

## 「科学作品の現象学」の試み

——量子論における局所性、並びに代数的視点と幾何学的視点の干渉——

原田雅樹

Gilles-Gaston Granger ([1994], 338) は科学を一つの「作品 (oeuvre)」と考えているが、それは、「作品」が概念を固定化し、その固定化した構造により、その作者の意識を越えて出ているからである。この Granger の「作品」の概念によりつつ、原田 [2006d] が提示している「科学作品の現象学」を拙論で主題化してみよう。科学作品の「現象学」は、フッサールの純粹現象学とは異なり、意識に直接現れることを記述することではなく、科学活動と、それに伴って生み出される科学概念の性格を記述することによって始まる現象学である。具体的な科学と切り離されてしまう傾向にある純粹現象学はエビステモロジー・科学認識論に開かれた現象学の方向へと移行させられるのである。この移行は、すべての学問を基礎付けようとする純粹現象学から、科学作品の記述を媒介にして主観性の構造を反省的に解明するための、解釈学的ともよべるような現象学への移行でもある。

フッサール現象学においてシンボルも直観も「意味」と深くかかわっている。ところで、物理学におけるシンボリックなものとは直観的なものは、そこで使われている数学の性格に深くつながっており、さらに物理的実在を考慮する際にもそのことを考慮しなければならないということ、上述の「科学作品の現象学」を実行しながら拙論で示していく。そこで、次のような数学・物理学におけるそれらの概念の使用を心に留めておく。一九世紀の物理学者の Helmholtz や Hertz が、自然科学においてシンボルが本質的な役割を果たしていることを主張した。Helmholtz [1896] によれ

ば、人間の持つ感覚や表象は、対象の写像ではなく、記号である。Heitz [1894]によると、思考がシンボルを形成し、それが外的対象を認識するための媒介の役割を果たすのである。さらに、数学においては、非ユークリッド幾何学と集合論の誕生により、数学者は、直観とシンボルの概念について考察せざるをえなくなった。そして、論理主義、形式主義、直観主義の間の数学基礎論論争においても、直観とシンボルという概念が大きな役割を演じることになる。また、Poincaré ([1905], Chapitre I<sup>er</sup>)によると、数学者は直観型と論理型に分類される。前者は「イマージュ」によって思考する幾何学者に多く、後者は「形式」論理（シンボリック論理）的な厳密性をもって思考する解析学者に多いと彼はいふ。しかし、解析学者も直観を必要とし、幾何学者も論理を必要とすることも確かであるとも述べる。

一九世紀の後半において、数学・物理学が、直観的ではなく、シンボリックであるといふことを強調するようになったことと、算術と幾何学の解析学化と代数学化が推進されたことは無関係ではない。そこで、多義的な概念である直観とシンボルという概念を初めから正確に定義する代わりに、算術・数論や幾何学においては、直観的な対象を扱うことが研究を先導し、代数学や解析学では、シンボリックな作用素を操作することが研究を先導している、といふことを拙論の作業仮説として考えておく。<sup>(1)</sup>算術・数論における数、あるいは幾何学における図形といった直観的概念の理解と再構成は、代数学や解析学におけるシンボリックな概念の操作と深く干渉しあっている。そして、この数学における直観的な概念の理解と再構成、ならびにシンボリックな概念の操作、そして、実験物理学における観測の干渉によって、物理学における概念は生まれてくると考えられるのではなからうか。哲学の伝統の中においては、物理学と数学のつながりは、主に幾何学的直観を介して考えられることが多かった。この傾向は、デカルトとカントの哲学、そして、ガリレオとニュートンの物理思想から来している。特に、カント哲学において、物理学におけるシンボリックな代数学の重要性というものはほとんど考慮されなかった。物理学と数学の関係をもっとはっきりさせるためには、このような傾向をシンボリックな思考の重要性を主張するライブニッツのような哲学的傾向と対話させることが必要になってくる。それは、

二〇世紀の前半期に哲学者カッシーラが主張したことである。しかし、このライブニットのシンボリック思考のみでは十分でないことも確かである。問題は、直観的・幾何学的思考とシンボリック・代数的思考をいかにして編み合わせるかということである。そして、その二つのタイプの思考によって、いかにして實在にアプローチできるのかということが問題なのである。拙論において提案する「科学作品の現象学」が、どのようにしてこの問いについて考察できるかを場の量子論の構築と、新しい幾何学によるその再構成とを手がかりにしながら見ていくことにする。

## 一 科学作品の現象学

この論文が主題として取り上げる「科学作品の現象学」とは、いかなるものであろうか。フッサールの純粹現象学を移行することを次のように考えてみる。中期フッサールの現象学には、エポケー、すなわち「世界」の括弧入れという重要な方法論がある。そこで、すべての世界の存在を括弧に入れるフッサールのエポケーを、物理的實在を括弧に入れる数学的シンボリックな表現によるエポケーへと移行させるということを「科学作品の現象学」は提唱する。後に、フッサールは、絶対的なエポケーは非常に困難であるがゆえに、その代わりに前科学的な「生活世界」という媒介を取り入れることになる。それに対して、「科学作品の現象学」では、フッサール現象学の「生活世界」とシンボリックな理念化の間にある関係を、科学者の通常の直観がよく機能する慣れた「世界」と新しく構築すべき科学理論の関係へと移動させることによって、エピステモロジー・科学認識論に開かれた現象学というものを考える。この科学者の直観が機能する「世界」においては、フッサール哲学の「生活世界」に見られる基礎付け的なものを放棄する。

このようなフッサール現象学から「科学作品の現象学」への移行の中で、シンボル、直観、實在というフッサール現象学にとっても重要な哲学的概念が主題化されるのである。ある科学理論を単にシンボリックなものと考え、物理的實在との関係を「括弧に入れる」ということは、一種の「エポケー」をおこなっていると考えることができるのではなから

うか。この「括弧入れ」によって、多くの科学理論は誕生した。特に、量子物理学はそうである。もちろん、ここで「括弧入れ」といっても、フッサールがイデーンのなかでいう「世界の妥当もしくは、存在を禁止する」とか、「實在なものたる空間時間的現存在が持つ存在や、性質的あり方や、一切の存在様相に対しては、どんな判断であろうともみな、つまりどんな述語的態度決定であろうともみな、これを遂行することを締め出す」といった意味に近い意味であり、彼が要請するラディカルな現象学的還元、すなわち、自然的世界に関係した既成の「学問の持つもろもろの妥当を絶対に使用しなご」(Ideen I, § 32, 56; 邦訳、一卷、142) という意味ではない。その意味において、数理物理学における代数的・シンボリックな方法というものは、直観的・幾何学的なもの、そして、直観的・物理的實在というものを一旦「括弧に入れ」、その後、物理的基礎概念(空間、時間、局所性など)への「反省」によって、物理的「實在」を再構成・再把握していくのである。

また、知覚によってとらえられるものの上に形式論理学を基礎付けるといふ純粹現象学を、実験物理学、理論物理学、数理物理学の間の関係の分析を行うことを出発点とする「科学作品の現象学」へと移行させる。このとき、数理物理学における直観があるならば、幾何学化と直観化がどのように関わっているのかを検討し、それが実験物理学における直観とどのように関わってくるかも検討しなければならない。フッサールにおける媒介された非直接的な直観、すなわちカテゴリー的直観の感性的直観・知覚による基礎づけの問題 (Husserl, *LU VI*, § 40 ss; Harada [2006d], Chap. 2, 1, § 2, ①) をこのような方向へと移動させる必要がある。

純粹現象学の科学外的方法論を科学内的方法論に移行させるための哲学的考察は原田 [2006a] が扱っている。ポアの水素原子モデルの失敗と共に、古典物理学の世界における「粒子」といった日常言語にも繋がる直観的概念が、量子物理学の中では機能しないことが次第に明らかになってきた。そして、ディラック (Dirac [1926]) がシンボリック法を用いて構築した変換理論による量子力学の形式化によって、古典的「粒子」概念に付随する直観的な可換物理量か

ら、量子的非可換物理量は引き離されることになる。シンボリックの方法は、この量子力学の背後にある物理的実在をいったん括弧に入れる。物理的実在の括弧入れに伴う「粒子」や「波動」といった物理的基本概念の括弧入れは、ある意味でボーアの相補性の原理で正当化されたといってもよい。しかし、この原理によつては、量子論の物理的基本概念を本来の意味で理解したことはならず、むしろ、物理学者の関心を当面、そのような解釈問題から反らせ、有効な物理理論を構築していくことを促したのである。

量子論における様々なアナロジーの機能を記述した原田 [2007] のとりあげる量子物理学の概念史は、上述のような「作品の現象学」への移行の可能性を示している。古典物理学においては、粒子の空間内の運動と、連続的媒体内を伝播する波動とは、物理的に別の現象であった。換言すると、粒子が同時に波動であるということはありえなかった。このような粒子と波動の古典的概念を「二元論」的と呼ぶことにする。これは、物理的「実在」概念とも深く結びついている。すなわち、一方では、実在たる粒子の空間内の運動を現象として扱い、他方では、実在たる媒体内部を伝播する波動を現象として扱う。しかし、量子論においては、粒子と波動はどのように古典論的に考えることができなくなった。光も電子も、粒子であり、波動であることが明らかになったのである。粒子性と波動性のどちらが現象として現れるかは、どんな物理量を観測する装置を準備するかによるのである。量子は、観測以前には粒子であるのか、波動であるのか。ここには二者択一の答えはない。ここでは、古典的な「実在」概念も、それに伴う「様態」としての現象という概念も量子論においては通用しなくなってくる。量子論における「粒子」は、時空内に軌跡を持つことはできないという意味で、古典的粒子とは異なる。「波動」としての光のエネルギーは非連続の値しかとりえないという意味で、光は古典的波動と異なる。このようなことは量子論において分かってきたが、その「粒子」と「波動」の物理的身分の関係がはっきりするまでには、量子力学の誕生の後、さらに時間を要することになる。換言すれば、量子力学において、粒子と波動の二重性が明らかになったが、粒子と波動の「二元論」的な古典的直観が、粒子性と波動性が同じ物理的身分を

持ち、交代できるという「双対的」な概念としてはっきり理解されるには、量子場の概念の誕生を待たなければならなかった。すなわち、場の量子論が構築されるまでは、ボーア、ハイゼンベルク、ディラックを含む多くの物理学者が、電子は実体的には粒子であり、付帯的性質として波動的なものを持っているのに対し、光は実体的には波動であり、付帯的性質として粒子的なものを持っているという、いまだ古典的物理学における直観に縛られていた。さて、量子場の概念は次のようにして誕生していった。ディラックが、彼の物理的实在観に結びついた幾何学方法によって、一方で、古典的波動である電磁場（ボゾン）を量子化し、他方で、電子粒子（フェルミオン）の相対論的量子力学を粒子的見地から構築した。しばらくして、ヨルダンが代数的方法によってフェルミオン場を量子化したのが、ディラックは当時、彼の物理的实在観からして、ヨルダンの代数的方法に対し、強い違和感を覚えていた。しかし、このヨルダンの代数的方法によるフェルミオン場の量子化によって、はじめて粒子性と波動性が同じ物理的身分を持ち、交代できるという「双対的」な概念になりえたのである（原田 [2007]、4節）。

以上のように、量子論は、非直観的でシンボリックであり、そのシンボリック・代数的方法は、古典的マクロ世界に適合する直観というものから、私たちの思考を引き離れた。しかし、その上で、困難であるとはいえ、代数的に表現された理論の幾何学化というものを通して、物理的基本概念、特に局所性の概念の意味を再把握しながら物理的直観を再構成しようとしてきたし、現在もしている。

科学の概念史を記述することに始められる「科学作品の現象学」が、科学の基本概念に対する反省を通して、主観性に対する反省を可能にするためには、科学概念史の記述の中で、實在、理解、直観といった哲学的基礎概念が解明されなければならぬ。量子力学、そして場の量子論は、プラグマティックには非常に成功した理論といえるであろう。しかし、その理論が「理解」されているかという問題になると、そう言えないことが分かる。数学者 René Thom は次のように述べている。

ディラックは、*Principles of Quantum Mechanics* の序文の中で、量子力学の根底にある概念には直観的内容を与えることが不可能である、ということを見做されることとして切り捨てている。しかし、全ての現象が数学的に一貫したシエーマによって支配されているものの、イメージされる内容を欠いているという世界、このような世界において、人間精神が十分に満足させられるということを、私は確信していない。そんなことならば魔法にかけられているようなものではないか。知的理解 (intellection) の可能性、すなわち所与のシエーマを幾何学的に解釈する可能性を欠いているとき、人がとる態度には二つの可能性がある。ひとつは、そのような状況にもかかわらず、適切なイマーシュによって、所与のシエーマに対して直観的正当性を創造していくことを求める可能性である。もうひとつは、そのような無理解を仕方ないものとする状況に陥り、その無理解が習慣によって無関心へと変形してしまう可能性である (Thom [1977], 5)。

また、別のところで、彼は「理解するとは幾何学化することである」(Thom [1983], 6) と言っている。わたしには、この二つの Thom の言葉をあわせて考える必要があるように思われる。すなわち、量子論がよく理解されないという問題は、代数的に構築された量子論の幾何学化が困難であるという問題と繋がっているように思われるのである。代数的に構築された場の量子論を幾何学化しようとする試みの一つが、Alan Connes によって構築された非可換幾何学を量子論に応用する試みである。量子論における物理量の非可換性を主題化しつつ、「空間は可換な点の集合によって成り立っている」という古典的・可換幾何学の基礎にある多様体概念を放棄してしまうというのが、非可換幾何学の試みである。この非可換幾何学、特に非可換微分幾何学によって場の量子論を再構成しようとする試みは、量子論を理解しようとする試みと考えられる (原田 [2007], 5 節)。非可換幾何学の構築においては、代数的シンボルと幾何学的直観の干渉が主題化させられながら、数学的幾何学化と物理的実在の把握がいかに関係するかを考える必要に迫られるのである。

## 二 代数的なシンボリックなものと幾何学的な直観的なもの

拙論において、主に幾何学を直観的なものに属させ、代数学と解析学をシンボリックなものに属させるが、このことはもちろん幾何学のシンボリックな側面と、代数学や解析学の直観的な側面とを排除するものではない。特に、代数学や解析学の形式論理学に還元されえない構成的な側面を主題化する場合には、それを直観的なものと呼ぶこともできると思われるが、拙論においてはそのような側面を主題化することはしない。代数学や解析学の直観的側面は幾何学との干渉<sup>(2)</sup>に、幾何学のシンボリックな側面は代数学や解析学との干渉に大きく由来している<sup>(3)</sup>。このことに、拙論では焦点をあてることにする。

それでは、いかなる意味で、幾何学を第一に直観的なものとして考え、代数学や解析学を第一にシンボリックなものとして考えるのか。現代最大の幾何学者の一人であり、場の量子論と深く関係する数学理論であるゲージ理論の発展にも大きく貢献した Michael Atiyah は、幾何学と代数学について非常に興味深いことを述べている<sup>(1)</sup>。Atiyah は、幾何学は空間に関係しているとし、これを視覚に関連づけて理解しようとしている。彼は次のように述べる。

神経生理学の研究者である私の友人達によれば、視覚は、脳皮質の大体八〇パーセントから九〇パーセントを用いている。脳にはおおよそ一七つの異なった中枢があり、それぞれが視覚のプロセスの異なった部分を専門的に請け負っている。ある部分は垂直方向に、ある部分は水平方向に、ある部分は色、遠近法に、そして最後に、ある部分は意味と解釈に関わっている。われわれが見る世界を理解すること、そして意味づけることは私たちの進化の非常に重要な部分である。したがって、空間直観ないし空間知覚は非常に強力な道具であり、それは、幾何学が現在、数学の並外れて強力な部分であることの理由である。幾何学が強力であるのは、あきらかに幾何学的であるものに対してだけでなく、そうでないものに対してでもあり、それらは幾何学的形式の中におかれる。それは、そうする

ことで、われわれの直観を用いることができるようになるからである。われわれの直観は、われわれの最も強力な道具である (Atiyah [2001], 48)。

そして、多くの西洋言語においてそうであるように、英語の“see”が“understand”を意味することを考慮しつつ、「瞬時の視覚活動によって非常に大量の情報を吸収する巨大な能力と共に、人間の精神は進化したのであり、数学はそのことを受け取り、それを完成させる」(Idem) と Atiyah は述べる。

このように視覚という直観に起源をもつ幾何学に対し、Atiyah は、次のように代数学の起源を計算という行為に探し求める。幾何学が空間に関係しているのに対し、代数学は本質的に時間に関係している。代数学においては、一連の演算が一つ一つステップを追って、順々に (“one after the other”) 実行されるが、この「順々に」という表現は時間を経ねばならないということの意味している。その意味で、幾何学が本質的に静的であるのに対し、代数学は静的ではない。現代代数学に限らず、いかなるアルゴリズム、計算のプロセスも時間の中で実行されるのである。数学にとっては、時間の中で実行される継続的思考に関わる代数学的側面と、空間における視覚的理解、ないし視覚的思考に関わる幾何学的側面の双方が必要であると Atiyah は述べる。

さらに、幾何学的側面と代数学的側面とからなる数学と並行した二つの側面、概念と実験が物理学の中にあると Atiyah は言う。

物理学は二つの部分を持つ。一つは理論(概念、理念、言葉、法則)であり、もう一つは実験である。概念は、実在の世界において生ずる物事に関するが故に、ある広い意味において幾何学的であると、私は考えている。それに対して、実験はもっと代数的な計算のようなものである。実験は時間の中で行なわれ、そこである数値が測定される。その数値はある式の中におかれる。しかし、実験の背後にある基礎的概念は幾何学的伝統の一部分である (Idem)。

このような幾何学と代数学の性格付けによりながら、代数的計算をしているときには思考することを本質的には止め

ている、そして、幾何学的に考えることを止めることは意味について考えることを止めてしまうことだと、Atiyahは言う。彼によれば、意味を考えることは、まさに幾何学的に考えることなのだ。以上のように、幾何学と代数学は異なっているが、これは一種の幾何学への譲歩であると彼は述べる。

Atiyahは幾何学的思考を視覚的思考ないし直観的思考に、そしてさらに、意味を思考することに結び付けている。このことは、視覚と意味がフッサール現象学において深くつながっていることを思い起こさせる。フッサールは、現象学を導入した著書『論理学研究』の第一研究の中で、言語表現における理念的な意味の根源を問う。そこでは、一方で、シンボル・記号を意味付け作用としての意識の志向性と結びつけ (Husserl, *LU I*, §1-§16, 23-61)、他方で、その意味志向を充実させるもの (充実する意味) として直観を定義づけた (*I*, §9, 37-39; §17-§23, 61-77)。志向性によって意味されたことを「観る」ことによって充実することが直観に他ならず、それは、第一義的に知覚によって実現される。第五研究では、知覚などの直観の志向性を論じている。門脇俊介氏によると、「表現の意味が対象へ向かう仕方、仕方を定めるように、知覚における質料は、知覚対象としての事物が一定の秩序で現出することを定める規則として理解されている」のであり、質料は実在の意味として知覚の働きに内在する (門脇 [2004], 71)。しかし、この「観る」直観には、視覚そのものだけではなく、抽象的概念の意味を「観る」知的な直観も含まれてくる。第六研究において、フッサールは言語の意味を考察しながら、具体的対象の意味が知覚によって「直接的」に充実されるように、数学的对象を含む抽象的对象の意味が「間接的」に充実される必要性を説くが (*LU VI*, §18)、それは知的直観たるカテゴリ的直観によってなされる (*VI*, §10 ss)。この間接的充実によって、理念的・抽象的对象ないし、カテゴリ的形式は、その意味の明証性をうるのである。その充実が「間接的」であるということは、カテゴリ的直観が、具体的・「直接的」直観、すなわち知覚の上に基礎付けられ、それによって媒介されているということを意味している。知覚によって与えられる

感性的・具体的対象間の関係を抽象し、明確にするという意味において、カテゴリー的形式を主題化するカテゴリー的行爲は、知覚の上に基礎付けられているのである (VI, §48)。関係を明確にするということは、すなわち構造を明確にするということであり、ここに構造主義の一つの起源を見ることが出来る (Holenstein [1974], 10-11)。そして、現代的な言葉で述べるとするならば、このカテゴリー的直観による構造の明示化はモデルの構築である。

後に、中期の著作『イデーニー』の冒頭部分で、フッサールは、知的直観として本質直観（理念を観て取る働き）という概念を導入する (Husserl *Ideen I*, §2-3)。彼は、事実にかかわる学と区別された本質普遍性に関わる学が何であるかを考えながら、経験的直観、ないし想像による直観から出発して、不変なる本質的理念を観て取るにいたること、それが本質直観だということである。『論理学研究』にみられた言語表現の意味は理念的であり、知覚の意味としての質料は実在的であるといった区別は、『イデーニー』において放棄される。すなわち、素朴な実在の概念は放棄され、「実在」は意識が「定立」するものとして、信念志向性に従属させられるようになる。「言語表現も知覚も、ノエマという意味と様態を通じて、その意味によって『何か』としての規定を与えられる対象 X へと向かうことができる」(門脇 [2004], 80) とフッサールは考えるようになり、信念志向性を媒介にして、『論理学研究』にあった言語表現と知覚の間にあった分断が取り除かれるのである。

Avishai はまた、代数学のシンボリックな性格を述べずに、その本質を計算としてとらえているが、時間の中での演算を可能にするものこそ代数におけるシンボルなのである。フッサールは『論理学研究』の第一研究の二〇節で、数学におけるシンボルの機能について書いている。彼によれば、シンボルの・算術的思考と計算の領域での操作は、無意味なシンボルによって行われるのではなく、操作・演算の意味、ないしは遊戯意味という意味志向を持つシンボルによって行われるのである。次の二二節で、シンボルの意味志向が直観化によって明晰になるとフッサールは述べている。しかし、算術ないし代数学におけるような操作・演算の意味を直観化させるとはいったいどういうことであろうか。ここ

で、フッサールは述べていないことであるが、拙論で私は、代数における操作・演算の意味志向が広い意味での幾何学化によって充実した意味となると考えるのである。そして、フッサールのな純粹現象学から第一節で紹介した科学作品の現象学に移行し、数学、そして物理学の中で、代数的シンボルと幾何学的直観がどう干渉しているかを記述しようというのである。

この代数的シンボルと幾何学的直観の干渉を拙論において記述するに当たって、フランス科学認識論の「概念の哲学」は非常に有効である。フランスの哲学者Cavaillèsは現象学の否定の上に「概念の哲学」を導入したが(原田[2006b])、彼の哲学を受け継ぐGrangerの哲学は解釈学的要素を含み持っている(原田[2006c])。数学のシンボリックな概念は、形式論理と異なり、意味内容を持つということこそGrangerは主張し、それを形式的内容と呼ぶ(Granger[1994], Chapitre 2, «La notion de contenu formel»)。それはゲーデルの不完全性定理の帰結からすれば自然なことである。そのような数学概念に対する基本的立場のもと、彼は、その著書『空間の思考』(Granger[1999])のなかで「脱空間化」と「再空間化」という概念を導入した。これらの概念は、数学史の中で、数という概念と空間という概念が、干渉しながら発展してきたという事実の分析から生まれてきた哲学的概念である。言い換えれば、幾何学的精神と代数的精神の干渉によって、それまでに既にある空間と数の概念が再構成され、また、それらの新しい概念が構成されてきたのである(Granger[1999], 225)。空間的具体的対象は、代数的視点により「脱空間化」され、逆に、代数的抽象的構造は、幾何学的視点により、「再空間化」されるのである。数学における具体的な直観的思考と抽象的なシンボリックな思考の間の往復運動が、新たな数学的概念を弁証法的に歴史の中で生んできたということでもある。Grangerは、主に、代数学化と幾何学化を主題化しており、算術化・数論化と解析学化を主題化していない。Grangerにおいて、数という概念は代数学の中に含まれてしまい、解析学化と算術化・数論化は代数学的な「脱空間化」に含まれている。しかし、ここで、われわれとしては、数学における代数学、幾何学、解析学、算術、数論の関係を詳述するわけにはい

かないものの、空間と数という直観的な数学的対象を扱う幾何学と算術・数論が、シンボリックな作用・操作を主題化した代数学と解析学に媒介されていると言っておきたい。すなわち、Grangerの「脱空間化」と「再空間化」という概念を「数と空間という直観的数学対象を扱う算術・数論と幾何学を、代数学と解析学によって媒介する」という方向に広げる。また、Grangerは、「脱空間化」と「再空間化」という概念を純粹に数学の内部で考えているが、拙論では、それは物理学の方向へも広がっていると考える。このようなことをとおして、物理理論を表現する数学と物理学の関係を分析することで、幾何学的直観が物理的実在に対する直観とどう関わるのかを考察することを提案するのである。

この際、Atiyahが、幾何学的側面が物理理論の概念につながり、代数学的側面が実験装置による測定につながると言っていたことを思い出しておこう。いかなる幾何学化も試みられない物理理論は、概念の直観化を通して物理的実在へと至る道を失い、経験を感じ与件に還元してしまう実証主義的な自然科学観に陥ってしまうのではなからうか。フッサール現象学はといえば実証主義を回避する努力をしたといってもよいであろう。そして、『論理学研究』に見出される言語表現が志向する理念的なものと、知覚直観が志向する実在的なものとの間の隔たりを乗り越えるために、『イデー』において観念論的現象学に至った。そのようなフッサールのな道をとる代わりに、拙論では、代数的思考と幾何学的思考の関係を分析することを媒介にして、概念的・理念的なものと実在的なものとの関係を考察していくことにする。

### 三 ディラックとヨルダンによる場の量子論の誕生<sup>(5)</sup>

代数的なシンボリックなものとは幾何学的な直観的なものとの間の干渉と、物理的実在の把握の関係をみるには、場の量子論の構築をみてものが非常に有効である。特に、その誕生にあたってディラックの幾何学的精神とヨルダンの代数的精神のコントラストは興味深い。ディラックは、美しい数学によって表現される物理理論の中にこそ、ある種の物理的実在があると考えるタイプの理論物理学者であった。そして、彼は自身を代数的精神よりもむしろ幾何学的精神の特

ち主と考えている。彼にとって、変換群における対称性にこそ幾何学の本質があった。すなわち、その変換群は一種の座標変換であり、不変量はその座標変換によらない物理量である。そのような意味で、ディラックにとって物理学は本質的に幾何学的であり、彼は、量子論を構築する際にも古典物理学との形式的アナロジーを常に探した。ディラックは古典電磁場を実在する波動と考え、そのハミルトニアンと古典的調和振動子のハミルトニアン間の形式的アナロジーに注目した。そして、量子力学による調和振動子の量子化の方法を用いて、一九二七年にボゾン場としての電磁場の量子化を実現した (Dirac [1927])。また彼は、一九二八年に相対論的量子力学を構築する際に、個数を数えることのできる生成消滅しない実在的粒子というものを仮定していた (Dirac [1928a], [1928b])。

それに対して、ヨルダンは幾何学的精神というよりもむしろ代数的精神をもって、量子化されたボゾン場、すなわち量子化された電磁場との形式的アナロジーによって、一九二八年にフェルミオン場の量子化を行う。ボゾン場の量子化は、消滅演算子と生成演算子の交換関係が1になることの上におこなわれているが、その反交換関係が1であるとしてフェルミオン場の量子化をおこなったのである。この交換関係の上に築かれたボゾン場の理論は、古典的調和振動子にアナロジーを持っているが、反交換関係の上に築かれたフェルミオン場の理論にアナロジカルな理論は、古典物理学の中には見出せない。しかし、このボゾン場の量子化とフェルミオン場の量子化の間のアナロジーによって、物質波と光波、物質粒子と光子は、物理的に同じ存在身分を与えられるようになった。ヨルダンは、「散乱の基本的過程は、物質粒子による光波の散乱と考えられるだけでなく、物質波による光の粒子的散乱とも考えられる」(Jordan [1925], 652; Darrigol [1986], 219 に引用)と言っている。この態度は、古典的物理概念に明証性を求めるディラックの物理的実在観と異なっている。ディラックにとって、物質粒子の個数は保存され、光子は生成消滅する。しかし、ヨルダンはそのような光と物質の非対称性を代数的形式に頼りながらのりこえた。物理学史学者 Darrigol が言うように、「ディラックは、物質の保存という経験的明晰性によって、光と物質のアナロジーを排除したのに対し、ヨルダンは、光と物質

のアナロジーによって、物質の生成と消滅の可能性を考察したのである」(Darrigol [1986], 219)。そして、ヨルダンは、物質場においても電磁場においても、波動的実存と粒子的実在の双方を棄却する (198)。

前節の最後で、幾何学化のない物理理論は、概念の直観化を通じて物理的実在へと至る道を失い、論理実証主義的な自然科学観に近づくのではないだろうかという問いを投げかけた。果たして、幾何学的イメージを離れたヨルダンによるフェルミオン場の量子化は、論理実証主義的な自然科学観を推進することになったのであろうか。確かに、「実証主義者の擁護者として、ヨルダンは、彼の理論形式をその背後にある新しい物理的実在に結びつけはしなかった」(198)とDarrigolの言うように結論づけることもできよう。しかし、たとえヨルダンの哲学的思考が、特にマッハの実証主義の影響を強く受け、経験を強調していたにせよ、彼の経験の概念は、マッハの感覚要素だとか、カルナップのプロトコル命題とかいった概念と異なっていた。ヨルダンにとって、経験とは、物理実験によって物理学者が得る経験に過ぎない。この物理学における実験こそ、量子論における基本概念の構築の必然性を明晰にするのである。

ヨルダンの形式主義的な態度に対し、ディラックは、フェルミオンの波動的性質を光子(ボゾン)のそれと同じ方法で取り扱うことはできないと考え、一九五〇年代まで、ヨルダンによるフェルミオンの物質波の量子化を拒否していた。しかし、ディラックの幾何学的精神と異なるヨルダンの強い代数的精神こそが、フェルミオンの物質波の量子化を可能にしたといえる。後に、ディラックは、物理的直観イメージと強く結びついた自分の幾何学的精神が、フェルミオン場の量子化を妨げていたことを回想している(Dirac [1977], 140; [1983], 49-50)。ヨルダンにおいては、シンボリックな代数学が、ある種の幾何学的直観と結びついた物理的諸概念の先入観を放棄させ、それまではよく受容されていた物理的イメージとかけ離れた対象を、物理的对象として考えさせるようにしたといえることができる。

それでは、ヨルダンは、経験の強調と彼の代数的・形式的精神ゆえに、実証主義者といえるのか。彼の実証主義者たる自認にもかかわらず、その問いに簡単に答えることは難しい。ハイゼンベルクの行列力学とシュレーディンガーの波

動力学が数学的に、そして、経験的に等価であるだけでなく、ヨルダンにとって、波動力学は、「正確な量子力学」として、連続的な仕方でも形式的に表現されている何かに関わっているのである (Jordan [1927a], 661)。ヨルダンも「ボーア、ハイゼンベルク、ディラックと同様、量子論を直観的理論でないと考えている (Jordan [1927b], 648)。また、コペンハーゲン学派の量子力学解釈に従いながら、波動と粒子の二重性も受け入れている。しかしながら、ヨルダンにとって、シュレーディンガーの量子的波動関数は、単なる確率分布関数でなく、物理的な何かなのである。「量子物理が関わる実在 (die quantenphysikalische Wirklichkeit)」という表現を用いながら、ヨルダンは次のように書いている。

量子物理が関わる実在は、古典物理理論がその物理的実在を表象するために用いた観念のシステムよりも、はるかに単純である。その表象の古典的システムにおいては、波動的放射と粒子的放射とは、二つの根本的に異なったものであった。しかし、実在においては (in der Wirklichkeit) 一つのタイプの放射しかない。それぞれの古典的表象は、部分的に正しいだけであり、実在する放射のイメージを与えるのみである (Jordan [1928], 771)。

シンボリック・代数的思考のおかげで、物理学者は、形式的にアナロジカルな、しかし、直観的に考えると物理的に異なった物理対象に同様の物理的・存在的身分を与えることができるのである。ヨルダンは、電磁波と物質波の間のアナロジが物理的なものに関わると考え、その双方に同じ物理的身分を与えたのである。波動的性格と粒子的性格は、ボゾンにおいてもフェルミオンにおいても同等の物理的身分を持っていると、ヨルダンは考え、そのどちらをも優先させなかった。確かに、この代数的に構築されたフェルミオン場の量子論は、量子論における物質観を見通しのよいものとした。しかし、それと同時に、幾何学的な直観化の困難な場の量子論のままでは、その理論の物理的意味を理解したとはいえないのではなからうか。そして、それゆえにその理論が指し示す物理的実在が何であるかにも答えることが困難なではなからうか。

#### 四 場の量子論における局所性

さて、一般に物理理論を幾何学化するとはどういうことだろうか。フッサールはイデー<sup>II</sup>の中で「幾何学的な諸規定は物理学的な客観それ自身に帰属し、幾何学的なものは物理学的な自然自体に属している」(Husserl, *Ideen II*, § 18, p. 77; 邦訳, 86)と書いているが、これは物理的実体の実在性を延長の概念と結び付けて考えているからである。そして、次のように書いている。

事物の空間的延長、というよりは物体的延長、という場合に、我々が理解しているのは、事物の具体的な本質要素に属する空間的物体性のことであり、しかもそれが完全に規定されて事物の本質要素になっている場合のことである。したがって、似たような空間形態を保持した場合の大きさの変化など、何らかの意味での変形だけが延長の変化を意味するのではなく、位置 (Lage) の変化もやはり延長の変化である。したがって延長は、事物が持続している間はその時点でも空間の一部と重なりあっているが、しかし空間の単なる一部ではない。空間自身も空間のどの部分もその本質からして動くことはありえず、空間自身にとって間隙などは、すなわち〈空間性が欠如しているために、改めて補充されなければならないような箇所〉はありえない。空間は絶対に《不動》であり、その諸部分は、我々が規定した意味での《延長》や《物体》ではなく、いわんや物理的な意味での剛体でもない。

それゆえ私は、空間的な延長もしくは物体性は変化しようというこの規定は、物質的な事物を構成する諸特性の中で全く独特の位置を占めている、と主張する。延長の本質には分割の可能性が理念的に含まれているのである。そしてこのことから明らかのように、延長が分割されれば、当の事物自身も分割されていくつかの部分に解体され、しかもその各部分が再び完全な事物としての性格を、すなわち物質的な事物性という性格を獲得するのである

(*Ideen II-1*, § 13, 29-30; 邦訳 34-35)。

ここでの延長という概念は、フッサールにおいて物体に関する知識の本質直観をなすものであるが、ここで表現されている延長の分割可能性は、局所性という物質科学における基本的直観とも解釈できる。

量子論の幾何学化が困難になったという問題と、その物理理論における粒子と波動という物理概念が困難になったということは密接につながっている。どちらも、空間における非局所性が量子論に入り込んだことに由来する。そして、物理的実在を把握することは、空間的局所性を前提とすることのように古典的には考えられたゆえに、量子的対象の実在性を考えることが困難になった。

それでは、物理学における局所性とは何であるのか。実は、この局所性は物理学において、多様な意味を持っている。そこでまず、この概念を整理しておく。John Earman [1987] は、物理学における「局所性」の概念の十一の意味を考え、それを大きく、五つのグループに分類している。

一つ目のグループは、相対性理論から直接に由来する三つの意味を含んでいる。

- L1 全ての因果的伝播は、有限速度で起こる。
- L2 全ての因果的伝播の速度には、有限の限界がある。
- L3 依存しあう諸領域はトリヴィアルでない、という意味において決定論が可能である。
- 「局所性」の二つ目のグループは、物理的对象の時空内における表象に関するものである。

L4 T は、時空の局所的な計量幾何学を規定する時空の理論である。

L5 T は、局所化された物理状態を可能にする。すなわち、時空構造を特徴付ける対象と、物理内容を特徴付ける対象とがはっきりと分けられ、その物理的内容を特徴付ける対象が各時刻において、コンパクトで連結した空間内に含まれる台をもっていているというように、T のモデルが存在するということである。

このL4とL5における局所性の意味は、時空内における物理状態の局所化・分離可能性という概念と結びついている。

「局所的幾何学の対象領域の観点からの物理的実在の記述は、世界の状態の記述のための非局所的なホーリズムの様な形態を排除し、意味論的分離可能性と意味論的局所化可能性を要請する」(55)。先ほど引用したフッサールにおける局所性の概念はこのグループに対応するものであろう。もっとも、フッサールの場合には、時空内の物理的実在でなく、空間的物体性の局所性に関して述べている。

「局所性」の三つ目のグループは、幾何学的対象の場の領域に関しての局所的な考察と大域的 (global) な考察との間の関係に関するものである。

L6 Tの大域的なモデルを局所化したものは、それぞれがまた、Tのモデルである。

L7 Tの局所的モデルを大域化したものは、それぞれがまた、Tのモデルである。

L8 局所的な計量テンソルを持った諸モデルTから構成された、大域的な計量テンソルを備えた大域的モデルがある。

四つ目のグループは、相対性理論の意味で空間的に分離されている領域の独立性に関連する局所性である。

L9 ある時空内の物理状態を変化させたときに、そこから空間的に分離している時空の領域における物理状態を固定することができる。また、このことを次のように言い換えることができる。理論Tの二つの局所的モデル $M_1$ と $M_2$ を考える。モデル $M_1$ は領域 $U$ を覆い、モデル $M_2$ は領域 $V$ から空間的に分離している領域 $V$ を覆う。そうすると、領域 $U$ においてモデル $M_1$ と同一視され、領域 $V$ においてモデル $M_2$ と同一視される理論TのモデルMを構成することができる。

最後に、「局所性」の五つ目のグループは、ラプラス的決定論に関係している。

L10 もし、理論Tがラプラス的決定論に従うならば、局所的にそうである。

L11 理論 $T_1$ のために正しくたてられた初期値問題に要請される最小限の初期値データは理論 $T_2$ のためのそれよりも

時間的に局所的であるという意味において、理論 $T_1$ は、時間的に理論 $T_2$ よりも局所的である。

この一つ一つの「局所性」に関して、量子論物理学においてどうなっているかを検討することはできないが、場の量子論において「局所性」がどうなっているかを、Earmanの分類を参考に見ていきたいと思う。<sup>(6)</sup>

現代の場の量子論は、基本的に量子場の「局所的」理論の上に成立している。ディラックの一九四八年の論文は、このことに関して、基本的な二点を挙げている (Dirac [1948])。このディラックの観点は非常に幾何学的なものである。

1. 場は、局所的な作用素、すなわち、時空の点を変数とする作用素として扱われ、点粒子は、場の励起状態として理解される。量子論において、運動量は、時空内の一点に置かれている粒子の局所的力学変数でないために、粒子は軌跡の表象を持つことができない。位置と運動量の非可換性のゆえに、粒子は、相空間の一点に局所化できない。ここで注意しておかなければならないのは、時空内で局所化されているのは、時空を変数とする作用素、ないし汎関数であり、古典的な物理量を与える関数値ではない。ここでは、すでにミンコフスキー空間が前提とされているがゆえに、ここでの局所性は、Earmanの $L_4$ と $L_5$ に相当する。

2. この局所化された系に特殊相対性理論の原理が統合される。すなわち、時空の一点の物理的条件は、空間的に分離している点の物理条件に影響を与えることができないということである。これは、遠隔作用を拒否する局所的相互作用というものを言い換えたものである。この局所的相互作用は、空間的に分離している時空の点における場の作用素が、可換(ボソンの場合)ないし、反可換(フェルミオンの場合)であると数学的に表現される。この局所性は $L_9$ に相当する。

一九五四年に L. Garding, A. S. Wightman [1954a], [1954b] が場の量子論の公理系を導入し、翌年には、H. Lehmann, K. Symanzik, W. Zimmermann [1955] が素粒子を記述する厳密な量子場の局所的理論を可能にする条件を与える。この場の量子論の公理系の中では、場の作用素が明示的に局所化されている。場は、ミンコフスキー空間内の点

上における「作用素値超関数」(operator valued distribution)として定義される。そして、空間的に分離している点上の場の作用素は可換(ボソンの場合)または反可換(フェルミオンの場合)であるとされる。また、「小さな時間幅における場に基づいて、時間任意の時刻に於ける場の計算を可能にする力学的法則が存在しなければならぬ」というtime slice axiomによって、場のL10とL11の意味での局所性が保証される(Haag and Schroer [1962])。

場の量子論の第一の基礎は、単一粒子の系において量子力学と特殊相対性理論を統合することである。これは、一九二八年にディラックが衝突なしの電子の相対論的量子力学を確立することによって始まる。そして、それは数学的には、一九五〇年代後半から一九六五年くらいの間、V. Bargmann, A. S. Wightman, E. P. Wignerによって、三次元空間内の回転、四次元時空内の平行移動、ローレンツ変換を統合したポアンカレ群というリー群とその生成元としてのポアンカレ代数というリー代数を用いて整備される(Wigner [1956], [1962], [1964])。この数学的な整備は、場の量子論の背景にある時空に対称性に基づく明確な幾何学的構造を与える(Weinberg [1995], Chapter 2)。そして、その幾何学的構造を与える変換群の生成元である物理量の形成する代数構造が明らかになり、その上に量子場の概念を築くことが可能になったのである。これによって、L4という局所的な時空の理論が明示的に構成される。そして、もちろん、L1からL3の相対性理論に直接関係する局所性は満たされることになる。

単一粒子系の時空の構造をリー群によって与えることは、場の量子論の基礎となるものだが、それ自体は、多粒子間の相互作用を扱えず、実効的な理論とは言いがたい。場の量子論が実効的なものとなるためには、S行列なる理論がそこに組み入れられなければならない。一九四〇年ころの量子場の理論には、発散の困難な問題があった。S行列理論は、この発散の問題を回避しようと、場の量子論とは独立に、ハイゼンベルク(Heisenberg [1943])によって一九四三年に導入され、一九四六年以降、R. Kronig [1946]らによって発展せられた。S行列を推進する物理学者らは、量子場の局所的理論における発散の問題は、先ほどのディラックの一つ目の意味での局所性に由来すると考えた。そして、彼

らは、相互作用が起こっていると思われるミクロな領域での物理量を導入せずに、マクロな領域だけでの物理量を考えようとした。ミクロな領域での因果関係を無意味なものとし、マクロな領域での因果関係のみを考察しようとした。すなわち、複素平面上の関数の解析性を考えながら、相互作用前の粒子の状態と後の粒子の状態の間の関係だけに関わるS行列理論を構築しようとしたのである (Cushing [1990])。このようなS行列理論は、L6、L7、L8のような意味での局所性をもたない理論といえるであろう。しかし、繰り込み理論の発達によって、発散の問題が解消されることも手伝って、量子場の局所的理論と独立したS行列理論で強調されていた関数の解析性も、いわれなくなってくる。むしろ、ファインマン則を場の作用素から導出したり、ファインマンの経路積分を用いてS行列を摂動的に計算する方法を開発しながら、量子場の局所的理論とS行列理論をつなげる努力がなされる。量子場の局所的理論は現象と繋がるために、S行列を必要とする一方で、S行列は具体的に計算されるために、量子場の局所的理論を必要とすることが明らかになった。このとき、S行列のユニタリー性とローレンツ不変性が保たれることが要請されている (Weinberg [1995], Chapter 3: [1999], 248)。

S. Weinberg によれば、一九六三年に E. H. Wichmann, J. H. Crichton [1963] によって導入されたクラスター分解原理も、現代の場の量子論に重要な基礎を与えている。というのも、空間内で十分に離れている実験は、その間に影響が出るような結果を与えることはないという物理的直観に基づくこの原理のおかげで、S行列が物理的に意味を持つようになるからである。「空間、時間、局所性のいずれかの概念を欠いたS行列の純粋な理論は、全く物理的なものではなくて「してしまうだろう」(2789)と E. H. Wichmann, J. H. Crichton が述べているように、ユニタリー性とローレンツ不変性だけでは、S行列は物理的意味を持つことができないのである。S行列にクラスター分解原理を要請することで、相互作用の局所性をS行列に与えることになる。この原理のおかげで、S行列は、粒子の相互作用を扱う近似的に局所的な理論になるのである (*idem*)。Weinberg によれば、クラスター分解原理の媒介によって量子場の理論とS行列理

論が繋がるのである (Weinberg [1995], Chapter 4)。Farnmann における  $L^6$  から  $L^8$  の  $T$  を、量子場の局所的理論と  $S$  行列理論を統合した現代の場の量子論とするなら、その意味での局所性と大域性の関係が成立することになる。しかしここで同一粒子の区別不可能性によって、このクラスター分解をする際に粒子の交換による対称性、または反対称性が要請され、量子状態の分離不可能性・局所化不可能性が生ずる。ここでは、 $L_9$  のような局所性が破られることになる。<sup>(1)</sup>  $L_5$  のような局所性にしても、場の作用素は、時空の点上で、局所化されているが、それから構成される  $S$  行列は非局所的である。粒子の統計 (ボーズ統計か、フェルミ統計か) に依存する状態の対称性ないし反対称性に、これらの  $S$  行列の非局所性は由来するものである。

以上のように、場の作用素そのものは時空内に局所化されている。局所化されている場の作用素は、ある意味でよく幾何学化されているといってもよいであろう。特に、物理学におけるヤン・ミルズ場の理論と、数学におけるファイバー束の概念とが出会い、ゲージ理論として大きな発展を遂げつつある。しかし、この局所化こそ、場の量子論の発散の原因であり、繰り込み理論が必要となってくる理由である。それに対して、時空内における物理状態の分離不可能性という意味で、ないし相対性理論の意味で空間的に分離されている領域の非独立性という意味において、実験観測に直接関わってくる  $S$  行列は、非局所的である。行列という概念はもとも代数的なものであり、それに伴うこのような非局所性をどのように幾何学に取り込めるのか。また、局所的場の作用素から  $S$  行列を摂動的に計算するために、経路積分という方法が主に用いられている。このすべての可能な経路の和をとるという意味で非局所的な経路積分を、いかに幾何学に取り込めるのか。このような幾何学化に関する考察が、場の量子論の直観的理解に繋がってくるように思われる。それは、局所的幾何学から大域的幾何学に移行していくことで実現されることなのか、あるいは、もっとラディカルに量子論があらわにした非可換性そのものを空間の概念に取り込み、局所性の意味それ自体を再構成することなのか。拙論では、主に後者に焦点を当てて論じていくことにしよう。そして Atiyah が、計算と実験観測に、幾何学と物理概念

に対応を与えながら、意味を考えることは幾何学的に考えることだと言っていることを再び思い出しておこう。

## 五 作用素代数から非可換幾何学へ

ディラックは、物理量の非可換性がハイゼンベルクの行列量子力学の本質に関係していると考え、ここに非可換な量子物理学と深く結びついた空間概念の可能性を示唆する (Dirac [1925], [1926])。しかし、この非可換性が、数学として主題化され、解析学と結びつきながら代数学として整備され、後に、数や空間のような数学の基礎概念にも影響を与えるようになるためには、フォン・ノイマンの仕事を待たなければならない。

場の量子論を公理化し、数学的に厳密化するためには、一九二九年にフォン・ノイマンによって導入された作用素環論が用いられている。彼は、ヒルベルト空間とその上の作用素によって非相対論的量子を公理化したのちに、量子論理に取り組むが、まもなくこれを放棄して作用素環論の研究に取り組む。フォン・ノイマンにおいて、この数学理論は量子物理学の公理化という動機付けに強く結びついている。この作用素環論においては、対合 (involution) をもつ複素数上の\*代数が定められ、さらにその代数のノルムが定義される。\*代数のノルムが完備であり、その要素  $A$  が  $\|A\| = \|A^*\|$  ならびに  $\|A^*A\| = \|A\|^2$  を満たすとき、この代数を  $C^*$  代数とよび、場の量子論の公理化の中で重要な役割を果たす。この代数は可換である必要はなく、一般的には非可換である。 $C^*$  代数では、その位相が代数の収束の状況によってさまざまに分類される。この収束の概念は解析によるものであり、その意味で、場の量子論を数学的に厳密にする作用素環論は、代数と解析の総合であるといってもよいであろう。

作用素環論の発展に貢献した数学者、竹崎正道氏は、作用素環論も数論のひとつであり、この理論は数概念を新しくしたと主張している。作用素環論というシンボリックな代数・解析が、数という直観的概念を再構成したとも言えるであろう。

今日、作用素環論的手法は、関数空間の理論の深化に伴い、大きな役割をあげつつある。Laplace作用素は実数における、 $e$ や $\pi$ みたいな役割を担いつつある。数論的思考のもとでは、一定の基準でまとめられる作用素全体を考へることは不可能である。すなわち、作用素環の登場である。与えられた問題に対応する作用素環の中で、特定の作用素の性質を調べるといふ方法論である。数を考へる上で $R$ や $Q$ に対する理解がどれだけ役にたつかは論を待たないであろう。さて、数論と見なす根拠は、作用素を量概念として把握するところに求められなければならない。幾何学や物理学において、ベクトルやテンソルが、従来の数の枠を超えた、量概念として定着して久しい。量子力学の誕生は、物理量を作用素に対応させる考へ方をもたらした(竹崎 [1983], vi)。

作用素環が数として考へられることは、かつてディラックが量子力学においてエルミート作用素で表現されるオブザーバブル・観測量を $q$ 数と呼び、現代でも、一般にこれを物理「量」と呼んでいることと切り離すことはできない。ここには、物理概念、代数的概念、解析的概念、数概念の干渉、ならびにそれぞれの概念の再構成が見出される。

さらに、非可換な $C^*$ 代数を幾何学化することで非可換幾何学を構築し、それによって場の量子論を再構成しようとする試みがAlain Connesによって始められた。ここでは、コンパクト空間の圏から可換 $C^*$ 環への関手が同型であるとするGelfand-Naimarkの定理と、コンパクト空間上のベクトル束の圏から可換 $C^*$ 環上の有限生成の射影加群の圏への関手が同型であるとするSerre-Swanの定理と(二つの定理が重要である。これらの定理によって、作用素環論と位相幾何学が対応させられるために、作用素環から、大域的な(位相的・トポロジカルな)空間概念を構築することができるようになる。これらの定理を一般には可換でない $C^*$ 代数に拡張し、それによって、非可換 $C^*$ 加群( $C^*$ 環上の加群)を非可換多様体上のベクトル束として見るのである。すなわち、古典的には、コンパクトな位相空間 $X$ 上の複素数値連続関数全体を $C(X)$ とすると、 $C(X)$ は可換環を形成するが、このコンパクトな古典的空間を一旦忘れ、非可換環 $C(X)$ を考へ、そこから古典的な幾何学概念とアナロジカルに、非可換幾何学概念を構成していくのである。そ

のようにして構成されたものが、非可換空間、ないし非可換多様体 $X$ になるといのである。空間の大域的性質をあらわにする非可換位相空間、そして、空間の局所的性質をあらわにする非可換可微分多様体、非可換微分幾何学などが次々に構築された (Connes [1990], [1994]; 原田 [2007], 5 節)。場の古典論では、時空は通常の可換多様体に、場は多様体上のベクトル束に対応づけられ、Serre-Swan の定理により代数的に、可換多様体の関数である可換環上の加群として表現できる。 $C^*$  代数による場の量子論の公理化では、現象に直接つながる物理量 (密度行列、状態) が  $C^*$  環の表現とされる。非可換幾何学による場の量子論の再構成では、時空をアブリアリに通常の可換多様体としてとらえるのをやめる。代わりに、Gelfand-Naimark の定理を非可換の場合に広げて、観測される物理量に関わる非可換  $C^*$  環の背景に時空としての非可換多様体を指定し、その非可換  $C^*$  環がその非可換多様体上の関数になると考える。そして、Serre-Swan の定理も非可換の場合に広げて、場は非可換  $C^*$  環上の  $C^*$  加群であり、またそれと同型的に、時空として構築された非可換多様体を底空間とするベクトル束であると考えるのである。

非可換位相幾何学 (トポロジー) は非可換化された空間の大域的性格をあらわにする。通常の可換空間の大域的性格をあらわにする定理のひとつに Atiyah-Singer の指数定理というものがある。これは、多様体上の微分作用素の大域的性質 (作用素の核と余核の次元の差) と、その多様体の位相としての大域的性質 (多様体上のファイバー束のある特性類の積分) とをつなげる。すなわち、この定理によって、解析と位相幾何学 (トポロジー) がその大域的性質によって結びつけられるのである。そして、この定理の基礎物理学への応用は、幾何学と物理学の関係にとって非常に重要であると考えられる。数理論理学者も多い。この指数定理も非可換空間において考えられるというのも Connes の主張のひとつである。

ゲージ理論に基づいた場の量子論において、空間の局所的性格をあらわにする微分幾何学が重要な役割を果たしている。これを非可換化して非可換微分幾何学を構築し、それによって場の量子論を再構成しようという試み、そして、こ

れを超弦理論と統合しようという試みが現在盛んに行われている。ここでは、通常のヒルベルト空間、その上の作用素代数、ディラック作用素とアナロジカルに、Comesの三つ組み、すなわち非可換空間のための「ヒルベルト空間」、「代数」、「ディラック作用素」が導入される。そして、可換微分幾何学において計量テンソルによって定義される無限小距離が、非可換微分幾何学では「ディラック作用素」の逆元として定義され、また、微分演算は「ディラック作用素」との交換関係によって定義される。ここでは、解析的演算が、交換関係という代数的演算に置き換えられる。以上のように、非可換幾何学においては、さまざまな代数的な作用素によって、解析的概念、幾何学的概念を再構成していく。そして、古典的には、幾何学と解析という数学的言語で表現された物理的局所性の概念を、非可換的に再構成していくために、代数が媒介となるのである。

非可換幾何学と素粒子物理学の関係について、数理論理学に詳しい哲学者D. Lambertは次のように述べている。

高エネルギーのレベルや宇宙の初期の歴史のレベルにおいては、点状の事物に対する直観自身が、もはや有効でないということ、最近の研究の発展は示しているように思われる。われわれの視覚的器官の基本的な限界という単純な理由のために延長は連続的に見え、点という概念は、その分割のプロセスの理念化・理想化であると考えるのは適当なことである。この直観はマクロな世界の文脈の中で構成され、次に数学的連続という抽象的概念の中で体系化された (Lambert [1997], 45)。

非可換幾何学の可能性により、視覚的に与えられたものから直接的に理念化され、構成された「点」という幾何学的概念は必然的なものでないということが明らかにされた。非可換幾何学における幾何学的概念は、シンボリック・代数的な形式的アナロジーに媒介されて再構成されたものである。それは、知覚的な意味で視覚的といいたいにせよ、幾何学である限りは、視覚的思考に関するものでなければならぬであろう。ところで、フッサールは、『論理学研究』の第六研究の中で数学におけるアナロジーと直観に関して次のように述べている。

たとえばわれわれが数学的分析によって、これまで一度も直観したことのない三次曲線という類の理念を直接的に理解する場合がある。……この様な場合にも、たとえば既にわれわれが知っている三次曲線の特殊な一例の直観的な図形が、作図された図形にせよただ単に想像された図形にせよ、ともかく直観像として、すなわち志向されている普遍性に対するアナロジカルなものとしてわれわれに役立っているであろう。すなわち普遍性の意識が直観的な普遍性の意識として、ただし個体の直観に基づくアナロジカルな普遍性の意識として形成されるのである (Hilbert, *LU VI, § 40, 163-164*; 邦訳、189 一部改変)。

ここで、フッサールは個体と普遍性の間のアナロジーに関して述べているが、古典的可換幾何学と非可換幾何学の間のアナロジーはこれと異なる。フッサール現象学が、「科学作品の現象学」に移行される中で、個体と普遍性の間のアナロジーは、通常の直観がよく機能する慣れた古典的幾何学的概念と新しく構築すべき幾何学的概念のアナロジーに移されなければならない。そこにおいて、シンボリック・代数的形式のアナロジカルな関係が媒介として大きな役割を担っている。しかも、物理学の理論があらわにした概念が数学的概念を構築する大きな動機となっている。場の量子論の数学的厳密化と深く結びついて発展してきた作用素環論では、場の量子論を記述する際、非可換化されるのはオブザーバブルとしての物理量であり、時空は可換な変数としてとどまっていた。しかし、作用素環論が幾何学化され、非可換幾何学が構築されるなかで、時空も非可換化できる可能性が開かれてきたのである。ここでは、通常の物理学において可換な多様体として表現される時空に対する「科学作品の現象学」における意味での「エポケー」が作用している。空間の非可換化による「局所性」と、その双対的概念である「大域性」という概念に対する新たな直観を養っていくことが、場の量子論をはじめ、量子物理学の理解の鍵を握るように思われる。

古典物理学の直観に束縛された「粒子」、「波動」、「物質」、「場」といった諸概念が、量子論においては機能しなくなることを示した。そして、その過程で、シンボル化・代数化した物理理論を構築することで、古典物理でよく機能する世界、すなわち「物質の構成要素としての粒子は、個体的な実体として時空内に局所化され、媒体としての場を伝播する波動としての力によって、それぞれの粒子の間に作用が引き起こされる」という古典物理学的な直観世界が、放棄されたのである。ここで問題化されたのは、個体的な実体としての粒子の概念であり、物理的局所性の概念である。粒子が局所的に相空間に位置づけられないという意味での、また、多粒子系における物理的対象が量子的絡み合いによって時空内で分離不可能であるという意味での非局所性を、量子論はあらわにした。量子論の理解のためには、その非局所性も取り入れた、新しい幾何学の構築が求められることを拙論は主張した。なぜなら、広い意味での幾何学化は、意味の思考、理解、直観といったものと深くつながっていると考えられるからである。このことは、理論物理学や数理解物理学の理解のためには重要である。なぜなら、シンボリックで代数的な理論は、シンボリックに媒介されて再構成された幾何学的対象によって「充実」されることで、理解されるからである。形式的なアナロジーを媒介にして、それ以前の直観を放棄させるのであり、その後、以前の直観とは相容れない物理概念や幾何学的対象を構築するのである。そのうえで、物理的基礎概念（空間、時間、局所性など）への「反省」をとおして、あるいは、それを幾何学化しながら、物理的「実在」を再把握していくのである。しかし、その実在へのアプローチを議論するためには、代数学と幾何学の干渉の考察を媒介としたシンボリック的思考と直観的思考の関係という、人間の主観性に関する反省的思索も含まれなければならない。シンボルが形式的操作という意味を持つと同時に、アナロジーを介した概念構築のために不可欠であることを拙論で見た。また、フッサール現象学の用語を用いれば、直観を意味の「充実」ないし対象を与えることとして考

えられること、そして、さらにはその「充実」を、フッサールを超えて、広い意味での幾何学化として考えることが可能であることも提示した。これらの提案は、今後の研究課題として科学における「経験」とは何か、「理解」とは何かという問題と共に、「解釈」に関わる一般的な哲学的考察によって深化させられねばならない。拙論は、このことを実行していく準備を与えるものと思われる。そして、その実行は「科学作品の現象学」から「科学作品の解釈学」への移行の契機となるように考えられる。

注

(1) 直観という概念にしろ、シンボルという概念にしろ、日常言語、哲学、また、科学において、非常に多義的に用いられている。そこで、それらの言葉の一般的意味を紹介しておこう。F. de Buzon は、直観という概念に関して、フランス語の哲学百科事典の中で、次のように述べている。「一般的に、直観 (intuition) という言葉は認識対象が、直接的、全体的に精神に対して存するような知の形態を意味している。この言葉は、常に多かれ少なかれラテン語の *intuitus* が意味する眺める行為だとか、注視することと関係を保つてくる」(*Encyclopédie Philosophique Universelle*, vol. II, tome I, F. de Buzon, «intuition», 1368)。一方、シンボルに関しては、G. Lardreau が次のように述べている。「シンボルという言葉の意味論的分散は、まず、その概念を構築することとを諦めねばならないかのように見える。一方では、シンボルは表象—すなわち感覚的に表象するものと、知的に表象されるものとの間の類比的関係、「類似」のおかげで機能する表象—を意味する。そこから、シンボルという概念によって紋章やアレゴリーといった語を連想することが可能であろう。その意味で、ソシュールは記号の任意性を導入するために、記号と、中心点が少なくともひとつの『自然的結合の基礎』に依拠するシンボルとを対立させる。なぜなら、記号の二つの面は規約によって結合しているに過ぎず、シニフィアンはシニフィエに、他のシニフィアンとの関係によってのみ、繋がっているからである。もう一方では、逆にシンボルはすべての表象的内容を持たない、完全に空虚な記号を意味することがある。なぜならば、それが許容するものは、正確に言えば、いかなる直観 (intuition) (….) も持たない概念的思考だからである。そういうわけで、人は数学的シンボルというものを語ることで *avoir*」(*Ibid.*, tome 2, G. Lardreau, «Symboles», 2512)。ここで述べられているシンボルのうち、前者を表象的シンボル、後者を抽象的シンボルと呼ぶことにする。このような F. de Buzon による直観の規定と G. Lardreau によるシンボルの規定

は数学・物理学を扱う際に適当であろうか。ここで二つの疑問がわいてくる。一つは、数学的シンボルは果して完全に直観と切り離され、無内容なものであるのかという疑問である。もう一つは、一方で数学的に表現され、他方で、感覚的・経験的内容と深く繋がる物理学において、シンボルはどこに位置するのかという疑問である。拙論の出発点としては、上述の直観とシンボルの意味を受け入れながらも、議論を進めるなかで直観の直接性や全体性を相対化しながら、数学・物理学のシンボルが表象的シンボルと抽象的シンボルに対してどこに位置し、直観といかにして関わっているかを考察していく。すなわち、拙論は、シンボルと切り離された直観の概念を修正しながら、数学・物理学における実効的な直観について記述するということになる。そして、そこには、フッサールの『論理学研究』、第六研究の「カテゴリー的直観」に類似する、間接的で媒介された直観というものがあるのでないかと考えられる。他方、代数的シンボルというとき、形式論理的でないかなる意味内容も持たず、また、直観を排除するような純粋なシンボル体系に近いものを想像するかもしれない。しかし、拙論を進めるにあたって、数学・物理学においては、シンボル自身が意味と深くかかわりつつ、直観的なものと編みこまれていることを示していく。

(2) 例えば解析学の複素積分は、リーマン面という幾何学的イメージによって、直観的に理解され、計算される。

(3) 微分幾何学において、その「図形」を直接的に把握することはできないが、解析学におけるシンボリックな微分演算子などによって、「曲率」などの幾何学的概念が表現される。

(4) フッサールの哲学に影響を受けた数学者 H. Weyl と近い数学観を持つ H. Aiyah は自認している。

(5) 場の量子論の詳細な分析は原田 [2006d] の大章、および原田 [2007] を参照。

(6) 詳細は、原田 [2006d], 339-428 を参照。ここで、場の量子論の構成の構造は、主に Weinberg [1995] に従う。

(7) この局所性の破れが、一般に二粒子系の非相対論的量子力学においていわれる局所性の破れであり、ベルの不等式を破るものである。

(8) たとえば、大域的な位相幾何学における特異ホモロジーと、局所的な微分位相幾何学におけるド・ラムのコホモロジーは双対的な関係にある。

## 文献表

*Encyclopédie philosophique universelle*, André Jacob (éd.), vol. II: les notions philosophiques, dictionnaire, Paris, PUF, 1990.

ATTYAH, Michel

[2001] "Mathematics in the 20<sup>th</sup> Century", *Mathematics Today*, April 2001, 46-53.

CONNES, Alain

[1990], *Géométrie non commutative*, InterEdition, Paris, 邦訳『非可換幾何学入門』丸山文綱訳、岩波書店、1999.

[1994], *Noncommutative Geometry*, New York/Tokyo, Academic Press.

CUSHING, James T.

[1990] *Theory Construction and Selection in Modern Physics: The S Matrix*, Cambridge, Cambridge University Press.

DARRIGOL, Olivier

[1986] "The Origin of quantized matter waves", *Historical Studies in the Physical and Biological Sciences*, 16, 198-253.

DIRAC, P. A. M.

[1925], "The Fundamental equations of quantum mechanics", *Proceedings of Royal Society of London*, A 109, 1925, pp. 642-653.

[1926] "On Quantum algebras", *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 23, 412-418.

[1927] "The Quantum theory of emission and absorption of radiation", *Proceedings of Royal Society of London*, A 114, 243-265.

[1928a] "The Quantum theory of the electron, I", *Proceedings of the Royal Society of London*, A 117, 610-624.

[1928b] "The Quantum theory of the electron, II", *Proceedings of the Royal Society of London*, A 118, 351-361.

[1948] "Quantum Theory of Localizable Dynamical Systems", *The Physical Review*, 73, 1092-1103.

[1977] "Recollections of an exciting era", in Charles Weiner (ed.), *History of Twentieth Century Physics: Proceeding of the International School of Physics "Enrico Fermi"*, course 57, Varenna, Italy, New York, Academy Press, 109-146.

[1983] "The Origin of quantum field theory", in Laurie M. Brown and Lillian Hoddeson (ed.), *The Birth of Particle Physics*, Cambridge, Cambridge University Press, 39-55.

EARMAN, John

- [1987] "Locality, nonlocality, and action at a distance: a sceptical review of some philosophical dogmas", in Robert Kargon and Peter Achinstein (ed.), *Kubin's Baltimore Lectures and Modern Theoretical Physics: Historical and Philosophical Perspectives*, Cambridge/London, MIT Press, 449-490.
- GARDING, I. and WIGHTMAN, A. S.
- [1954a] "Representations of the anticommutation relations", *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 40, 617 ss.
- [1954b] "Representations of the commutation relations", *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 40, 622 ss.
- KADOWAKI, Shunsuke (門脇俊介)
- [2004] 『ハッサールの心は世界をどうつなぐつたのか?』哲学のハッセンス、NHK出版。
- GRANGER, Gilles-Gaston
- [1994] *Formes, opérations, objets*, Paris, J. Vrin.
- [1999] *La Pensée de l'espace*, Paris, Editions Odile Jacob.
- HAAG, R. and SCHROER, B.
- [1962] "Postulates of quantum field theory", *Journal of Mathematical Physics*, 3, 248-261.
- HARADA, Masaki (原田雅樹)
- [2006a] 「物理学における反省と「ホッケー」」『哲学研究年報』39' 関西学院大学哲学研究室 17-38.
- [2006b] 「『概念の哲学』導入の意味とその方法論的使用」『科学哲学』39-1' 47-61.
- [2006c] 「『概念』の哲学から『ラキスト』としての数学・物理学の解釈学へーグランジエとリクールを手がかりに」『フランス哲学思想研究』11' 175-183.
- [2006d] *La Physique au carrefour de l'intuitif et du symbolique*, Paris, Vrin.
- [2007] 「量子論とみられるやまちなまなブノロシーの機能—数学的側面と物理的側面—」『哲学研究年報』40' 関西学院大学哲学研究會 21-50.
- HEISENBERG, Werner
- [1943] "Die beobachtbaren Größen" in der Theorie der Elementarteilchen", *Zeitschrift für Physik*, 120, 513-538; 120, 673-702;

123, 93-112.

HELMHOLTZ, von Hermann

[1896] *Handbuch der physiologischen Optik*, 2. Aufl., Hamburg.

HERTZ, Heinrich

[1894] *Die Principien der Mechanik, in neuem Zusammenhang dargestellt*, Helmholtz 及び 亥姆霍ツトの著、P. Lenard による  
 日本語訂正、Leipzig, J. A. Barth.

HOLENSTEIN, Einar

[1974] *Jakobson ou le structuralisme phénoménologique*, Paris, Seghers.

HUSSERL, Edmund

[1900-1901] *Logische Untersuchungen (LU)*, *Husserliana XVIII-XX*; 邦訳『論理学研究』全四巻、立松弘孝訳、みすず書房、  
 1968-76.

[1913] *Ideen zu einer reinen Phänomenologie und phänomenologischen Philosophie, Erstes Buch: Allgemeine Einführungen  
 die reine Phänomenologie (Ideen I)*, *Husserliana III*; 邦訳『イデーンI』渡辺二郎訳、みすず書房、1979.

[1952] *Ideen zu einer reinen Phänomenologie und phänomenologischen Philosophie, Zweites Buch: Phänomenologische  
 Untersuchungen zur Konstitution (Ideen II)*, *Husserliana IV*; 邦訳『イデーンII』純粋現象学・現象学的哲学のたのしみ講座  
 種、第二巻(構成と意識の現象学的諸研究)、立松弘孝、別所良美訳、みすず書房、2001.

JORDAN, Pascual

[1925] "Über das thermische Gleichgewicht zwischen Quantenatomen und Hohraumstrahlung", dans *Zeitschrift für Physik*,  
 33, 649-655.

[1927a] "Über quantenmechanische Darstellung von Quantenspringen", *Zeitschrift für Physik*, 40, 661-666.

[1927b] "Die Entwicklung der neuen Quantenmechanik", dans *Naturwissenschaften*, 15, 614-623, 636-649.

[1928] "Der Charakter der Quantenphysik", *Naturwissenschaften*, 41, 765-772.  
 KRONIG, R.

- [1946] "A Supplementary condition in Heisenberg's theory of elementary particles", *Physica*, 12, 543-544.
- LAMBERT, Dominique
- [1997] "La Géométrie non-commutative: vers une nouvelle physique?", *Revue des Questions Scientifiques*, 168 (1), 19-48.
- LEHMANN, H., SYMANZIK, K. und ZIMMERMANN, W.
- [1955], "Zur Formulierung quantisierter Feldtheorien", *Nuovo Cimento* 1, 425-.
- POINCARÉ, Henri
- [1905] *La Science de la Valeur*, Paris, Flammarion.
- TAKESAKI, Masamichi (高崎昌親)
- [1983] 作用素環の理論' 岩波書店。
- THOM, René
- [1977] *Stabilité structurelle et morphogénèse*, Paris, InterEditions, deuxième édition.
- [1983] *Paraboles et catastrophes: Entretiens sur les mathématiques, la science et la philosophie réalisés par Giulio Giorello et Simona Morini*, coll. «Champs», 186, Paris, Flammarion.
- WEINBERG, Steven
- [1995] *The Quantum Theory of Fields*, Cambridge UP, vol. 1.
- [1999] "What is Quantum field theory, and what did we think it was?", in Thian Yu Cao (ed.), *Conceptual Foundations of Quantum Field Theory*, Cambridge, Cambridge University Press, 241-251.
- WICHMANN, Eyvind H. and CRICHTON, James H.
- [1963] "Cluster decomposition properties of the S matrix", *Physical Review*, 132, 2788-2799.
- WIGNER, Eugene Paul
- [1956] "Relativistic invariance of quantum-mechanical equations", *Helvetica Physica Acta*, Suppl. 4, 210-226.
- [1962] "Invariant quantum mechanical equations of motion", in *Theoretical Physics Lectures Presented in a Seminar, Trieste, Italy, 16 July-25 August 1962*, International Atomic Energy Agency, Vienna, 1963, 59-82; in *The Collected Works of*

*Eugene Paul Wigner*, 8 volumes, Part A, the scientific papers, edited by Arthur S. Wightman, Berlin/Heidelberg/Paris, Springer-Verlag, 1993-, volume 3, 161-184.

[1964] "Unitary representations of the inhomogeneous Lorentz group including reflections", in Feza Gursey (ed.), *Group Theoretical Concepts in Elementary Particle Physics*, Gordon and Breach, New York, 37-80; in *The Collected Works of Eugene Paul Wigner*, volume 1, 565-607.

(筆者 はらだ・まゆみ 仙台白百合女子大学人間学部人間発達学科准教授／哲学)

This differentiation by Aquinas of the two mental resemblances will elucidate the question whether he is a representationalist or a direct realist. If the representationalism claims that any kind of mental representation needs to be accessible to the cognizer, Aquinas cannot be called a representationalist. It is because his theory requires the *species* which represents the outer world and of which the cognizer cannot have any awareness.

As to the second question whether Aquinas was an epistemological optimist, we could safely claim that he is an optimist in the sense that we easily make mistakes in the formation of *verbum* which requires our intellect's compositional operations. Aquinas acknowledges, however, that species's "informatio" of simple quiddity is always veridical because it includes no active composition by our intellect, which could not let us call him an epistemological optimist in its full sense.

Concerning the first internalist/externalist question as well, we could conclude that Aquinas's theory of cognition would admit the validity of the both of the seemingly incompatible positions, for it needs to have both of *species* and *verbum* as indispensable media of our intellectual cognition. *Species* does not appear to our consciousness in our first-order cognition about the extramental things, while without it our intellect could not form the *verbum* of them which appears, needless to say, to our awareness as the end of our cognitive process. Aquinas is an internalist as to the characterization of the *verbum*, but according to him our intellectual cognition as a whole is supported by the *species* the warrant of which is not the internal evidence in our consciousness.

---

## An Attempt at Phenomenology of Scientific Works

Interaction between algebraic and geometric perspectives,  
with reference to the notion of locality in quantum physics

by

Masaki HARADA

Associate Professor of Philosophy,  
Department of Human Developmental Science,  
Sendai Shirayuri Women's College.

G.-G. Granger considers science as "works", which fix concepts, and which go beyond their authors' consciousness because of their fixed structure. With recourse to his notion of "work", this paper proposes a "phenomenology of scientific works", as distinguished from Husserl's pure phenomenology. "Phenomenology of

scientific works” begins with the description of scientific activities and of properties of scientific concepts induced from those activities, while pure phenomenology begins with the description of what appears directly to consciousness. Thus this paper proposes a displacement of the phenomenology that looks for the foundation of all sciences, with a phenomenology that makes possible a reflection on the structure of subjectivity through the description of scientific works.

In the history of philosophy, we can find an opposition between intuitive thinking and symbolic thinking. Instead of treating directly the relation between these two kinds of thinking, this paper begins with a description of the interaction between intuitive perspective and symbolic perspective, in theoretical physics, which involves mathematical representations. A great mathematician, M. F. Atiyah, considers geometry as a kind of visual or intuitive thinking, while considering algebra as a consequential calculus which doesn’t involve any thinking about meaning. In his view, the problems of meaning and of vision are deeply linked in geometry. A similar link can also be found in Husserl’s phenomenology. In shifting this linkage to “phenomenology of scientific works”, this paper describes how a reconstruction of “intuitive” concepts of number and space is made through the mediation of “symbolic” operations of algebra and analysis in mathematics.

How can theories in physics approach physical reality? What is the relationship between intuition and the approach to reality? This paper affirms that consideration of the “intuitive” geometric perspective in theoretical physics is necessary for answering these questions, even if it is strongly mediated by symbolic algebra and analysis. Moreover, the concept of “locality”, which is mathematically expressed in the crossroad of geometry and analysis, accompanies the notion of physical reality. It is well known that quantum physics makes the concept of locality difficult to understand. In order to consider the status of physical reality in the context of the difficulty arising from the notion of locality, this paper analyses the interaction between geometry and analysis or algebra in “local” quantum theory of field. Understanding quantum theory requires the geometric reconstruction of the physical notion of locality, through the mediation of symbolically expressed algebra. Non commutative geometry is a good example for seeing this situation.

With this description of scientific works, this paper may open a way to a reflexive approach to such fundamental philosophical notions as understanding, intuition, and reality.