von keiner anderen. Das bedeutet, daß Kants Theorie die Möglichkeit der Grundlegungder nicht-euklidischen Geometrien durchaus ausschließt, denn

Kants "a priori" bedeutet eine absolute Notwendigkeit ⟨nicht anders sein zu können⟩. Für Kant kann die Geometrie nichts anderes als die euklidische sein und die geraden Linien, mit denen Figuren konstruiert werden sollen, nichts anderes als die euklidischen.

Aus den obenerwähnten Betrachtungen folgere ich, daß es für Kants Theorie unmöglich ist, die nicht-euklidischen Geometrien zu begründen.

## Max Webers politisches Denken
### ——Nationalismus und Rationalismus——

Kei Nishitani

Max Weber hat versucht, die Politik von der Wissenschaft scharf zu unterscheiden. Während er von der Wissenschaft die Wertfreiheit forderte, damit sich die wissenschaftliche Erkenntnis die Objektivität bewahren könne, gab er doch Werturteile über die aktuellen politischen Probleme, die ihm damals Deutschland vorgelegt hatte. Denn ihm lagen die deutsche Nation und ihre Machtstellung in der Welt am meisten am Herzen. Seiner Ansicht, nach brauchte Deutschland die politisch reife Nation und die verantwortungsbewußten Politiker, um seine Stellung als Großmacht zu behaupten. Darum schlug er die Parlamentsreform und die unmittelbare Wahl des Reichspräsidenten vor. So hoffte er, daß dadurch den Politikern die Gelegenheiten zur politischen Tätigkeiten gegeben werden könnten. Der Politiker ist wie er behauptete, nicht nur für die Folgen seiner eigenen Tätigkeiten, sondern auch für die der Tätigkeiten seiner Gefolge verantwortlich. In der Wissenschaft muß sich jeder Wissenschaftler seiner Werturteile enthalten. Darin ist die Haltung des Wissenschaftlers von der des Politikers zu unterscheiden. Die Haltungenbeider haben aber es miteinander gemein, daß jeder in seiner Beschäftigung die Verantwortung für die Geschichte auf sich nehmen muß.