# 空間と幾何学（完）

田村祐三

## Ⅳ　経験空間と経験幾何学

13　われわれは経験空間において知覚空間と物理空間とを区別する。心理学者によれば、視覚空間、触覚空間、聴覚空間、味覚空間といった諸知覚空間は本来それぞれ互いに異なっているものであるが、われわれは、生まれて以来の学習によってそれら諸空間の相関関係を獲得し、その結果、一つの一貫した知覚空間をもっている。そこで、このような知覚空間と物理空間との関係を明らかにすることがここでの一つの問題となるのであるが、しかしこの問題は幾何学の経験的解釈の問題を前提としている。それ故、後者の問題を解くことがまず必要である。

幾何学の経験的解釈の問題は、古代の哲学者によってすでに気付かれていたあの数学の精密性と感覚の不精密性との間の問題であるが、この問題を、ヒュームのような幾何学の懐疑論を避けて解決しようとすれば、次の二つの方法のどちらかを採用せねばならないであろう。一つの方法は、物理幾何学がそれによって構成されるところの点、線、面、立体等すなわち物理空間を、知覚経験に与えられるところのものによって構成する方法であり、他の一つは、それらの知覚しえないものを知覚されたものから推測する方法である。[40] 前者の物理空間の「論理的構成」は、ホワイトヘッド、ラッセル、カルナップ、但し『世界の論理的構築』の著者としてのカルナップといった人々が採用した方法である（図式化された単純な感覚知覚をもとに幾何学を構成しようというJ・ニコーのあの試みも、この線上のものである）[41]。そこでまず、この方法による解決をホワイトヘッド、ラッセルによってみてみよう。

14　ホワイトヘッドの考える物理空間は、われわれの（感覚知覚の要素である）感覚意識（sense-awareness）に直接与えられている自然の具体的要素としての「出来事（event）」から抽象された抽象観念である。[42] そして、この出来事のもつ二つの特性に着目して、それから物理空間を抽象する方法があの「延長的抽象化の方法（method of extensive abstraction）」と呼ばれるものである。ここで出来事のもつ二つの特性とは、「移り行き（passage）」と「拡がり（exte-nsion）」であり、この特性に関して出来事は、覆う―覆われるの二項関係の場となる。すると、任意の二つの出来事AとBをとれば、（i）AがBを覆うか（ii）BがAを覆うか（iii）AとBは共にある出来事Cを覆うが、しかしどちらもその他の出来事は覆っていないか（iv）AとBとは完全に分離しているか、のいずれかが成立する。そこで、iiiとivの場合は除外して、その中から任意の二つの出来事をとれば、iあるいはiiの場合が成立しているような出来事の集合を考えてみる。だが、この集合は、もし集合のエレメントである出来事が現実の出来事であるとすれば、有限集合になるであろう。そこでさらにこの点をも除いた、次の条件を満足する「抽象的集合（abstractive class or set）」を考える。その条件とは、（i）その集合のどんな二つの要素も一方が他方をそれの部分として包含しており、しかも（ii）その集合のすべての要素に共通な部分であるような出来事は存在しない（極限要素の否定）、というものである。そして、この抽象的集合を用いて物理空間を論理的に構成してゆく方法が延長的抽象化の方法なのである。例えば、点は次のように構成あるいは定義される。まず、二つの集合pとqにおいて、pに属する任意の出来事xが与えられた時、qの極小に向って十分遠くまで進めばxの部分である出来事yが得られ、またpの極小に向って十分遠くまで進めばyの部分である出来事zが得られる時、pとqとは「等しい（equal）」と定義する。そして、それの要素がすべてこのように互いに等しい抽象的集合である集合を「抽象的要素（abstractive element）」と呼ぶ。すると、四次元時空多様体の基本的要素である「出来事粒子（event-particle）」は、この抽象的要素すなわち抽象的集合の集合すなわち出来事の集合の集合となる。そして、点（超時間的空間の点）は、この出来事粒子の集合すなわち抽象的要

素の集合すなわち抽象的集合の集合すなわち出来事の集合の集合の集合となるのである。

ところでホワイトヘッドは、四次元時空多様体、三次元瞬間的空間、三次元超時間的空間という三つの空間を区別して考えるが、出来事粒子と点とはそれぞれ一番目と三番目の空間の0次元の基本要素である。二番目の瞬間的空間の0次元の基本要素は「パンクト（punct）」と呼ばれる瞬間的点であり、それは、四つの異なったモメント（一瞬間における全自然）のレベル（瞬間的平面）でもレクト（瞬間的直線）でもない共通の交わりとして定義される。このパンクトもまた抽象的要素の集合である。そして、このように三つの空間の0次元の基本要素が定義されると、これから一次元、二次元、三次元の諸部分空間の構成も可能となり、また三空間の相互関係も明確になるのであるが、ここでは後の議論のために、各空間の基本要素、従ってすべての部分空間は出来事の集合をもとに構成されるのである、ということだけに注目しておこう。

次に、ラッセルは、右のような延長的抽象化の方法に対して、もしそれが世界の現実的な構成要素でもって出発する方法であるとすれば、抽象集合の仮定はそれの一つの欠点である、と考える。(43) なぜなら、抽象集合の要素である出来事のサイズにはどんな上限も下限も存在しないと仮定されていたが、しかし現実の出来事がこの条件を充たすという経験的証拠は今のところ何もないからである。そこでラッセルは、この条件を除いた現実の出来事の集合で点、線、面、三次元領域等を定義することを試みる。例えば、空間の0次元の基本要素である点は、出来事の最大「共点集合（co-punctual group）」と定義される。ここで共点集合とは、その集合に属するどんな四組の出来事も共点であるような集合のことである。そして、この点の定義をもとに、線や面や三次元領域がそれぞれ共線、共面、共領域という概念を介して順次構成されるのである。従って、ラッセルの空間もまた、出来事の集合をもとに構成されるものなのである。

さて、ホワイトヘッド＝ラッセルの物理空間は、出来事の集合を基本単位として論理的に構成された空間であると

いうことがわかったが、では、空間のこのような経験的解釈のもとで、知覚空間と物理空間との関係はどうなるであろうか。これに対する答えはラッセルによって、あの「私的空間（private space)」と「パースペクティヴ空間（space of perspectives)」との間の関係として与えられた。[44] だが、このラッセルの解答で注意しなければならないことは、パースペクティヴ空間（物理空間）はセンスデータあるいはセンシビリア（あるいは出来事）をもとに論理的に構成された空間であって、それ故「拡がり」をもたない空間である、ということである（人の集合は人ではないように拡がりの集合は拡がりではない！）。従って、知覚空間とホワイトヘッド＝ラッセルの物理空間との関係は、拡がり関係によって関係づけられるそれではない。これから当然、両者をいわゆる重ね合わせることは不可能である。すると、このことからまた、ホワイトヘッド＝ラッセル流の経験空間の解釈の下では、例えばある物体がある半径の円軌道を描いて運動しているという物理学の言明に対する解釈として、通常誰れもが想い浮べるあのある円とその周上をまわるある物のイメージを当てるならば、その時人は全くの比喩的解釈を与えているにすぎないのであり、そのイメージは物理学に決して含まれることのないものである、ということが帰結する。光は重力場では彎曲するとか、素粒子は拡がりをもつかもたないか、というような言明についても同様で、それらは、論理的に構成された物理空間のあのわけのわからない用語に翻訳された時はじめて物理的意味をもつようになるのである。

物理空間を以上のように論理的構成物とみなしても、そこには何の不合理も生じないであろうし、またそのように考えることによって、他の考え方に生じるいくつかの困難も確かに避けられる。だが、物理空間をこのようなものとだけ考えなければならないという決定的理由は何もないようにみえる。否、むしろ反対に多くの人々は、このような物理空間（およびその空間の中に場所を占める論理的構成物としての物質）の、どちらかと言えば極端な考えに不自然さを感じるであろう。[45] われわれは、やはり物理空間も拡がりをもっていると考える方が納得しやすいのである。そこで次に、そのような拡がりのあるもう一つの物理空間について検討してみることにしよう。

(ここで筆者は、二つの考え方のうちどちらか一方がより優れているということを主張するつもりは少しもない。どちらの考え方にも一長一短があり、おそらく同程度の困難が含まれているであろう。だが、2ですでに指摘したように、ラッセルと同じく幾何学の二分法の考えをとりつつ、しかもラッセルと違って拡がりのある物理空間を可能とする考え方は、認識論的に正しくない。これについては以下の議論で明らかになるであろう。)

**15** ホワイトヘッド＝ラッセル流の物理空間は、知覚空間内には正確な幾何学は構成できないという認識の上に、次の二つの要請を充たすように考えられたものである。その二つの要請とは、(i) 正確な幾何学を構成するということ(ヒューム流の幾何学の懐疑論の拒否)と(ii)純粋(抽象)空間と経験空間との間に直観空間のようなものを認めないということ(これをわれわれは空間あるいは幾何学の二分法(dichotomy)と呼ぼう)である。これに対してわれわれは、iの要請は受け入れるが、iiは拒否する。つまり、空間あるいは幾何学の二分法のかわりに、直観空間およびその上の直観幾何学を認める三分法(trichotomy)を採用する。そして、この直観空間を用いて、知覚されたものから拡がりのある物理空間を推測するのである。

このような物理空間は、知覚空間との関係からみれば次のようになる。まず、われわれは物理空間を、そのつど必ずある一つの視点からではあるが、知覚している。従って、物理空間と知覚空間とは拡がり関係によって関係づけられる。そして、物理空間内の物理的事物の(相対的)位置およびそれの占める場所は、それに向けられたいろいろな知覚(それが例えば視覚であれば視線)の交点から推測される。次に、われわれは物理空間を、拡がりのある種の位相的関係に関しては、不完全に知覚しているにすぎない。なぜなら、物理空間が連続体であるとすれば、知覚空間はすでに述べたようにそうではないからである。そして、その時われわれは、連続体である直観空間(直観的に了解可能な空間)を物理空間とみなして採用するのである。また、物理空間にある最小単位が存在する場合にも、われわれは物理空間を不完全に知覚しているにすぎない。なぜなら、われわれはそのような最小単位を理論的に推測しうるに

すぎないからである。但し、この場合の空間の最小単位は、物理的にのみ意味のあるものにすぎない、ということに注意すべきである。つまり、物理空間が最小単位をもつということは、われわれは物理的事物の位置をその単位以上には正確に決定できない、ということを意味するにすぎないのである。(従って、空間が最小単位をもつという言明は、知覚空間と物理空間においてのみ有意味となりうる。)そして、この場合われわれは、連続体である直観空間に最小単位に相当する小領域を設定したものを物理空間として採用するのである。(このような空間は、不連続的(discontinuous)あるいは離散的(discrete)と呼ぶよりも、原子的(atomic)と呼ぶ方がより適切であろう。(46))

ところでラッセルは、今みてきたような物理空間を認めない一つの理由として、そのような空間の部分空間である点、線、面等と知覚されたそれらとが、どれ程の精密さで近似しているかをわれわれは決定できない、ということをあげている。(47) しかしこの問題は、物理空間にどのようなメトリックを入れて物理幾何学を構成するか、という問題と共に測定の問題に属する。というのは、ラッセルの言う近似度は、測定誤差の問題によって処理しうるからである。そこで次に、測定の問題を考えてみよう。

**16** 測定の問題の考察においては、どこまでが約束の問題で、どこまでが事実の問題で、どこまでが論理あるいは数学の問題であるか、ということにいつも注意を払いつつ進んでゆくことが大切であることを、一般的注意としてあらかじめ与えておこう。つまり、測定の問題には、これら三つの事柄が絡み合って含まれているのである。

① 物理空間にメトリックを導入するためには長さ(距離)の測定が必要である。測定とは、ある事物にある数を割り当てる一般的手続きのことである。(48) そして、この手続きは一組の規則によって与えられる。従って、物理的長さ(距離)は、長さ(距離)に関する測定手続きの規則によって与えられる。この規則は、間主観的観察可能性(inter-subjective observability)の条件を充たしているものでなければならないことは言うまでもない。そのようなものとしてカルナップは、次の三つの規則をあげている。(49) すなわち、あるまっすぐな稜にしるされた線分は、もう一つ別のま

っすぐな稜にしるされた線分と、二つの線分の諸端点が互いに同時に一致させられうる時、等しい長さをもつ、という相等性を定義する規則、二つの稜を一直線に連結すれば、その全体の長さはそれぞれの長さの和である、という加法性を定義する規則、そして、まっすぐな稜をもつ棒を選び、この稜の上に二つの点をしるしてこれら二点間の線分を単位として選ぶ、という単位を定義する規則の三つである。これだけの規則があれば、われわれは確かに直接測定を実際に行うことができる。

例、カルナップが示しているフェンスの長さの測定の例を参照されたい。[50]

ところで、これらの規則に従ってつくられた物差しで測定可能な量は、明らかに整数だけである。そこで、三番目の規則に従って決められた単位の$1/n$を新たな単位とする補助的物差しを試行錯誤によってつくれば、測定可能な量は有理数まで拡張できる。だが、直接測定によって測定しうる値はこの有理数までである。無理数の値は間接測定（計算）によらなければ得られない。例えば、ある直角三角形の斜辺と一辺とが直接測定によってそれぞれ2と1であることがわかったとすれば、残りの一辺が$\sqrt{3}$であることは計算（間接測定）によって知られるのである。[51] そして、この間接測定で得られた長さの線分に沿って物差しを当てれば、物差しのどこかにその線分の端点がくるから、それをこの物差しの上にしるすことができる。この方法を応用すれば、物差しの上に無理点を次々と付け加えてゆくことができるであろう。

だが、現実の物差しに、任意の実数に対応する点をしるしてゆくという作業には限界がある。なぜなら、現実の知覚された物差しの拡がりは、すでに何度も述べたように、連続体ではないからである。しかし、連続体である物理空間を測定する物差しそのものの拡がりは、また連続体とみなされていることは言うまでもない。そして、この連続体としての物差しの拡がりと知覚された物差しの拡がりとの関係は、後者が前者の代用物であるという関係であり、また、連続体としての物差しの拡がりは、すでに述べたように、直観空間の拡がりである。従って、われわれが現実に

使用している物差しは、知覚された拡がりに直観空間の拡がりがいわば重ね合わせられて成立しているところのものなのである。以上のことから、物差しとは、知覚空間と直観空間と数とから成立しているもの、と言えるであろう。

② 直観空間の点には拡がりがなく、線には幅がなく、面には厚みがなかった。だが、現実の知覚された物差しのそれらの代用物には拡がりや幅や厚みがある。従って、測定された値は必ず真値からのずれを示す。このずれすなわち測定値と真値との差が誤差である。（誤差の原因は右のもの以外にもさまざまなものがある。）誤差はよく知られているように統計学の理論を使って処理されるが、その結果、真値の最良推定値およびその分散が得られ、さらにこれから、測定値と真値とがどれ程の精密さで近似しているか、ということも決められる。だが、その時これらのことと共に注意すべきことは、その誤差論そのものを意味あるものにしているところのものは真値の概念であり、さらにその真値の概念に意味を与えているところのものは直観空間である、ということである。

③ さて、①で述べた測定手続きの規則には直線という概念が使われており、また、その規則に従ってつくられた物差しは空間内の移動中も単位の長さを変えない、つまり物差しは剛体であるということが通常仮定されているが、これらの概念は経験的にはどのように解釈あるいは決定されるであろうか。それを次に考えてみよう。（ここでわれわれは、これらの概念に対して――先の長さの概念についても同様であるが――いわゆる coordinative definition (Reichenbach) とか rule of correspondence (Carnap, Margenau) とか epistemic correlation (Northrop) とか dictionary (N. R. Cambel) とかにほぼ相当するものを与えるのであって、いわゆる operational definition (Bridgman) を与えるのではない、ということに注意しよう。）

$\alpha$　物理的直線の決定――物理的直線（あるいは測地線）を経験的に決定するために、まず物理的直線を実現する物体は「通常の剛体」（次の$\beta$参照）であると仮定し、長短の決定手続きとしては、重ね合わせによる比較という操作を採用する。すると、経験的に解釈された物理的直線はある種の物理的事象に限定される。そして、ピンと張られ

た糸はそのようなものの中の一つである。なぜなら、まず図10のように二点$P_1$と$P_2$との間にピンと張られた糸$s_1$と弛んだ状態の任意の糸$s_2$を考え、次に$s_1$を$s_2$と同じ形に弛ませ$P_1$を始点として$s_2$に重ね合わせてゆくと、$s_1$は$P_2$まで達しない。このことと最初の二つの仮定とを合わせて考えれば、ピンと張られた糸が直線の条件を充たしていることはすぐわかる。従って、ピンと張られた糸を経験的に解釈された物理的直線と考えることができるのである。この他にも、物理的直線とみなされる物理的事象は多くある。例えば、一方の端に眼を当ててみた時その端の拡がり以外の部分をみえなくすることのできる棒とか、紙をぴったり合わせて折った折り目とか、回転軸とか、光の進路等々である。これらの物理的事象は互いに形態的に一致し、経験的に解釈された物理的直線の一つのクラスを形成しているのである。だが、もし最初の二つの仮定の中の一つである通常の剛体の仮定を「特別の剛体」（次の$\beta$参照）の仮定でおきかえると、少し考えればすぐわかることであるが、その仮定の下での物理的直線とみなされる物理的事象の形成するクラスは、右のクラスより大きくなり、右のクラスはこのクラスの部分クラスにすぎないものになるのである。

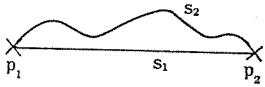

図10

ここでついでに言うと、物理的直線が決まれば物理的点、物理的平面等も簡単に決定でき、物理幾何学の構成に必要な物理空間の諸部分空間の経験的解釈が得られるのである。

また、物理幾何学の直線、平面等は長短の決定手続きと剛体仮定の下で決定されるから、それらの決定には、それぞれの仮定に含まれている約束に関する事柄と、その約束に適うように選ばれた経験的事物に関する事柄とが含まれており、さらにそれらの直線や平面等に測定手続きの規則に従って数を割り当てれば、そこには論理あるいは数学に関する事柄も含まれてくる、ということにも注意しておこう。

$\beta$　剛体の決定——剛体とは、物理学において通常それの諸部分相互の距離がそれの置かれている空間内の位置と時間の経過に無関係に一定であるもの、と定義されている（オイラー）。だが、ここで、距離が一定であるというこ

空間と幾何学（完）

とがまさに剛体を用いて決定されるべきことであるから、この剛体定義は、少なくともこれを coordinative definition として採用すれば、循環に陥る。そこで、剛体をこれとは別の仕方で決定することを考えてみよう。

まず、カルナップにならって、ある物体 $M$ のもう一つの物体 $M'$ に対する「相対的剛性（relative rigidity)」というものを次のように決める。(52) すなわち、$M$と$M'$とが、図11のように各々の適当な断面に沿ってぴったりとくっつけられており、その合わせ目に沿って$M$と$M'$上にそれぞれ任意の点$A$、$B$、$C$と$A'$、$B'$、$C'$とがずれのないようにしるされているとする。その時、$M+M'$が空間のどこにあろうと、また時間の経過に関係なく$A$と$A'$、$B$と$B'$、$C$と$C'$がずれを生じないならば、$M$と$M'$とは互いに rigid である、と決める。すると、この基準を（近似的に）満足するものは、自然の諸物の中で一つのクラスを形成している。それは、固体のクラスである。（つまり、この基準によって気体と液体とが除かれたのである。）

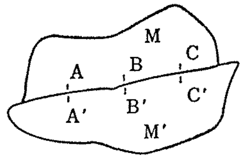

図11

だが、この固体も一般に熱や磁力といったさまざまのいわゆる特殊力 (differential force) の影響を受けて延びたり縮んだりする (differential effect)。(53) 従って、このような効果をすべて補正しなければならない。

例、熱の効果の補正(54)

$$l=l_0\{1+\beta(t-t_0)\}$$

但し　$l$：温度 $t$ の時の棒の長さ

$l_0$：温度 $t_0$ の時の棒の長さ

$\beta$：線膨張率

しかし、このような経験的に検証可能な効果を、剛体あるいは物差しの候補として選ばれたある一つの固体についてすべて補正したとしても、さらにその固体の占める位置や方向に関する補正が残っている。そして、その補正は、右のような経験的補正とは異なり、約束に基づいてなされるところの補正なのである。ライヘンバッハはそのような

補正に関して、その補正を必要とさせるような普遍効果（universal effect）とかその効果の原因である普遍力（universal force）とかについて語るが、[55] しかしこれらのものを、たとえ話をわかりやすくするため、つまり文字通りのものとしてでなく比喩的なものとしてであっても、引き合いに出すことは、グリュンバウムの指摘するようにさまざまな誤解を招くもとになる。[56] なぜなら、そのような普遍力（もちろんこれは、重力理論で実質的な意味をもっているそれとは別のものである）の効果は、論理的に検証不可能なものであるから。そして、この意味で位置や方向に関する補正問題はまったくの約束の問題なのである。従って、ある位置やある方向に関してどのような補正を加えるか、あるいはどのような補正も加えないかということは、事実とまったく無関係な単なる約束ごとである。（時間に依存するこの種の補正については、その時間がもし相対性理論の時間であれば、その補正は位置や方向に関する補正の中に含ませることができるし、また、時間が古典物理学の時間であれば、そのような補正はしてもしなくても全く同じ結果になることはすぐわかる。なぜなら、その場合の補正はそのつど全世界に一様に及ぶから。）

ここで補正関数を $f(t, h, \ldots\ldots, d, \phi)$ で表わせば、右の二種類の補正に対応する変数部分は

$$\underbrace{f(t, h, \ldots\ldots}_{\text{empirical}};\ \underbrace{d, \phi)}_{\text{conventional}}$$

である。

以上のことから、われわれは剛体というものを次のように決めることができる。即ち、剛体とは、固体であり、しかも、もしそれがさまざまな特殊力の影響を受けるものであれば、それらの効果はすべて補正されており、また位置や方向に関する補正については、ある約束のもとになされている、そのような固体である。[57]

このような剛体解釈の下で、われわれは約束に基づく補正に関連して二つの剛体あるいは物差しを区別できる。すなわち、位置や方向に関する補正項をもたない剛体あるいは物差しと、そのような補正項をもつ剛体あるいは物差し

空間と幾何学（完）

とである。そして、前者を「通常の剛体（customary rigid body）」あるいは「通常の物差し（customary rod）」と呼び、後者を「特別の剛体（noncustomary rigid body）」あるいは「特別の物差し（noncustomary rod）」と呼ぶことにする。(58)（明らかに、通常の物差しは特別の物差しの特殊な場合である。）すると、（ここでついでに述べておくと）最初にどのような物差しを採用するかによって、対象は異なる幾何学により記述される、ということがすぐわかる。

例1、ヘルムホルツ以来よく用いられる二次元世界とその中に棲む三人の物理学者$P_1$、$P_2$、$P_3$を思考実験によって考えよう。するとまず、物理学者$P_1$が通常の物差しを使って世界の中のある点を中心とする任意の円の半径とその円周を測定したところ$\frac{C}{2r}<\pi$という結果を得た。また、曲率も一定であった。そこで彼は、その世界を楕円的幾何学を用いて記述する。次に物理学者$P_2$は、同じものを通常の物差しにある（約束に基づく）補正項を付け加えた特別の物差しで測定したところ$\frac{C}{2r}=\pi$という結果を得た。そこで彼は、同じ世界をユークリッド幾何学を用いて記述する。さらに物理学者$P_3$は、$P_2$の使った物差しとは別の特別の物差しを使って$\frac{C}{2r}>\pi$という結果を得たので、同じ世界を双曲的幾何学を用いて記述するのである。

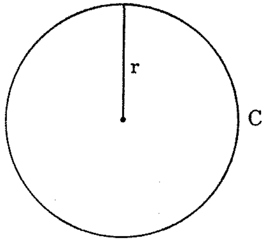

図12

例2、シュヴァルツシルトの重力場、すなわち重力場の源となる質量$m$の静止物体は座標原点にだけあってしかも球対称で時間的に変化しない静的重力場を考える。さらに物体の外部領域内の、座標原点（物体の中心）を通る平面だけを考える。すると、この平面は（i）測定用として通常の物差しを仮定すれば、非ユークリッド幾何学で記述され、（ii）測定用として適当な特別の物差しを仮定すれば、ユークリッド幾何学で記述される。そして、その場合の補正された物差しの長さ$l$は次のようになる。(59)

$$l=l_0\left(1-\frac{a\cos^2\phi}{r-a\sin^2\phi}\right)^{\frac{1}{2}}$$

但し　$l_0$：通常の物差しの長さ

$r$：物体の中心と物差しとの距離（ユークリッド平面内での）

$\phi$：物差しから物体の中心へ向う方向と物差しとのなす角（ユークリッド平面内での）

そして $a=\frac{2Gm}{c^2}$，$c$：光速度，$G$：万有引力定数

ところで、物理学者は、通常物差しが剛体であるということを暗黙の前提としているが、しかし実はそのことには何の理論的根拠もないのである。その前提は、ただ単に「物理的単純性（physical simplicity）」の要請を充たすためのものにすぎない。そして、この単純性は真理のいかなる基準でもないのである。従って、世界を測定するために、熱に関する補正が施されていない鉄の物差しを用いることも可能である。但し、その場合は、物差しを火に近づけたり遠ざけたりするたびごとに、世界は収縮したり膨張したりすることになるから、世界描写は複雑きわまりないものとなるのであるが。

このような物理的単純性についての考察は、通常の剛体と特別の剛体の場合にまで遡らせることができるかもしれない。そして、通常の剛体あるいは物差しを仮定した物理学体系の方が、特別の剛体あるいは物差しを仮定した体系より全体として一層単純である、と言えるかもしれない。それ故、最初に特別の物差しを仮定する一つの物理学体系は、通常の物差しを仮定する体系に変換されるべきである、ということを物理的単純性の一般的規則として採用することができるかもしれないのである。そして、確かにアインシュタインは、一般相対性理論においてこの規則に従った一つの例を示したのであった。[60]

**17**　これまで述べてきたことからすでに明らかなように、物理空間のメトリックというものも、直観空間のそれと同様われわれが約束に従って自由に導入したところのものである。つまり、メトリックは、自然あるいは物理空間に

おいても intrinsic なものとしてあるのではなく extrinsic なものとしてあるにすぎないのであって、われわれはそれを自然の中で発見するのではなく、その中へ最初の約束に従って後から自由に導入するのである。これが「リーマン＝ポアンカレの約束主義」の真の意味である。(61) それ故、物理学者が測定に際してどのような物差しを採用するかということは約束ごとにすぎないのである。そして、ひとたびある物差し $R$ が採用されると幾何学 $G(ds^2=g_{ij}dx_idx_j)$ が、別の物差し $R'$ が採用されると幾何学 $G'(ds^2=g'_{ij}dx_i'dx_j')$ が経験的にユニークに決定される。そして、この $G$ と $G'$ とは、物差しの補正項に対応するメトリックテンソル $F_{ij}$ によって結ばれるのである。

$G \qquad G'$

$g_{ij}+F_{ij}=g'_{ij}$

（注意：ここで $F_{ij}=0$ であることは、$G$ と $G'$ とが同一であるための十分条件にすぎない。グリュンバウムが指摘したように、両者の相違が単なる単位のとり方の相違にすぎない場合、両者は同一の幾何学であるにも拘らず $F_{ij}=0$ は成立しない。(62)）

これがライヘンバッハの言う「幾何学の相対性」である。

例、シュヴァルツシルトの外部解の空間部分において $\theta=\dfrac{\pi}{2}$ としたものを使う。その時

$$G_{non\text{-}E}: ds^2=\frac{dr^2}{1-\frac{a}{r}}+r^2d\varphi^2$$　但し $R$ : **16**, ③, $\beta$, 例2の通常の物差し

$$G_E: ds^2=dr^2+r^2d\varphi^2$$　但し $R$ : **16**, ③, $\beta$, 例2の特別の物差し

であるから

$$F_{11}=-\frac{a}{r-a}, \quad F_{12}=0, \quad F_{22}=0$$

となる。

さて、われわれがこれまで検討してきた約束主義には、グリュンバウムによれば、大きく三つのグループに分けられる論敵がいる。それを最後に簡単に紹介して本論を終えることにしよう。(63)

まず、第一の論敵は、メトリックに関する約束主義そのものに反対する人々で、代表的人物はニュートン、ラッセル、ホワイトヘッドといった人達である。彼らは、メトリックを自然の中に intrinsic に具わっているものと考える。あの有名なラッセル対ポアンカレ論争もこの点をめぐって行われたものである。これらの人々に対してグリュンバウムは、すでに得られたリーマン＝ポアンカレの約束主義の成果を踏まえ、彼らの誤りを彼らの証言に即して指摘する。次に、第二の論敵は、われわれと右の人々（もちろんニュートンまで遡ることはできないが）との共通の考え、すなわち物理幾何学の経験的ステイタスの問題は、物差しの剛体性が約束的であるかどうかの問題に依存するという考えを拒否し、われわれの約束主義をどんな言語や記号（体系）にもみられる trivial semantical conventionalism（TSC）にすぎないものとして片づけてしまう人々である。つまり彼らは、われわれの約束主義を geometric (geochronometric) conventionalism（GC）とすれば、GC は TSC の subthesis にすぎないと主張するのである。この考えの主唱者は、エディントンおよびその考えをもっと巧妙に展開したH・パットナム（およびP・ファイヤーベント）といった人達である。これらの人々に対してグリュンバウムは、GC と TSC とは全く別のものであること（後者は、前者と違って問題の対象の「構造的性質」にかかわらない）、また彼らが例としてあげているものは GC のそれと同等のものではなくまさに TSC のそれにすぎないことを指摘して彼らの主張を論駁する。※

さて、第三の論敵は、われわれと同じ約束主義者と呼ばれる人々であるが、しかしもっとラディカルな約束主義者達である。われわれの約束主義と彼らのそれとの相違は、幾何学と物理学との相互依存関係をどう捉えるかという点にはっきり現われる。われわれの約束主義においては、幾何学の変更は物理的事実内容の全体と無関係に行うことができ、またある一つの幾何学を保持しつづけることも、いかなる事実内容の変更をもともなわずに可能である。そして、このような幾何学の変更あるいは保持の結果生じることは、同一事実の表現の仕方の相違にすぎない。それ故、われわれの約束主義の下では、幾何学と物理学の相互依存関係は単なる言語上のものにすぎないのである。これに対

して、ラディカルな約束主義者達は両者の相互依存関係を認識論的（帰納的）なものと考える。なぜなら、幾何学を変更したりあるいはある一つの幾何学を保持しつづけようとしたりすれば、物理法則の（事実内容の）方も変更しなければならない、と彼らは考えるからである。ところでこのような考えは、実は、デュエムのあの「決定的実験は不可能である」というテーゼに基づく考えである。彼によれば、（i）実験によってある理論（$H \wedge A$）のある帰結（O）が否定されたとしても、その時反証されたのは理論全体（$H \wedge A$）であってそれに含まれる個々の法則や仮説ではない（つまり、$[(H \wedge A) \to O] \wedge \sim O$ から演繹的に推論されるのは、$\sim(H \wedge A)$ あるいは $\sim H \vee \sim A$ にすぎない）。それ故、（ii）ある仮説（H）と関連する他の補助仮説（A）を、これと両立しないある適当な（しかも nontrivial な）補助仮説（A'）で置き換えてやりさえすれば、ある仮説（H）を真とみなしてそのまま残しておくことは常に可能である。つまり、新しい理論（$H \wedge A'$）は先の実験結果（O'）を導き出すことができるのである（$(\exists A')[(H \wedge A') \to O']$）。従って、ある仮説（H）の決定的反証は不可能である。

さて、このようなデュエムの考えは、後にアインシュタインによって受け継がれた。彼もまた、幾何学（G）と物理法則（P）との認識論的（帰納的）な相互依存関係を主張したのである。これに対してグリュンバウムは、右の議論の（i）は正しいが（ii）は non sequitur であるのみならず actually false でもあることを、Hにある領域を対象とするある幾何学を当てはめ、その領域に deforming influence の存在しない特別の場合とそれの存在する一般的場合とについてそれぞれ証明し、彼らの考えを論駁する。※※ そして最後に、われわれの約束主義の下では、ひとたび合同の物理的意味が決定されると、ある幾何学が逐次近似法によって経験的にユニークに決定されることを示し、われわれの考える物理幾何学が、この意味で十分 empirical なものであることを明らかにしたのである。

〔物理空間の興味深い次元の問題について触れることができなかった。次の機会にあらためて論じたいと思う。〕　（完）

（40） Cf. Russell, B.: *Human Knowledge*. p. 254.『人間の知識II』鎮目恭夫訳（みすず書房）一一ページ参照。

（41） Nicod, J.: *Geometry and Induction.*

（42） 以下のホワイトヘッドの議論については，*An Enquiry Concerning the Principles of Natural Knowledge.*『自然認識の諸原理』藤川吉美訳（東京図書）および *Concept of Nature.*『科学的認識の基礎』藤川吉美訳（東京図書）に拠る。また，Palter, R. M.: *Whitehead's Philosophy of Science.* を参考にした。

（43） 以下のラッセルの議論については，*The Analysis of Matter*, Chap. XXVIII, XXIX. に拠る。

（44） *Our Knowledge of the External World*, Lecture III. 『外部世界はいかにして知られうるか』石本新訳（世界の名著58，中央公論）。*Mysticism and Logic*, VII.『神秘主義と論理』江森巳之助訳（みすず書房）。

（45） Cf. Einstein, A.: "Remarks on Bertrand Russell's Theory of Knowledge." *The Philosophy of Bertrand Russell.* edited by P. A. Schilpp.「バートランド・ラッセルの認識論についての注意」中村誠太郎・井上健共訳（アインシュタイン選集3，共立出版）参照。

（46） Cf. Swinburne, R.: *Space and Time*, p. 32.

（47） *Human Knowledge*, pp. 253—254. 鎮目訳二ページ。

（48） Cf. Lenzen V. F.: Procedures of Empirical Science, p. 9. (*International Encyclopedia of Unified Science*, Vol. I No. 5.)

（49） Carnap, R.: *Philosophical Foundations of Physics*. p. 86. 『物理学の哲学的基礎』沢田允茂・中山浩二郎・持丸悦郎共訳（岩波書店）八七ページ。

（50） *Op. cit.*, pp. 86—87. 邦訳八七—八八ページ。

（51） Cf. *Op. cit.*, pp. 87—89. 邦訳八八—八九ページ参照。

（52） *Op. cit.*, pp. 91—93. 邦訳九二—九四ページ。

（53） Reichenbach H.: *op. cit.*, p. 22

（54） 長さと温度の測定手続きにみられる見かけ上の循環は，いわゆる「逐次近似法」によって避けられる。Carnap, R.: *op. cit.*, pp. 98～99. 邦訳九九～一〇〇ページ参照。

(55) *Op. cit.*, p. 13.

(56) Grünbaum, A.: *Geometry and Chronometry in Philosophical* Perspective, pp. 44—49.（この本の Chapter I. は最初 *Minesota Studies in the Philosophy of Science*, Vol. III, edited by H. Feigl and G. Maxwell. に掲載された。これはまた、*Philosophical Problems of Space and Time*, Part I. chap. 1—4. に叙述の順序が多少変更されて収められている。）

(57) Cf Reichenbach, H: *op. cit.*, p. 22.: *Axiomatization of the Theory of Relativity*, p. 87. 剛体を導入すると、剛体での光速は無限大であるから、相対性理論に矛盾する、というボンヂの悩みを、この剛体定義は解消する。なぜなら、この定義は、何の補正もせずに最初から剛体であるような固体が、現実に存在することを主張しはしないから。（ボンヂ『相対論の素顔』山内恭彦訳（みすず書房）二四～二五ページ）

(58) Cf Grünbaum, A.: *op. cit.*

(59) この式は、今考えている平面のモデル（回転放物面）を三次元ユークリッド空間の中につくり、そのモデル上の長さとそれの正射影の長さとを比較することによって得られる。このようなモデルのつくり方については、カルナップの前掲書の原書で一五四—一五七ページ、邦訳で一五五—一五八ページ（詳細は、Flamm, L.: "Beiträge zur Einsteinschen Gravitationstheorie," *Physikalische Zeitschrift*, XVII, 1916.）およびH・ワイルの前掲書の三八三—三八四ページを参照されたい。なお、カルナップがそこで示している式は、筆者の示した式と異なり、重力場の源が、太陽のような比較的小質量の天体である場合にのみ有効な近似式である。また、カルナップは、彼の式中に現われるCの値を$3.7\times10^{-29}$としているが、筆者の計算によれば、$7.4\times10^{-29}$でなければならない。

(60) Cf. Carnap, R.: *op. cit.* p. 171. 邦訳一七一—一七二ページ参照。

(61) Cf. Grünbaum, A.: *op. cit.*

(62) *Op. cit.*, pp. 42—43.

(63) *Op. cit.*, pp. 80—141.

※（補注、一九七六年）本論の執筆後、パットナムの再批判があらわれたが、中心の論点は変っていない。すなわち、彼によれば、GC は TSC の一例にすぎない。なぜなら、物理学がいかなるメトリックを採用するかは、いろいろの条件（と

りわけ物理的単純性）を考慮に入れて、全体の整合性(coherence)を保持するようにすれば、決まるからである。けっきょく、彼の主張は語句「距離」の指示対象（reference）は、全体の整合性ということによって決定されうる、という主張であるが、これだけならもちろんグリュンバウムの見解と少しも矛盾しない。これがグリュンバウムに対する有効な反論となるためには、規約的要素とみなされているもの（距離）も、実は、経験的要素から独立していないこと、つまり、それが、TSC の事例である点を別にして、経験的事実の全体に依存していることを前提しなければならない。この前提が正しいかどうかは、経験的事実の範囲の取り方にも依存することであって、意見の分かれるところであるが、現在の筆者は、この前提は当面の問題に対しては妥当しない、と考えている。(Putnam, H.: "The Refutation of Conventionalism," *Semantics & Philosophy*, edited by M. K. Munitz, and P. K. Unger, New York University Press, 1975.)

※※（補注、一九七六年）その後、デュエムのテーゼをめぐる重要な論文集が出版された。そこでは、グリュンバウムのこのデュエム批判が、議論の中心のひとつとなっている。(*Can Theories be Refuted? Essays on the Duhem-Quine Thesis*, edited by S. G. Harding, Reidel, 1976.)

筆者　福井大学教育学部〔科学論・科学史〕助教授

空間と幾何学（完）

In seiner Religionssoziologie nimmt Weber das Problem der Anwendung der Methode des Verstehens auf die geschichtliche Welt auf. Die Hauptfrage darin ist „die Art zu veranschaulichen, in der die Ideen in der Geschichte wirksam werden", nämlich die dynamische Beziehung zwischen den religiösen Ideen und den Handlungen (Lebensführungen) zu erklären. Die Ideen wirken einerseits als Rechtfertigungen der menschlichen Handlungen (und Leiden) und der Gottesordnung, was eigenthich das Problem der Theodizee ist. Und die Ideen führen andererseits vermittels des „Interesses" an der Erlösung, vor allem der *certitudo salutis*, in die bestimmten Lebensführungen. Im historisch-soziologischen Zusammenhang der Prädestinationslehre, der Ethik des asketischen Protestantismus, des „Geistes des Kapitalismus," finden wir nicht nur eine Verflechtung von Rechtfertigung und Motivierung, sondern auch eine Kausalbeziehung.

Nach Weber können menschliche Handlungen durch die Methode des Verstehens vor allem darum zntreffend erklärt werden, weil wir Menschen „vernünftige, d. h. der Erfassung und Befolgung von Maximen fähige Wesen" sind.

## Space and Geometry

*by* Yuzo Tamura

The concept of space is not simple, but complex. It is composed of three element-concepts: extension, qualitative relation, and quantitative relation. The aim of this article is to investigate some philosophical issues about space and geometry from this point of view.

I am concerned with three kinds of space and geometry: abstract space and abstract geometry, intuitively apprehensible space (for short intuitive space) and intuitive geometry, and empirical space and empirical geometry. Both of the second and third geometry are models of the first. The three element-concepts of the first geometry, of course, have not any concrete meaning, but although their meaning is indefinite, its scope is defined implicitly by the axioms of the geometry. Concerning this space and geometry, I examine characteristics of an axiomatic system, giving an example of Hilbert's axiomatic system of Euclidean geometry and comparing it with that of Euclid himself.

Some people, empiricists in particular, may be opposed to assuming the existence of the second space and geometry, intuitive space and intuitive geometry, but if we are prepared to recognize physical space having extension, this assuming is inevitable. Hence those who reject this assumption, like Whitehead and Russell, have to construct their physical space from data given directly to their sense-experience, but this logically constructed space has not extension at all.

The three element-concepts of intuitive space and intuitive geometry are intuitively apprehensible extension, topological relation, and metric relation determined by conventions. I characterize the intuitive space and intuitive geometry in detail from these three aspects. For example, intuitive space differs from visual space with respect to topological relation, that is to say, the former is divisible infinitely, while the latter has minimum extension (quanta of sense-percepts or Berkeley's and Hume's *minimum sensibile*). Accordingly we cannot construct non-trivial exact geometry in visual space. Giving another example, I show that intuitive space is neither Euclidean nor non-Euclidean in the sense that we are able to construct both Euclidean geometry and non-Euclidean geometries in that space. This conclusion depends mainly on the third respect above mentioned. Finally I add that statements of intuitive geometry are not analytic, but synthetic.

Concerning the third space, empirical space, I distinguish physical space from perceptual space. My first issue about this third space is to elucidate the relation between physical space and perceptual space. This problem, however, depends on that of empirical interpretation of geometry, so that I must first solve the latter. My physical space with extension is inferred from perceptual space by the use of intuitive space. For I take the trichotomy of space and geometry instead of Whitehead's and Russell's dichotomy, which does not approve of intuitive space and intuitive geometry. I clarify the relation between this physical space and perceptual space.

The three element-concepts of physical space and physical geometry are empirical extension, topological or situational relation, and metric relation determined by a procedure of measurement. I examine the issues about measurement of physical space in detail, and conclude that metrics of physical space are also, like intuitive space, conventional. They are not intrinsic, but extrinsic to physical space. From this results the important thesis of the Riemann-Poincaré conventionalism that A. Grünbaum made clear. Lastly I introduce and appraise briefly Grünbaum's critical exposition of three other sorts of conventionalism.