帰納論理学と確率(1)

内井惣七

一　フレーゲの仕事に端緒を開いた記号論理学がその後めざましい進展をとげたことはいまさら論ずる必要はない。しかし伝統的に演繹論理学と対に扱われてきた帰納論理学についてはそれほどはなばなしくはない。一九四〇年代後半にルドルフ・カルナップが始めた数学的な帰納論理学構築の仕事はまだきわめて基礎的なレベルで低迷していると見る向きがあるかもしれない。この見方はしかし必ずしも当っていない。まず第一に、帰納法の哲学的諸問題および確率論の基礎を論ずる際にカルナップの帰納論理学の仕事（とくに〔10〕と〔11〕）はすでに欠かすことのできないものとなっていることを見逃してはならない。第二に、カルナップの仕事を背景として最近帰納論理学における新しい重要な成果が着々と生まれてきつつあることが挙げられる（例えば〔28〕—〔33〕）。実際、帰納論理学、確率基礎論、および経験的立証の理論 confirmation theory の一群の問題は最近の科学哲学における最も活発な論議の対象の一つである

本稿の目的は、まず第一に、帰納法および確率の問題を扱う際にいわばフレーゲの仕事が演繹論理学において持つと同様の位置を占めるカルナップの帰納論理学を〔10〕、〔11〕を中心として）かなりつっこんで紹介することである。第二に、カルナップのアプローチの一つの重要な発展、ヒンティカの帰納論理学を紹介する。そして最後に帰納論理学の今後の発展の方向を手短に見渡してみたい。なお、興味ある読者のために巻末に関連文献(2)をかなり詳しく挙げておく。

さて本論に入る前に、まず一つの基礎的な点を確認しておきたい。それは(a)探究の論理 logic of inquiry と(b)正当化の論理 logic of justification との区別である。以下で言及する帰納法あるいは帰納論理は当然(b)に属する。つまり帰納論理とは与えられたデータからいかに一般的仮説を見出すか（いわば発見法）に関する手続きではなく、ある仮説とデータが与えられたとして、その仮説がこのデータによってどれほど正当化（支持）されるかを判定する論理であると理解されたい（cf.〔24〕pp. 14—15）。帰納論理を(a)に属すると誤解することから無用の混乱と的外れの攻撃が生まれる。

一、カルナップの帰納論理学

二　簡単な帰納推理の例から話を始めよう。われわれが実験室で種々の金属片の電導性の試験をしているとしよう。いま数個の試験片（c_1—c_n）を調べた結果すべてそれらは電導体であった。この結果に基づいてわれわれは次の $n+1$ 番目の金属試験片も電導体であるという仮説を立てたとしよう。そのとき、われわれはこの仮説が真である公算は大きいと思う。以下での記述の便のために、

$Mx = x$ は金属である、

$Ex = x$ は電導体である

としよう。するとわれわれの仮説 h とそれを支持する証拠 e とは次のように書ける。

$$h = Ec_{n+1}$$

$$e = (Mc_1 \ \& \ Ec_1) \ \& \cdots \& \ (Mc_n \ \& \ Ec_n) \ \& \ Mc_{n+1}.$$

さらに、e が h に対して与える支持の度合 degree of confirmation (support) を P (h, e) という記号で表わすと、上述の帰納推理の例は次の言明に集約されよう。

$$P(h, e) = \text{high}.$$

上述の例は通常「単純枚挙による帰納法 rule of induction by simple enumeration」とよばれる帰納推理の一例であるが、このように「支持の度合」という概念を導入すれば、すべての帰納推理は同様に右のような等式でおきかえられるということが明らかであろう。そうすると帰納論理学を体系化するということは、$P(h, e)=x$ という支持の度合を表現する言明の真偽が決められるような体系をつくることに帰着する。手短に言って、これがカルナップの帰納論理学のプログラムにほかならない。

数学あるいは統計学で確率論を少しでもかじった方なら $P(h, e)$ という記号が h の e が与えられた場合の相対的確率 conditional probability の表現に類似していることにすぐ気がつくだろう。実際、カルナップによれば支持の度合 $P(h, e)$ は一種の確率概念なのである。カルナップは確率概念を二種区別する。一つは(1)帰納的確率 inductive probability、もう一つは(2)頻度概念としての確率 frequency concept of probability である。経験的統計学で扱われるのは当然(2)であり、これは経験的な確率と言い換えられよう。これに対し帰納論理学の扱うのは(1)であり、これが「支持の度合」にほかならない。(1)は(2)よりも根本的である。なぜなら(2)を含む命題すなわち統計的あるいは経験確率的な仮説は当然経験的な立証 confirmation の対象になるからである。例えば、あるサイコロの一の目が出る経験的な確率は $1/5$ であると主張する仮説を h_1、その確率は $1/10$ であるという仮説を h_2 としよう。いまこのサイコロを実際に五十回投げてみて一の目が出た回数が六回だったとしよう。このデータを e とすると h_1 は e によってあまり支持されない。むしろ h_2 の方がより確からしいといえる。すなわち

$$P(h_2, e) > P(h_1, e).$$

このように経験的確率に関する命題はそれ自体また帰納的確率を持つ（ある証拠に相対的に）。したがって(1)は(2)よりも根本的であり、帰納論理学の対象は(2)ではなく(1)である。

三　ここで当然つぎのような疑問が出るであろう。「前節の例で一応(1)と(2)の区別がつけられるのはわかる。しかし(1)自体がまた経験的な（(2)よりは一次元高いレベルでの）確率である可能性があるではないか。」実際、ライヘンバッハのような頻度説者は(1)と(2)の間の絶対的な差を認めず、確率概念はすべて経験的な相対頻度によって説明できると主張した（〔47〕）。この頻度説はまた帰納法の正当化の試みとも密接な関係がある。ここではしかしこれらの問題には深入りしないで、頻度説を(1)にまで適用するときの二つの根本的な困難を指摘するだけにしておこう。(i)この説によると、$P(h,e)=x$ という帰納確率言明の真偽も経験によって支持されねばならず、その支持の判断の基準もまた経験的に云々と無限溯行に陥る。(ii)さらに確率概念は頻度が数えられる集合あるいは事象の系列を前提としてのみ定義できるから、個別的な事象 single events あるいは命題の確率を云々するのは無意味となる。帰納的な確率をも頻度説で説明しようとする立場に対する批判は現在では数多いが、代表的なものとしてバークス〔4〕を参照されたい。

確率論の主観説 subjective (personalistic) theory of probability の信奉者たちもまた(1)、(2)の間の原理的な違いを否定する。なぜなら、彼らによると確率とは個々人の主観的な信念の度合 degree of belief にほかならず、「頻度概念としての確率」なるものは存在しないからである。[3] この主観説についても今ここで立入るのは避けるが、頻度説との対比のために次の点だけを挙げておこう。(i)「信念の度合」はある理想化された条件のもとでの個人の賭の率 betting quotient であると説明されるから、$P(h, e)=x$ の真偽は個々人に相対的にではあるが無限溯行に陥らずに確認できる。(ii)また、個別的な事象（命題）の確率を云々することもこの立場では全く有意味なことである。

四　さてカルナップによると仮説が経験的証拠によって支持される度合が帰納的確率にほかならないから、「支持の度合」の論理すなわち帰納論理学は確率論理学にほかならない。より正確には、帰納論理学の取扱う概念 $P(h, e)$ はまず、確率算 probability calculus の公理を満足するものである。確率算はつぎの公理群[4]で定義できる。

A・1 もしeが$\sim(h \,\&\, g)$を論理的に含意する（条件eのもとでhとgが排反）ならば、

$P(h \vee g, e) = P(h, e) + P(g, e)$.（和公理）

A・2 $P(h \,\&\, g, e) = P(h, e)\, P(g, h \,\&\, e)$.（積公理）

A・3 もしeがhを論理的に含意するならば、$P(h, e) = 1$.

A・4 もしdとeが論理的に等値ならば、$P(h, d) = P(h, e)$.

ここでd、e、h、およびgは命題をその変域とし、$\sim$、$\vee$、$\&$はそれぞれ否定、選言、連言の記号である。また$P(h, e)$はeが矛盾命題の場合は定義されていないと理解する。さらに、相対的確率$P(h, e)$に加えて無条件確率$P(e)$をも定義しておいた方が以下で便利である。

D・5 $P(e) = P(e, t)$, ただしtは任意の論理的に真である命題である。

右の公理中いくつかは「論理的含意」あるいは「論理的等値」の条件つきであることに注意しよう。例えば**A・3**において条件が「$e \supset h$」（つまり「$\sim e \vee h$」）に置換えられると、結果は明らかに偽になるであろう。具体的な例として、いまカラスa、b、c三羽は事実すべて黒いと仮定してつぎの三つの言明を考えよう。

$e = a$とbはどちらも黒い

$h = a$は黒い

$g = c$は黒い

この場合明らかにeはhを論理的に含意する。したがって**A・3**により$P(h, e) = 1$である。しかし「$e \supset g$」は真であるがeはgを論理的には含意しない。したがって必ずしも$P(g, e) = 1$は成立しない。これと類似のことは様相論理 modal logic の文脈でも生じる。例えば「$\Box p$」を「必然的にp」と読むとすると、$\Box(e \supset h)$は真であろう。しかし$\Box(e \supset g)$は偽である。この確率オペレーターPと様相オペレーター□の文脈の類似がどういうところから生じ

るかは次節以下で明らかになるであろう。

確率算の公理から次の頻繁に用いられる定理が導かれる。

T・6　もし $\mathrm{P}(e)\neq 0$ ならば、$\mathrm{P}(h, e)=\dfrac{\mathrm{P}(h\,\&\,e)}{\mathrm{P}(e)}$.

五　確率算には多くの定理があるが、そのいずれによっても（二、三の例外を除いて）$\mathrm{P}(h, e)=x$ という形の命題の真理値は決まらない。e が h あるいは $\sim h$ を論理的に含意せぬかぎり、x には0と1の間のいかなる実数を入れても確率算の公理には矛盾しない。したがってカルナップのいう帰納論理学をつくるためには確率算だけでは明らかに不十分である。そこでカルナップはある与えられた言語内のいかなる命題のペア (h, e) についても $\mathrm{P}(h, e)$ の値が一義的に決められるような帰納論理学（のいわば理想化されたモデル）を構成する方法を考え出したのである。この方法のアウトラインを以下に述べよう。

(i) L^k_N は一階の述語論理をコアとした言語で、k 個の一項基礎述語 monadic primitive predicates P_1、P_2、・・・P_k と N 個の個体定項 individual constants c_1、c_2、・・・c_N を持つものとしよう。k 個の基礎述語は互に論理的に独立であると仮定しておく。以下では具体的な例で考えた方がわかりやすいので、われわれの最初の金属の電導性の例を用いることにする。Mx（x は金属である）、Ex（x は電導体である）に加えて四つの個体定項 c_1、・・・c_4 を導入するとわれわれの言語は L^2_4 ということになる。M と E は明らかに論理的に独立である。そうするとこの言語内で記述できる最も狭い性質は $M\&E$, $M\&\sim E$, $\sim M\&E$, $\sim M\&\sim E$ の四種である。これらの最も狭い性質をQ性質、対応する四つの述語をQ述語（右の順序で Q_1—Q_4 とする）と呼ぶことにする。（以下では連言記号&は省略することがある。）

(ii) つぎに個体定項 c_1—c_4 をこれら四つのQ述語に適当に割当てていくことによって、L^2_4 における最も詳しい言明を得ることができる。例えば

$Q_1c_1\ \&\ Q_2c_2\ \&\ Q_3c_3\ \&\ Q_4c_4.$

このような言明を「状態記述 state-description」と呼び *st* と略することにしよう。任意の *st* は L^2_4 内で表現できる世界の一つの可能な状態 a possible state of the universe、あるいはもっと略して一つの可能な世界 a possible universe の記述なのである。なぜなら、容易にわかるように、*st* は L^2_4 内の各々の原子命題 atomic statement が真あるいは偽となる可能性のうちの一つを選んだものにほかならない。例えば先の *st* を書き直すと、

$$Mc_1\ \&\ Ec_1\ \&\ Mc_2\ \&\sim Ec_2\ \&\sim Mc_3\ \&\ Ec_3\ \&\sim Mc_4\ \&\sim Ec_4$$

となる。L^2_4 には $2\times4=8$ 個の原子命題があり、その各々について真偽の可能性は二つある。したがって合計二五六 (2^8) の *st* があるわけである（一般に L^k_N においては 2^{kN} の *st*）。このように帰納論理は様相論理と同様に少くとも意味論のレベルで「可能な世界」という概念を前提している。粗く言って、これが先に述べたような $P(h,e)$ と様相オペレーター□の文脈の類似が生じる理由である。[5]

(iii) 上述の状態記述は互いに排反でしかも全ての可能性を数えつくしている。したがってこれらの *st* に確率を（総和が1になるように）配分することにより、われわれの言語内の任意の言明の確率を定めることができる。なぜなら、任意の言明 h はその選言標準形 disjunctive normal form に変形でき、後者はある *st*——$st_{i1},\cdots,st_{im}$ としよう——の選言にほかならないからである。これらの $st_{i1},\cdots,st_{im}$ は互いに排反だから**A・1**と**D・5**により、

$$P(st_{i1}\vee\cdots\vee st_{im})=P(st_{i1})+\cdots+P(st_{im}),$$

つまり全ての *st* の確率が与えられておれば、任意の言明 h の確率が計算できる。

(iv) 最後に任意の言明のペア (h,e) について（e は矛盾ではないとする）、$P(h,e)$ は**T・6**によって定まる。カルナップは「$P(h,e)$」のかわりに「$c(h,e)$」という記法 (confirmation の c) を用い、$c(h,e)$ を c=函数と呼ぶが、ある特定の c=函数をきめることはすべての *st* に対する確率配分をきめることに等しいことが明らかであろう。

六　そうすると問題は、この確率配分をどのような条件で行えばわれわれの通常の帰納推理に近い帰納論理学ができるかということになろう。そこで目標をまず本論の冒頭で述べた単純枚挙による帰納法に絞ってみよう。この帰納推理ができるような帰納論理学をつくるにはどのような確率配分を行えばよいだろうか。カルナップが初期の仕事で好んだ函数（帰納論理）c^*は次の様にして定義される（〔10〕Appendix)。

まず同型測度 isomorphism measure I(st)[6] と構造記述 structure-description（str と略記）を定義する。

(a)二つの状態記述 st_i と st_j について、もし一方が他方から個体定項を一対一対応によって置換することによって得られるならば、二つは互いに同型である。

例えばL^2_4において、Q_1c_1 & Q_1c_2 & Q_1c_3 & Q_2c_4, Q_1c_1 & Q_1c_2 & Q_2c_3 & Q_1c_4, Q_1c_1 & Q_2c_2 & Q_1c_3 & Q_1c_4, Q_2c_1 & Q_1c_2 & Q_1c_3 & Q_1c_4 の四つの st はすべて互いに同型である。しかしこれらと Q_2c_1 & Q_2c_2 & Q_2c_3 & Q_1c_4 とは同型ではない。

(b)任意の st_i について、これの同型測度 I(st_i) はこの st_i に同型のすべての状態記述（st_i 自身をも含める）の数である。

右の四つの st のいずれについてもその同型測度は4であることが明らかである。この同型測度はいわば世界（の一状態）の一様性 uniformity の度合を測るものである。より正確には、st に対応する世界の一様性の度合は I(st) に逆比例するとみなされてよい。例えば、

$$st_1=Q_1c_1\ Q_1c_2\ Q_1c_3\ Q_1c_4$$

という全く一様な世界の同型測度は1である。これに対し、

$$st_2=Q_1c_1\ Q_2c_2\ Q_3c_3\ Q_4c_4$$

という多様な世界の同型測度は24（=4!）となる。明敏な読者はここですでに単純枚挙による帰納法と同型測度との

密接な関係を見てとるかもしれない。すなわち st の同型測度に反比例して確率配分を行えば、単純枚挙によって確率（経験による支持の度合）がだんだん増加していく論理が生まれそうである。だがこれを確認する前に構造記述を定義しなければならない。

(c)構造記述 str はすべての互いに同型な st の選言である。

例えば st_2 に対応する str は st_2 に同型な24の st の選言となる。ある st がどの個体がどのQ性質を持つかをいちいち明記するのに対し、str は与えられたQ性質についてどの個体かは明示せず何個の個体がそのQ性質を持つかを述べていると解釈できる。先の st_2 に対応する str は四つのQ性質が各々一個の個体に所属するという記述になる。このように str はある世界の統計的な構造の記述にほかならない。L^2_4 においては35の異なる str がある（一般に L^k_N においては 2^k を K と略すると、$\binom{N+K-1}{K-1}$ の str がある）(7)。

さてカルナップの c^* という函数は(i)まずすべての str に等しい確率を配分し、(ii)つぎに各々の str の選言項である st にその str の確率を再び等配分することによって得られる。この操作を同型測度を用いて言い直すと、任意の st の確率は次式で与えられる。

$$\mathrm{P}(st)=\frac{1}{str\text{ の数}}\cdot\frac{1}{\mathrm{I}(st)}.$$

与えられた言語内では str の数は定数であるから、c^* においては st の確率はその同型測度に反比例するということが明らかである(8)。L^2_4 におけるいくつかの st の確率を表1に示しておこう。

つぎに、この確率配分によって枚挙による帰納法が実際働くことを示そう。まず

$$\mathrm{P}(Ec_1,\ Mc_1)=\frac{\mathrm{P}(Ec_1 Mc_1)}{\mathrm{P}(Mc_1)}=\frac{1/4}{1/2}=\frac{1}{2}.$$

	st	$\mathrm{I}(st)$	$\mathrm{P}(st)$
(1)	$Q_1c_1\ Q_1c_2\ Q_1c_3\ Q_1c_4$	1	$^1/_{35}$
(2)	$Q_2c_1\ Q_2c_2\ Q_2c_3\ Q_2c_4$	1	$^1/_{35}$
(3)	$Q_1c_1\ Q_1c_2\ Q_1c_3\ Q_2c_4$	4	$(^1/_{35})\ ^1/_4$
(4)	$Q_2c_1\ Q_2c_2\ Q_2c_3\ Q_3c_4$	4	$(^1/_{35})\ ^1/_4$
(5)	$Q_1c_1\ Q_1c_2\ Q_2c_3\ Q_2c_4$	6	$(^1/_{35})\ ^1/_6$
(6)	$Q_1c_1\ Q_1c_2\ Q_2c_3\ Q_3c_4$	12	$(^1/_{35})\ ^1/_{12}$
(7)	$Q_1c_1\ Q_2c_2\ Q_3c_3\ Q_4c_4$	24	$(^1/_{35})\ ^1/_{24}$

表　1

すなわち実験データ何もなしで金属片 c_1 が電導体であると予測する場合は確率は $\frac{1}{2}$ である（$\mathrm{P}(Ec_1Mc_1)=\frac{1}{4}$ および $\mathrm{P}(Mc_1)=\frac{1}{2}$ はそれぞれ $Ec_1\,Mc_1$, Mc_1 を論理的に含意する st の確率の和をとれば得られる）。しかし調べた三個の金属片 c_1—c_3 がいずれも電導体であったというデータを得たのちでは、

$$\mathrm{P}(Ec_4,\ Mc_1Ec_1\ \&\ Mc_2Ec_2\ \&\ Mc_3Ec_3\ \&\ Mc_4)=\frac{\mathrm{P}((1))}{\mathrm{P}((1)\vee(3))}=$$

$$=\frac{^1/_{35}}{^1/_{35}+(^1/_{35})\,^1/_4}=\frac{4}{5},$$

すなわち、最後の金属片 c_4 も電導体であるという予測は確率が $\frac{4}{5}$ まで上がる。このように函数 c^* によって枚挙による帰納法が量的に表現できる。

七

カルナップの函数 c^* は彼が正則対称c-函数と呼ぶ函数群の一つである。そこで「正則」および「対称」とは何を意味するのかを手短に述べておこう。

(1)(a) L^k_N の各々の st の確率の和は1であり、かつ(b)いかなる st の確率も0ではない（Nは有限と仮定して。〔10〕p. 295)。

この(1)の条件を満たす確率配分によって定まるc-函数は正則 regular であるといわれる。無限（可算個）に多くの個体定項を持つ言語 L^k_∞ のための正則c-函数は L^k_N の正則c-函数の $N\to\infty$ の場合の極限であると定義される(〔10〕p. 302)。

つぎに「対称」の概念であるが、これは正確には「個体の対称」の意味である。

(2)もし二つの状態記述 st_i と st_j が同型ならば、$\mathrm{P}(st_i)=\mathrm{P}(st_j)$ である（〔10〕p. 485)。

(2)を満足する確率配分（c＝函数）は対称c＝函数と呼ばれる。われわれのL^2_4の帰納論理は(1)に加えて(2)も満足するから、正則対称c＝函数の一例となる。

さらにもっとよく注意すれば、われわれの例の帰納論理は次の条件をも満たしている。

(3)もし st_j が st_i から任意の二つのQ述語の交換によって得られるならば、$P(st_i)=P(st_j)$ (cf.〔11〕p. 14)。

例えば表1において st (2)は(1)からQ_1をQ_2で置き換えることによって得られる。そして実際 $P((1))=P((2))=\frac{1}{35}$ である。この条件(3)は「Q性質（述語）の対称」と呼ばれる。

つぎに、L^k_N において定義されたc^*は個体の数Nに依存しないことをわれわれの例によって示そう。L^2_1 はMとEの二つの基礎述語に加えて個体定項c_1だけを持つとしよう。このL^2_1における帰納論理を前と同じ手続きで定義できる（すなわちc^*の一例）。そうすると、L^2_1には異なる str は四つあり、その各々は選言項を一つしか持たない。したがって

$$P(Q_1c_1)=P(Q_2c_1)=P(Q_3c_1)=P(Q_4c_1)=\frac{1}{4}.$$

つぎにL^2_1にc_2を加えてL^2_2を得たとしよう。L^2_2には十の異なる str があり、各々の確率はその選言項である st に等配分される。したがって、

$$P(Q_1c_1Q_1c_2)=\frac{1}{10},$$

$$P(Q_1c_1Q_2c_2)=P(Q_1c_1Q_3c_2)=P(Q_1c_1Q_4c_2)=\frac{1}{20}.$$

これより

$$P(Q_1c_1)=\frac{1}{10}+\frac{3}{20}=\frac{1}{4}$$

を得る。全く同様にして $L^2_3, L^2_4, \dots, L^2_N, \dots, L^2_\infty$ のいずれにおけるc^*によっても $P(Q_1c_1)=\frac{1}{4}$が得られる。つまり

L^k_Nにおいて定義されたc^*は（kが一定として）Nに依存しない。この条件はつぎのように正確に述べることができる。

(4) L^k_Nにおける言明hにおいて限量子が全く含まれていないならば、P(h)の値はNにかかわらず一定である（〔11〕p. 13. cf.〔10〕p. 291）。

これを個体数独立の条件 requirement of fitting together と呼ぶことにしておく。

八　以上述べてきたカルナップの方法——すなわちL^k_Nの$\mathfrak{a}$を全て枚挙しそれらに確率配分を行なって帰納論理を定めるという方法——はL^k_NのkとNが大きな場合は少々不便である。そこでカルナップは正則対称c＝函数の一群についてはもっと便利で簡単な方法があることを示した。以下では**七**節の条件(4)を前提するのでL^k_NのNを省略する。

カルナップの新しい方法の根本的な着眼点は、$\mathfrak{a}$に対する確率配分の代りに、帰納法によってわれわれが経験から学ぶ割合をあらわす公式をわり出そうという点にある。まずきわめて単純な例から出発しよう。いまここに一つの銅貨があって、われわれはこれを投げて表（H）あるいは裏（T）が出る確率を知りたいとしよう。そのためにはこの銅貨の形状を調べたり、材料が均等に分布しているか等々を調べる必要があるかもしれないが、キメ手になるのは実際にこの銅貨を投げてみて得られるデータ（経験）であろう。しかしn回の試行で得られたデータに示されたHの相対頻度（すなわち$\frac{H\text{の数}}{n}$）がすなわち求める確率と同一であるとみなすのは少々性急である。経験データの占めるウェイトは当然nの大きさに依存するであろうし、またわれわれがいかほど経験から学ぶ用意があるかにも依存する。例えば何かの理由でこの銅貨は絶対公正 fair だと信じこんでいる人は五〇回の試行で十回しかHが出なくても、Hの確率は$1/2$でありこのデータは偶然かたよっただけだと言い張ることもできる。

こういった考察をもう少し単純化して、カルナップはアプリオリな要因（ファクター）と経験的な要因の二つがそれぞれnの大き

さによって変化するウェイトをもって確率を決定していくシステムを構成した。これが彼の帰納論理（方法）の連続体 continuum of inductive methods である（〔11〕）。われわれの銅貨の例はそれによると次のようになる。まず言語はL^1（基礎述語はH）であり、e_nはn回の試行中Hがn_H回出た（何番目の試行においてかを明示）というデータだとしよう。すると

(1)　$P(H_{c_{n+1}}, e_n)=\frac{n_H}{n}\cdot\frac{n}{n+\lambda}+\frac{1}{2}\cdot\frac{\lambda}{n+\lambda}$

がカルナップの式となる。ここでλ（$\geqq 0$）はパラメーターであり、これは定数として値を定めてもよいしまた以下で述べるような要因の函数であってもよい。このλが経験から学ぶ割合を決定する。

(1)を解説しよう。まずL^1においてはQ性質は二つ（H、$\sim H$）であるからQ性質の対称の条件（七節(3)）と個体の対称（同(2)）によって、いかなる個体定項c_iについても$P(H_{c_i})=P(\sim H_{c_i})=\frac{1}{2}$である。これが(1)の右辺第二項中の$\frac{1}{2}$が出る理由である。言い換えれば、経験データに先立つアプリオリな考察ではHの確率は$\frac{1}{2}$であると推測される。つまり$\frac{1}{2}$がアプリオリな要因である。これに対し、(1)の右辺第一項中の$\frac{n_H}{n}$はHの観察された相対頻度にほかならないから、当然これが経験的要因に相当する。そうすると(1)はこれら二つの要因のウェイトつきの和にほかならない。ただしこのウェイトはn（試行の長さ）と経験から学ぶ率λによって変化するというわけである。いま$\lambda=0$としてみよう。この場合(1)は

(2)　$P(H_{c_{n+1}}, e_n)=\frac{n_H}{n}$

に還元される。すなわちこの帰納論理によると、われわれはアプリオリ要因には一顧も与えず全く経験のみに依存する。これはライヘンバッハの有名なストレイト・ルール（直插法）である。λの値が増加するにつれ、アプリオリ要因のウェイトは増加し経験的要因のウェイトは減少する。しかし$\lambda=\infty$でないかぎり、長い間には（nが大きくなれば）経験的要因が優勢となって$P(H_{c_{n+1}}, e_n)$を決定する（つまり、$\lim_{n\to\infty}P(H_{c_{n+1}}, e_n)=\frac{n_H}{n}$）。極端の$\lambda=\infty$の場

合は経験的要因のウェイトはゼロになる。つまりこの帰納論理によるとアプリオリ要因が全てを決定し、われわれは経験からなにも学ばない。この$\lambda=\infty$の場合を除いて、他の全ての場合には単純枚挙による帰納法が程度の差はあれ成立する。

九　以上の方法をL^k一般にまで広げるためには以下に述べる三つの概念が必要である。

(a) L^kにおける任意の一項述語FはあるQ述語の選言で表現できる。すなわち互いに異なる$Q_{i1}, Q_{i2}, \ldots, Q_{iw}$があって$Fx$と（$Qi_1x \vee Qi_2x \vee \cdots \vee Qi_wx$）とは論理的に等値である。このとき$F$の幅 width は$w$であるといい、$w(F)=w$と書くことにする。

(b) つぎにn個の個体（c_1、…、c_nとしよう）におけるFの相対頻度 $rf_n(F)$ を定義する。$rf_n(F)=\frac{n_F}{n}$、ここでn_FはFあるいはFを論理的に含意する性質を持っている個体の数である。

(c) 個体配分 individual distribution e^c_n はn個の個体（c_1、…、c_n）のうちn_1個がQi_1、…、n_j個がQi_j、…、n_c個がQi_cである（具体的にどの個体かを明示して）という言明である。ただし $n_j \geqq 1$, $n_1+n_2+\cdots+n_c=n$ とする。

そうすると、カルナップの帰納論理の連続体は次式で定義できる。

(1)　$$P(Fc_{n+1}, e^c_n)=\frac{n_F}{n}\cdot\frac{n}{n+\lambda}+\frac{w}{K}\cdot\frac{\lambda}{n+\lambda}\quad(K=2^k).$$

$n=0$の場合は(1)はw/Kに還元されるものと理解されたい。すると、先と同様にn_F/nが経験的要因、w/Kがアプリオリ要因である。以下ではカルナップの式(1)よりもつぎのバークスの改訂式（〔9〕ch. 3）の方が便利かもしれない。

(2)　$$P(Fc_{n+1}, rf_n(F))=\frac{n_F}{n}\cdot\frac{n}{n+\lambda}+\frac{w}{K}\cdot\frac{\lambda}{n+\lambda}.$$

さて(1)あるいは(2)においてλの値を0と∞の両極端の中間Kとおいてみよう。そうすると、

(3) $P(F_{C_{n+1}}, e_n^c) = P(F_{C_{n+1}}, rf_n(F) = \frac{n_F}{n}) = \frac{n_F + w}{n+K}$.

実はこれが**六**節で述べた函数c^*と一致する。このことを表1の例L_4^2で確かめてみよう。まず表1の st (1)をとると、積公理**A・2**によって、

$$P(Q_{1c_1}Q_{1c_2}Q_{1c_3}Q_{1c_4}) = P(Q_{1c_1})\ P(Q_{1c_2}, Q_{1c_1})\ P(Q_{1c_3}, Q_{1c_1}Q_{1c_2})\ P(Q_{1c_4}, Q_{1c_1}Q_{1c_2}Q_{1c_3}) = \frac{1}{4}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{4}{7}$$

$$= \frac{1}{35}.$$

同様に表1の(3)については、

$$P(Q_{1c_1}Q_{1c_2}Q_{1c_3}Q_{2c_4}) = \frac{1}{4}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{1}{7} = \frac{1}{35}\cdot\frac{1}{4}.$$

その他については読者の演習のために残しておこう。

$\lambda = 8$ の場合、(2)は w/K に還元され、先に述べたように経験が役に立たない帰納論理が生ずる。これをL_4^2の st に対する確率配分であらわしてみると、任意の st について

$$P(st) = \left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{256},$$

つまり全ての可能な世界は等確率を得る。これに対し、$\lambda = 0$ の場合はL_4^2の st のうちただ一つのQ述語のみを持つ st は正の確率を得るが、その他の st は全て確率ゼロを得る。すなわち、

$$P(Q_{ic_1}Q_{ic_2}Q_{ic_3}Q_{ic_4}) = \frac{1}{4}\ (1 \leqq i \leqq 4),\ そしてその他の\ st\ については\ P(st) = 0.$$

明らかにこれは正則c＝函数の条件（**七**節(1)）に反する。したがってこれはカルナップには許容できない帰納論理である。(9) これを唯一の例外として、ほかのいかなるλの値についても、生ずるc＝函数は正則対称c＝函数である。

(1)においてFがあるQ述語Qi_jの場合、(1)の右辺は $(n_j + \lambda/K)/(n+\lambda)$ となる。任意の一項述語はQ述語の選言で表現できるから、結局この函数が帰納論理を決定するものである。この理由でカルナップはこの函数を帰納論理の代表

函数 representative (characteristic) function と呼んだ。以下でヒンティカの帰納論理に言及する際、この代表函数の概念が重要な役割を果たすであろう。

十　いままでは個別的予測に関する帰納法を取扱ってきた。これはいわば「特殊から特殊へ from particulars to particulars」の帰納法である。しかし伝統的には帰納法は「特殊から普遍へ」の推移にその主な役割があるとする見方が強い。それでは全称（普遍）命題に関する帰納法についてもカルナップの論理はわれわれの帰納推論のよいモデルたりうるだろうか。ここでカルナップの帰納論理学の一つの大きな欠点が現われる。というのは、大きなサイズの世界（つまりL^k_NのNが大きい場合）においてある経験的な全称命題 $(x)Fx$ の確率をかなり大きな値にまで上げるためには、この世界の大半の個物を調べなければならないからである。すなわち、$P((x)Fx, e^c_n) = \mathrm{high}$ を得るためにはnはNのオーダーと同程度に大きくなければならない。さらに悪いことには、もしこの世界に無限に多くの個体があるとすると（つまりL^k_∞においては）、$P((x)Fx, e^c_n)$ はつねにゼロとなる。

以上のことをわれわれの金属の例L^2で確かめてみよう。帰納論理としてはc^*を用いる（九節(3)においてK＝4）。まず全称命題

h = すべての金属は電導体である

は $(x)(Q_1x \vee Q_3x \vee Q_4x)$ と論理的に等値である（以下では $(Q_1x \vee Q_3x \vee Q_4x)$ を Fx と略する）。したがってL^2にN個の定項c_1、…、c_Nを加えてL^2_Nとした場合はhはつぎの連言にひとしい。

$$Fc_1 \,\&\, Fc_2 \,\&\, \cdots \,\&\, Fc_N.$$

すると、Fの幅は3であるから、

$$P(h) = P(Fc_1)P(Fc_2, Fc_1)\cdots P(Fc_N, Fc_1 \,\&\, \cdots \,\&\, Fc_{N-1}) = \frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}\cdot\cdots\cdot\frac{3+N-1}{4+N-1} = \frac{3}{3+N}.$$

したがって、Nが大きくなるにつれて $\mathrm{P}(h)$ は減少し、$N\to\infty$ なら $\mathrm{P}(h)\to 0$ である。さていま実験によって次のデータ e_n を得たとしよう。

$$e_n = Fc_1 \,\&\, Fc_2 \,\&\, \dots \,\&\, Fc_n \quad (n<N).$$

すると右と同様にして

$$\mathrm{P}(e_n) = \frac{3}{3+n}$$

が得られる。ここで四節の**T・6**を用い、$h \,\&\, e_n$ は h に還元されることに注意すると、

$$\mathrm{P}(h, e_n) = \frac{\mathrm{P}(h \,\&\, e_n)}{\mathrm{P}(e_n)} = \frac{\mathrm{P}(h)}{\mathrm{P}(e_n)} = \frac{3+n}{3+N}.$$

つまりサイズNの世界で全称命題 h を確率 $1/2$ 程度まで支持する証拠を得るためには、少くともこの世界の個体の約半数についてそれらが h に矛盾しないことを確認しなければならない。そして $N\to\infty$ のときはいかなる有限の n についても $\mathrm{P}(h, e_n)\to 0$ である。つまり無限の世界においては全称命題はいかなる有限の証拠によっても全く支持されない。このように、全称命題に関しては枚挙による帰納法はカルナップの論理によると、Nが有限の場合でもきわめて非効果的にしか働かないし、Nが無限の場合には全く働かない。

もっとも、$\lambda=0$ の場合には $\mathrm{P}(h)=\frac{3}{4}$ そして $\mathrm{P}(e_n)=\frac{3}{4}$、したがって $\mathrm{P}(h, e_n)=1$ となる。この場合枚挙による帰納法はいわば働きすぎる。先に述べたようにカルナップによると $\lambda=0$ のときのc=函数は許容できる帰納論理ではない。しかし帰納論理学における極端な経験主義者ライヘンバッハとその後継者ウェズリー・サモンは、むしろこのケースのみが許容できる帰納論理だと主張するであろう。だがこの問題にはここではこれ以上たち入らない。[10]

十一　カルナップ自身は全称命題に関する彼の帰納論理学の上述の帰結を欠点だとは考えず、むしろそれによって帰納法の本質は「特殊から特殊へ」の推移にあるという重要な洞察を得たと考えた。しかし実際の科学的な探究にお

いては、われわれは「経験によって支持された法則」とか「信頼できる法則（仮設）」とかいう概念を頻繁に用いる。このことをカルナップは彼の帰納論理の帰結に照らしてどう説明してのけるのであろうか。彼は法則の「事例立証 instance confirmation」の概念によってそれを説明できると主張する（〔10〕pp. 571—574)。

ある全称命題 $(x)Hx$ の経験的証拠 e による事例立証とは、ある未観察の個体 c_i についての予測 Hc_i が同じ証拠 e によって支持される度合 degree of confirmation であると定義される。もし $(x)Hx$ が全称仮言命題 $(x)(Fx \supset Gx)$ であるときはさらに、$(x)Hx$ の e による限定事例立証 qualified instance confirmation が $\mathrm{P}(Gc_i, Fc_i \,\&\, e)$ によって定義される。そうすると無限の世界においても当然 $(x)Hx$ の事例立証あるいは $(x)(Fx \supset Gx)$ の限定事例立証の度合は有限の証拠に基づいても大きくなりうる（リミットとして1に達しうる）。そしてその度合をそれら全称命題の信頼度 reliability とみなすことができる。カルナップは、したがって、$\mathrm{P}((x)Hx, e)=0$ であっても $(x)Hx$ の信頼度は経験に照らして測ることができると主張するわけである。（しかしもちろん $(x)Hx$ の e による事例立証の度合と $(x)Hx$ の e による支持の度合とは同一視されてはならない——なぜならただちに矛盾が生じるから。）

この説明を支持するものとしてカルナップはつぎのような議論を展開する。ある科学者が $(x)Hx$ を信頼できる法則とみなしているとしよう。しかしだからといって彼がこの法則（少くとも潜在的に無限に多くの事例を包摂する）に対してたとえ小さな率でもっても賭ける用意があるかは非常に疑問である。しかし彼はこの法則についての未来における数個の実験結果が反証例ではないであろうという予測に対しては高い率でもって賭ける用意があるであろう。カルナップによれば「支持の度合」はまた「合理的な賭の率 rational betting quotient」によっても説明できるから[11]、右の考察は「$\mathrm{P}((x)Hx, e)=0$」（無限の世界において）あるいは「$\mathrm{P}((x)Hx, e)=\mathrm{low}$」（有限の大きな世界）という帰結と一致し、法則の事例立証の概念を支持するものとみなされるわけである。

これに加えて、カルナップは科学的な予測を正当化するためには法則は必ずしも必要ではないと論ずる。例えば、多くの白いスワンが観察されたとしよう。このとき、「つぎのスワンもまた白いであろう」という予測をたて、これを経験に基づいて正当化するためには、「全てのスワンは白い」という仮説（法則）に言及する必要はない。われわれはその個別的な予測が過去のデータによって直接支持されることを確認できる（〔10〕pp. 574—575）。

十二　以上のカルナップの議論にはかなり明瞭に法則に関するインストルメンタリズム（道具主義）が読みとれる。したがってインストルメンタリスト以外にはそういった議論は仲々受け入れがたいものである。以下に主な理由を列記してみよう。

(i)　カルナップの見解が正しいとすると、普遍法則（全称命題）はわれわれの知識には属しえない。なぜなら、それはわれわれの有限な経験によって全く支持されないかほんの少ししか支持されないからである。カルナップの立場で言えることはせいぜい法則の道具的な効用が実践上で弁護できるということだ。しかしこれは知識の正当化とは無関係であろう。

(ii)　科学における法則の重要な役割の一つは説明 explanation にある。科学的説明の構造についてここでは現代科学哲学における正統派、ヘンペルの被覆法則による演繹的説明という見解[12]に従うとしよう。そうすると、カルナップの帰納論理学では法則は経験によって支持されず知識には原理的に属しえないゆえに、われわれは何も説明することはできない。単なる概念的な道具としての法則は何も説明することはできない。カルナップが「説明」に関してはヘンペルの見解に同意しているということは（〔14〕pp. 6—8）、文脈の違いを考慮に入れるとしても、私には驚くべきことに思われる。

(iii)　無限の世界ではいかなる経験的な全称命題の確率もゼロであるから、当然すべての整合的な存在命題の確率は

1となる。換言すれば、いかなる奇妙きてれつな物であっても、それの記述が無矛盾であればそれは現実に存在するということが帰納的に確実となる（「証明」できる）。こういった存在証明の氾濫をわたしは許容することができない。

(iv)　賭のシステムの合理性あるいは合理的な賭の率の考察は必ずしもカルナップの帰納論理のみを支持するわけではない。デ・フィネッティ、ケメニイ、シモニイ等による賭のシステムの合理性（あるいは整合性 coherence）と確率との関係についての定理は短くいってつぎのようになる――「ある賭のシステム（与えられた諸言明に対しての賭の率 betting quotient のわり当て）が合理的（整合）であるのはこのシステムが確率算に矛盾しない場合であり、逆もまた真である。[13]」したがって、確率算の公理を満足し、しかも全称命題が無限の世界においても経験によって支持されるような帰納論理はカルナップの論理に劣らず合理的であるといえる（以下に述べるヒンティカの帰納論理がその一例である）[14]。

十三　カルナップの帰納論理においてL^{k}_{∞}の全称命題の確率がゼロになる理由はカルナップの最初のアプローチ（五節―七節）を思い起してみると容易にみてとれる。正則対称c=函数を定める手続きでは、全ての可能な世界の集合はまず構造記述 *str* によって分割 partition され、各々の *str* が定める可能な世界のクラスはまた状態記述 *st* によって分割される。ところがL^{k}_{∞}においては明らかに無限に多くの *str* がある。したがって各々の *str* の確率はゼロとなる。全称命題が正の確率をもちうるような帰納論理をつくるには、したがって、構造記述による可能な世界の集合の分割よりももっと粗い分割から始めなければならない。構造記述は先に述べたように世界の統計的な構造の記述であるが、統計的な一般性 statistical generality は明らかに普遍性 universality より弱い概念である。カルナップの帰納論理の弱点は要するにその統計的な性格の当然の帰結であるといえよう。つぎに紹介するヒンティカの帰納論理では可能な世界の集合の分割は普遍性と密接な関係をもつ記述によってなされ、カルナップの弱点がとり除かれ

る。

二、ヒンティカの帰納論理学

十四　ヒンティカの帰納論理学はカルナップのアプローチの重要な発展である（〔28〕—〔31〕）。考察の対象となる言語はカルナップのと同様L^kであるが、われわれは具体的には先の金属の電導性の例L^2を用いることにしよう。するとまず四つのQ述語 $Q_1=ME$, $Q_2=M\sim E$, $Q_3=\sim ME$, および $Q_4=\sim M\sim E$ が構成される。つぎにこれらQ述語の各各についてそれを実現する個体があるかないかを明示することによって十六（2^4）の一般構成元 constituents と呼ばれる言明を構成することができる。すなわち一般構成元Cは

$$(\pm)(\exists x)Q_1x \;\&\; (\pm)(\exists x)Q_2x \;\&\; \cdots \;\&\; (\pm)(\exists x)Q_4x$$

という形の言明である。ただし $(\pm)(\exists x)Q_2x$ は $(\exists x)Q_2x$ あるいはその否定のいずれかである。L^2におけるCのうち、試みにQ_1とQ_2の存在のみを主張するC_1^2を考えてみよう。

$$C_1^2=(\exists x)Q_1x \;\&\; (\exists x)Q_2x \;\&\; \sim(\exists x)Q_3x \;\&\; \sim(\exists x)Q_4x.$$

これはつぎの言明と論理的に等値であることが容易にわかる。

$$(\exists x)Q_1x \;\&\; (\exists x)Q_2x \;\&\; (x)(Q_1x\vee Q_2x).$$

一般にL^kにおいてはK（2^k）個のQ述語があるから、一般構成元は2^K個あり、そのうちwの異なるQ述語 $Q_{i1}, Q_{i2}, \ldots, Q_{iw}$ の存在のみを認める構成元C_i^wは

$$(\exists x)Q_{i1}x \;\&\; \cdots \;\&\; (\exists x)Q_{iw}x \;\&\; (x)(Q_{i1}x\vee\cdots\vee Q_{iw}x)$$

と等値である。以下ではこの形を構成元の標準形とみなすことにする。さらにわれわれは空でない世界にのみ興味があるので、全てのQ性質の非存在を主張する

$$C^0=\sim(\exists x)Q_1x\,\&\sim(\exists x)Q_2x\,\&\cdots\&\sim(\exists x)Q_Kx$$

は考察から省くことにする。すると残る構成元は2^K-1ある。これらの構成元は互いに排反でしかも全てのケースをもうらしている。すなわち、一般構成元は全ての可能な世界の集合を2^K-1のサブクラスに分割する。しかもこの分割は個体の数に無関係でkが有限であれば当然2^K-1も有限である。C_i^wの形から明らかなように、一般構成元はある世界において成立する最も強い普遍命題に着目することによって得られる。

さてL^2に戻ると考察すべきCは十五である。まずL^2におけるいかなる整合な一般命題（すなわち個体定項あるいは自由個体変項を全く持たない言明）もある一般構成元の選言で表現できることに注目しよう。例えば、$(x)Mx$は$(C_1^1\vee C_2^1\vee C_1^2)$と論理的に等値である。ただし

$$C_1^1=(\exists x)Q_1x\,\&\,(x)Q_1x,$$
$$C_2^1=(\exists x)Q_2x\,\&\,(x)Q_2x$$

とする。このような構成元の選言はもとの命題の分配標準形 distributive normal form であるといわれる。分配標準形は言明算における選言標準形を一階述語論理にまで一般化したものである。事実ヒンティカは第一階述語論理における分配標準形の存在と、それを用いた完全性定理を証明している（〔27〕）。

十五　さてそれではL^k_∞における帰納論理はどのようにして定義されるであろうか。まずL^k_∞の2^K-1の一般構成元に確率が配分されなければならない（$P(C_i^w)$, $1\leqq w\leqq K$, $1\leqq i\leqq\binom{K}{w}$）。つぎにこれらの構成元の各々に包摂される$str$に確率が配分され、各々の$str$の確率はその選言項である$st$に再び配分される（$P(str, C^w)$, $P(st, str)$）。これが一般的な手続きであるが、幸いにわれわれはカルナップの帰納論理の連続体の方法を各々の構成元C^wに相対化して用いることができるので、結局必要なのは(i) $P(C^w)$および(ii) $P(e_n^c, C^w)$の決定である。ただしe_n^cは以前と同

様に n 個の個体中 n_j（$1 \leqq j \leqq c$）個が Q_{ij} を持つという個体配分である。(i)および(ii)が与えられると、任意の C^w の e_n^c による支持の度合 $\mathrm{P}(C^w, e_n^c)$ はつぎのようにして求められる。

C^w が e_n^c と両立しうるためには C^w は少くとも e_n^c 中に現われる $Q_{i1}, \ldots, Q_{ic}$ の c 個のQ性質の存在を認めておらねばならない。そうすると明らかに c 個のQ性質の存在のみを主張する構成元 C^c のうち、e_n^c と矛盾しないものはただ一つである。つぎに e_n^c の c 個のQ性質以外のQを一つ選ぶのには $\binom{K-c}{1}$ とおりあるから、e_n^c と矛盾しない C^{c+1} は $\binom{K-c}{1}$ ある。一般に e_n^c と矛盾しない C^{c+i} は $\binom{K-c}{i}$ 個あることが明らかである。ここでカルナップにおいてと同様Q性質の対称（**七**節(3)）を前提すると、e_n^c と矛盾しない二つの C_p^{c+i} と C_q^{c+i} について、$\mathrm{P}(C_p^{c+i})=\mathrm{P}(C_q^{c+i})$ および $\mathrm{P}(e_n^c, C_p^{c+i})=\mathrm{P}(e_n^c, C_q^{c+i})$ でなければならない。したがって e_n^c の確率は確率算によると

(1) $$\mathrm{P}(e_n^c)=\sum_{i=0}^{K-c}\binom{K-c}{i}\mathrm{P}(C^{c+i})\,\mathrm{P}(e_n^c, C^{c+i})$$

となる。なぜなら、(1)における一般構成元は e_n^c と矛盾しないものをもうらしておりしかもそれらは互いに排反である。つぎに **T・6** と **A・2** によって

(2) $$\mathrm{P}(C^w, e_n^c)=\frac{\mathrm{P}(C^w \,\&\, e_n^c)}{\mathrm{P}(e_n^c)}=\frac{\mathrm{P}(C^w)\,\mathrm{P}(e_n^c, C^w)}{\mathrm{P}(e_n^c)}$$

がいえる。(1)と(2)を組合わせると

(3) $$\mathrm{P}(C^w, e_n^c)=\frac{\mathrm{P}(C^w)\,\mathrm{P}(e_n^c, C^w)}{\sum_{i=0}^{K-c}\binom{K-c}{i}\mathrm{P}(C^{c+i})\,\mathrm{P}(e_n^c, C^{c+i})}.$$

これは有名なベイズの定理 Bayes' theorem を C^w の e_n^c による支持の度合に適用したものにほかならない。

十六　そこでまず $P(C^w)$ をきめよう。ヒンティカはつぎのような手続きでこの確率配分を定める（[30] pp. 116—117）。有限の α 個の個体を持つ世界ではカルナップの帰納論理は $(x)Fx$（ただし $w(F)=w$）に対して

$$P((x)Fx)=\frac{\lambda w/K}{\lambda}\cdot\frac{1+\lambda w/K}{1+\lambda}\cdot\cdots\cdot\frac{\alpha-1+\lambda w/K}{\alpha-1+\lambda}$$

という確率を与える。そして α が十分大きければ $P(C^w)\cong P((x)Fx)$ である。この確率 $P((x)Fx)$ はまた α 個の個体より成るサンプルが構成元 C^w に矛盾しない確率（カルナップの論理による）であるとも解釈できる。いま右の式の分子および分母をそれぞれ $\pi(\alpha, \lambda w/K)$、$\pi(\alpha, \lambda)$ と略記することにしよう。そうするとヒンティカの提案は、L^k_∞ における C^w の確率を $\pi(\alpha, \lambda w/K)/\pi(\alpha, \lambda)$ に比例する（つまり $\pi(\alpha, \lambda w/K)$ に比例する）ようにしようというのである。パラメーター λ が K の函数でありうることを明示すると、

$$(1)\quad P(C^w)=\frac{\pi(\alpha, \lambda(K)w/K)}{\sum_{i=1}^{K}\binom{K}{i}\pi(\alpha, \lambda(K)i/K)}.$$

そうすると α は帰納的一般化に対する慎重の度合 degree of caution と解釈できる。なぜなら α が大きければ大きいほど強い一般化（C^w の w が小さい）の確率は小さくなり弱い一般化（C^w の w が大きい）の確率が大きくなるからである。ちなみに、カルナップの論理によると L^k_∞ においては $P(C^K)=1$, $P(C^w)=0$ $(w\neq K)$ という結果を得るが、これは(1)において $\alpha\to\infty$ の場合の極限にほかならない。

つぎに $P(e^c_n, C^w)$ をきめよう。まずカルナップの論理の代表函数は $(n_j+\lambda/K)/(n+\lambda)$ であるから、カルナップにおいては

$$P(e^c_n)=\frac{\prod_{j=1}^{c}\left\{\frac{\lambda}{K}\left(1+\frac{\lambda}{K}\right)\cdots\left(n_j-1+\frac{\lambda}{K}\right)\right\}}{\lambda(1+\lambda)\cdots(n-1+\lambda)}$$

が成立する。ヒンティカはカルナップの論理を各々のC^wに相対化するので、ヒンティカの代表函数はC^wに相対的に$(n_j+\lambda/w)/(n+\lambda)$となる。ここでは$\lambda$が$w$の函数でありうることを明示すると、

(2) $$\mathrm{P}(e_n^c,\ C^w)=\frac{\prod_{j=1}^{c}\left\{\frac{\lambda(w)}{w}\left(1+\frac{\lambda(w)}{w}\right)\cdots\left(n_j-1+\frac{\lambda(w)}{w}\right)\right\}}{\lambda(w)(1+\lambda(w))\cdots(n-1+\lambda(w))}.$$

そうすると当然 $w(F)=v$ であるような述語Fについては（ただしv個のQ述語はC^wの認めるw個のQ述語に含まれているとする）、

(3) $$\mathrm{P}(Fc_{n+1},\ e_n^c\,\&\,C^w)=\frac{n_F}{n}\cdot\frac{n}{n+\lambda(w)}+\frac{v}{w}\cdot\frac{\lambda(w)}{n+\lambda(w)}.$$

この式と**九**節(1)式とがきわめて類似していることに注意されたい。以上の(1)および(2)がヒンティカの帰納論理の二次元連続体を定義する。パラメーターαは負でない整数、$\lambda(w)$はwの函数あるいは単なる定数であってもよい。今まで述べたことから明らかなように、λはカルナップの論理においてとほぼ同様の意味を持ち、これに帰納的一般化に関する慎重の度合αという新しいパラメーターが加わったのである。

十七　前節の(1)および(2)において $\lambda(w)=w$（したがって $\lambda(K)=K$）としてみよう。そうするとつぎの式が得られる（(3)はさらに**十五**節(3)による）。

(1) $$\mathrm{P}(C^w)=\frac{(\alpha+w-1)!}{(w-1)!}\Big/\sum_{i=1}^{K}\binom{K}{i}\frac{(\alpha+i-1)!}{(i-1)!}$$

(2) $$\mathrm{P}(e_n^c,\ C^w)=\frac{(w-1)!}{(n+w-1)!}\prod_{j=1}^{c}(n_j!)$$

(3) $$\mathrm{P}(C^w,\ e_n^c)=\frac{(a+w-1)!}{(n+w-1)!}\Bigg/\sum_{i=0}^{K-c}\binom{K-c}{i}\frac{(a+c+i-1)!}{(n+c+i-1)!}.$$

この論理は実はカルナップのc^*によく似た函数である。まず式(1)は$a\neq\infty$であれば各々の一般構成元に正の確率を与える($a=0$なら等配分、aが大きくなるにしたがって$\mathrm{P}(C^w)/\mathrm{P}(C^{w+1})$が減少する)。したがって$c^*$の弱点が取除かれる。つぎに各々の$C^w$の確率は(2)によって$C^w$を真とする全ての構造記述 *str* に平等に配分され、各々の *str* の確率はまたそれの選言項である状態記述 *st* に再び等配分される。より正確にいえば、(2)式はこういった二段の平等配分がつぎつぎと大きな世界に適用された場合(L_N^k で $N\to\infty$)の極限値を与えるものである([29])。この証明は容易に得られる。

まずL_N^kを考えよう。$Qi_1,\dots,Qi_w$ のみが実現されているという一般構成元をC^wとしよう。そうするとC^wを論理的に含意する *str* は

$$\binom{N-1}{w-1}=\frac{(N-1)!}{(N-w)!\,(w-1)!}$$

ある(カルナップ[10]T 40-33 c, p. 160)。いま$\mathrm{P_f}$でもってこの有限の場合の確率を表わすとすれば、*str* に対しては等確率配分が行なわれるから、

(4) $$\mathrm{P_f}(str,\ C^w)=\frac{(N-w)!\,(w-1)!}{(N-1)!}.$$

さてC^wを含意する *str* のうち、N_1個の個体がQi_1を、…、N_j個がQi_jを、…、そしてN_w個がQi_wを実現していると述べるものを str_i としよう($N_1+N_2+\dots+N_w=N$)。そうすると、

$$\frac{N!}{N_1!\,N_2!\dots N_w!}\ \left(=\frac{N!}{\prod_j (N_j!)}\right)$$

個の st がこの str_i の選言項である。これらの状態記述の任意のものを st_i としよう。そうするとやはり等確率配分（str_i に相対的に）のゆえに

(5) $$\mathrm{P_f}(st_i, C^w) = \mathrm{P_f}(str_i, C^w)\frac{\Pi_j (N_j!)}{N!}.$$

(4)と(5)により、

(6) $$\mathrm{P_f}(st_i, C^w) = \frac{(N-w)!\,(w-1)!}{(N-1)!\,N!} \cdot \Pi_j (N_j!).$$

さて(2)をこの st_i に適用すると

(7) $$\mathrm{P}(st_i, C^w) = \frac{(w-1)!}{(N+w-1)!}\Pi_j (N_j!).$$

大きなNについては(7)は(6)の近似値を与える。そして極限をとると

(8) $$\operatorname*{Lim}_{N\to\infty} \frac{\mathrm{P_f}(st_i, C^w)}{\mathrm{P}(st_i, C^w)} = \operatorname*{Lim}_{N\to\infty} \frac{(N-w)!\,(N+w-1)!}{(N-1)!\,N!} = 1.$$ Q. E. D.

ヒンティカの論理においては(6)と(7)との間のずれのために、カルナップの個体数独立の条件（七節(4)）が満足されないことを注意しておこう。ヒンティカの帰納論理(1)—(3)（あるいは前節(1)、(2)）は主として無限の世界に適用されるべきもので、有限の（しかし大きな）世界には近似を与えるものとして適用できる。ヒンティカの論理においてはその代りに一般命題の確率の不変性を満足させることができる。カルナップの個体数独立の条件は要するに L_N^k においてNの大小にかかわらず $\mathrm{P}(e_n^c)$ の値が一定であるということである。したがってカルナップの論理では $\mathrm{P}(C^w)$ は当然Nに依存して変化する。$\mathrm{P}(e_n^c)$ の不変性と $\mathrm{P}(C^w)$ の不変性とは両立できない。ヒンティカの論理では $\mathrm{P}(C^w)$ から出発するので当然これの不変性は満足できる。先に述べたようにいかなる一般命題もある一般構成元の選言で表

現できるから、$P(C^w)$が不変であれば当然全ての一般命題の確率は不変である。

次節以下においてヒンティカの帰納論理学の根本的な特徴を調べていくが、その前にいままでみたカルナップとヒンティカの論理の基本的な相似点と相違点とを表2に要約しておこう。表において星印（＊）のついた項目は無限の世界のための帰納論理にのみ該当するものである。

項　　目	カルナップ	ヒンティカ
全ての可能世界の集合の分割	(1) *str*'s (2) *st*'s	(1) constituents (2) *str*'s (3) *st*'s
正則性 (regularity)	成　立	成　立
個体の対称	成　立	成　立
Q性質の対称	成　立	成　立
個体数独立の条件	成　立	不成立
一般命題の確率の不変	不成立	成　立
＊一般構成元の確率	$w=K$ でなければ $P(C^w)=0$	全てのwについて $P(C^w)>0$
＊個別予測の代表函数	$\dfrac{n_j+\lambda/K}{n+\lambda}$	C^wに相対的に $\dfrac{n_j+\lambda/w}{n+\lambda}$

表　2

十八　以下では前節(1)—(3)で定義された論理を用いる。（その他の場合も以下で述べる結果はほぼ同様に成立する。）α はパラメーターのまま残しておくことにする。まずC^wのe^c_nによる支持の度合の変化を調べよう。前節(3)により、

(1)　$$P(C^w, e^c_n)=\frac{(\alpha+w-1)!}{(n+w-1)!}\Bigg/\sum_{i=0}^{K-c}\binom{K-c}{i}\frac{(\alpha+c+i-1)!}{(n+c+i-1)!}.$$

さて(1)においてαに負でない整数を選ぶとしよう。そうすると、

(2)(a)もし $\alpha>n$ ならば、
$$\frac{(\alpha+c+i-1)!}{(n+c+i-1)!}<\frac{(\alpha+c+i)!}{(n+c+i)!}.$$

(b)もし $\alpha=n$ ならば、
$$\frac{(\alpha+c+i-1)!}{(n+c+i-1)!}=\frac{(\alpha+c+i)!}{(n+c+i)!}.$$

(c)もし $a<n$ ならば、$\dfrac{(a+c+i-1)!}{(n+c+i-1)!} > \dfrac{(a+c+i)!}{(n+c+i)!}$.

このために、もし n（データ e^c_n 中の個体の数）が a より大きくなれば、e^c_n と両立しうる一般構成元中最も少いQ性質の存在を認めるC^cが最大の確率を得ることになる。しかも n がだんだん増加すると(2)(c)の不等式の左辺と右辺との比は上限なしに増加する。つまり $P(C^c, e^c_n)$ は1に近づき、その他の e^c_n と両立するC^wについては $P(C^w, e^c_n)$ はゼロに近づく。

この一般構成元の確率の一見奇妙な振まいは注意してみれば実は全称命題が経験的に立証 confirm されるための必要条件であることがわかる。つまりいかなる帰納論理においても、もし全称命題の確率が経験によって上げられる（そして極限として1に近づく）とするなら、一般構成元の確率は上に述べたと同様の振まい方をしなければならない。理由は簡単である。もし全称命題の確率が増加するならば、ある存在命題の確率は減少しなければならない。ところが一般構成元は一つの全称命題と多数の存在命題との連言である。したがってもし経験中にC^wによって要請されたQ性質のうちあるものが全然現われないなら、C^wの確率は遅かれ早かれ減少し始めるであろう——なぜならたとえ $(x)(Qi_1x \vee \cdots \vee Qi_wx)$ の確率は上がるとしても、ある $(\exists x)Qi_jx$ の確率がだんだん減少するからである。

(2)に対応して、

(3)(a)もし $a>n$ なら、より簡潔（単純）な一般構成元がより小さな確率を得る——つまり $P(C^{c+i}, e^c_n) <$

$P(C^{c+i+1}, e^c_n)$、ただし $0 \leqq i \leqq K-c-1$.

(b)もし $a=n$ なら、e^c_nと矛盾しない構成元はすべて等しい確率を得る。

(c)もし $a<n$ なら、より簡潔な構成元がより大きな確率を得る——つまり $P(C^{c+i}, e^c_n) > P(C^{c+i+1}, e^c_n)$.

このように、nが十分大きければヒンティカの帰納論理においては一般構成元の簡潔性（単純性 simplicity）の序列

と確率の大きさの序列とが一致する。つまり帰納法において簡潔性考慮の占める役割が確率でもって説明できる。しかもパラメーター α は、一般構成元の確率においてそれ以後は簡潔性の考察が支配的になるような観察の長さ（サンプルの大きさ）を決めると解釈できる。

十九　つぎに全称命題の確率が経験によってどう変化するかをみよう。任意の一項述語は先に述べたようにいくつかのQ述語の選言で表現できる。いま F は（$Qi_1 \vee \cdots \vee Qi_w$）で表現できる（$w(F)=w$）としよう。そうすると $(x)Fx$ の e^c_n に相対的な確率は（$w \geqq c$ として）

$$(1)\quad \mathrm{P}((x)Fx,\ e^c_n)=\sum_{i=0}^{w-c}\binom{w-c}{i}\ \mathrm{P}(\mathrm{C}^{c+i},\ e^c_n).$$

これは $(x)Fx$ がある構成元の選言と等値であることを想起すれば容易に理解できよう。さて(1)の値は n が増加すれば当然大きくなり次第に1に近づく。つまり枚挙による帰納法が働く。しかし一般構成元の場合とは少々異なり、$(x)Fx$ より弱いいかなる $(x)Gx$（$w(F) \leqq w(G)$）についてもつねに $\mathrm{P}((x)Fx,\ e^c_n) \leqq \mathrm{P}((x)Gx,\ e^c_n)$ である。[15] そうするともし論理的な強さと簡潔性とを同一視するならば、$(x)Fx$ の確率と簡潔性の考察とは当然相反するものとなる。

このことから望ましくない結果が出てくるようにみえる。というのは、右のような $(x)Fx$ と $(x)Gx$ のどちらかをデータ e^c_n に基づいて選択する場合、確率の大きい方を選ぶのが合理的な選択であろうから、われわれはつねに最も弱い仮説を選ばなければならないことになる。[16] しかし他方では、データと両立しうる仮説のうち最も簡潔なあるいは最も強い仮説を選ぶのが妥当な選択であるとも思える。それでは帰納法においては確率（支持の度合）と簡潔性のどちらに優先権を与えるべきであろうか。

右のジレンマはしかし簡潔性と論理的な強さとを無批判に同一視したことから生じた見かけだけの困難であることを示そう。まず第一に、二つの仮説hとgが二者択一の選択の対象となるためには、hとgとは排反でなければならない。科学史上の相競う仮説の場合、例えば天動説対地動説、光の波動説対粒子説等々においては、いずれも一方は他方の否定を少くとも暗に含意する、つまり互いに排反である。上述の$(x)Fx$と$(x)Gx$の例では前者は後者を含意するから、前者を受入れることは当然後者をも受入れることである。しかも後者を受入れることは必ずしも前者を否定することではない。したがってこれら二つは二者択一の対象とは初めからなり得ない。第二に、簡潔性の考察が帰納法で適用される際には考察の対象となる仮説は互いに排反であることが前提されている。簡潔性適用の最も典型的な例、カーヴ・フィッティングの方法 curve-fitting method を考えてみよう。図1において四つの点が経験データによって与えられたとしよう。このデータに適合する最も簡潔なカーヴ（仮説）は(a)であり、他にこのデータに適合するカーヴ、例えば(b)、もあるがわれわれは(a)で実験式を表わしてよいと考える。この簡潔性考慮の適用例において当然(a)と(b)とは排反である。また先に簡潔性考慮が働くことをみた一般構成元についても、それらは互いに排反であることを想起されたい。以上の二点を確認すれば、簡潔性と論理的な強さ（経験的内容の大きさ）との同一視が誤りであることは明瞭である。したがって、$(x)Fx$と$(x)Gx$に簡潔性の考察を適用すること自体がナンセンスなのである。

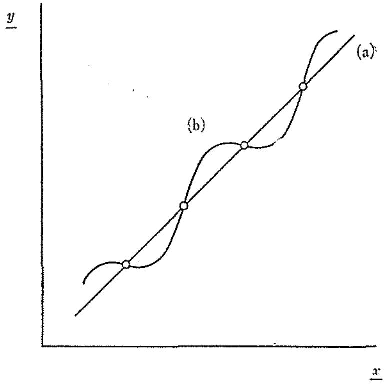

図　1

しかし以上の議論だけでは仮説のデータに相対的な確率が選択の合理的な規準たりうることを示すのに十分ではな

い。そこでわたしは別の論文で(i)全称命題 $(x)Fx$ あるいは全称仮言命題 $(x)(Fx \supset Gx)$ の形は科学仮説を表現するのには不適当であること、(ii)様相概念（論理必然性および因果必然性）を含む言語において科学仮説のより適当な定式化ができること、および(iii)そのような適当な定式化が与えられれば、仮説が経験によって支持される度合（確率）は仮説選択の合理的な規準たりうること（ただしまず様相概念を持つ言語での帰納論理を定義しなければならない——次節(1)参照）を論じておいた（〔54〕secs.33, 34；〔55〕secs. 15—18)。

二十　ヒンティカの帰納論理にはまだ面白い特徴があるが、本稿ではこれ以上立入るのはやめておく。これまでみたところですでにその根本的な機構とカルナップの論理に対する優越性とは明らかである。しかしヒンティカの帰納論理ではまだ十分取扱えない問題も沢山残されている。そこで帰納論理学のこれからの発展の方向を手短に見渡して本稿をしめくくることにしよう。

(1)　法則的および偶然的普遍性。全称命題あるいは全称仮言命題すべてが経験の法則的な規則性を表現するものではない。例えば「この箱の中のボールは全て白い」という全称命題はたとえ真であっても科学的法則とはみなされない。そこで法則性を主張する全称命題とただ単に偶然的に成立する規則性を述べる全称命題とを区別する必要がでてくる。法則性全称命題と反事実条件命題 counterfactual conditional との密接な関係はすでに多くの学者によって論じられているが[17]、この後者がヒンティカの帰納論理の枠組内で扱えない以上前者も扱えないことは明らかである。そこでわたしはアーサー・バークスの因果必然性 causal necessity という様相概念を用いた論理、およびそれによる反事実条件命題、ディスポジション等の分析（〔3〕、〔6〕）をふまえて、規則性の必然性を主張する命題と単に事実上の規則性に関する命題とが異なった仕方で経験的支持をうるような帰納論理を形成した（〔54〕—〔56〕）。このような帰納論理と様相論理とのジョイントシステムの研究は今後の重要な課題である。

(2) 経験的確率と帰納的確率。経験的確率を頻度説で扱うかどうかは別としても、それを一応帰納確率とは異なるものとみなすと、これら二つの確率概念の関係を説明しなければならない。[18] これに加えて、経験的確率に関する仮説——例えば「このサイコロの一の目が出る経験的確率は1/6である」——がいかに経験によって支持されるかという確率的（統計的）仮説の立証の問題も当然帰納論理学の扱わねばならない課題である。[19]

(3) 基礎述語の同族群。カルナップの帰納論理学に関する後期の仕事（〔12〕、〔13〕、〔16〕Anhang B）では基礎述語がいくつかの同族群 families にわかたれる。このアプローチは自然言語において性質が種々の同族群にわかたれる——例えば色彩の群、形状の群、化学性質の群等——ことに注目したものである。同時にこの試みは科学的立証における個別撃破的な方法を帰納論理学でも考察しようという動機を持っている。例えば物理学の仮説をテストする場合われわれは生物学での研究成果を考慮に入れる必要はない。つまり科学的な立証は言語内の限られた基礎述語の群のみを用いてなされる。ところがカルナップの初期のアプローチではL^k内のいかなる言明の確率も基礎述語の総数kに依存するから、新しい基礎述語を導入すると帰納論理学の全体が作り直されなければならない。したがってこれは個別撃破的な方法による帰納法のよいモデルとはいえない。基礎述語が多数の群に分かたれた言語のための帰納論理はまだ未解決の問題を多くかかえている（例えばケメニィ〔36〕、カルナップ〔15〕参照）。

(4) より複雑な言語における帰納論理学。われわれが以上みてきた帰納論理は第一階単項述語論理をコアとする言語を対象としたものである。同様の帰納論理は一階述語論理一般のケースにも理論的には困難なく展開できるけれども、それは相当複雑になるであろう。通常の科学の言語（とくに物理学において）では定量的な述語 quantitative predicates が中心的な位置を占めることが多い。したがってそのような定量的言語における帰納論理を定義しなければならない。この方向の仕事はカルナップが最近始めたばかりである（〔15〕）。さらに考えられるのは二階述語論理の機構を持つ言語への帰納論理の発展である。この方向では、ごく限られた範囲内ではあるが現在わたしが仕事を進め

つつある。

(5)　認識効用と決定理論。確率と効用 utility とを組合わせて意志決定の規則を扱うのが決定理論 decision theory であるが、最近この決定理論を科学仮説の受容 acceptance に応用したものという形で帰納法を考えてみようとするアプローチがでてきた。その際「効用」に相当するものとして、ヘンペルは仮説の情報あるいはそれが既得の知識に新たに加える情報に基づいた認識効用 epistemic utility という概念を導入した（〔22〕sec. 12)。このアプローチで帰納法を扱ったものとしてはヘンペルの他にアイザック・レヴィ〔41〕が比較的よくまとまっている。

文　献

〔1〕 Bar-Hillel, Y., ed., *Logic, Methodology and Philosophy of Science*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1965.

〔2〕 Brody, Baruch A., ed., *Readings in the Philosophy of Science*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1970.

〔3〕 Burks, Arthur W., "The Logic of Causal Propositions," *Mind* 60 (1951), 363–382.

〔4〕 ――――――, "Reichenbach's Theory of Probability and Induction," *Review of Metaphysics* 4 (1951), 371–393.

〔5〕 ――――――, "The Presupposition Theory of Induction," *Philosophy of Science* 20 (1953), 177–197.

〔6〕 ――――――, "Dispositional Statements," *Philosophy of Science* 22 (1955), 175–193.

〔7〕 ――――――, "On the Presuppositions of Induction," *Review of Metaphysics* 8 (1955), 574–611.

〔8〕 ――――――, "On the Significance of Carnap's System of Inductive Logic for the Philosophy of Induction," in Schilpp 〔52〕, 739–759.

〔9〕 ――――――, *Cause, Chance, and Reason*, University of Michigan Press, Ann Arbor, Mich., forthcoming.

〔10〕 Carnap, Rudolf, *The Logical Foundations of Probability*, Univ. of Chicago Press, Chicago, 1950 (2nd ed., 1962).

〔11〕 ――――――, *The Continuum of Inductive Methods*, Univ. of Chicago Press, Chicago, 1952.

〔12〕 ――――――, "The Aim of Inductive Logic," in Nagel, Suppes, and Tarski 〔43〕, 303–318.

〔13〕 ――――――, "Replies and Systematic Expositions," in Schilpp 〔52〕, 859–1013.

〔14〕 ______, *Philosophical Foundations of Physics*, ed. by Martin Gardner, Basic Books, New York, 1966.

〔15〕 ______, "A Basic System of Inductive Logic," to appear in *Studies in Probability and Inductive Logic*, vol. I, ed. by Rudolf Carnap and Richard C. Jeffrey, University of California Press, forthcoming.

〔16〕 Carnap, Rudolf and Stegmüller, Wolfgang, *Induktive Logik und Wahrscheinlichkeit*, Springer, Vienna, 1959.

〔17〕 Crossley, J. N. and Dummett, M. A. E., eds., *Formal Systems and Recursive Functions*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1965.

〔18〕 De Finetti, Bruno, "Foresight : Its Logical Laws, its Subjective Sources," in Kyburg and Smokler 〔38〕, 93-158.

〔19〕 Good, I. J., "Subjective Probability as the Measure of a Non-Measurable Set," in Nagel, Suppes, and Tarski 〔43〕, 319-329.

〔20〕 Goodman, Nelson, *Fact, Fiction, and Forecast*, 2nd edition, Bobbs-Merrill, Indianapolis, 1965 (1st ed., Harvard Univ. Press, 1955).

〔21〕 Hacking, Ian, *Logic of Statistical Inference*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1965.

〔22〕 Hempel, C. G., "Deductive-Nomological vs. Statistical Explanation," in H. Feigl and G. Maxwell, eds., *Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, III, 98–169.

〔23〕 ______, *Aspects of Scientific Explanation*, The Free Press, New York, 1965.

〔24〕 ______, *Philosophy of Natural Science*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1966.

〔25〕 Hempel C. G. and Oppenheim, Paul, "Studies in the Logic of Explanation," *Philosophy of Science* 15 (1948), 135–175. Reprinted in Hempel 〔23〕, 245–290.

〔26〕 Hintikka, Jaakko, *Knowledge and Belief*, Cornell Univ. Press, Ithaca, N. Y., 1962.

〔27〕 ______, "Distributive Normal Forms in First-Order Logic," in Crossley and Dummet 〔17〕, 48–91.

〔28〕 ______, "Towards a Theory of Inductive Generalization," in Bar-Hillel 〔 1 〕, 274–288. Reprinted in Brody 〔 2 〕, 497–510.

〔29〕 ______, "On a Combined System of Inductive Logic," *Acta Philosophica Fennica* 18 (1965), 21–30.

〔30〕 ________, "A Two-Dimensional Continuum of Inductive Methods," in Hintikka and Suppes 〔32〕, 113–132.

〔31〕 ________, "Induction by Enumeration and Induction by Elimimation," in Lakatos 〔39〕, 191–216.

〔32〕 Hintikka, Jaakko and Suppes, Patrick, eds., *Aspects of Inductive Logic*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1966.

〔33〕 Jeffrey, Richard C., *The Logic of Decision*, McGraw-Hill, New York. 1965.

〔34〕 Kemeny, John G., "The Use of Simplicity in Induction," *Philosophical Review* 62 (1953), 391–408.

〔35〕 ________, "Fair Bets and Inductive Probabilities," *Journal of Symbolic Logic* 20 (1955), 263–273.

〔36〕 ________, "Carnap's Theory of Probability and Induction," in Schilpp 〔52〕, 711–738.

〔37〕 Kyburg, Henry E., Jr., *Probability and Inductive Logic*, Macmillan, London, 1970.

〔38〕 Kyburg, Henry E., Jr. and Smokler, H. E., eds., *Studies in Subjective Probability*, John Wiley & Sons, New York, 1964.

〔39〕 Lakatos, Imre, ed., *The Problem of Inductive Logic*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1968.

〔40〕 Lehman, R. Sherman, "On Confirmation and Rational Betting," *Journal of Symbolic Logic* 20 (1955), 251–262.

〔41〕 Levi, Isaac, *Gambling with Truth*, Alfred A. Knopf, New York, 1967.

〔42〕 Nagel, Ernest, "Carnap's Theory of Induction," in Schilpp 〔52〕, 785–825. Reprinted in Brody 〔2〕, 478–496.

〔43〕 Nagel, E., Suppes, P., and Tarski, A., eds., *Logic, Methodology and Philosophy of Science*, Stanford Univ. Press, Stanford, 1962.

〔44〕 Popper, Karl R., *The Logic of Scientific Discovery*, Hutchinson and Company, London, 1959.

〔45〕 ________, "Truth, Rationality, and the Growth of Scientific Knowledge," in his *Conjectures and Refutations*, Routledge & Kegan Paul, London, 1963, 215–250.

〔46〕 Ramsey, F. P., "Truth and Probability," in his *The Foundations of Mathematics*, Routledge & Kegan Paul, London, 1931, 156–198. Reprinted in Kyburg and Smokler 〔38〕, 61–92.

〔47〕 Reichenbach, Hans, *Theory of Probability*, Univ. of California Press, Berkeley and Los Angeles, 1949.

〔48〕 Salmon, Wesley C., "Vindication of Induction," in H. Feigl and G. Maxwell, eds., *Current Issues in the Philosophy of Sci-*

ence, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1961, 245–256.

〔49〕 ________, *The Foundations of Scientific Inference*, Univ. of Pittsburgh Press, Pittsburgh, 1967. Reprinted from Robert G. Colodny, ed., *Mind and Cosmos: Essays in Contemporary Science and Philosophy*, Univ. of Pittsburgh Press, 1966, 135–275.

〔50〕 ________, "The Justification of Inductive Rules of Inference," in Lakatos 〔39〕, 24–43.

〔51〕 Savage, Leonard J., *The Foundations of Statistics*, John Wiley & Sons, New York, 1954.

〔52〕 Schilpp, Paul Arthur, ed., *The Philosophy of Rudolf Carnap*, Open Court, La Salle, Ill., 1963.

〔53〕 Shimony, Abner, "Coherence and the Axioms of Confirmation." *Journal of Symbolic Logic* 20 (1955), 1–28.

〔54〕 Uchii, Soshichi, *The Confirmation of Causal Laws*, Ph. D. dissertation submitted to the University of Michigan, 1971; available in microfilm from University Microfilms, Inc., Ann Arbor, Michigan.

〔55〕 ________, "Inductive Logic with Causal Modalities: A Deterministic Approach," *Synthese*, forthcoming.

〔56〕 ________, "Inductive Logic with Causal Modalities: A Probabilistic Approach," *Philosophy of Science*, forthcoming.

註

（1） 本稿はミシガン大学に提出した筆者の博士論文（Ph. D. dissertation）〔54〕、第二および第三章と一部内容が重複する。筆者の在米中約三年間、様相論理と確率基礎論の研究で指導をいただいたアーサー・バークス教授に筆者は多くのものを負っていることをここに記しておきたい。

（2） これらのうちあまりテクニカルでなく比較的読みやすい導入書はカイバーグ〔37〕とサモン〔49〕である。なお、ブロディ〔2〕は極めて有用なアンソロジーである。

（3） ただしグッドのようなマイルドな主観主義者は経験的頻度にあらわれるような「客観的」確率をも認め、主観的確率はそれの見積り estimate だという立場をとる（〔19〕参照）。しかし主観説の主流、デ・フィネッティやサヴェジはそのような妥協を認めない（〔18〕、〔51〕参照）。

(4) バークス〔9〕ch. 2 より借用した。
(5) 知識 knowledge あるいは信念 belief の文脈——例えば「Aはpを知っている」あるいは「Aはpを信じている」——も様相論理の「可能な世界」という概念を用いて取扱うことができる。ヒンティカ〔26〕参照。
(6) 「同型」の概念はカルナップによるが、「同型測度」はバークス〔9〕3・2・1で定義されたものでありカルナップにはない。
(7) $\binom{m}{n}$ は m 個の物より n 個を選ぶ組合わせの総数である。mCn という記法が用いられることもある。もちろん $\binom{m}{n}=\frac{m!}{(m-n)!n!}$ であり、$m!=m(m-1)\cdots1$（mの階乗）である。カルナップ〔10〕pp. 148–160 に関連した定義および定理があるので参照されたい。
(8) 逆に st の確率が $\mathrm{I}(st)$ に比例するような確率配分を行なえば、枚挙による帰納法の反対が働く論理ができる。すなわちそのような論理によると、

$$\mathrm{P}(Fc_{n+1}, Fc_1\,\&\cdots\&\,Fc_n) < \mathrm{P}(\sim Fc_{n+1}, Fc_1\,\&\cdots\&\,Fc_n)$$

が成立する。詳しくはバークス〔5〕pp. 181–185 をみよ。
(9) なぜ許容できないかその詳しい理由については〔12〕をみよ。
(10) この問題および帰納法の正当化の問題に興味のある読者は〔48〕—〔50〕をみよ。
(11) この点についてはとくに〔12〕をみよ。なお、確率算と合理的な賭のシステムとの関係に関する重要な定理がケメニイ〔35〕、レーマン〔40〕、およびシモニイ〔53〕で証明されている。
(12) 詳しくは〔24〕pp. 46 ff. あるいは〔23〕ch. iv をみよ。
(13) 註(11)をみよ。また、デ・フィネッティ〔18〕p. 151 およびラムジー〔46〕pp. 182–183 をも参照。
(14) カルナップの「事例立証」およびカルナップの帰納論理一般に対する最もまとまった批判はネーゲル〔42〕にみられる。ただしわたしはネーゲルの批判に全面的に同意するわけではない。
(15) この見解のチャンピオンはポパーである。〔44〕chs. vi, vii 参照。
(16) このような考察からポパーは「確率の大きさ」と「論理的な弱さあるいは経験的内容の貧弱さ」とを同一視する〔45〕

pp. 217–219)。しかしこれは少々性急な判断である。

（17） 例えばバークス〔9〕ch. 7, グッドマン〔20〕ch. 1, およびヘンペル〔24〕pp. 54–58 をみよ。

（18） この問題のすぐれた取扱いはバークス〔9〕ch. 8 にある。

（19） この方面での哲学的研究の例としてハッキング〔21〕がある。

（了）

（筆者　京都大学人文科学研究所〔哲学〕助手）

tige Naturwissenschaft trotz dieser Parallelerscheinung doch in Indien und in China nicht entstanden? In diesem Aufsatz versuche ich, dieses Problem der vergleichenden Philosophie aus dem religionssoziologischen Standpunkt Max Webers zu beantworten.

Inductive Logic and Probability

by Soshichi Uchii

This paper is a critical exposition of Carnap's and Hintikka's systems of inductive logic. First, Carnap's system of inductive logic is examined in detail, and despite its great virtue with respect to the confirmation of singular predictions, we conclude that it is unsatisfactory as a model of our informal inductive reasoning. The reason is that according to his inductive logic, no nontrivial universal statements are confirmable in an infinite universe. On our diagnosis, this feature stems from Carnap's partition of the set of all possible universes (state-descriptions) by the structure-descriptions and his probability assignment based on it; structure-descriptions can achieve only *statistical generalities*. Although Carnap defends his inductive logic by introducing the notion of the "instance confirmation" of a law, his argument is rejected on several epistemological grounds.

Next we examine Hintikka's inductive logic which is an ingenious extension of the Carnapian logic. The essential difference of Hintikka's logic from Carnap's stems from Hintikka's partition of the set of all possible universes by means of the *constituents*, each of which is the *strongest generalization* in a possible universe. Starting from this partition, Hintikka then *relativizes* the Carnapian logic to each constituent. This determines inductive logic according to which not only singular predictions but also universal statements can be confirmed. In Hintikka's inductive logic, a certain sort of *simplicity consideration* also works. In this connection, Popper's view that the simplicity of a hypothesis can be explicated in terms of the *logical strength* or the *amount of empirical content* is briefly criticized. The application of simplicity consideration to hypotheses presupposes that these hypotheses are *incompatible*; hence the logical strength of a hypothesis cannot give a measure of its simplicity.

Finally, several important directions for a further development of inductive logic are briefly indicated, including the author's own contribution in the field.