

Zur Theorie der Wechselfestigkeit.

Von

Toshio Nishihara u. Atsuro Kobayashi.

1. Einleitung.

Die Verfasser sind betreffs des Wesens der Metaller müdung zum Schluss gelangt, dessen hauptsächliche Ansätze sich wie folgt ausdrücken lassen⁽¹⁾:

Wegen der wiederholten Beanspruchungen nimmt die Kristallgitterverzerrung zu; sobald dann diese Gitterentstellung ihren zulässigen Grenzwert überschreitet, entsteht ein kleiner Riss an dem schwächsten Punkt in dem Kristallhaufwerke. Bei niedriger Anstrengung, sofern sich sie unter einem durch die Verfestigung der Werkstoffe bestimmten Werte hält, nimmt die Erhöhung der Gitterverzerrungsenergie pro einmaliger Belastung allmählich ab. Es ist also nach unendlichen Lastwechseln möglich, dass die Summe dieser Energie noch endlich bleibt; das erweist die Dauerfestigkeit. Auf Grund dieser Überlegung wurde nun die Ableitung der Ermüdungskurve versucht.

Bei dem heutigen Stande der Metallkunde aber, ist es unbedingt nötig an einigen Annahmen festzuhalten, welche jedoch binnen kurzem verfeinert werden dürften.

2. Prinzip der Ableitung.

Wenn eine schwingende Last zum Probestück angeliefert wird, ist das Verhalten der einzelnen Kristallkörner sehr ungleichmässig. Die Kristalle haben verschiedene Gestalt und Grösse, auch verschiedene kristallographische Orientierungen. Wir bezeichnen die Gitterverzerrung des schwächsten Kornes mit δ . Praktisch können wir δ etwa als die Erhöhung der Gitterenergie ansehen im Vergleich mit dem Normalzustand desselben Kristalls. Diese bleibende Gitterverzerrung δ ist eine Funktion der gelieferten Anstrengung σ , das heisst:

$$\delta = f(\sigma).$$

Ihre Form bei der erstmaligen Belastung sei

$$\delta_1 = f_1(\sigma).$$

Die Werkstoffeigenschaften ändern sich tatsächlich bei Wechselbeanspruchung weshalb wir annehmen können, dass die Form der Funktion bei den nächsten Belastung, wenn auch nur wenig von der bei der erstmaligen unterscheidet. Sie sei

$$\delta_2 = f_2(\sigma),$$

und in gleicher Weise bei der dritten Belastung

$$\delta_3 = f_3(\sigma), \quad \text{usw.}$$

Je nachdem diese Summe $\sum \delta_i$ den zulässigen Grenzwert D überschreitet oder nicht, entsteht ein kleiner Riss oder liegt die zuständige Anstrengung unterhalb der Schwingungsfestigkeit.

Das heisst

$$\begin{aligned} \sum_N \delta_i &= D : \text{ oberhalb der Wechselfestigkeit} \\ \sum_{N \rightarrow \infty} \delta_i &= D : \text{ gleich der Wechselfestigkeit.} \\ \sum_{N \rightarrow \infty} \delta_i &< D : \text{ unterhalb der Wechselfestigkeit.} \end{aligned}$$

3. Ableitung der σ - N Beziehung.

Auf welche Weise ist die Gitterverzerrung δ zu berechnen? Dies ist das nächst zu lösende Problem. In erster Näherung nehmen wir jedoch an, dass die Energiezunahme ist verhältnismässig der gelieferten Arbeit ist.

Bezeichnen wir die Arbeit bei der N -ten Belastung mit W_N und die Proportionalitätskonstante mit C , dann ergibt sich

$$\delta_N = C W_N \quad (1)$$

Zur Berechnung der gelieferten Arbeit, denken wir etwa wiederholte Zugversuche, wobei die Beziehung zwischen der bleibenden Dehnung (Kristallkörner) und der gegebenen Spannung lautet

$$\epsilon = a \sigma^m \quad (2)$$

Beachtet sei hierbei dass die Belastungsgeschwindigkeit gleich sein muss mit der des entsprechenden Wechselversuchs.

Infolge der Werkstoffverfestigung ändert sich diese Beziehung bei der zweiten oder dritten Belastung allmählich⁽²⁾. Nehmen wir an, dass bei der zweiten Beanspruchung eine Spannung $H\sigma$ gegeben werden muss um dieselbe Dehnung ϵ wie bei der ersten zu erhalten. Das heisst dann, bei der N -ten Beanspruchung von gleicher Spannung σ , wird die bleibende Dehnung

$$\epsilon_N = \frac{a}{H^{m(N-1)}} \sigma^m \quad (3)$$

worin $H > 1$ ist und die „Verfestigungskoeffizient“ genannt werden kann.

Die gelieferte Arbeit pro Einheitsvolumen bei der N -ten Belastung beträgt also

$$W_N = \int_0^\epsilon \sigma d\epsilon = \frac{m}{1+m} \frac{a}{H^{m(N-1)}} \sigma^{1+m} \quad (4)$$

Hieraus ergibt sich die Gitterverzerrungsenergie zu

(1) T. Nishihara, A. Kobayashi, J. Mech. Eng. Japan. Im Druck.

(2) S. z. B.: K. Memmler, K. Laute, Forsch., 329, 1930.

$$\delta_N = \frac{Cm\alpha}{1+m} \frac{\sigma^{1+m}}{H^{m(N-1)}} \quad (5)$$

und wir erhalten für die Bedingung des Dauerbruchs

$$\begin{aligned} \sum \delta &= \frac{Cm\alpha}{1+m} \sigma^{1+m} \left\{ 1 + \frac{1}{H^m} + \frac{1}{H^{2m}} + \frac{1}{H^{3m}} + \dots \right\} \\ &= \frac{Cm\alpha}{1+m} \sigma^{1+m} \frac{1 - \frac{1}{H^{mN}}}{1 - \frac{1}{H^m}} = D \end{aligned} \quad (6)$$

Daraus folgt die Beziehung zwischen der wiederholten Spannung σ und der Wechselzahl N ,

$$H^{mN} = \frac{\frac{Cm\alpha}{1+m} \sigma^{1+m}}{\frac{Cm\alpha}{1+m} \sigma^{1+m} - \left(1 - \frac{1}{H^m}\right) D} \quad (7)$$

Falls der Nenner $\rightarrow 0$, erhalten wir $N \rightarrow \infty$, und können die Wechselfestigkeit σ_w folgendermassen definieren

$$\frac{Cm\alpha}{1+m} \sigma_w^{1+m} = \left(1 - \frac{1}{H^m}\right) D \quad (8)$$

Damit geht die Gleichung (7) über in

$$H^{mN} = \frac{\sigma^{1+m}}{\sigma^{1+m} - \sigma_w^{1+m}} \quad (9)$$

oder, wenn wir $\sigma/\sigma_w = S$ die „spezifische Spannung“ nennen, in

$$H^{mN} = \frac{S^{1+m}}{S^{1+m} - 1} \quad (10)$$

Diese Gleichung (9) bzw. (10) gibt das Spannungs-Lastwechselzahl-Verhältnis für das schwächste Korn, bei dem der erste Riss entsteht. In der Praxis müssen wir aber dieselbe Beziehung für das Probestück berechnen.

Die Beziehung zwischen der auf das schwächste Korn wirkenden Spannung σ und der mittleren auf das Probestück wirkenden Spannung σ' ist noch nicht bekannt, doch nehmen wir ein Proportionalitätsgesetz an, dass

$$\sigma = q\sigma', \quad \sigma_w = q\sigma_w' \quad (11)$$

In gleicher Weise setzen wir für die Lastwechselzahl N bis zum ersten Riss an dem schwächsten Korn und die Lastwechselzahl N' bis zum Bruch des Probestücks

$$N = pN' \quad (12)$$

Führt man die Gleichungen (11) und (12) in (9) ein, so ergibt sich, nachdem man die Strichbezeichnungen fortgelassen hat,

$$H^{mpN} = \frac{\sigma^{1+m}}{\sigma^{1+m} - \sigma_w^{1+m}} \quad (13)$$

wobei N , σ und σ_w nun die auf das Probestück bezüglichen Werte bedeuten.

Entsprechend der Gl. (10) haben wir auch

$$H^{mpN} = \frac{S^{1+m}}{S^{1+m} - 1} \quad (14)$$

Diese Gleichung ist mit $p=1$, $H=1.0000001$, $m=2$ und $m=3$ in Bild 1 deutlicher veranschaulicht worden.

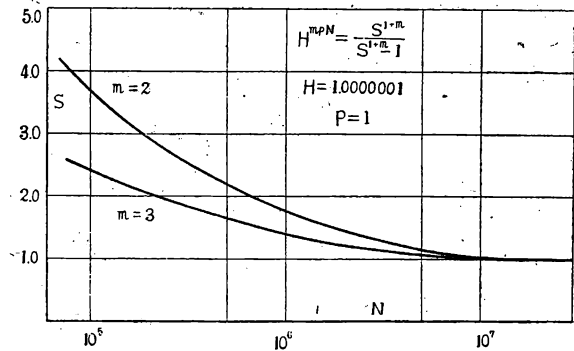


Bild 1.
Ermüdungskurve.

4. Beziehungen zu den verschiedenen empirischen Formeln.

Der Verfestigungskoeffizient H liegt sehr nahe an 1; also können wir setzen

$$H = 1 + \eta. \quad (15)$$

Damit erhalten wir aus (13)

$$(1 + \eta)^{-mpN} = 1 - \frac{\sigma_w^{1+m}}{\sigma^{1+m}} \quad (16)$$

wobei η gegen 1 sehr klein ist (wie später beschrieben werden wird). Solange N nicht sehr gross ist, erhält man aus dem ersten Glied der Potenzreihenentwicklung der linken Seite

$$mpN\eta = \frac{\sigma_w^{1+m}}{\sigma^{1+m}}$$

folglich

$$\begin{aligned} \log N &= -(1+m) \log \sigma + (1+m) \log \sigma_w \\ &\quad - \log m - \log p - \log \eta. \end{aligned} \quad (17)$$

Dies bedeutet, dass $\log N$ in Verhältnis steht mit $\log \sigma$, es gibt sogenannte „exponentiale Gesetz“⁽³⁾.

Geht man bis zum zweiten Glied in der Entwicklung von (16), so ist

$$mpN\eta - \frac{mpN(mpN+1)}{2} \eta^2 = \frac{\sigma_w^{1+m}}{\sigma^{1+m}},$$

wobei mpN gegen 1 sehr gross ist. Wir können also $mpN+1 \simeq mpN$ setzen, aus den Logarithmen von der beiden Seiten erhalten wir dann

(3) O. H. Basquin, A. S. T. M., 10 (1910), 625; E. M. Eden, W. N. Rose, F. L. Cunningham, Proc. I. M. E., 1911, 839.

$$\log N + \log \left(1 - \frac{m\phi\eta}{2} N \right) = -(1+m) \log \sigma + \text{Konst.}$$

Wenn $\frac{m\phi\eta}{2} N < 1$ ist, ergibt sich durch die Reihenentwicklung der linken Seite

$$\log N - \frac{m\phi\eta}{2} N = -(1+m) \log \sigma + \text{Konst.} \quad (18)$$

Moore hat eine empirische Formel mitgeteilt⁽⁴⁾; nach welcher

$$\sigma = \frac{B}{(1-Q)N^q} (1+kN^r).$$

Nimmt man die Logarithmen der beiden Seiten, so lautet die entsprechende Formel

$$q \log N - \log (1+kN^r) = -\log \sigma + \text{Konst.}$$

Nach Moore ist $r = \frac{1}{8}$, $k = 0.015$, also ist $kN^r < 1$ für die gewöhnliche Lastwechselzahl N .

Aus der Reihenentwicklung der linken Seite erhält man

$$\log N - \frac{k}{q} N^r = -\frac{1}{q} \log \sigma + \text{Konst.}$$

Diese Gleichung ist analog der von (18).

Auch Stromeier stellte eine Formel⁽⁵⁾ auf, nämlich

$$\sigma - \sigma_w = C \left(\frac{10^6}{N} \right)^{\frac{1}{4}}$$

Aus der Gleichung (13) ist

$$\sigma = \sigma_w \left(1 - \frac{1}{H^{mpN}} \right)^{-\frac{1}{1+m}},$$

da $H > 1$, also $\frac{1}{H^{mpN}} < 1$ ist, erhalten wir durch die Reihenentwicklung

$$\sigma = \sigma_w \left(1 + \frac{1}{1+m} \frac{1}{H^{mpN}} \right)$$

oder

$$\sigma - \sigma_w = \frac{\sigma_w}{1+m} \frac{1}{H^{mpN}} \quad (19)$$

Solange N nicht sehr gross ist, können wir statt dessen auch schreiben

$$\sigma - \sigma_w = \frac{\sigma_w}{1+m} \frac{1}{1+m\phi N\eta} \quad (20)$$

welche analog dem Stromeierschen ist.

5. Verschiedene Beanspruchungsarten.

Bei der Ableitung unserer Formel haben wir etwa an wiederholte Zugversuche gedankt. Bei der Zug-Druckwechselbeanspruchung kehrt die Verformung des Probestücks die Vorzeichen um, in den Kristallkörnern nimmt jedoch die Gitterstörung immer zu, unabhängig von dem Belastungsvorzeichen. Ferner spricht es sehr für unsere Theorie, dass beim Einzellkristall die Spannung-Verformungskurven annähernd übereinstimmen gegenüber Zug, Druck und Verdrehung⁽⁶⁾.

Auch Orowan versuchte die Ermüdungskurve theoretisch abzuleiten⁽⁷⁾. Doch scheint seine Theorie sich der Hauptspannungstheorie zu nähern, nach welcher es sehr schwierig ist, die folgenden Tatsachen zu erklären:

- i) Verfestigung des Werkstoffs und spröden Brüche bei Wechselbeanspruchung,
- ii) Veränderung der Wechselfestigkeit mit der Temperatur,
- iii) Einfluss der Spannungsamplitude und der Mittelspannung auf die Dauerfestigkeit, usw.

Dagegen, lassen sich nach der Theorie Verfassers die vielen mannigfaltigen Erscheinungen der Metallermüdung ganz natürlich und einheitlich erklären⁽⁸⁾.

6. Bestimmung von m .

Wegen der Gleichung (17) wird $\log \sigma$, solange N nicht sehr gross ist, verhältnismässig mit $\log N$ und die Proportionalitätskonstante gleich $-\frac{1}{1+m}$, demnach können wir m bestimmen.

Stellen wir nämlich die experimentellen Resultate für ein verhältnismässig kleines N mit einer Geraden dar, so können wir aus deren Neigung den Wert von m erhalten.

Beispiel. Stahl mit 0.65% C, Zug-Druckwechselbeanspruchung. Empirische Daten wie in Tabelle 1⁽⁹⁾ und danach Bild 2.

Tabelle 1.

σ kg/mm ²	$\log \sigma$	$N, \times 10^4$	$\log N$
34.55	1.538	2	4.301
31.40	1.497	7.6	4.881
28.70	1.458	41.1	5.614
27.60	1.441	54.8	5.739

(4) H. F. Moore, F. B. Seely, A. S. T. M., 15 II (1915), 438.

(5) J. P. Stromeier, Proc. Roy. Soc., 90 (1914), 411.

(6) z. B., G. I. Taylor, H. Quinney, Proc. Roy. Soc., A 143 (1934), 307.

(7) E. Orowan, ebenda, A 171 (1939), 79.

(8) loc. cit. (1).

(9) T. Nishihara, C. Sakurai, T. Watanabe, J. Mech. Eng. Japan, 36 (1933), 673.

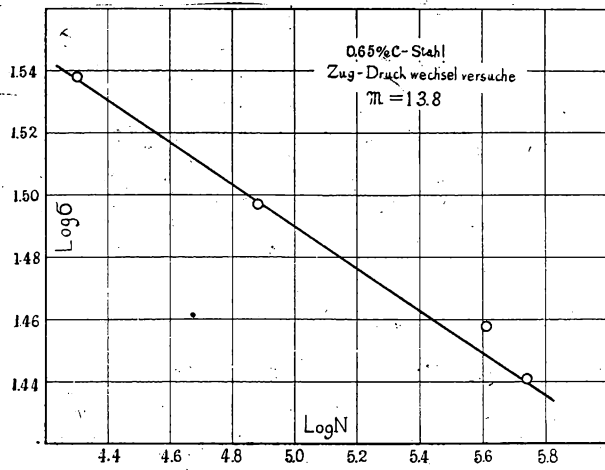


Bild 2.

7. Bestimmung von p .

Das Beizeichen p ist die Verhältniszahl von der Lastwechselzahl bis zur Entstehung des ersten Risses gegen der bis zum Bruch des Probestücks; sie scheint je nach den verschiedenen Anstrengungsarten zu differieren. Die bis heute bekannten empirischen Daten lassen sich, wie in Bild 3, veranschaulichen⁽¹⁰⁾⁻⁽¹²⁾.

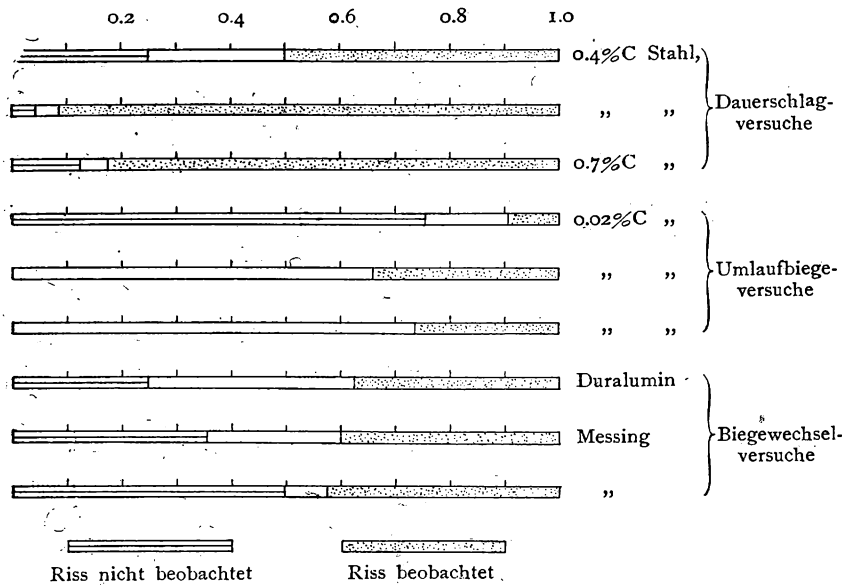


Bild 3.

Periode der Rissentstehung.

Danach können wir in erster Näherung annehmen, dass für Dauerschlagversuche $p=0.1$,
 „ Umlaufbiegeversuche $p=0.7$,
 „ Biegewechselversuche $p=0.6$ zu gelten hat.

8. Bestimmung von η und σ_w .

Schliesslich müssen wir den Verfestigungskoeffizient bestimmen. Man nimmt zunächst in (14) die Logarithmen beider Seiten

$$m p N \log H = \log \varphi(S) \tag{21}$$

$$\text{wobei } \varphi(S) = \frac{S^{1+m}}{S^{1+m} - 1} \tag{22}$$

Weiter setzt man $p=1$ sowie $H=1+\eta$ ($\log H \cong \eta$), dann lautet die obige Gleichung

$$m N \eta = \log \varphi(S), \tag{23}$$

hierbei sind N und $\varphi(S)$ die beiden beobachteten Werte. Wir können also η nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnen, d. h.

$$\eta = \frac{[N \log \varphi(S)]}{m [NN]} \tag{24}$$

dabei $[N \log \varphi(S)] = N_1 \log \varphi(S_1) + N_2 \log \varphi(S_2) + \dots$ und

$$[NN] = N_1^2 + N_2^2 + \dots$$

Um $\varphi(S)$ zu rechnen, müssen wir die Wechselfestigkeit σ_w bestimmen. Zunächst setzt man nach Vermuten σ_w fest und berechnet danach $\varphi(S)$. Wie aus der Gleichung (24) erkennbar ist, hat der grössere Wert von N , also der kleinere von σ , einen massgebenden Einfluss auf die Bestimmung von η . Infolgedessen kann der Fall entstehen, dass die berechneten Werte nicht gut mit den beobachteten übereinstimmen, und zwar für kleinere N also für höhere σ . Dann müssen wir einen anderen Wert für σ_w aufnehmen.

Beispiel 1: Stahl mit 0.65% C, Zug-Druckwechselbeanspruchung (Tabelle 1). Nimmt man $m=13.8$, $\sigma_w=26.9 \text{ kg/mm}^2$ auf, so wird $\eta=1.28 \times 10^{-7}$ (Bild 4).

Tabelle 2.

$\sigma_m \text{ kg/mm}^2$	$N, \times 10^6$
45.0	0.788
42.0	2.388
41.0	4.183
40.0	10.5*

* nicht gebrochen.

Beispiel 2. Ni-Cr-Stahl; Dauerbiegeversuche. Unter Benutzung der empirischen Daten in Tabelle 2⁽¹³⁾, erhält man $m=17$ (Bild 5), sowie $\eta=1.01 \times 10^{-8}$ aus $\sigma_w=39.5 \text{ kg/mm}^2$.

(10) H. Oshiba, ebenda, 37 (1934), 436.

(11) H. Möller, M. Hempel, Mitt. K. W. I., 20 (1938), 229.

(12) S. Hukai, Nippon Kinzoku Gakkai-Si, 5 (1941), 229.

(13) T. Nishihara, M. Kawamoto, Trans. Soc. Mech. Eng. Japan, 7 (1941), I-85.

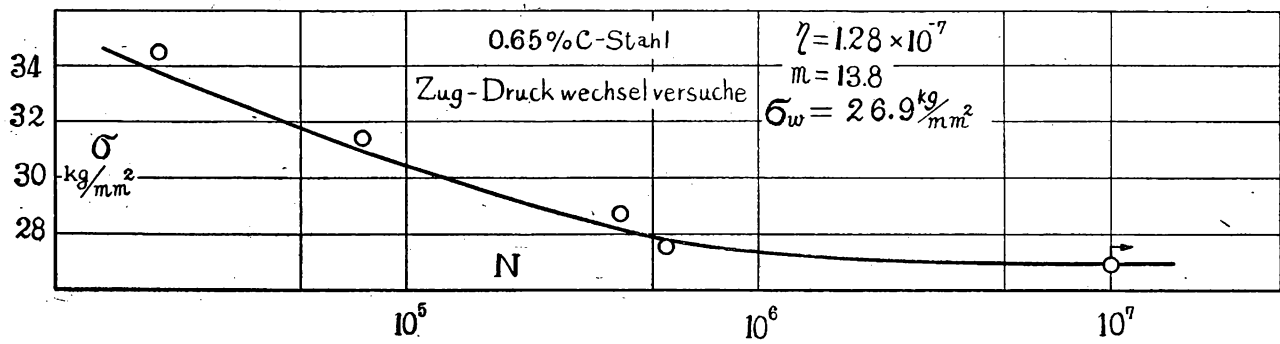


Bild 4.

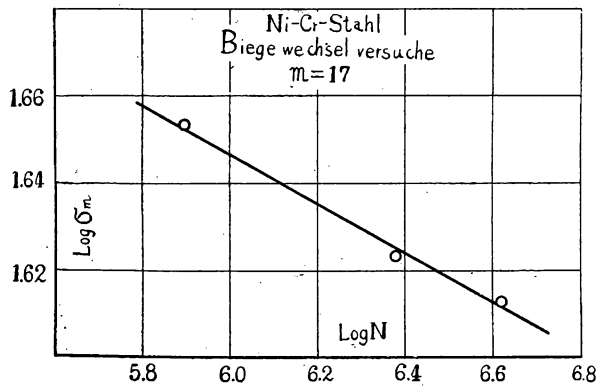


Bild 5.

Tabelle 3.

τ kg/mm ²	$N, \times 10^6$
12.68	1.13384
12.45	2.76399
12.30	3.53731
12.08	5.73370
11.99	9.87850

Nach diesen Werten ergibt sich das Bild 6 welches mit der Experiment gut übereinstimmt.

Beispiel 3. Stahl mit 0.44% C, Dauerverdrehversuche (gekerbt). Mit den empirischen Daten wie in Tabelle 3⁽¹⁴⁾, bestimmt man $m=36$ (Bild 7). Ferner werden $\tau_w = 11.9$ kg/mm² und $\eta = 3.79 \times 10^{-9}$, Bild 8.

Beispiel 4. Duralumin, Biegewechselversuche. Mit den empirischen Daten aus Tabelle 4⁽¹⁵⁾, bestimmt man $m=5.88$ (Bild 9). Unter der Annahme, dass $\sigma_w = 9$ kg/mm² ist ergibt sich $\eta = 4.81 \times 10^{-9}$. Vergl. Bild 10.

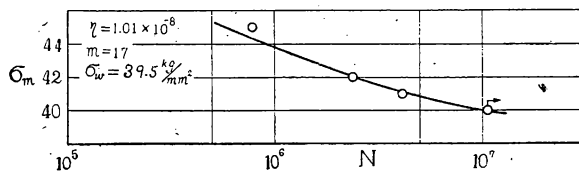


Bild 6.

Ermüdungskurve für Ni-Cr-Stahl, Dauerbiegeversuche.

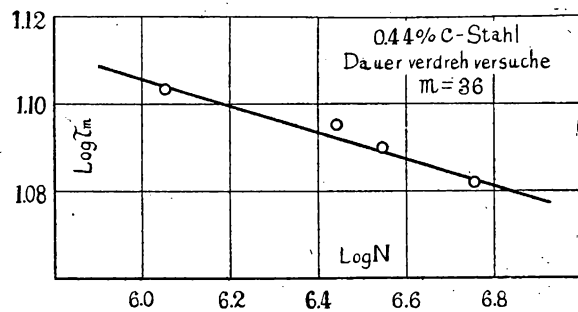


Bild 7.

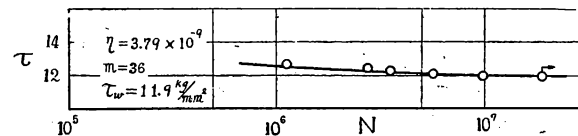


Bild 8.

Ermüdungskurve für 0.44% C-Stahl, Dauerverdrehversuche.

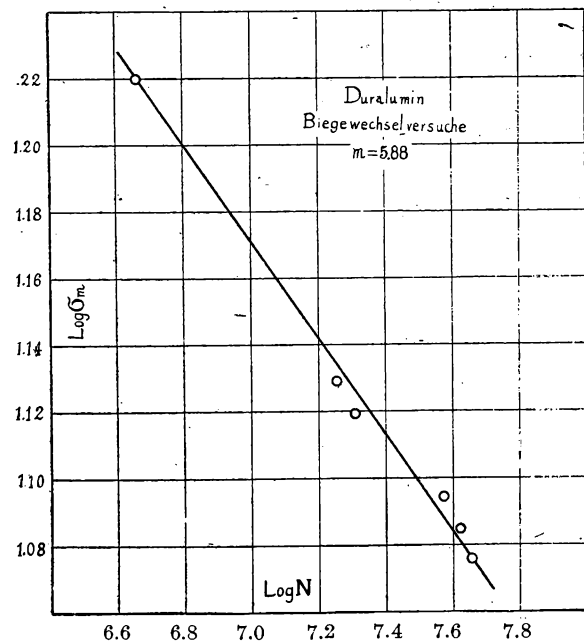


Bild 9.

(14) T. Nishihara, M. Kawamoto, J. Soc. Mech. Eng. Japan, 37 (1934), 593.

(15) T. Nishihara, T. Kōri, Trans. Soc. Mech. Eng. Japan, 5 (1939), 1-89.

Tabelle 4.

σ_m kg/mm ²	$N, \times 10^6$
16.60	0.465
13.47	1.810
13.16	2.025
12.44	3.792
12.16	4.199
11.91	4.566
11.16	6.292
10.96	14.215
10.37	14.160
10.02	22.553

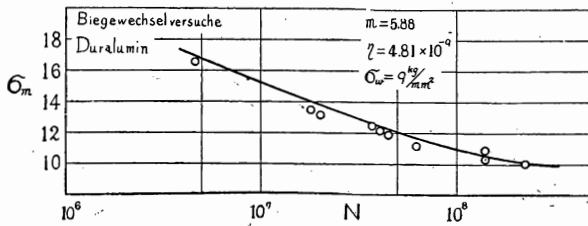


Bild 10.

Ermüdungskurve für Duralumin.

Sehr interessant ist es, für verschiedene Werkstoffe und Spannungsarten die Werte von m und H zu berechnen und zu erkunden ob in ihnen eine Gesetzmässigkeit zu erkennen ist oder nicht. Wir überlassen es jedoch einer anderen Gelegenheit.

9. Überrechnung des Grenzwertes D der Gitterverzerrungsenergie.

Aus Gleichung (8) ergibt sich

$$D = \frac{Cma}{(1+m)} \frac{\sigma_w^{1+m}}{\left(1 - \frac{1}{H^m}\right)}$$

wobei aber

$$\left(1 - \frac{1}{H^m}\right) = 1 - \frac{1}{(1+\eta)^m} = m\eta$$

$$D = \frac{Ca}{(1+m)\eta} \sigma_w^{1+m} \quad (25)$$

Um D zu berechnen sind also die Werte von C und a nötig. Als Verhältniszahl C von der absorbierten Energie gegenüber der beim Probestück gelieferten Arbeit wurde früher der Wert 13.5% bei dem statischen Versuche für Stahl gegeben⁽¹⁶⁾. Wir wollen zunächst annehmen, dass $C=0.15$ auch für den Wechselversuch gültig ist. Es bleibt dann noch der Wert von a zu finden. Unter Benutzung der Daten in Beispiel 1, nehmen wir die Zugfestigkeit des Werkstoffs als $\sigma_B=74.6$ kg/mm² und die entsprechende

Dehnung als $\epsilon=12.3\%$ ($=\frac{2}{3} \times$ Bruchdehnung); hieraus folgt dann, da $\epsilon=a\sigma^{13.8}$ ist,

$$a=1.76 \times 10^{-27}$$

Hiermit lassen sich die Veränderungen des Spannungs-Verformungsschaubildes wie in Bild 11 ausdrücken.

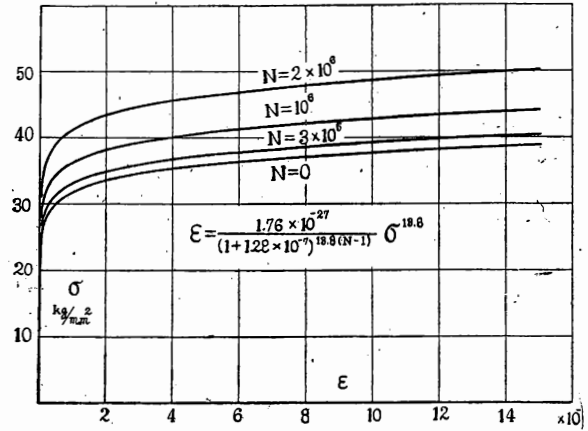


Bild 11.

Spannung-Dehnungsschaubild bei der Wechselbeanspruchung.

Ferner ist $m=13.8$, $\eta=1.28 \times 10^{-7}$, $\sigma_w=26.9$ kg/mm², danach ergibt sich

$$D=0.202 \text{ kgmm/mm}^3 = 0.47 \text{ kal/cm}^3$$

Nun können wir für einen bestimmten, gleich behandelten Werkstoff annehmen dass dieser Grenzwert der Gitterstörungsenergie konstant bleibt. Um dies zu beweisen, sollen weitere Beispiele berücksichtigt werden.

Beispiel. Bei der wiederholten Zugversuchen für ein und denselben Stahl mit 0.65% C lauten die experimentellen Resultate wie in Tabelle 5⁽¹⁷⁾. Dabei nehmen wir an, dass das Probestück bei $\sigma=42.8$ kg/mm² und $N=10^7$ gebrochen ist.

Tabelle 5.

σ kg/mm ²	$N, \times 10^6$
56.3	0.042
49.9	0.170
47.6	0.302
44.0	1.508
42.8	8.416
42.8	11.000*

* nicht gebrochen.

Aus diesen Daten erhalten wir $m=11.5$, $\eta=2.09 \times 10^{-8}$, $\sigma_w=42.5$ kg/mm² sowie $D=0.229$ kgmm/mm³.

Durch Vergleich mit dem vorhergehenden Werte

(16) W. S. Farren, G. I. Taylor, Proc. Roy. Soc., 107 (1925), 422.

(17) Nishihara, Sakurai, Watanabe, loc. cit.

für die Zug-Druckwechselbeanspruchung können wir bestätigen, dass der Wert von D ungefähr konstant ist unabhängig von m , η und σ_w . Daraus folgt ein bedeutsames Theorem, nämlich

$$\frac{\sigma_w^{1+m}}{(1+m)\eta} = \text{Konst.} \quad (26)$$

Beispiel. Geglühter Stahl mit 0.07% C⁽¹⁸⁾, für Biegewechselversuche:

$$m=11.5, \quad \eta=4.83 \times 10^{-8}, \quad \sigma_w=27 \text{ kg/mm}^2$$

daher $\frac{\sigma_w^{1+m}}{(1+m)\eta} = 1.29 \times 10^{24}$.

für Dauerverdrehversuche:

$$m=13.8, \quad \eta=1.35 \times 10^{-8}, \quad \tau_w=15 \text{ kg/mm}^2$$

daher $\frac{\tau_w^{1+m}}{(1+m)\eta} = 1.28 \times 10^{24}$.

D. h., die Gleichung (26) ungefähr gültig ist.

Auch zur Bestimmung von der Wechselfestigkeit kann dieses Theorem verwandt werden.

Andererseits ergibt sich für die Gitterverzerrungsenergie aus (8) der zulässige Grenzwert,

$$D = \frac{Cma}{1+m} \sigma_w^{1+m} \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{H^m}\right)}$$

Also können wir den Fortschritt der Werkstoffermüdung durch das Verhältnis $\frac{\sum \delta}{D}$ bezeichnen, wobei aber zu beachten ist, dass die Gitterstörung andererseits zur Verfestigung des Werkstoffs beiträgt.

$$f = \frac{\sum \delta}{D} = S^{1+m} \left(1 - \frac{1}{H^{mn}}\right) \quad (27)$$

Diese Formel wird in Bild 12 für den Stahl mit 0.65% C veranschaulicht.

Für die gegebene Grösse der spezifischen Spannung S lautet die Lastwechselzahl N bis zum Bruch auf Grund von (23)

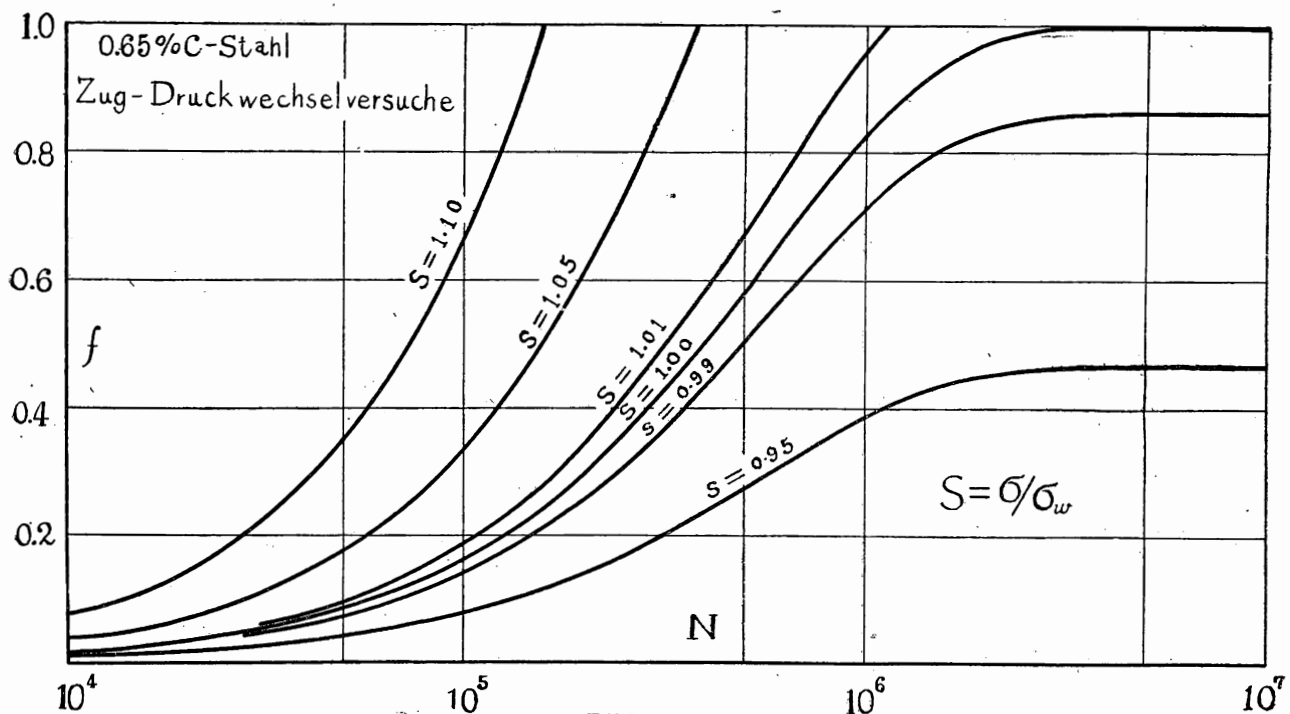


Bild 12.

Fortschritt der Ermüdungsgrad.

10. Ermüdungsgrad.

Die Summe der Gitterverzerrungsenergie bis zur Lastwechselzahl n unter der wiederholten Spannung σ ist auf Grund der Gleichung (6)

$$\sum_n \delta = \frac{Cma}{1+m} \sigma^{1+m} \frac{\left(1 - \frac{1}{H^{mn}}\right)}{\left(1 - \frac{1}{H^m}\right)}$$

$$N = \frac{\log \varphi(S)}{m\eta}$$

Damit geht die Gleichung (27) in

$$f = S^{1+m} \left(1 - \frac{1}{H^{\frac{n}{N} \psi(S)}}\right)$$

über wobei $\psi(S) \equiv \frac{\log \varphi(S)}{\eta}$.

(18) Nishihara, Kawamoto, loc. cit.

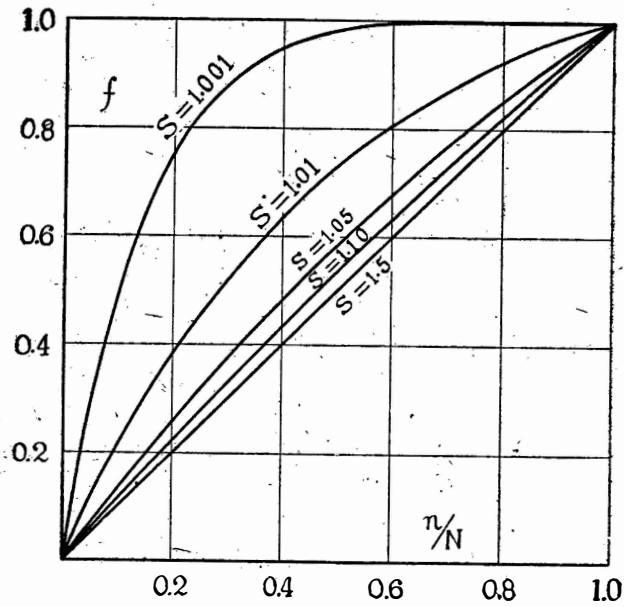


Bild 13.

Ermüdungsgrad versus Lastwechselzahlverhältnis.

Wie aus Bild 13 erkennbar wird, ist der Fortschritt der Metallermüdung abhängig von der Grösse der spezifischen Spannung S . Unter Ausnahme jedoch des Falles, wo die wiederholte Spannung sich der Wechselfestigkeit des Stoffs nähert dürfte der Fortschritt der Ermüdung ungefähr in linearem Verhältnis mit der Lastwechselzahl stehen.