

Über den Fugenabstand der Fahrbahnbetondecken

von

Yasuo KONDO und Akira YOSHIMOTO

Bauingenieur-Abteilung

(erhalten am 31. Jan. 1955)

Synopsis: In der vorliegende Abhandlung, haben die Verfasser versucht klar zu machen, dass der Fugenabstand der Fahrbahnbetondecken in Abhängigkeit von der Deckendicke, dem Elastizitätsmodul des Betons und dem Untergrundzustande bestimmt werden müssen. Aufgrund dieser Überlegung haben die Verfasser die Risseabstände der Betondecken besichtigt, und haben eine Berechnungsmethode gefunden wie die Fugenabstände bestimmt werden können.

1. Einleitung.

Es ist selbstverständlich, dass der Fugenabstand so lang wie möglich gewählt werden muss, jedoch genügt die Beschaffenheit des heutigen Deckenbetons kaum diese Anforderung. Der Abstand wird immer kürzer gewählt werden müssen, um die Rissebildung zu vermeiden, jedoch erlaubt der heutige Stand der Forschung noch nicht eine genaue Bestimmung des geeigneten Fugenabstandes.

In der vorliegende Abhandlung, haben die Verfasser bewiesen, dass die Lage der Rissebildung in Betondecken in enger Beziehung mit der Beugungsspannung steht, und haben versucht, die geeignete Grösse der Fugenabstände auf Grund der Beugungsspannung mathematisch zu berechnen. Das Ergebnis hat gezeigt, dass der Fugenabstand in Abhängigkeit von der Deckendicke und dem Untergrundzustande bestimmt werden muss. Demzufolge haben die Verfasser die Risse auf existierenden Betondecken studiert, und das Ergebnis für die Fugenabstandbestimmung zugrunde gelegt.

2. Lage der Rissebildung.

a) *Spannung in der Deckenplatte.* Unter den verschiedenen Spannungsarten, die in engster Beziehung mit der Rissebildung der Deckenplatte stehen, ist die Last- und Beugungsspannung die wichtigste.

Im Falle, dass die Temperatur der Oberfläche der Platte höher ist als die der Unterfläche, kann der Verformungs- und Spannungszustand der Platte wie in Abb. 1 dargestellt werden. Wenn die Platte kurz ist, ist der Beugungszustand wie in (a). Die Beugungsspannung ist also klein. Wenn die Plattenlänge aber grösser wird, ist der Beugungszustand der Platte wie in (b). Die Beugungsspannung ist

grösser, die Maximalspannung ist in der Mitte. Wenn die Plattenlänge noch grösser wird wie in (c), bleibt der Spannungsverlauf in der Gegend der Mitte gleich und die maximale Biegungsspannung liegt nicht mehr in der Mitte, sondern in den Punkten A und B. Der Spannungsunterschied zwischen Maximalspannung und Spannung in der Plattenmitte ist nicht gross. Es herrschen also zwischen den Punkten A und B beinahe die gleichen Spannungszustände.

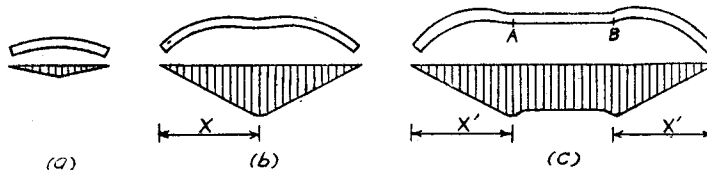


Abb. 1 Verformungs- und Spannungszustand der Platte.

Zusätzlich zu dieser Biegungsspannung kommt die Biegungsspannung infolge der Verkehrslasten. Das Ergebnis sind die Risse. Die wirkliche Rissebildung steht also in enger Beziehung mit der Anordnung der Biegungsspannungsverteilung, wie bezeichnet in dieser Untersuchung.

b) *Beispiele der Risseverteilung.* Abb. 2 zeigt die Verteilung der Längs- und Querrisse, festgestellt bei der Meiki Reichsbahn; nur die Decken mit der Dicke 15cm, auf Einschnitt, wurden überprüft. Alter der Decken 20 Jahre, Abmessung der Decken 6×10m.

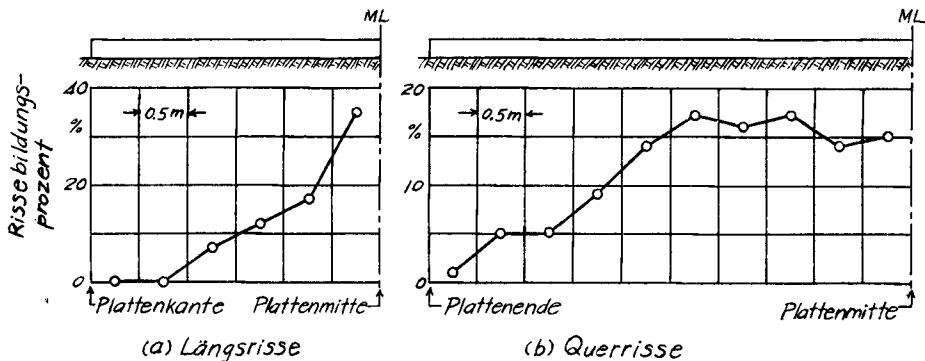


Abb. 2 Risseverteilung—Meiki Reichsbahn, Dicke 15cm, (Plattenzahl 38)

Die Rissebildungsprozente in den Abbildungen wurden wie folgt berechnet:
 (i) Die Risse wurden als Längsrisse gerechnet, wenn die Risse im Winkel von 0—45° mit der Bahnrichtung stand, und als Querrisse wenn in Winkel von 45—90°.

(ii) Die Rissebildungsprozente wurden wie folgt berechnet: Im Falle der Rechnung der Querrisse, sind die Platten in Streifen mit einer Breite von 0,5m

geteilt wie in Abb. 3. Die Gesamtlänge der Querrisse ist für jeden Streifen gemessen worden. Sodann sind die Längen der entsprechenden Streifen mit derselben Nummern rechts und links der Mitte addiert, und dividiert durch zwei. Diese Rechnung wurde für alle Platten durchgeführt.

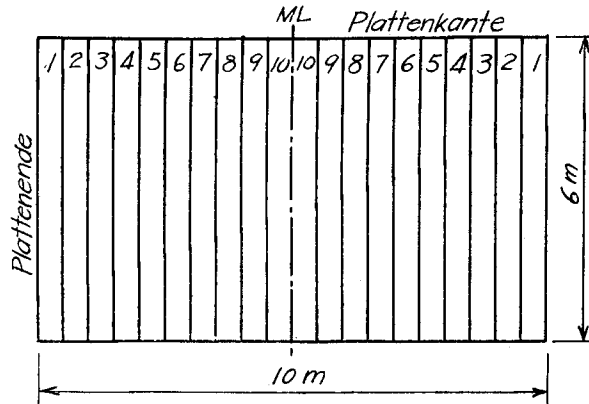


Abb. 3 Streifen mit Nummern

Das Ergebnis wurde dann multipliziert mit

$$\frac{100}{(\text{Plattenbreite}) \times (\text{Plattenzahl})}$$

Das Endergebnis der Rechnung zeigt die Risseprozentage der Querrisse für jeden Streifen. In gleicher Weise wurde die Berechnung der Risseprozentage für die Längsrisse durchgeführt.

(iii) Die Rissebildungsprozente für jeden Streifen wurden in Abb. 2 dargestellt.

c) *Zweck der Fugen.* Abb. 2 zeigt, dass die Längsrisse in der Plattenmitte stark konzentrieren, während sich die Querrisse auf eine breitere Länge in der Gegend der Plattenmitte in gleichgroßer Masse verteilen. Es ist ferner ersichtlich, dass die Beugungsspannung in gleicher Weise wie in Abb. 1 (b) oder (c) verteilt ist.

Wenn die Platten kurz bemessen werden, so wird die Beugungsspannung klein, und die Rissebildung kann vermieden werden. Neuerdings wählt man kleinere Fugenabstände, um die Beugungsspannung klein zu machen. Eine Untersuchung des zweckmäßigen Fugenabstandes ist also auch von diesem Gesichtspunkte aus sehr wichtig.

3. Den Fugenabstand beeinflussende Faktoren.

a) *Grundlage der Fugenabstandsermittlung.* Wenn die Spannungszustände oder -verteilungen in der Art wie in Abb. 1 (b) und (c) sind, ist eine Rissebildung schwer zu vermeiden. Entsprechend des Ergebnisses der Untersuchungen an den Besichtigungsstrecken genügt es, zur Vermeidung von Rissebildungen im Falle (b)

eine Fuge in der Plattenmitte einzuführen, und für den Fall (c) Fugen in den Punkten A und B, wo die Beugungsspannungen am grössten werden. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit, den Abstand X in Abb. 1 (b) und X' in (c) mathematisch zu ermitteln.

b) *Formeln für Beugungsspannungen.* Die Grösse der Beugungsspannungen werden mit den folgenden Formeln ermittelt:¹⁾

Im Falle der linearen Temperaturverteilung ergibt sich

$$\sigma_x = -\frac{E\alpha\theta}{2} \left[1 + A^{-1}(B \cdot \sinh \xi x \cdot \sin \xi x - C \cdot \cosh \xi x \cdot \cos \xi x) \right] \dots\dots (1)$$

und im Falle der parabolischen Temperaturverteilung ergibt sich

$$\sigma_x = E\alpha\theta \left[\frac{1}{3} + \frac{3}{7} A^{-1}(B \cdot \sinh \xi x \cdot \sin \xi x - C \cdot \cosh \xi x \cdot \cos \xi x) \right] \dots\dots (2),$$

in welchen

$$A = \cosh \xi a \cdot \sinh \xi a + \cos \xi a \cdot \sin \xi a$$

$$B = \sinh \xi a \cdot \cos \xi a - \cosh \xi a \cdot \sin \xi a$$

$$C = \sinh \xi a \cdot \cos \xi a + \cosh \xi a \cdot \sin \xi a$$

und $\xi = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{K}{EI}}$, $K = \text{Bodenziffer}$, $E = \text{Elastizitätsmodul des Betons}$,

$I = \text{Trägheitsmoment der Platte}$, $a = \text{eine Halbe der Plattenlänge}$,

$\alpha = \text{Ausdehnungsziffer des Betons}$, $\theta = \text{Temperaturunterschied zwischen Ober- und Unterfläche der Platte sind.}$

Koordinaten wie in Abb. 4.

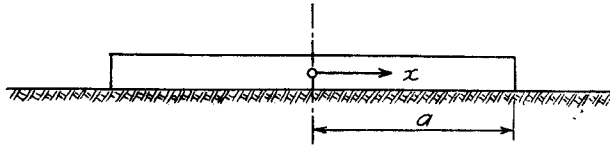


Abb. 4 Koordinaten bei der Berechnung

c) *Wert X.* Die Spannung an der Plattenmitte $\sigma_{x=0}$ wird am grössten im Falle Abb. 1 (b); die Spannungen in den Punkten A und B im Falle (c) werden ein wenig kleiner als diejenigen im Falle (b), während die Spannung in der Plattenmitte von (c) noch etwas kleiner wird. Die Länge X ist also, die Hälfte der Plattenlänge, für welche Platte die Spannung $\sigma_{x=0}$ in der Plattenmitte am grössten ist.

Die Spannung $\sigma_{x=0}$ wird aus Gl. (1) und (2) wie folgt berechnet:
Im Falle der linearen Temperaturverteilung ergibt sich

$$\sigma_{x=0} = -\frac{E\alpha\theta}{2} \left(1 - \frac{C}{A} \right) \dots\dots\dots (3)$$

und im Falle der parabolischen Temperaturverteilung ergibt sich

$$\sigma_{x=0} = E\alpha\theta \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{7} \frac{C}{A} \right) \dots\dots\dots (4).$$

Wenn $d\sigma_{x=0}/da=0$ in Gl. (3) und (4) eingesetzt wird, so wird die gleiche Bedingungsgleichung gefunden:

$$\sinh \xi a \cdot \sin \xi a \cdot (\cosh \xi a \cdot \sinh \xi a - \cos \xi a \cdot \sin \xi a) = 0.$$

Die Bedingung dass

$$\sinh \xi a = 0$$

und $\cosh \xi a \cdot \sinh \xi a - \cos \xi a \cdot \sin \xi a = 0$ ist,

entsteht nur, wenn $a=0$ ist, was nicht der Fall ist. Eine andere Bedingung $\sin \xi a = 0$ entsteht, wenn $\xi a = 0, \pi, 2\pi, \dots$, welche

$$\xi a = \pi \quad \text{ergibt.}$$

Dieser Wert trifft für den vorliegenden Falle zu. In anderen Worten, die gesuchte Plattenlänge $2a$ kann wie folgt bestimmt werden:

$$2a = 2\sqrt{2} \pi / \sqrt[4]{\frac{K}{EI}}.$$

Daraus ergibt sich der Wert X mit

$$X = \sqrt{2} \pi / \sqrt[4]{\frac{K}{EI}} \dots\dots\dots (5).$$

Der Wert X gilt für beide Falle, für die lineare sowohl als auch für die parabolische Temperaturverteilung. Aber weil das Trägheitsmoment I in beiden Fallen nicht gleich ist, wird X etwas verschieden werden.

Für lange Platten, gibt es keine Beugung in der Gegend der Plattenmitte, obwohl ein Temperaturunterschied zwischen Ober- und Unterfläche entsteht. In Falle der parabolischen Verteilung, wird die Lage der Neutralachse in Abb. 5 berechnet durch

$$b = \frac{4}{9} h,$$

und das Trägheitsmoment I_2 durch¹⁾

$$\sqrt[4]{I_2} = \sqrt[4]{\frac{7}{81} h^3} = 0.54219 h^{\frac{3}{4}}$$

Im Falle der linearen Verteilung, wird das Trägheitsmoment I_1 berechnet durch

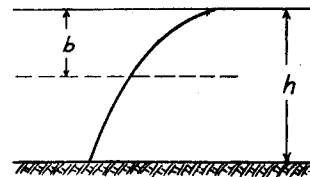


Abb. 5 Neutralachse im Falle der parabolischen Temperaturverteilung

$$\sqrt[4]{I_1} = \sqrt[4]{\frac{1}{12}h^3} = 0.537 \ 27 \ h^{\frac{3}{4}}.$$

Demnach ist

$$\sqrt[4]{I_2} / \sqrt[4]{I_1} = 1.009.$$

Mit anderen Worten, der Unterschied der Temperaturverteilung beeinflusst wenig den Wert X .

Wird $I = h^3/12$ in die Gl. 5 eingesetzt, so ergibt sich

$$X = \sqrt{2} \pi \sqrt[4]{\frac{12K}{Eh^3}} \dots \dots \dots (6).$$

d) *Wert X* . Wenn die Gl. (1) und (2) nach x differenziert und $=0$ gesetzt werden, so kann die Lage der maximalen Spannung σ_x gefunden werden durch die Beziehung

$$\frac{B}{C} = \frac{\sinh \xi x \cdot \cos \xi x - \cosh \xi x \cdot \sin \xi x}{\sinh \xi x \cdot \cos \xi x + \cosh \xi x \cdot \sin \xi x} \dots \dots \dots (7)$$

Ist die Grösse x nach Gl. (7) gefunden worden, so sind die Abstände X' zwischen dem Plattenende und den Punkten, wo die Beugungsspannung am grössten ist, gegeben durch

$$X' = a \cdot x.$$

Durch Probieren kann x aus Gl. (7) gefunden werden, durch dessen Grösse sich die annähernde Beziehung $X = X'$ für alle möglichen Zustände ergibt.

- e) *Den Fugenabstand beeinflussende Faktoren*. Aus Gl. (6) wird ersichtlich:
- (i) Je kleiner die Bodenziffer wird, desto grösser wird der Fugenabstand.
 - (ii) Je grösser die Plattendicke wird, desto grösser wird der Fugenabstand.
 - (iii) Je grösser das Elastizitätsmodul des Betons wird, desto grösser wird der Fugenabstand.

Die vorliegende Erkenntnis setzt voraus, dass der Fugenabstand von dem Risseabstand X gefunden werden kann, jedoch ist ebenso wichtig an praktischen Beispielen zu überprüfen, ob diese mathematische Überlegung auch tatsächlich richtig ist. Aus diesem Grunde haben die Verfasser verschiedene praktische Fälle besichtigt und die Risseabstände der Deckenplatten untersucht. Im Falle der Betondecken, welche viele Risse aufwiesen, wurde angenommen, dass sie sich im Zustande einer stabilen Spannung befinden. Die Risseabstände so gefunden würden die sichere Fugenabstände zeigen.

4. Untersuchung der Risse.

- a) *Besichtigungsstrecke*. Die besichtigte Strecke ist in Tab. 1 gegeben.

Tab. 1 Besichtigungsstrecke

Strecke	Schichte	Dicke (cm)	Alter (Jahre)	Untergrundzustand
Meiki Reichsbahn	2-schichtige	20	18-20	Einschnitt u. Füllung
"	"	15	20	Einschnitt
Reichsbahn Nr. 2 (Hiroshima)	1-schichtige	15	11	Füllung
Reichsbahn Nr. 4 (Iwatare)	2-schichtige	19-17-19	19	Füllung
Reichsbahn Nr. 4 (Yoshikawa)	2-schichtige	20-18-20	20	Einschnitt u. Füllung
Yamagata Stadt	2-schichtige	17	13-14	eigentliche
Reichsbahn Nr. 13 (Tendo)	1-schichtige	15	14	eigentliche
"	"	13	14	eigentliche
Sendai Stadt	2-schichtige	18	14	Füllung

b) *Untersuchungsverfahren.* Als Risseabstand wurden nur die Abstände zwischen Plattenende und dem nächstliegenden Riss bemessen. In Falle wo zwei oder mehrere Querrisse bestanden, wurden die Abstände der Risse unter sich nicht berücksichtigt. Die Gründe dafür sind folgende:

- (i) Der Abstand zwischen den Rissen, gewöhnlich zu finden in den Punkten A und B in Abb. 1 (c) wird verschieden je nach der Plattenlänge, wobei jedoch der Abstand vom Plattenende bis zum nächstliegenden Riss unverändert bleiben wird.
- (ii) Wenn zuerst ein Riss zwischen den Punkten A und B entsteht, so zerbricht die Platte in zwei Teile, welche als Platten für sich betrachtet werden müssen. Der Abstand aller weiterer Risse würde also kleiner sein. In solchem Falle ist es nicht immer möglich dass die falsche Risseabstände unberücksichtigt bleiben, jedoch würde dieses Untersuchungsverfahren es möglich machen, solche Fälle verhältnismässig gering bleiben.
- (iii) Wenn der Untergrundzustand verhältnismässig schlecht ist, würden die Risseabstände gewöhnlich klein werden. Auch für diesen Fall kann das vorliegende Verfahren es möglich machen solche falsche Abstände möglichst unberücksichtigt zu lassen.

c) *Risseabstände.* Die Frequenz der Risseabstände wurde untersucht für jede Strecke, und nach vorherbeschriebenen Verfahren bestimmt.

Abb. 6 zeigt die Frequenzprozente der Risseabstände festgestellt auf der Meiki Reichsbahn, Plattendicke 20cm, auf Einschnitt. Die grösste Frequenz war bei Plattenlängen von 3.0—3.5m, jedoch wurde ebenfalls eine verhältnismässig grosse Frequenz bei Plattenlängen von 4.5m gefunden, welche Erscheinung einige Beachtung verdient. Mit demselben Verfahren wie auf Abb. 2, ist die Risseverteilung auf Abb. 7 aufgezeichnet. Die maximale Verteilung war etwa 3m von dem

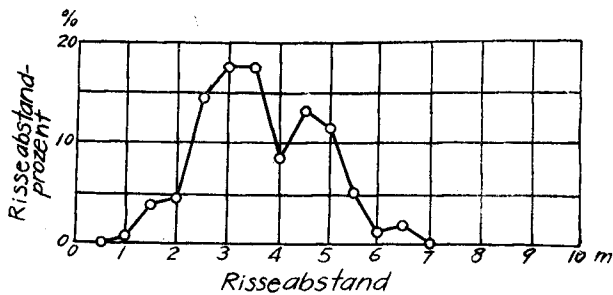


Abb. 6 Frequenzprozent der Risseabstände—Meiki Reichsbahn, Plattendicke 20cm.

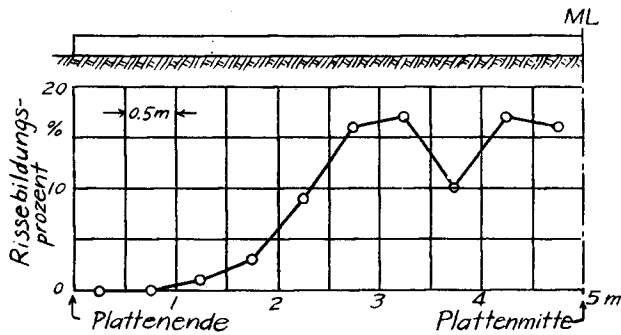


Abb. 7 Risseverteilung—Meiki Reichsbahn, Plattendicke 20cm.

Plattenende gefunden worden, und von diesem Punkte an ist keine Zunahme der Risseprozent mehr festzustellen. Die Frequenzprozent für die Strecke von gleichmässigem und gutem Untergrundzustande bei der Meiki Reichsbahn, wurden in der Abb. 8 aufgezeichnet. Hier wurden die grösste Frequenz ebenfalls für 4.5m gefunden. Aus dieser Tatsache kann geschlossen werden, dass im Falle eines guten Untergrundzustandes, die Rissebildung im Abstände von 4.5m vom Plattenende, und im Falle eines schlechten Untergrundzustandes im Abstände von 3.0—3.5m eintritt.

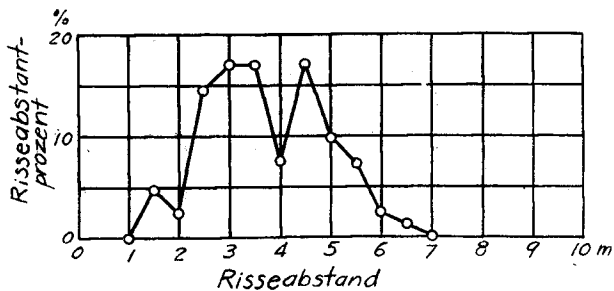


Abb. 8 Frequenzprozent der Risseabstände—Meiki Reichsbahn (nur die Strecke von gutem Untergrundzustande berücksichtigt), Plattendicke 20cm.

Abb. 9 zeigt die Risseabstände für Reichsbahn Nr. 2 (Hiroshima-Strecke). Maximalfrequenz liegt hier im Abstände von 3.0m. Entsprechend des vorerwähnten Schlusses kann daher vermutet werden, dass im Falle eines guten Untergrundzustandes die Rissebildung im Abstände von 4.0m, und im Falle eines schlechten Untergrundzustandes im Abstände von 3.0m auftritt.

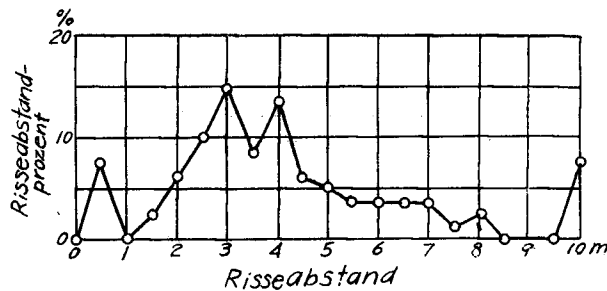


Abb. 9 Frequenzprozent der Risseabstände—Reichsbahn Nr. 2 (Hiroshima), Plattendicke 15cm.

5. Fugenabstand.

a) *Untersuchungsergebnisse.* Die soeben untersuchten Ergebnisse sind in Tab. 2 dargelegt.

Tab. 2 Beziehung zwischen Plattendicke und Risseabstand.

Bodenart	Strecke	Plattendicke (cm)	Risseabstand (m)	
gut	Füllung	Meiki Reichsbahn	20	5
		Reichsbahn Nr. 4 (Yoshioka)	20-18-20(18.3iM)	5
		Reichsbahn Nr. 4 (Iwatare)	19-17-19(17.4iM)	4.5
		Reichsbahn Nr. 2 (Hiroshima)	15	4
	Einschnitt	Meiki Reichsbahn	20	4.5
		Reichsbahn Nr. 4 (Yoshioka)	20-18-20(18.3iM)	4
	eigentliche	Yamagata Stadt	17	4
Reichsbahn Nr. 13 (Tendo)		15	3.25	
"		13	3	
schlecht	Einschnitt	Meiki Reichsbahn	20	3.25
		Reichsbahn Nr. 4 (Yoshioka)	20-18-20(18.3iM)	3
	Füllung	Reichsbahn Nr. 4 (Yoshioka)	20-18-20(18.3iM)	3
		Sendai Stadt	18	3
		Reichsbahn Nr. 2 (Hiroshima)	15	3
	Einschnitt	Meiki Reichsbahn	15	2.5

Aus der Gl. (6) wird ersichtlich, dass die den Risseabstand beeinflussenden Faktoren Plattendicke h , Elastizitätsmodul E des Betons, und Bodenziffer K sind.

Da der Abstand X proportional zu $\sqrt[3]{E}$ ist, wird der Einfluss von E so klein, dass er nicht berücksichtigt zu werden braucht. Bodenziffer K beeinflusst nur in der Größenordnung $\sqrt[3]{K}$, so dass es genügt, die Bodenart in nur drei Arten grob zu klassifizieren, d. h. Füllung, Einschnitt, und eigentlicher Untergrundzustand.

Tab. 2 zeigt, dass die Risseabstände sich verändern entsprechend der Bodenart und der Plattendicke, und dass die Folgerung aus Gl. (6) richtig gewesen ist.

b) *Fugenabstand*. Nehmen wir an, dass der Fugenabstand in linear Beziehung mit der Plattendicke steht, so ergibt sich für den Einschnitt der guten Bodenart und für den eigentlichen Untergrundzustand die Beziehung nach der Berechnung der kleinsten Quadraten

$$l = 0.23 h,$$

worin l = Fugenabstand(m), h = Plattendicke(cm) ist. Im Falle, wo die Plattendicke nach der Verkehrslast gegeben ist, kann der Fugenabstand nach dieser Gleichung berechnet werden. Im Falle der Füllungsstrecke kann der Fugenabstand um etwa 0.5m vergrößert werden.

Bei der Füllungsstrecke, verändert sich der Fugenabstand entsprechend der Füllungshöhe. Die Werte in Tab. 2 sind für eine Füllungshöhe von etwa 1—3m.

Im Falle einer schlechten Bodenart, ist der Risseabstand bei 3m am häufigsten, gleichgültig ob Füllung oder Einschnitt. Es ist besonders notwendig den Untergrundzustand immer gleichmässig zu halten wenn die Fugenabstände nach Gl. (8) berechnet werden.

c) *Längsfugenabstand*. Gl. (8) war für Querfugen aufgestellt, und kann deshalb nicht für Längsfugen verwendet werden. Vielleicht wird Gl. (8) einen kleineren Wert für die Längsfugen ergeben. Längsfugenabstand ist gewöhnlich genau so gross wie Verkehrsstreifenbreite gemacht. Die letztere ist meistens etwas kleiner als der Abstand gegeben durch Gl. (8), und das Ergebnis wird dadurch sicherer.

6. Schlusswort.

Aus der vorstehenden Betrachtung kann gefolgert werden: Der Fugenabstand muss entsprechend dem Untergrundzustand und der Plattendicke bestimmt werden. Im Falle einer Finschnittstrecke von guter Bodenart (oder eines eigentlichen Untergrundzustandes) kann der Fugenabstand mit Gl. (8) bestimmt werden. Im Falle einer Füllungsstrecke kann der Abstand um etwa 0.5m vergrößert werden. Der Längsfugenabstand kann gleich wie die Verkehrsstreifenbreite angenommen werden.

Nachschriftliteratur:

- 1) Yasuo Kondo u. Akira Yoshimoto—Über Beugungsspannung der Betondeckenplatten, Kensetsu-Kogaku (Bauingenieur, in japanisch), Bb. 3, Heft 1 u. 2, 1950.