

# Der Einwirkungsfaktor bei Senkungsberechnungen für flache Lagerung

Von

Yoshio HIRAMATSU und Jun-ichi KOKADO

Abteilung für Bergbaukunde

(Eingegangen am 30. August 1958)

## Inhaltsangabe

Es hat sich gezeigt werden, dass der bei Vorausberechnungen über die Senkungsmenge der Tagesoberfläche gebrauchte Einwirkungsfaktor nicht nur von dem abgebauten Flächenraum sondern auch von dem geologischen Zustand des Bodens bestimmt werden sollte, und dass die bereits vorliegenden Berechnungsmethoden des Einwirkungsfaktors wie etwa die von Bals keine ausreichende theoretische Grundlage haben.

Also haben wir eine Berechnungsmethode des Faktors mit Rücksicht auf die vom Feldmessen erhaltenen Senkungskurven der Tagesoberfläche vorgeschlagen. Gleichzeitig haben wir für die Fälle, in denen es keine benutzbare Kurve gibt, eine annähernde Methode angegeben.

## 1. Einleitung

Die Berechnungsmethode des Einwirkungsfaktors "e" beim Vorausberechnungsverfahren der Senkungsmenge ist von Keinhorst<sup>1)</sup>, Bals<sup>2)</sup> und Nishimatsu<sup>3)</sup> analytisch behandelt worden. Von der Richtigkeit dieser Methode sind wir aber noch nicht überzeugt, da wir bei ihrer Analyse einige fragliche Punkte bemerkten.

Angesichts dieser Situation versuchten wir die Aufstellung einer vernünftigen Berechnungsmethode für den Einwirkungsfaktor in dieser unserer Abhandlung.

## 2. Nachprüfung der bisher veröffentlichten Berechnungsmethode des Einwirkungsfaktors

Da die Keinhorst'sche Methode sich auf einer ganz annähernden Voraussetzung gründet und grundsätzlich die Gleichung bei der Methode von Nishimatsu dieselbe ist wie die von Bals, sei hier nur die Bals'sche Methode nachgeprüft.

Bals nimmt vor seiner Analyse an, dass die von dem abgebauten Massenteilchen  $i$  auf den Punkt  $P$  wirkende Kraft  $K$  im umgekehrten Verhältnisse zu dem Quadrat

der Entfernung  $f$  steht. Ob seine Voraussetzung nun richtig oder nicht, jedenfalls wird die auf den Punkt  $P$  wirkende Kraft  $K$  von dem geometrischen und geologischen Zustand des Bodens beeinflusst, worauf er jedoch keine Rücksicht nimmt. Ausserdem bringt seine die wirkende Kraft  $K$  bestimmende Gleichung (1) seine Voraussetzung nicht genau zur Darstellung. Bezeichnen wir die Teufe des Flözes von einer Tagesoberfläche mit  $h$  (m), den Zonenwinkel mit  $\zeta$ , den Grenzzonenwinkel mit  $\zeta_g$ , wie Abb. 1 zeigt, so ergibt sich die folgende Bals'sche Gleichung, die die wirkende Kraft  $K$  bei dem Abbau der Vollfläche für den Punkt  $P$  darstellt.

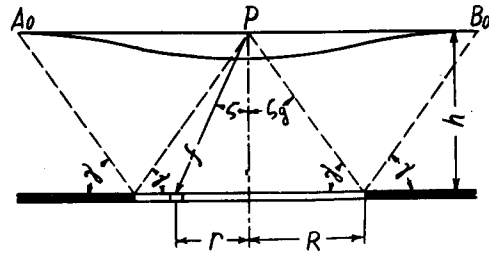


Abb. 1

$$K = \int_0^{\zeta_g} \frac{i}{f^2} d\zeta = \frac{i}{h^2} \int_0^{\zeta_g} \cos^2 \zeta d\zeta. \quad (1)$$

In obiger Gleichung wird nicht dargestellt, dass die Kraft  $K$ , mit der das von  $P$  in einem bestimmten Abstand entfernte Massenteilchen  $i$  des Abbaus auf den Punkt  $P$  wirkt, in einem bestimmten Verhältnis zu dem Abbaufächenraum steht. Bezeichnen wir den Kleinflächenraum wie gewöhnlich mit  $di$  und die Verhältniszahl mit  $C$ , so muss die Gleichung, welche die Bals'sche Voraussetzung im genauen darstellt, wie folgt sein:

$$K = C \int_0^{i_0} \frac{i}{f^2} di, \quad (2)$$

worin  $i_0$  den Vollflächenraum für den Punkt  $P$  darstellt. Vergleichen wir Gleichung (1) mit Gleichung (2), so ist der Unterschied zwischen beiden klar. Formen wir Gleichung (2) um, so erhalten wir:

$$K = 2\pi C \int_0^{\zeta_g} \tan \zeta d\zeta. \quad (3)$$

Auf diese Weise können wir den Unterschied zwischen beiden klären\*. Demnach scheinen sich bei Anwendung der Bals'schen Methode, wie wir eben gezeigt haben, einige Ungenauigkeiten zu ergeben.

\* Wenn wir annehmen, dass die von dem abgebauten Massenteilchen  $i$  auf den Punkt  $P$  wirkende Kraft  $K$  im umgekehrten Verhältnisse mit der vierten Potenz der Entfernung  $f$  und im Verhältnis zum Flächenraum steht, wie Nishimatsu annimmt, so erhalten wir obige Bals'sche grundsätzliche Gleichung (1).

**3. Das Verhältnis zwischen dem Einwirkungsfaktor und dem Senkungszustand der Tagesoberfläche.**

Es ist vom gesunden Menschenverstande aus betrachtet eine richtige Voraussetzung, dass der von der Kleinfläche  $di$  des Abbaus auf den Punkt  $P$  wirkende Einwirkungsfaktor  $e$ , insofern der Winkel  $\zeta$  konstant bleibt, in einem Verhältnis zum Flächenraum steht, und insofern der Flächenraum gleich bleibt, eine Funktion des Winkels  $\zeta$  ist. Dabei nehmen wir an, dass Tagesoberfläche, Flöz und Schicht waagrecht liegen und ihre Eigenschaften homogen sind. Bezeichnen wir den Radius der Vollfläche mit  $R$  (m) und die Entfernung des Punktes  $P'$ , der auf dem Flöz gerade unter dem Punkt  $P$  zu bestimmen ist, von einem beliebigen Punkt auf dem Flöz mit  $r$  (m), so können wir deshalb feststellen, dass der Einwirkungsfaktor von  $di$  im Verhältnis zu einer Funktion  $f(r/R)$  steht. Ferner  $f(r/R)=0$  bei  $r \geq R$  und der Wert des Einwirkungsfaktors  $e_0$  für den ganzen Flächenraum der Vollfläche ist nach der Definition gleich 1. Wir erhalten also, wenn wir die Verhältniszahl mit  $k$  bezeichnen, folgende Gleichung:

$$e = k \int^i f\left(\frac{r}{R}\right) di, \quad 0 \leq r \leq R, \quad (4)$$

$$e_0 = k \int_0^{r=R} f\left(\frac{r}{R}\right) di = 1. \quad (5)$$

Schreiben wir

$$kf(r/R) = F(r/R),$$

so können wir aus der Gleichung (4) die Gleichung (6) ableiten:

$$e = \int^i F\left(\frac{r}{R}\right) di. \quad (6)$$

In unserer Abhandlung wollen wir die Funktion  $F(r/R)$  die Einwirkungsfunktion nennen. Wenn wir das flache Flöz nur von Flächenraum  $I$  abbauen, wie Abb. 2 zeigt, wird die Senkungsmenge "s" eines Punktes  $P$  auf der Tagesoberfläche durch nachstehende Gleichung ausgedrückt:

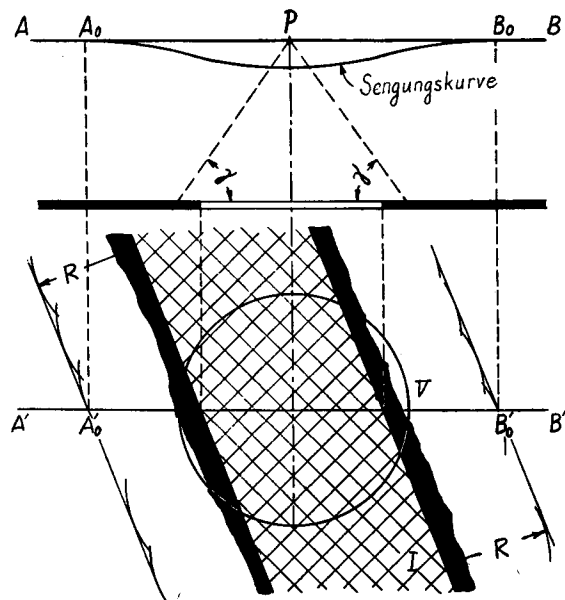


Abb. 2

$$s = m \cdot a \cdot z \cdot e = m \cdot a \cdot z \int^I F(r/R) di. \tag{7}$$

Hier bedeuten  $m$  die Mächtigkeit,  $a$  den Senkungsfaktor und  $z$  den Zeitfaktor. Wenn wir die ganze Vollfläche betreffs des Punktes  $P$  abbauen, ist die Senkungsmenge  $s_p$  des Punktes  $P$  folgendermassen zu formulieren :

$$s_p = m \cdot a \cdot z. \tag{8}$$

Deshalb erhalten wir

$$\frac{s}{s_p} = \int^I F(r/R) di = e. \tag{9}$$

Auf einer, durch den Punkt  $P$  auf der Tagesoberfläche gezogenen, beliebigen Linie  $AB$  kann der Abstand  $A_0B_0$ , der durch den Abbau des Flächenraums  $I$  beeinflusst wird, von dem Grenzwinkel bestimmt werden. Innerhalb der Grenzen unserer Analyse ist der Wert  $s_p$  auf der Linken Seite der Gleichung (9), wo sich auch der Punkt  $P$  befindet, ständig. Wenn also die Einwirkungsfunktion  $F(r/R)$  und der abgebaute Flächenraum  $I$  gegeben sind, kann der Wert von  $s/s_p$  eine beliebige Linie  $A_0B_0$  entlang berechnet werden. Umgekehrt kann, wenn wir die Werte von  $s/s_p$  eine beliebige Linie entlang haben die Einwirkungsfunktion  $F(r/R)$  durch Auflösung der Integralgleichung (9) bestimmt werden. Erhalten wir ferner den Abbaufächenraum, so kann der Einwirkungsfaktor  $e$  aus Gleichung (6) gefunden werden.

#### 4. Einwirkungsfunktion

Hat man den Senkungszustand der Tagesoberfläche, so lässt sich die in Abschnitt 3 vorgeschlagene Einwirkungsfunktion berechnen. Wir wollen diese Berechnungsmethode mit einem Beispiel erklären. Nehmen wir an, dass der Raum zwischen den  $2R$  voneinander entfernt gleichlaufenden Linien  $L$  und  $M$  abgebaut wird, wie Abb. 3 zeigt, dass der Zeitfaktor  $z=1$ , und

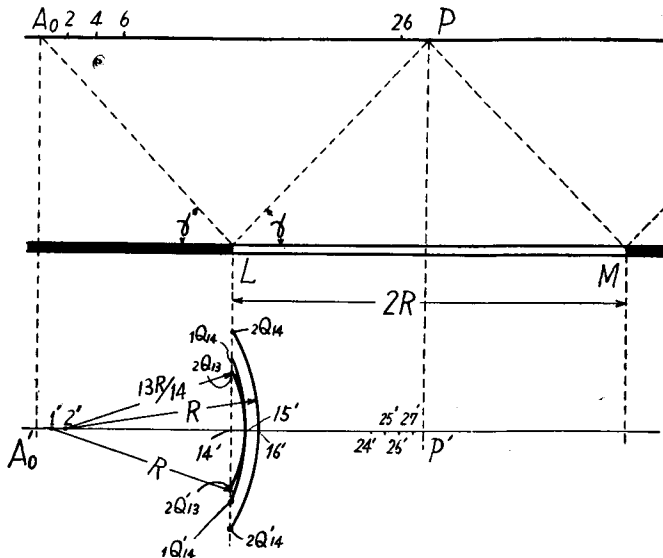


Abb. 3

dass die Senkungsmenge des durch den Abbau beeinflussten Teiles  $A_0B_0$  auf der Linie  $AB$ , die auf der Tagesoberfläche Linie  $L$  und  $M$  rechtwinkelig kreuzt, in Tafel 1 angegeben ist. Dieses Forschungsmaterial würde lieber mittels praktischer Vermessung angegeben werden, wir hatten aber keine Messungsergebnis in Japan, welche

Tafel 1.

Verteilungspunkt	$A_0$	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	$P$
Senkungsmenge (mm)	0	2	9	24	54	100	164	250	336	400	446	476	491	498	500

die diesbezüglichen Bedingungen erfüllt. Deshalb wandten wir Zahlentafel 9 in der Bergschadenkunde von Niemczyk auf die Berechnung an. Bezeichnen wir mit  $A_0'$  den gerade unter  $A_0$  befindlichen Punkt auf dem Kohlenlager, mit  $1', 2', 3', 4', \dots, 27$  die den Zwischenraum  $A_0'P_0'$  in 28 gleiche Teile teilenden Verteilungspunkte, und mit  $1, 2, 3, \dots, 27$  die den Zwischenraum  $A_0P$  in 28 gleiche Teile teilenden Verteilungspunkte. Da die Senkungsmenge der Punkte  $2, 4, 6, \dots, 26$  in Tafel 1 gegeben ist, können wir die Senkungsmenge der Punkte  $1, 3, 5, \dots, 27$  mittels Interpolation vorausberechnen, um ein gutes Berechnungsergebnis zu erhalten.

Wir nehmen an, dass  $m'$  und  $n'$  beide die zwei beliebige Nummern vom Punkte  $1', 2', 3', \dots$  bedeuten, und dass der Wert der Einwirkungsfunktion für Punkt  $n$  jedes Teilchens, das von beiden durch Punkt  $m'$  und  $m'+1$  gehenden konzentrischen Kreisen um den Unterteilungspunkt  $n'$  umschlossen ist, gleich bleibt. Der auf die Senkungsmenge des auf der Tagesoberfläche befindlichen Punktes 1 wirkende Raum ist nur der abgebaute Rauminhalt, den der Kreis um den Mittelpunkt  $1'$  mit dem Radius  $R$  enthält. Wir wollen die zwei Punkte, wo sich obige Peripherie und die Linie  $L$  kreuzen, mit  ${}_1Q_{14}$  und  ${}_1Q_{14}'$  bezeichnen. In dieser Darstellung zeigt der Vorbegleitdruck 1, dass der Mittelpunkt des Kreises Punkt  $1'$  ist, und der Nachbegleitdruck 14 zeigt, dass der Halbmesser des Kreises  $14R/14$  ist. Also stellen die Punkte  ${}_nQ_m$  und  ${}_nQ_m'$  die zwei Kreuzpunkte dar, wo sich die Peripherie des Kreises um den Mittelpunkt  $n'$  mit dem Radius  $mR/14$  und die Linie  $L$  kreuzen. Nun erhalten wir die nachstehende Gleichung, die die Senkungsmenge  $s_1$  des Punktes 1 darstellt, aus Gleichung (9) :

$$\frac{s_1}{s_p} = F\left(\frac{r}{R}\right) \cdot \text{Flächenraum} [{}_1Q_{14} - 14 - {}_1Q_{14}' - 15 - {}_1Q_{14}].$$

Da die unbekannte Grösse nur  $F(r/R)$  ist, können wir in obiger Gleichung diesen Wert berechnen. Wir wollen den gewonnenen Wert von  $F(r/R)$  als den Wert für den Mittelpunkt des betreffenden bogenförmigen Flächenraums ansehen, und ihn mit  $(F)_{r=27R/28}$  bezeichnen, weil der Abstand zwischen dem Punkt  $1'$  und dem betreffenden Mittelpunkt gleich  $27R/28$  ist. Wenn wir zwei Kreise um den Mittelpunkt  $2'$  mit dem Radius  $R$  und  $13R/14$  beschreiben, erhalten wir vier Kreuzpunkte  ${}_2Q_{14}, {}_2Q'_{14}, {}_2Q_{13},$

${}_2Q'_{13}$ . Also bekommen wir die folgende Gleichung, die die Senkungsmenge  $s_2$  des Punktes 2 darstellt.

$$\frac{s_2}{s_p} = (F)_{r=27R/28} \cdot \text{Flächenraum} [{}_2Q_{14} - {}_2Q_{13} - 15 - {}_2Q'_{13} - {}_2Q'_{14} - 16 - {}_2Q_{14}] \\ + (F)_{r=25R/28} \cdot \text{Flächenraum} [{}_2Q_{13} - 14 - {}_2Q'_{13} - 15 - {}_2Q_{13}].$$

In obiger Gleichung kann dieser Wert, da die unbekannte Grösse nur  $(F)_{r=25R/28}$ , ist, berechnet werden. Auf diese Weise können wir die Werte für verschiedene  $r/R$  von  $F(r/R)$  berechnen. Die in Abb. 4 dargestellte Kurve I wurde so auf Grund der Werte in Tafel 1 bestimmt.

### 5. Berechnungsmethode des Einwirkungsfaktors.

Wenn wir Gl. (6) mit abgebautem Flächenraum integrieren, können wir den Wert des Einwirkungsfaktors finden. In der Praxis aber empfehlen wir eine Unter-gleichwertigteilung der Vollfläche mit vier konzentrischen Kreisen und fünf Strahlungs-linien, wie Abb. 6 zeigt, weil diese Annäherungsmethode eine gute Genauigkeit verbürgt. Die Unterteilung findet nach folgender Methode statt:

Die Strahlungslinien teilen die Vollfläche strahlen förmig in zehn gleichwinklige Teile. Ebenso teilen die konzentrischen Kreise die Vollfläche in gleichwertige Teile, ihre Radien sind wie folgt zu bestimmen. Gesetzt, dass das Innere des Kreises mit Mittelpunkt  $P'$  und Radius  $r$  vollkommen abgebaut wird, so ist der Einwirkungsfaktor  $e(r/R)$  für den Punkt  $P$ :

$$e\left(\frac{r}{R}\right) = \int^i F\left(\frac{r}{R}\right) di = 2\pi \int_0^r F\left(\frac{r}{R}\right) r \cdot dr. \quad (10)$$

Wenn die Funktion  $F(r/R)$  be-  
kannt ist, können  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  und  
 $r_4$  als Radien der konzentrischen  
Kreise, die  $e(r/R)_{r=R}$  z. B. in fünf  
gleichwertige Teile teilen, durch  
graphische Auflösung leicht ge-  
funden werden. Bezüglich dieses  
Materials ergibt sich das Verhält-  
nis zwischen  $r/R$  und  $e(r/R)$  so,  
wie Kurve II in Abb. 4 darstellt.  
Die Zerstreung der den Berech-  
nungswert darstellenden Punkte  
ist, wie auch in Kurve I, auf  
Mangel an Forschungsmaterial

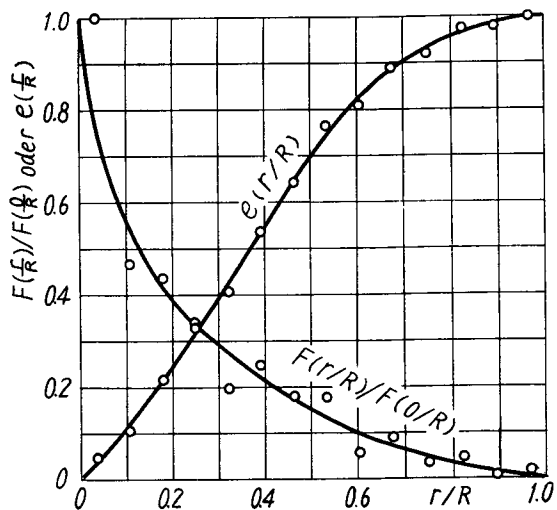


Abb. 4

zurückzuführen. Diesem Resultat gemäss wird der Radius des Kreises, der die Vollfläche derart teilt, dass jeder Wert des Einwirkungsfaktors ein Fünftel beträgt, mit Gleichung (11) und Abb. 5 rechts dargestellt.

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= 0.17R, \\ r_2 &= 0.31R, \\ r_3 &= 0.44R, \\ r_4 &= 0.59R. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Für die Vergleichung unterteilen wir nach der Bals'schen Methode unter der Annahme, dass  $\zeta_g = 53^\circ$ , dieselbe Vollfläche in fünf Teile, und stellen das Resultat in Abb. 5 links dar. Die beiden Resultate decken sich in der Innenzone verhältnismässig gut. Nach der Bals'schen Methode aber wird die Einwirkung des Abbaus der Randzone, wie bemerkt, leicht zu hoch eingeschätzt.

Wenn das Verhältnis zwischen der Vollfläche und dem abgebauten Flächenraum ist wie Abb. 6 zeigt, so wird der Einwirkungsfaktor nach Bals'scher Methode als  $e = 0.37$ , nach der Unterteilungsmethode der Verfassern auf Grund des Forschungsmaterials in Tafel 1 als  $e = 0.33$  bestimmt.

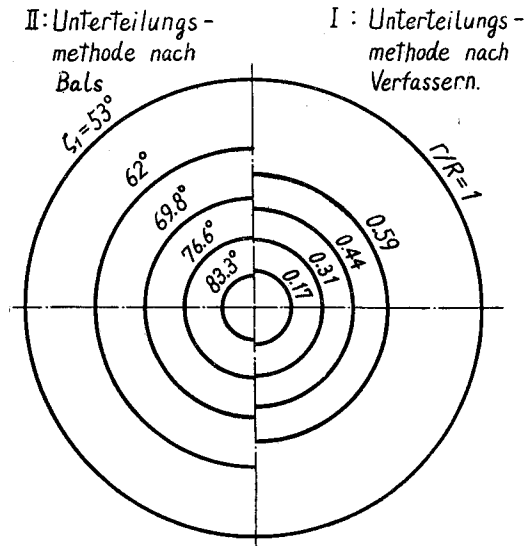


Abb. 5

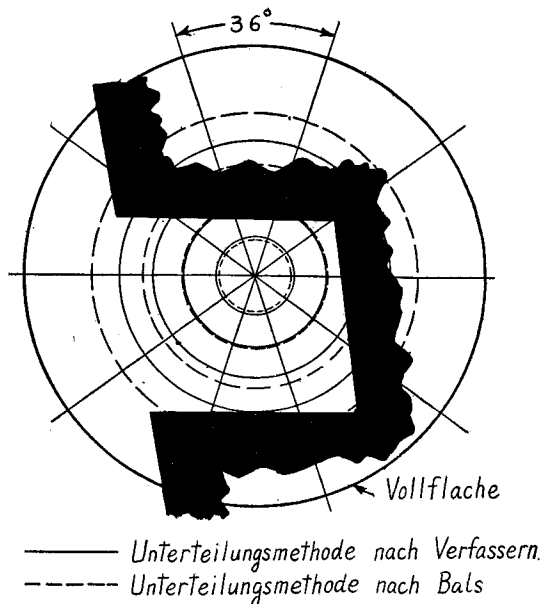


Abb. 6

## 6 . Zusammenfassung

Um den Einwirkungsfaktor feststellen, müssen wir zuerst die Senkungsmenge der Tagesoberfläche jedes Bergs durch Bergscheidung messen, dann mit dem also bestimm-

nten Wert die Funktion  $F(r/R)$  berechnen und, wie oben gezeigt, die Vollfläche unterteilen. In der Praxis aber wird es schwer sein, eine zuverlässige Senkungskurve der Tagesoberfläche zu erhalten. Wenn diese als Forschungsmaterial nicht für jeden Berg zu erhalten ist, uns aber allgemeines Material für die einzelnen Gegenden zur Verfügung steht, so dürfen wir damit die Unterteilungsmethode anwenden. Einstweilen können wir uns des Unterteilungsradius auf Grund des Forschungsmaterials in Tafel 1 bedienen. Diese Methode erlaubt, wenn  $R$  gefunden ist, den Radius jedes konzentrischen Kreises durch Gleichung (11) ohne weiteres zu bestimmen, und empfiehlt sich auch um ihrer theoretischen Zuverlässigkeit willen.

#### Schrifttum

- 1) H. Keinhorst, Betrachtung zur Bergschädenfrage. Glückauf S. 149-155, S. 95, 122, 133. (1934).
- 2) R. Bals, Beitrag zur Frage der Vorausberechnung bergbaulicher Senkungen. Mitt. aus dem Markscheidewesen. S. 32, 38, 97, u. f. 237 u. f. (1931/32).
- 3) Y. Nishimatsu, Journal of the Mining Institute of Japan. p. 117, (1956).