

古典力学における運動法則の歴史性

——ニュートンの第二法則をめぐる——

伊藤 和行

序

現代科学技術社会を支えているのは、近代ヨーロッパを中心にして発展してきた「西欧近代科学」であると言えよう。歴史的にその方法的な雛形を提供したのは物理学、とりわけ「古典力学」である。それゆえ、ガリレオやホイヘンスの数学的運動論の提唱に始まり、ニュートンによる地上と天上の運動論の総合に至る力学理論の形成は一七世紀の「科学革命」の核心とみなされている。「古典力学」は「ニュートン力学」とも呼ばれるように、通常その理論体系は以下のような三つの「ニュートンの運動法則」を出発点とするものとされている。

第一法則 慣性法則

第二法則 運動方程式

第三法則 作用・反作用の法則

実際にある物体の運動に関する問題を解く際には、微分方程式の形式で表された運動方程式を積分することによって、物体の軌道を求めるのである。また運動量、角運動量、エネルギーなどの重要な保存則も第二法則から積分によって導出されている。⁽¹⁾

しかしながら近年の力学史研究は、ニュートンの述べた運動法則の内容が、現代の我々が「ニュートンの運動法則」として考えているものとは一致しないことを明らかにしている。また一八世紀の科学者たちは「ニュートンの運動法則」が力学体系の出発点とは見なしていないのであり、ニュートンが古典力学の基礎を築いたとも考えていなかった。さらに一九世紀前半の代表的な科学哲学者であるヒューウエルは最初の科学史の通史を著しているが、その中でも一八世紀の見方は踏襲されていた。ニュートンを近代力学体系の創始者と見なす見方は、解析力学史の先駆者であるトゥールーズデルによれば、マツハからであるという。⁽²⁾ 本稿では、ニュートンの『プリンキピア』における運動法則の検討から出発し、オイラーやダランベールら一八世紀の科学者、そしてヒューウエルおよびマツハにおける運動法則の概念とニュートンの力学史上の位置づけを考察し、我々の運動法則そしてニュートン評価が歴史的に形成されてきた過程を検討しよう。

一 ニュートンの運動法則

ニュートン (Isaac Newton, 1642-1727) は『プリンキピア』(正確には「自然哲学の数学的諸原理」*Philosophiæ naturalis principia mathematica*, 1687) の第一巻冒頭で、物体の運動理論に関する基本的概念を説明している。ここでは、まず八つの定義——物質、運動量、内在力、加えられた力、向心力、向心力の絶対的量・加速的量・運動的量——について説明した後で、以下のような三つの「公理あるいは運動法則」を提示する。

- 法則一 あらゆる物体は、加えられた力によつてその状態を変えることを強いられない限り、その静止あるいは直線上の一樣運動の状態を維持する。
- 法則二 運動の変化は加えられた運動力に比例し、その力が加えられる直線にそつて生じる。
- 法則三 作用に対して、反作用はいつも反対で等しい。また二つの物体の作用はいつも互いに等しく、反対方向を

向いている。⁽³⁾

上でも触れたように、法則一は慣性法則、法則二は運動方程式、法則三は作用・反作用の法則を表しているとみなされる。しかし法則二は、必ずしも我々の運動方程式が力と加速度の関係すなわち $F = ma (\equiv dmv/dt)$ を表しているとは考えられない。というのは、法則二が対象としているのは「運動の変化」であって、運動の変化の割合ではないからである。法則二を現代的に書き換えれば、力積が運動量の変化に等しいすなわち $F\Delta t = \Delta(mv)$ となるだろう。

さらにニュートンは、『プリンキピア』においては現代のように運動方程式すなわち微分方程式を積分することによって物体の運動の軌道を求めたのではなかった。彼はすべての議論を幾何学的に行っており、惑星の運動に関する数学的理論を説明した『プリンキピア』第一巻における彼の方法の特色をまとめると以下ようになる。

① 微分は用いず、「最後の比」という概念によって極限操作を表している。

補助定理一〇において、微小時間における運動の変化を扱った際には、微小時間では力を一定と見なせることから落下現象と同じように扱うことが可能だとしている。ガリレオの落下法則——通過距離は通過時間の平方に比例する $(s \propto t^2)$ ——から、微小通過距離は微小通過時間に比例する $(\Delta s \propto (\Delta t)^2)$ という関係が導出され、この関係式がすべての加速現象を検討する際の基本式となっている。⁽⁴⁾

② 連続的な力の作用を繰り返される衝撃の作用によって近似している。

定理一において、「向心力」(中心力)の働く物体の運動に関して、慣性法則によってケプラーの第二法則——面積速度一定の法則——を導出する際には、「向心力」の連続的な作用を衝撃の繰り返しとして考え、衝撃の間隔を短くすることによって近似している。⁽⁵⁾

③ ケプラーの法則から逆二乗則を導出している。

命題一一において軌道を論じた際には、楕円軌道から出発してその際に働く中心力の大きさが中心からの二乗に反

比例することを導いている。その際には二次曲線——楕円・放物線・双曲線——の幾何学的性質を利用し、幾何学的な思考方法によつてゐる。ニュートンはさらに逆二乗則に従う中心力の作用を受けた物体の運動を求めているが、その際には軌道が二次曲線になることを前提として、どの曲線になるかを問題としてゐる。⁽⁶⁾

このように『プリンキピア』第一部におけるニュートンの方法は、惑星運動の軌道が二次曲線であることから、二次曲線の持つ性質を巧みに利用した幾何学的なものだった。また彼が「順問題」——楕円軌道から逆二乗則に従う中心力を導出——は幾何学的に解いたが、「逆問題」——逆二乗則に従う中心力から二次曲線軌道を導出——を十分な形で解いていなかったことが後の研究者にとつて問題になったのである。

二 第二法則の解析化

『プリンキピア』が一六八七年に出版された際の最初の反応は、デカルト主義者による万有引力の概念への批判だった。ニュートンが万有引力の自然学的本性について何も論じなかったことから、万有引力はルネサンス自然哲学において盛んに論じられた「隠れた力」や「隠れた質」と同類のものとみなされたのである。当時最も優れた科学者であったホイヘンス (Christiaan Huygens, 1629-95) はニュートンの惑星運動の理論を認めつつも、「重さの原因に関する論考」(Discours sur la cause de la pesanteur, 1690) において、万有引力をデカルトの渦動論によつて機械論的に説明しようとした。⁽⁷⁾

ニュートンが幾何学的形式で書いている数学的内容を代数化する試みは、まず彼と並び微積分の発明者として知られるライブニッツ (Gottfried Wilhelm Leibniz, 1646-1716) によつてなされた。彼は「天体の運動の原因についての試論」(“Tentamen de motuum coelestium causis,” 1689) において、中心力の働いている物体の運動方程式を極座標によつて表示し、「順問題」を微分方程式によつて解析的に論じること始めた。⁽⁸⁾ この「順問題」を最初に解析的に解いたのは

ヴァリニオン (Pierre Varignon, 1654-1722) だった。一七〇〇年に発表した論文においては、落下法則との類比によって運動方程式 $dx = ydt^2$ 、もしくは $y = dx/dt^2 = dv/dt$ を導出している⁽⁹⁾。

運動方程式の積分によって軌道を求める「逆問題」の解法を最初に与えたのはヤコブ・ヘルマン (Jakob Hermann, 1678-1733) とジョン・ベルヌーイ (Johann Bernoulli, 1667-1748) で、両者とも一七一〇年にその解法を発表した。ベルヌーイは逆二乗則から一階の微分方程式を導き、それを積分することによって軌道を導出した。また別解として極座標表示における運動方程式も与えていた⁽¹⁰⁾。一八世紀前半には力学の解析化がベルヌーイ一族やオイラーらを中心にして急速に進められていった。オイラー (Leonhard Euler, 1707-83) は『力学あるいは解析的に提示された運動の科学』 (*Mechanica sive motus scientia analytice exposita*, 1736) において運動方程式を定式化し、解析的な方法で力学の問題を解く一般的方法を提示した。ここでは微分方程式の形式で表された運動方程式が一般的な形で示され、直線運動に対しては次の式が導かれている。

$$dc = m\dot{p}/A \quad (c \text{ は速度}^{\prime} \quad p \text{ は力}^{\prime} \quad A \text{ は質量}^{\prime} \quad n \text{ は単位系に依存する定数})^{(11)}$$

【変形すると $p = 1/n \cdot A \cdot dc/dt$ 現代的記号を用いれば $f = 1/n \cdot m \cdot dv/dt$ 】

しかし曲線運動に対しては、空間に固定された座標系ではなく、ホイヘンスに倣い運動の接線方向と法線方向に関して方程式を立てている。運動方程式を空間に固定された三次元直交座標系において表示する試みはマクローリン (Colin Maclaurin, 1698-1746) によつて『流率論』 (*The Treatise of Fluxions*, 1742) の中でなされた。この成果を受け、オイラーは一七四〇年代の論文において、現代の我々が用いているものとはほぼ同じ形式の運動方程式を提示した。

「天体一般の運動に関する研究」 (*Recherche sur le mouvement des corps célestes en general*, 1747) では「三次元の直交座標系 (x, y, z) における運動方程式が一般的な形式で書かれている。各軸方向の力の成分を (X, Y, Z) とし、質量を M とすれば、

$$2\frac{dx}{dt} = X/M \quad 2\frac{dy}{dt} = Y/M \quad 2\frac{dz}{dt} = Z/M \quad (\text{因数} 2 \text{ はオイラーに特有のもの})^{(12)}$$

さらにオイラーは二次元の極座標系 ($x = r \cos \psi$, $y = r \sin \psi$) を用いて、中心力 V の作用を受けている惑星の運動方程式も導出している。

$$2r\frac{dr}{dt} + r\frac{d\psi}{dt} = 0 \quad \frac{dr}{dt} - r\dot{\psi}^2 = -1/2 \cdot V \frac{d^2 r}{dt^2}^{(13)}$$

このように我々の理解している第二法則 $\mathcal{F} = ma$ に従って運動方程式すなわち微分方程式を積分して物体の運動を求めるといふ力学の手順が定式化されるのは、一八世紀の中頃のことだったと言えよう。

三 一八世紀における運動法則の位置づけとニュートン評価

運動方程式を一般的な形式で表現したオイラーは「力学の新しい原理の発見」(“Découvert d'un nouveau principe de mécanique,” 1750) において、自らの運動方程式がすべての種類の力学系——質点、剛体、弾性体、流体——に適用可能な「すべての力学の基本的かつ一般的原理」⁽¹⁴⁾ であると主張している。彼によれば、「この定式だけで力学のすべての原理を含んでいる」のであって、第一法則すなわち慣性法則は第二法則において、 $\mathcal{F} = 0$ である特殊な場合にすぎないのである。⁽¹⁵⁾

オイラー以前から、第二法則は個々の問題に即して様々な形で書かれていた。その意味ではオイラーが始めて「ニュートンの運動方程式」を用いたわけではなかったが、一般的な形で提示し、すべての種類の力学系に対する第一原理、基本方程式として主張したのはオイラーが最初だったのである。しかしこのオイラーの主張は彼のライバルだったダランベール (Jean le Rond d'Alembert, 1717-83) からは冷ややかな眼で見られたのだった。百科全書の編集者として知られるダランベールはすぐれた数学者でもあり、力学史上では「ダランベールの原理」を提出したことで知られる。彼は『動力学論』(Traité de dynamique, 1743) の「序文」において、第二法則に対してオイラーとはまったく異なる見方を

提示している。ダランベールは力学の原理として、慣性力、運動の合成、等しい運動量を持つ物体間の釣合を主張し、「加速力あるいは減速力が速さの要素に比例するという原理」は「結果がその原因に比例するという曖昧模糊な公理にのみ基づいている」⁽¹⁶⁾として、力学の原理とは認めないのである。その一方で「加速力について」という章では、「加速力」(a force accélératrice)と速度、時間の関係 $vel \parallel du$ をめぐっては、それが偶然的な真理かあるいは必然的な真理かという論争があるが、ここではこの関係を「加速力」の定義とみなし、「加速力」とは「速さの増大が比例する量」⁽¹⁷⁾とすることで満足しようと述べている。さらに「加速力」とは「速さの要素」であって、「運動している物質」と速さの要素との積を「運動力」(a force motrice)と理解するとしてゐる。⁽¹⁸⁾

ここでダランベールが問題としている「加速力」および「運動力」とは、ニュートンが『プリンキピア』の中で言及したものである。ニュートンは第一巻の冒頭で「公理あるいは運動の法則」を提示する直前に、「向心力の絶対的質量」、「向心力の加速的質量」、「向心力の運動的質量」を定義し、それらの量は簡潔のため「絶対力」、「加速力」、「運動力」と名づけられるとしていた。ニュートン自身による「向心力の加速的質量」とは、「与えられた時間に生じる速度に比例する、その力の測度」である。そして「運動力」と「加速力」とは次のような関係にあるとされている。

加速力は運動力に対しては、速さが運動に対するのと同様である。たしかに運動量は速さと物質質量から生じ、そして運動力は加速力と同じ物質質量から結びついて生じる。というのは、物体の個々の粒子における加速力の作用の総和は全体の運動力であるから。⁽¹⁹⁾

ダランベールはこのニュートンの定義に従っている一方で、第二法則をまったく無視している。我々にとつて、力とは速度とは異なる独立した物理量であるのに対して、ダランベールにとつては、物体が接触することによって伝える衝撃力以外の力は曖昧なものであって、あらゆる力は物体の運動に還元されねばならなかったのである。

オイラーとダランベールの時代には力学全体に対する基本原理は存在せず、個々の問題を解く際には、その問題に適

した定理から出発し、個別の技法によつていた。たとえば物体の衝突の問題を扱う際には運動量の保存則が用いられ、流体の場合には、エネルギー保存則の一形態であるベルヌーイの定理が基礎とされていた。また運動物体の持つ力を測る基準が運動量なのか「活力」——運動エネルギーに対応——なのかをめぐる一八世紀前半に争われた活力論争の際には、保存則と運動方程式との関係はまったく理解されていなかった。⁽²⁰⁾ それゆえ第二法則は力学体系の基礎としての重要性が認められず、力の測度を提供する定義と見なされたのである。

さらに一八世紀の科学者たちは、運動の第二法則の発見をほとんどニュートンの業績とは見なししていなかったのである。ニュートン力学のフランスへの導入に大きな貢献をしていたモーペルテュイ (Pierre-Louis Moreau de Maupertuis, 1698-1759) は第二法則の定式化に関するオイラーの獨創性を否定しているが、また運動法則の発見に関するニュートンの貢献に対しても厳しい言葉を残している。

オイラー氏はこれらの法則を、ガリレイによつて見いだされ、今日機械学や動力学を扱うすべての人に受け入れられている原理から導出した。この原理とは、力に、その適用の瞬間を掛けたものが速度の増大を与えるというものである。この原理からオイラー氏は、厳密で卓越した分析によつて運動の伝達の法則を導出して⁽²¹⁾いる。

このようにモーペルテュイは第二法則の発見の功績をニュートンではなく、ガリレオに帰している。これは我々には奇妙に思われるが、当時はむしろ一般的な見方だった。ダランベールも『百科全書』の項目「力学」(Mecanique)において力学の発展に触れた際に同様な見解を述べている。

オランジュ公の数学者ステヴィンに力の合成の原理を負っており、後にヴァリニオンがそれを機械の釣合に巧みに適用した。ガリレオには加速の理論を、ホイヘンス、レン、ウォリスに衝突の法則を、またホイヘンスに円における中心力の法則を、ニュートンにはこの法則の他の曲線と世界体系への拡張を、そして最後に今世紀の数学者に力学の原理を負っている。⁽²²⁾

ホイヘンスが円において行つた遠心力に関する理論を、ニュートンは楕円などの二次曲線に拡張したというのがグランペールの見解である。しかしモーペルテュイがその功績をホイヘンスではなくガリレオに帰した理由はこの一節からはわからない。この点を明らかにしてくれるのはラグランジュの言葉である。ラグランジュ (Joseph Louis Lagrange, 1736-1813) は、力学を完全に解析化することを目指した著作『解析力学』(Mecanique analytique, 1788) によつて知られているが、その第一部・第二部の冒頭でそれまでの静力学・動力学の発展を回顧している。第二部の「動力学の諸原理について」では、ニュートンの功績とは、ガリレオが始めて、ホイヘンスが発展させた加速力の測度の方法を中心力の作用の下での曲線運動に拡張したことにあるとされている。動力学とは「変化する運動とそれを生み出す加速力の理論」に他ならないが、その問題を最初に扱つたのはガリレオであつて、彼は慣性力の原理と合成運動の原理に基づいて投射体の運動を扱つた際に、運動体に絶えず作用する加速力が一定であるときに生じる一様運動においては、速度と時間、距離と時間の二乗との間に一定の比が成り立つことを明らかにしたのだつた。

ホイヘンスは円運動における遠心力の法則として、方向は変化するが、大きさが一定である加速力と運動との関係を明らかにした。さらにニュートンはその理論を方向も大きさも変化する中心力から生じる曲線運動の問題に拡張したのである。ラグランジュ自身の言葉によれば、

しかしホイヘンスはさらに先に進むことはなく、この理論「一定速度で円上を運動する物体の遠心力の法則」を任意の曲線に拡張し、変化する運動とそれを生み出し得る加速力の科学を完成させることはニュートンに取つておかれた。この科学は今ではいくつかの非常に簡単な微分式からのみ構成されている。しかしニュートンはいつも、最初と最後の比の考察によつて単純化された幾何学的方法を用いた。……

ニュートン以降に加速力の理論を扱つた数学者たちは、ほとんどみなその理論を一般化し、微分的な表現に翻訳することで満足した。それゆえ力学の著作の大部分において中心力の様々な定式が見られるが、それらは今では任

意の力によつて動かされる物体の運動に関する研究ではもはや用いられない。というのは、それらの問題を方程式にするいつそう簡単な方法があるから。

もし物体の運動とそれに働く力が、三つの互いに垂直な直線に従つて分解されるならば、これら三つの方向の各々に関する運動と力を別々に考察できるだろう。⁽²⁴⁾

ラグランジュによれば、「加速力の科学」を最初に理論化したのは、ニュートンだったが、彼の理論は幾何学的な方法によつており、また中心力の問題に限定されていた。それを解析化し、座標系を用いて一般的な形で扱うことを可能にしたのは一八世紀の研究者たちだったのである。このような見方が一八世紀の研究者にとつては一般的だったのであり、その原因はニュートン自身の言葉にもあつた。『プリンキピア』において運動法則と六つの系の後の「註解」の中で、それらの発見の功績をガリレイに帰しているからである。

ここまで数学者によつて受け入れられ、様々な実験によつて確証された原理について述べてきた。最初の二つの法則と最初の二つの系によつて、ガリレイは、重い物体の降下は時間の二倍比であり、また投射体の運動はパラボラとなることを見いだした。⁽²⁵⁾

二つの法則とは言うまでもなく慣性法則と運動方程式であり、二つの系とは運動と力の合成・分解の法則である。ニュートン自身がこれらを自分の発見ではなく、ガリレイの発見であると述べていることは我々から見ると奇妙に思われるが、一八世紀の研究者には当然のものとして捉えられていたのだつた。

四 ヒューウェル『帰納的諸科学の歴史』

ラグランジュの『解析力学』における力学の発展の記述は最初の力学史の試みと言えるが、あくまで著作の一章に過ぎなく断片的なものでしかなかつた。本格的な力学史が書かれるようになったのは一九世紀に入つてからであり、その

最初のもものはヒューウェル (William Whewell, 1794-1866) の『帰納的諸科学の歴史』(*History of the Inductive Sciences*, 1837) であろう。⁽²⁶⁾ この著作は当時自然科学とみなされていたほぼ全領域を対象とする全三冊八巻の大著であり、力学の歴史は第二冊の前半部分を占めている。ヒューウェルは、科学的発見の歴史的過程を重要な発見がなされる「エポック」(Epoch) とその「前触れ」(Prelude) および「後続」(Sequel) から構成している。それゆえ力学の歴史を扱った第六巻の構成から、ヒューウェルの力学史観を伺うことができる(第二章と第五章のみ節の表題も表記してある)。⁽²⁷⁾

序

第一章 ガリレオのエポックへの前触れ

第二章 ガリレオの帰納的エポック——単純な場合における運動法則の発見

第一節 運動の第一法則の確立

第二節 加速力の概念の形成と適用——落下法則

第三節 運動の第二法則の確立——曲線運動

第四節 平衡の法則の一般化——仮想速度の原理

第五節 運動の第三法則の試み——運動量 (momentum) の概念

第三章 ガリレオのエポックへの後続——検証と演繹の時代

第四章 流体の力学的原理の発見

第五章 力学原理の一般化

第一節 運動の第二法則の一般化——中心力

第二節 運動の第三法則の一般化——振動中心——ホイヘンス

第六章 力学原理の一般化への後続——数学的演繹の時代——解析的力学

ヒューウェルによれば、力学史において「エポック」となるのはガリレオであり、三つの運動法則の発見も第一にガリレオの功績とされている。ガリレオが「単純な場合」に関して発見した運動法則をホイヘンスやニュートン、そして一八世紀の科学者たちが一般化したのだった。一方第七卷「物理天文学」の歴史では、ニュートンによる万有引力の発見が「エポック」であり、コペルニクスの太陽中心説の提唱やケプラーの惑星運動の法則の発見が「前触れ」、ニュートン理論の観測による検証と数学的精緻化が「後続」となっていた。⁽²⁸⁾

ガリレオを扱った第六卷第二章はヒューウェルによる三つの運動法則が説明されている。第一節「運動の第一法則の確立」では、慣性法則が第一法則として主張されている。「物体の運動は、物体が放置されるときには、一様であるのみならず、直線的でもあるだろう。」⁽²⁹⁾ガリレオはこの法則の最初の発見者とされるが、よく知られているように、彼の慣性法則は水平面上で成り立つのであって、巨視的には円運動の保存であった。

第三節「運動の第二法則の確立——曲線運動」で論じられている運動の第二法則はニュートンのものとは異なり、運動の合成法則を指している。

運動の第二法則は一般的な形におけるこの主張からなっている。すなわちあらゆる場合において、力を生み出す運動は、物体が以前から持っている運動と合成されるのである。⁽³⁰⁾

ガリレオが『新科学論議』第四日において水平方向に投げられた投射体の運動を水平方向の等速運動と鉛直方向の一樣加速運動の合成によって説明したことをもって、この法則は確立されたのだった。さらに運動の合成を運動法則とみなすことはすでにダランベールが主張していたことでもある。

第五節「運動の第三法則の試み——運動量の概念」の冒頭では、これまで運動の速さと方向しか考察してこなかったので、「物体の質量が力の効果に影響を与える」⁽³¹⁾仕方に関する知識の発展を扱うと述べられている。第三法則は静力学の力と動力学的力との間の関係を「物体の質量」を媒介として築くものなのである。

同一の物体に対して、力の動力学的効果は静力学的効果に比例する。すなわち任意の力が物体を運動させるとき、ある与えられた時間において生み出す速度は、その同じ力が静止している物体に作り出す圧力に比例する⁽³²⁾。

ヒューウェルによれば、ガリレオは斜面上の物体の落下運動に関する議論の中でこの法則に言及していた。そこでは、運動物体における速度そしてモーメントは、それを生み出す圧力すなわち物体の重さの斜面方向の分力に比例するといふ言葉で表される。そして運動物体の持っている力はモーメント——その質量と速さに比例する——に比例し、この力は物体が他の物体に衝突する際には衝撃として現れるのである。この法則は、言い換えれば、釣合の状態にあるときに作用している圧力と、物体を運動状態に導く力との比例性を主張している。また等しい運動量を持つ物体同士は等しい力を持つゆえに釣合状態にあることになるが、これはダランベールの第三法則に他ならない。

このようにヒューウェルがニュートンとは異なつて、ダランベールのものに似た運動法則を提示するのであれば、ニュートンの第二法則と第三法則すなわち運動方程式と作用・反作用の法則はどのように扱われているのだろうか。ヒューウェルが運動方程式をまったく無視していたのではないことは、第二節「加速力の概念の形成と適用——落下法則」において、ガリレオが重力という一定力から同様加速が生じることを発見したことを論じていることから伺われる⁽³³⁾。また第五章第二節「運動の第三法則の一般化」では、第三法則は「ニュートンの定式化（作用と反作用の相等性による）」によつても表現されると述べ、作用・反作用の法則を含むものと考えられているのである⁽³⁴⁾。しかしここではヒューウェルの第三法則と作用・反作用の法則との関係は明らかではない。

ヒューウェルがニュートンの運動法則をどのように捉えていたかという問題を解く鍵は、彼の哲学的名著ともいうべき『帰納的科学の哲学』(*The Philosophy of the Inductive Sciences*, 1840)の中に見いだされる。この著作は『帰納的科学の歴史』の姉妹編ともいうものであつて、後者における歴史的記述を基礎として彼の科学論が展開されている。力学を扱った第三巻「力学的科学の哲学」の第七章「力学の原理の確立について」では、『帰納的科学の歴史』におけ

る運動の法則が「運動の原理」としてほぼ同じように説明されている。

一 歴史

二 運動の第一法則

三 重力は一樣な力である

四 運動の第二法則

五 運動の第三法則

六 運動物体における作用と反作用

七 グランベールの原理

八 静力学と動力学の連関

九 力学原理がいつそう明らかになる

一〇 力の尺度の議論⁽³⁵⁾

すなわち第二法則とは運動の合成の法則であり、第三法則は静力学的力と動力学的力 \parallel 運動物体の力との関係を意味していた。だが第四章「原因の觀念に関する公理について」では、以下の三つの公理の中でニュートンの運動法則に言及されているのである。

第一公理 原因なしでは何も生じない。

第二公理 結果はその原因に比例し、原因はその結果によって測定される。

第三公理 反作用は作用に等しく反対である。⁽³⁶⁾

第二公理を物体の運動に適用すると、力の作用によって生じる運動はその力に比例することになる。実際重力の場合には、

重力は、もし異なる場所において異なるならば、与えられた錘りが弾性のある支持物を曲げる距離、あるいはある物体が与えられた時間において落下する距離によって測定されるだろう。⁽³⁷⁾

また第三公理は力学に関する限り、ニュートンの第三法則すなわち作用・反作用の法則と同じ内容であるともみなせる。

力学的な力の場合には、ある原因の作用はしばしば、ある物体の他の物体への作用によって生じる。そしてこの場合には、作用はつねにかつ必然的にへ反対するへ作用が伴われる。もし私が石を手でもって押すならば、石は反対に私の手を押す。もしあるボールがもう一つのボールに衝突してそれを運動させるならば、第二のボールは第一のボールの運動を減少させる。これらの場合において、作用は相互的であつて、作用は反作用を伴う。そしてこのよ⁽³⁸⁾うなすべての場合において、反作用は、反対方向になされた、作用と正確に同じ性質の力である。

しかしこの第三公理の適用範囲は力学で扱う力に限定されるものではない。「ある物体がその物理的性質によって作用し合うあらゆる場合において、何らかの反作用があらねばならない。」⁽³⁹⁾すなわちある物体によつて他の物体に物理的変化が引き起こされるすべての場合において、作用と同じ性質の反作用が生じ、反作用は作用に等しいのである。たとえば、熱い物体が冷たい物体を温める場合もそうである。熱い物体から冷たい物体へ熱が移動するが、その際に前者が失う熱は後者が得る熱に等しく、作用と反作用は等しいのである。このように、これら「三つの因果公理は原因に関するすべての量的推論の基本原理」⁽⁴⁰⁾であり、それゆえ力学の基礎でもある。

ヒューウェルによれば、第一の運動法則すなわち慣性法則は、原因がなければ何も生じないという第一公理の特殊例なのである。「力とはその結果として運動ないし運動の変化をもたらす原因である」⁽⁴¹⁾から、すべての速さの変化は外力の作用の結果であり、作用がなければ速さの変化も生じない。またガリレオが発見した落下法則は第二公理に基づいて説明される。すなわち重力は一定力である以上、その作用という原因から生じる結果は等しい時間において等しい速さの増加すなわち一様加速という結果が生じるのである。⁽⁴²⁾さらに物体間の作用を考える際の原理となるのが第三原理であ

つて、運動物体の力の具体的な尺度は第三法則によって与えられている。

ヒューウェルは彼の運動法則を因果の原理から導出されるものとして論じているが、実際にはその関係は必ずしも明瞭ではない。とくに第二法則では、物体の加速と力の作用の関係ではなく、運動の合成が中心となっている。外力と運動の変化の関係に関して我々が注意せねばならないのは、先にも触れたようにヒューウェルが一定力としての重力による加速を問題とするときには、質量が考慮されていないのであって、第三原理において初めて質量が扱われる点である。「帰納的科学の歴史」において第三法則を扱った第二章第五節の冒頭では次のように述べられていた。

これまで運動に関して考察せねばならなかった問題では、運動物体の大きさは考慮する必要がなく、運動の速さと方向のみを考察せねばならなかった。ここでは、物体の知る量が力の効果に影響する仕方に関する知識の発展を辿らねばならない。⁽⁴³⁾

たしかに重力による一様加速の問題においては、すべての物体の落下は同じ加速法則に従う以上、その考察においては質量が表面に現れてくることはない。言うまでもなく、これは重力質量と慣性質量が比例関係にあることから生じる。

しかしヒューウェルの落下の議論においてはまったく質量は現れず、無視されている。物体に加わる力と加速の関係を論じる際に質量を無視することはむしろ一八世紀には一般的なことだった。前節でも触れたようにダランベールは『動力学論』において、「加速力」 ϕ を速度 v によって $\phi dt \parallel dv$ すなわち $\phi \parallel dv/dt$ として定義していたし、ラグランジュも『解析力学』第二部で動力学を論じた際には、同じ加速力 ϕ によって議論を進めていた。⁽⁴⁴⁾ また一九世紀前半の代表的な力学書であるポアソン (Siméon-Denis Poisson, 1781-1840) の『力学論』(Traité de mécanique, 1811) でも「加速力」 ϕ をまず規定し、それから「運動力」を「加速力」と「質量」の積として定義している。⁽⁴⁵⁾ ヒューウェルの運動法則をめぐる議論はダランベール、ラグランジュ、ポアソンというフランスの数学者たちの見方を踏襲しつつ、自らの哲学によって基礎づけられていたと言えよう。

五 マツハ『力学の発達』

ここまで検討してきたように一九世紀前半まで、ニュートンの運動法則を力学の基本原理と捉え、ニュートンを力学理論体系の創建者とみなす見方は見いだされない。従来の見方を大きく変えたのは、序でも触れたようにトウルーズデールによれば、エルンスト・マツハ (Ernst Mach, 1838-1916) の『力学の発達』 (*Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, 1883) だった。この著作は、力学的自然観の批判、とくにニュートンの絶対空間・時間概念の批判によって知られているが、一方でマツハは、力学法則の定式化を完成した点においてニュートンに対して非常に高い評価を与えていた。

ニュートンは我々の対象に関して二様の功績を成し遂げた。第一に、彼は万有引力の発見によって力学的物理学の視界を広げた。第二に、彼はまた今日受け入れられている力学の原理の定式を完成させた。彼以後、本質的に新しい原理はもはや述べられたことがない。彼以降に力学においてなされたことは、ニュートンの原理に基づいた力学の演繹的かつ形式的、数学的な発展にまつたく結びついていた。⁽⁴⁶⁾

このように彼の力学史の記述はニュートンをその頂点に据えるものであるが、彼の言う「今日受け入れられている力学の原理」とは何を意味しているのだろうか。具体的なニュートンの業績として、マツハは以下の四点を指摘している。

- 一 力の概念の一般化
- 二 「質量」概念の提唱
- 三 力の平行四辺形の法則の明確かつ一般的な定式化
- 四 作用と反作用の相等性の原理の提唱⁽⁴⁷⁾

「力の概念の一般化」とは、物体に接して働く近接力から重力のような遠隔力まで、様々な種類の力が運動法則という

同一の法則に従うものとして扱え得ることを示したことをいう。

第二にニュートンは物体の運動を考察する際に「質量」という、重量とは異なる、物質にとつて本質的な物理量が存在することを明確に主張した。第三の力の平行四辺形の法則は運動の合成とともにグランベールも重要視していた。しかしマツハが力学の原理に関するニュートンの最も重要な業績と考えているのは第四の「作用と反作用の相等性の原理」である。この原理は、ある圧力が物体に加えられたときに、物体が外圧に対して反対する圧力が等しい等の法則の一般的定式化であり、複数の物体が運動する際の相互作用を規定する法則である。そして「質量」と「力」という不明瞭な物理量はこの原理によつて初めて定義されるのである。

マツハによれば、「質量」とは、それとともに物体が運動に対する抵抗が増大するもので、様々な物体を計量する上での共通の尺度となるものである。「質量」はまず重さによつて測ることが可能である。重さという圧力に対しては、圧力の比が「質量」の比に等しくなる。しかし物体の衝突のような場合にも適用可能な「質量」の定義が必要であり、それは作用反作用の法則によつて与えられる。すなわち、

質量が等しい物体とは、相互作用するとき、反対向きの等しい加速を互いに与えるようなものを呼ぶ⁽⁴⁸⁾。

二つの物体の質量を m, m' 、加速度 a, a' とすると、作用反作用の法則より、 $ma \parallel m'a'$ であり、また $a \parallel a'$ であるから、 $m \parallel m'$ となる。

比較するための物体 A を単位とするとき、ある物体が A に対して与える加速が、A の反作用によつて得る加速の m 倍であるとき、その物体には質量 m が帰される。⁽⁴⁹⁾

二つの物体の質量を m_0, m' 、加速度 a_0, a' とすると、作用反作用の法則より、 $m_0 a_0 \parallel m' a'$ であり、また $a_0 \parallel m' a'$ であるから、 $m_0 \cdot m_0 a' \parallel m' a'$ となる。よつて $m' \parallel m_0 \cdot m_0 \parallel m' \cdot m_0$ 。言い換えると質量の比は加速の逆比になる、すなわち $m' / m_0 = a_0 / a'$ である。

このような「質量の定義」は、思考の經濟を主張するマッハによれば、「単に事実關係に名前を付けたにすぎない。」⁽⁵⁰⁾物理的概念はすべて現象相互の依存關係を探究するために、經驗的に計量されるものとして定義されるのであって、何か實在的概念や形而上学的概念を意味するものではないのである。この主張はもう一つの力学の基本概念である「力」にも及んでいる。我々は自然現象の「未知の原因」を探してはならない。「力」とは「現象の中に隠された何かではなく、測定可能な實際の運動状態、質量と加速度の積」⁽⁵¹⁾なのである。物体の引力とか斥力とか言うときも、運動の隠れた原因を考えているのではなく、「運動状態によつて決定される事象と、意志の衝動の結果との「實際の類似」」⁽⁵²⁾を指しているのである。

このようなマッハの立場から、当然ではあるが、ニュートンの運動法則もはや法則としては存在し得なかつた。第一法則と第二法則は「力」の定義に、また第三法則も「質量」の定義に内包されてしまう。

第一法則と第二法則は、先行する力の定義によつてすでに与えられていることは容易に分かる。その定義によれば、力がなくては加速は存在せず、それゆえ静止か直線一様運動しか存在しない。さらに加速を力の尺度として定めた後で再度運動の変化は力に比例すると述べることはまったく不必要な同義反復でしかない。前述の定義は恣意的な数学的なものではなく、經驗において与えられる物体の属性に対応すると述べることで十分だつたろう。第三法則は見かけ上は何か新しいものを含んでいる。しかしすでに見たことだが、それは正しい質量概念なしでは理解できないし、⁽⁵³⁾反対に、それ自身は動力学的な經驗によつてしか獲得できない質量概念によれば不必要になる。

マッハはニュートンが力学の基本的概念を確立したことを認めつつも、独自の哲学的視点から、その運動法則を力学の基礎原理としては認めないのである。たしかに力学史においてガリレオやホイヘンスよりもニュートンに最も大きな重要性を認めた点においては、彼の力学史は彼以前のものとは大きく異なつていたと言えよう。しかし彼の力学史は彼独自の哲学的理論に基づいたものであって、その視点は我々のものとも異なつていた。そして運動の第二法則の解釈に見

られるように、彼の見方はニュートン自身のものとも大きく違っていたのだった。

六 結 論

我々にとつては、ニュートンの第二法則は力と運動とくに加速度との関係を規定したものであることは明白である。しかし一八世紀の研究者にとつては事態はまったく異なっていた。この法則の対象である力が意味するものは彼らには明確ではなかつたのである。力という言葉によつて当時表されていたものには、いわゆる力の他、力積や仕事に対応するものも含まれており、また力にも、接している物体の及ぼす圧力のような接触力と重力のような遠隔力が存在していた。力の概念自体が明確でないために、ダランベールのように第二法則を力の定義式として捉えることは当然であつたと言えよう。第二法則が力学体系の基礎として捉えられるには、保存力や運動エネルギーの概念が明確化されることが必要だつた。運動エネルギーの保存は「活力」の保存として、一八世紀前半から知られていたが、数学的にきちんと定式化されたのは一九世紀に入つてからである。コリオリ (Gaspard Gustave de Coriolis, 1792-1843) は『機械の効果の計算について』 (*Du calcul de l'effet des machines*, 1829) において、力と距離の積を「仕事」と命名し、さらに力学系の活力を $(1/2) \sum mv^2$ として定義した。こゝで初めて、それまであまり意識されてこなかつた係数 $1/2$ が理論的に不可欠なものと認識されているのである。⁽⁵⁴⁾ その係数なしでは、運動エネルギーの概念は保存力やポテンシャルの概念と関係づけることができなかつた。

本稿では第二法則を中心に検討してきたが、同様のことは第一法則についても見られる。第一法則は、現代ではしばしば慣性系——外から作用を受けていない物体の運動が静止もしくは等速度運動になるような座標系——の存在を示しているものと解釈されている。⁽⁵⁵⁾ たしかにニュートンは第一法則について次のように述べている。

あらゆる物体は、加えられた力によつてその状態を変えることを強いられない限り、その静止あるいは直線上の一

様運動の状態を維持する。⁽⁵⁶⁾

しかしその一方で、物体が状態を維持する能力とは物質の「内在力」(vis insita) すなわち「慣性力」(vis inertiae) であると主張している。

物質の内在力とは、それによって各物体が、それ自身としては、それによって静止ないし直線上の一樣運動の状態を継続する抵抗能力である。⁽⁵⁷⁾

「内在力」とは、外力すなわち外から「加えられた力」(vis impressa) が物体の運動状態を変化させようとするのに対して抵抗する能力なのである。少なくともニュートンの場合には、第一法則は物体の「内在力」に関わるものだった。しかし一八世紀には、オイラーが第一法則をまったく異なった文脈で捉えていた。彼は、論文「力学の新しい原理の発見」において、運動方程式を定式化した際に、第一法則は運動方程式において「 $\Sigma \mathbf{0}$ 」であるような特別な場合に過ぎず、したがってこの式は第一法則を含むものであると主張している。⁽⁵⁸⁾ また彼は論文「力の起源の探究」(Recherches sur l'origine des forces) において「慣性」(inertie) を「慣性力」(la force d'inertie) と呼ぶ人がいるが、これは誤りであると述べている。というのは、

慣性の効果は同じ状態の保存にあり、力の効果は物体の状態を変えようとするのであるから、明らかにこれら二つの効果は互いに正反対であり、慣性はむしろ、力の概念とはまったく反対のものを表しているから。⁽⁵⁹⁾

オイラーが「慣性力」という言葉の使用に反対したのに対して、彼の同時代人であるダランペールはほとんど同時期に『動力学論』の序文の中で、「慣性力すなわち静止もしくは運動の状態を保持する物体の性質」⁽⁶⁰⁾と述べている。ダランペールは重力のような遠隔作用力を認めず、すべての力は運動している粒子の衝突から生じると考えており、したがって「慣性力」こそあらゆる力の源泉なのである。

このように第一法則は第二法則ほど大きな関心を引くことはないにしても、第二法則同様その理解はけっして不変的

なものではなかった。我々は古典力学が「ニュートン力学」とも呼ばれていることから、意識せずに我々の「ニュートン力学」がニュートンの『プリンキピア』とともに成立したかのように思い描いている。しかし本稿でも見たように、ニュートンの運動法則が力学体系の基礎として認められるのは『プリンキピア』よりはるかに後のことであって、そのときには法則の内容自体もニュートンの述べたものから大きく変わっていたのだ。そしてニュートンが古典力学の創始者として認められるのも一九世紀後半のことだったのである。

注

(1) たとえば以下の力学書を参照。原島鮮『力学』三訂版、裳華房、一九八五。小出昭一郎『力学』(物理テキストシリーズ二)、岩波書店、一九八〇。戸田盛和『力学』(物理入門コース二)、岩波書店、一九八二。

(2) Truesdell, C., "A Program toward Rediscovering the Rational Mechanics of the Age of Reason," *Essays in the History of Mechanics*, New York, 1968, pp. 85-86. 一八世紀の力学の発展については、Fraser, C. G., *Calculus and Analytical Mechanics in the Age of Enlightenment*, London, 1997. 山本義隆「古典力学の形成—ニュートンからラングランジュ—」(日本評論社、一九九七。拙稿「科学の近代史—プリンキピア—からニュートン力学へ」)、加藤・松山編「科学技術のゆぐえ」、『ミネルヴァ書房』一九九九、二六—四二頁。また近代の数理学の歴史に関しては、Grattan-Guinness, I., *The Fontana History of the Mathematical Sciences*, London, 1997.

(3) Newton, *Philosophiæ naturalis principia mathematica*, 3rd edition, 1726; ed. by A. Koyré and I. B. Cohen, Cambridge, Mass., 1972, pp. 54-55. 邦訳としては「ニュートン『自然哲学の数学的諸原理』(『世界の名著26』)河辺六男訳、中央公論社、一九七一。

昨年相次いで英語訳と独語訳が出版された。*The Principia: Mathematical Principles of Natural Philosophy*, tr. by I. B. Cohen and A. Whitman, Berkeley/Los Angeles, 1999; *Die mathematischen Prinzipien der Physik*, übersetzt und herausgegeben von V. Schüller, Berlin, 1999.

- 「フロンキユト」は題名の近世の挿字に「Brackenridge, J. B., *The Key to Newton's Dynamics: The Kepler Problem and the <Principia>*, Berkeley/Los Angeles, 1995; De Gandt, F., *Force and Geometry in Newton's <Principia>*, tr. by C. Wilson, Princeton, 1995; Densmore, D., *Newton's <Principia>*: *The Central Argument*, Santa Fe, 1995.
- (4) Newton, *Principia*, pp. 80-81.
 - (5) *Ibid.*, pp. 88-90.
 - (6) *Ibid.*, pp. 118-120.
 - (7) トルネーエ中絶筆や中心の力学運動論と力学総論運動の諸問の論を以て題して、Aiton, E. J., *The Vortex Theory of Planetary Motions*, London, 1972, 収録。
 - (8) Mei, B. D., *Equivalence and Priority: Newton versus Leibniz*, Oxford, 1993.
 - (9) Bly, M., *La naissance de la mécanique analytique: la science du mouvement au tournant des XVIIe et XVIIIe siècles*, Paris, 1992.
 - (10) 櫻川英蔵の論文の題取を「トビテ」Hankins, T. L., "The Reception of Newton's Second Law of Motion in the Eighteenth Century," *Archives internationales d'histoire des sciences*, nos. 78-9 (1967), pp. 43-65; Guicciardini, N., *Reading the Principia: The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy from 1687 to 1736*, Cambridge, 1999.
 - (11) Euler, *Mechanica sive motus scientia analytice exposita*, 1736; *Opera omnia*, Ser. 2, Vol. 1, Leipzig, 1912-, p. 57.
 - (12) Euler, "Recherche sur le mouvement des corps célestes en general," *Mémoires de l'académie des sciences de Berlin*, [3] (1747), 1749; *Opera omnia*, Ser. 2, Vol. 15, p. 9.
 - (13) *Ibid.*, p. 12.
 - (14) Euler, "Découvert d'un nouveau principe de mécanique," *Mémoires de l'académie des sciences de Berlin*, [6] (1750), 1752; *Opera omnia*, Ser. 2, Vol. 5, p. 90.
 - (15) *Ibid.*, p. 90.
 - (16) d'Alembert, *Traité de dynamique*, 1743; repr., Bruxelles, 1967, p. xij. Cf. Hankins, T. L., *Jean d'Alembert: Science and the Enlightenment*, Oxford, 1970, pp. 170-194.

- (17) *Ibid.*, p. 19.
- (18) *Ibid.*
- (19) Newton, *Principia*, pp. 45-46.
- (20) シュテーンが『動力学論』の中で、*「運動力の基準として用いられ得ることを指摘してこの論争に決着を付けたことである」* Cf. Hankins, T. L., *Jean d'Alenbert*, pp. 207-213.
- (21) Maupertuis, "Examen philosophique de la preuve de l'existence de Dieu employée dans l'essai de cosmologie," *Oeuvres*, 1768; repr., Hildesheim, 1965, Tome I, p. 421. Cf. Hankins, T. L., "The Reception of Newton's Second Law of Motion in the Eighteenth Century," pp. 44-45.
- (22) d'Alenbert, "Mécanique," in *Encyclopédie, ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*, ... , Paris, 1751-1772; repr. (CD-ROM), Paris, 1999.
- (23) Lagrange, *Mécanique analytique*, 1788; repr., Paris, 1989, p. 162. 邦訳は、シュテーンが「力学の諸原理について」喜多孝次・田村松平訳「ノーブルン『力学の発展史』」を参考して「一九七〇年一一一—一五六頁」。
- (24) *Ibid.*, pp. 162-163.
- (25) Newton, *Principia*, p. 64.
- (26) Cf. Christie, J. R. R., "The Development of the Historiography of Science," in R. C. Olby, G. N. et al., eds., *Companion to the History of Modern Science*, London, 1990, pp. 5-22; McMullin, E., "The Development of Philosophy of Science 1600-1900," in *Companion*, pp. 816-837; Butts, R. E., "19th Century Philosophy of Science," in *Routledge Encyclopedia of Philosophy*, Vol. 8, London, 1998. *「フーケは、この一世紀の諸思想を要約して」* Hankins, T. L., *Jean d'Alenbert*, p. 177.
- (27) Whewell, *History of the Inductive Sciences*, Third Edition, 1857; repr., London, 1967, Vol. 2, pp. v-vi.
- (28) *Ibid.*, pp. vi-vii.
- (29) *Ibid.*, p. 21.
- (30) *Ibid.*, p. 33.
- (31) *Ibid.*, p. 34.

- (32) Ibid., p. 37.
- (33) Ibid., pp. 25–26.
- (34) Ibid., p. 63.
- (35) Whewell, *The Philosophy of the Inductive Sciences*, 2nd ed., 1847; repr., London, 1967, p. xx.
- (36) Ibid., pp. 178–185.
- (37) Ibid., p. 180.
- (38) Ibid., p. 182.
- (39) Ibid., p. 184.
- (40) Ibid.
- (41) Ibid., p. 217.
- (42) Ibid., p. 222.
- (43) Whewell, *History of the Inductive Sciences*, p. 34.
- (44) Lagrange, *Mécanique analytique*, p. 93.
- (45) Poisson, *Traité de mécanique*, 1811, Tome 1, pp. 285–286; Tome 2, p. 11.
- (46) Mach, *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, 9. Aufl., Leipzig, 1933; Darmstadt, 1988, p. 179.
 [「ペンン『ペンンハカ学—カ学の批判的發展史—』伏見謙訳、講談社、一九六九年] Cf. Cohen, R. S. and Seegeer, R. L., eds., *Ernst Mach, Physicist and Philosopher*, Dordrecht, 1970.
- (47) Ibid., pp. 186–187.
- (48) Ibid., p. 211.
- (49) Ibid., p. 212.
- (50) Ibid., p. 211.
- (51) Ibid., p. 244.
- (52) Ibid., p. 245.

- (8) Ibid., p. 240.
- (9) Cf. Fraiser, C. G., "Classical Mechanics," in *Companion to the History of Modern Science*, pp. 971-986; Grattan-Guinness, "The Varieties of Mechanics," *Historia Mathematica*, 17 (1990), pp. 313-338.
- (10) たとえば小出昭一郎『力学』一七一―一八頁参照。
- (11) Newton, *Principia*, p. 54.
- (12) Ibid., p. 40.
- (13) Euler, "Découvert d'un nouveau principe de mécanique," p. 90.
- (14) Euler, "Recherches sur l'origine des forces," in *Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin*, [6] (1750), 1752; *Opera omnia*, Ser. 2, Vol. 5, p. 112.
- (15) d'Alembert, *Traité de dynamique*, pp. ix-x. ヴォルンペールは『動力学論』の第二版(一七五八)でも第一版と同様のことを述べている (p. x)。

(筆者 いとう・かずゆき 京都大学大学院文学研究科助教授／科学哲学・科学史)

Der menschliche Geist ist das Dreieinige, das in der Tiefe des Gedächtnisses immer sich weiß und sich liebt. In dieser Trinität, das heißt in der Trinität von Selbstgedächtnis, Selbstwissen und Selbstliebe findet Augustin das Ebenbild des dreieinigen Gottes. Diese Trinität liegt in der Tiefe des menschlichen Geistes und wenn man bewußt Cogito vollzieht, hat man die Einsicht in diese trinitarische Selbstheit, die seit dem Geburt des Menschen tätig gewesen ist.

Die Trinität des Geistes ist, wenn der Geist sich seiner erinnert und sich weiß und sich liebt, als das Ebenbild des dreieinigen Gottes noch nicht vollständig. Wenn er sich Gottes erinnert und den Gott weiß und ihn liebt, wird er das vollständige Ebenbild Gottes. Augustin sieht doch die Möglichkeit des Gottesverhältnisses des Menschen darin, daß Gott dem Menschen sein Licht immer strahlt, der am fernsten dem Gott gegenüber steht und sich völlig Gottes vergißt.

Historical Perspective on the Laws of Motion in Classical Mechanics

by

Kazuyuki ITO

Associate Professor of Philosophy and History of Science
Graduate School of Letters
Kyoto University

Now we understand that Newton's laws of motion — the law of inertia, the equation of motion ' $F = ma$,' and the law of 'action = reaction' — are the basic principles of classical mechanics. But the recent study of history of mechanics has revealed that the contents of the laws of motion which Isaac Newton articulated in *Principia* are different with those which we recognize as them. In this study, I examine historically the developments of the laws of motion and the evaluation of Newton's work from Newton's *Principia* to Mach's *Die Mechanik*.

In *Principia*, Newton proposed his second law of motion in a less evident form. When he sought for the pursuits of the body attracted by a central force, he didn't

solve the problem analytically by integrating differential equations, but he did it geometrically by using 'the ultimate ratio' and the properties of conic sections. After him, the mathematicians like Leibniz, Varignon, Hermann, and the Bernoullis tried to formulate analytically the equation of motion. Colin Maclaurin succeeded in it by deriving differential equations on the orthogonal coordinate system. Leonhard Euler formulated them in a more general way and transformed them onto the polar one. Thus we can think that the equation of motion $F = ma$ has been formulated at first half of the eighteenth century.

Euler further insisted that his formula of the second law was the fundamental and general principle of the entire mechanics, which can apply to all kinds of mechanical systems like those of mass points, rigid bodies, elastic bodies, and fluid bodies. For him it includes all principles of mechanics and the first law i. e. the law of inertia is its particular case when $F = 0$. But this assertion was objected by Jean le Rond d'Alembert who didn't recognize the second law as a principle of mechanics, but as the definition of motive force. As the principles of mechanics, he alternatively proposed the conservation of force of inertia, the composition of motion, and the equilibrium of bodies having same momentum. During the eighteenth century, the mathematicians neither recognized the significance of the second law as the basis of mechanical theory, nor attributed the discovery of the second law of motion to Newton. D'Alembert wrote that we owed the theory of acceleration to Galilei, the law of central force to Huygens, and only the expansion of this law to other curves and the world system to Newton. Joseph Louis Lagrange stated likewise that Newton's contribution was only the extension of the measure theory of accelerating force which Galilei had founded in treating the projectile and which Huygens had developed as the theory of centrifugal force. In *Principia*, Newton himself stated that the first two laws of motion - the law of inertia and the equation of motion - had been found by Galilei.

In the nineteenth century, two great philosophers of science, William Whewell and Ernst Mach, treated Newton's laws of motion in their histories of mechanics. In *History of the Inductive Sciences*, Whewell reconstructed the historical processes of scientific discoveries by three stages of 'Epoch,' 'Prelude,' and 'Sequel.' For history of mechanics, he attributed its 'Epoch' to Galilei, not to Newton. Galilei firstly discovered the laws of motion for simple cases, which Huygens, Newton, and

the eighteenth century mathematicians generalized. Whewell proposed his own laws of motion. The first law is that of inertia, but the other two are different from Newton's and similar to d'Alembert's. The second law is the composition of motion which Galilei established in treating the projectile motion. The third law is 'the concept of momentum' which relates static force to dynamic one by the mass of a body. How did Whewell think of Newton's second law and third law? In *The Philosophy of the Inductive Sciences*, he likewise explained his own laws as 'the principles of dynamics,' while he reduced Newton's laws of motion to 'the axioms which relate to the idea of cause.' The law of inertia is an example of the first axiom: Nothing can take place without a cause. The equation of motion is that of the second axiom: Effects are proportional to their causes, and causes are measured by their effects. And the law of action = reaction is that of the third axiom: Reaction is equal and opposite to action. When Whewell treated the relation between external force and change of motion, he didn't take into consideration the mass of a body, but he did only in treating the third law. During the eighteenth century, this disregard of mass in arguing the relation between force and acceleration has been general. D'Alembert defined the acceleration force $j = du/dt$ (u is velocity), from which Lagrange developed his dynamic theory. Thus Whewell's views of the laws of motion followed those of the eighteenth century mathematicians who mostly neither considered Newton's laws as the real principles of mechanics nor regarded him as the founder of mechanical theory.

C. Truesdell, the pioneer historian of analytic mechanics, claimed that Ernst Mach had firstly conceived of Newton as the father of classical mechanics. In *Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, Mach insisted that Newton had completed the principles of mechanics and that after him no new principle had been proposed. He indicated four achievements of Newton : generalization of the concept of force, proposal of the concept of mass, precise and general formulation of the law of parallelogram of force, and proposal of the principle of equality between action and reaction. Mach reduced the first two laws to the definition of force, while he emphasized the significance of the third law, by which he defined the obscure physical quantities like mass and force. He recognized that Newton had established the fundamental concepts of mechanics, but he denied the laws of motion as the principles of mechanics.

It is no doubt for us that Newton's second law defines the relation between force and acceleration, which the eighteenth century's mathematicians didn't admit. Since force was the obscure concept indicating pressure, gravity, impulse, energy and so on, they regarded the second law as a definition of force. To recognize the second law as the basis of mechanics, the concept of force had to be defined more precisely. It is only at the second half of the nineteenth century that Newton's laws of motion were understood as the basis of mechanics and that Newton was recognized as the founder of mechanics.

Perception of Reproduction

A Sliding View on Slide-Viewing

by

Osamu MAEKAWA

Associate Professor of Aesthetics

Osaka Gakuin Junior College

Photographic slides reproducing works of art are often still used in lectures on art history. The apparatus is, in fact, essential for art history; one might say that the slide has become a kind of artificial eye for the discipline. However, as the slide has always been regarded as nothing more than a self-evident and transparent medium, it has not been treated very seriously; indeed, its existence is rarely noticed at all. The slide itself is materially and figuratively "opaque" and it is only when this opaque slide is illuminated, that images become visible, letting one look through the slide at something. In this article, I would like to focus on this process specific to slide-projection and to utilize the same process, in a figurative sense - that is, by throwing a light on the slide itself, to make visible the problems contained within the medium. Through this process, I intend to make clear what transformations of perception were caused by slides and what relation this medium had to the human body. More concretely, I will reveal the following issues pertaining to early years of slide-viewing: the sense of abnormality that was experienced