



Crystal Plasticity Finite-element Simulation of Non-uniform Deformation Behavior at Grain Level of Ultralow Carbon Steel

Takayuki HAMA^{1)*}, Masashi OKA¹⁾, Takuna NISHI¹⁾, Takashi MATSUNO²⁾, Seiji HAYASHI³⁾, Kenji TAKADA³⁾ and Yoshitaka OKITSU⁴⁾

1) Graduate School of Energy Science, Kyoto University

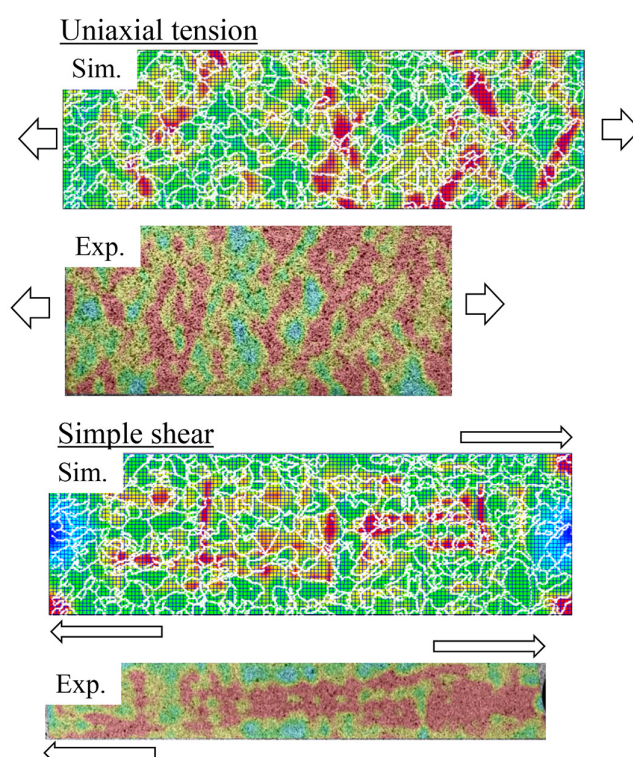
2) Faculty of Engineering, Tottori University

3) Automobile Operations, Monozukuri Center, Honda Motor Co., Ltd.

4) Innovative Research Excellence, Honda R&D Co., Ltd.

Abstract: In this study, deformation behaviors at the grain level of coarse-grained ultralow carbon steel subjected to uniaxial tension and simple shear were simulated by using a crystal plasticity finite-element method. Heterogeneity of strain distributions appeared at the early stage and remained almost unchanged in the following deformation. Localized strain bands occurred at the grain level, but the directions of the bands depended on the deformation mode. These trends agreed well with experimental results reported in a previous paper [Hama et al., ISIJ Int., 61 (2021), 1971]. The mechanisms that the direction of the localized strain bands depended on the deformation mode were studied on the basis of the slip activities. The activities of slip systems roughly followed the Schmid factor, and the slip directions of the most active slip systems were consistent with the directions of localized strain bands, suggesting that the direction of localized strain bands were determined primarily by the Schmid factor.

Keywords: ultralow carbon steel; oligocrystal; non-uniform deformation; crystal plasticity finite-element method; Schmid factor.



Received on Sep. 26, 2022; Accepted on Dec. 12, 2022; J-STAGE Advance published on Dec. 20, 2022

* Corresponding author. E-mail: hama@energy.kyoto-u.ac.jp, Address: Kyoto University, Yoshida-Honmachi Sakyo-ku Kyoto 606-8501



© 2023 The Iron and Steel Institute of Japan. This is an open access article under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).



鉄鋼材料・製造プロセスにおけるデータサイエンス活用の新展開

極低炭素鋼における微視的不均一変形挙動に関する 結晶塑性有限要素シミュレーション

浜 孝之^{1)*}・岡 将司¹⁾・西 拓樹¹⁾・松野 崇²⁾・林 誠次³⁾・高田 賢治³⁾・興津 貴隆⁴⁾

Crystal Plasticity Finite-element Simulation of Non-uniform Deformation Behavior
at Grain Level of Ultralow Carbon Steel

Takayuki HAMA, Masashi OKA, Takuna NISHI, Takashi MATSUNO, Seiji HAYASHI, Kenji TAKADA and Yoshitaka OKITSU

1. 緒言

金属材料を適切に加工，成形して構造部材として活用するためには，その巨視的な変形挙動を理解することが極めて重要である。多結晶金属材料における巨視的な変形は各結晶粒における微視的な変形に基づいて決定される。仮に巨視的に一様な変形を与えても，不均一な結晶粒形状や結晶方位差，結晶異方性などに起因して結晶粒レベルでは不均一性の強い変形挙動を呈する。そのため，多結晶金属における巨視的な変形挙動を系統的に理解するためには結晶粒レベルの微視的な変形を明らかにする必要がある，活発な研究が展開されている¹⁻¹³⁾。その詳細はEfsthathiouら⁴⁾やHamaら¹⁴⁾に詳しい。

構造部材として用いられる金属材料は通常，粒径が数十 μm 程度以下の結晶粒で構成されている。これらの材料における結晶粒レベルの微視的な変形の観察には，走査型電子顕微鏡 (SEM) などの活用が不可欠であり，実験上の制約が生じる。そのため結晶粒レベルの微視的な変形に関するこれまでの研究では，二軸引張下での観察に関する研究¹⁵⁻¹⁷⁾が一部で報告されているものの，そのほとんどは一軸引張変形下での観察に限られている。この問題に対して，結晶粒を粗大化させた材料を用いれば顕微鏡を用いることなく微視的な変形を緻密に観察できることから，粗大結晶粒材がしばしば研究に供されてきた^{1,6,18-27)}。著者らは前報¹⁴⁾において，平均結晶粒径を約0.47 mmまで粗大化させた極低炭素鋼板を用いて一軸引張試験および単純せん断試験を実施し，顕微鏡を介さずとも結晶粒レベルの不均一変形挙動

をデジタル画像相関法 (DIC法) により詳細に観察できることを報告した。具体的には，一軸引張変形下では引張方向に対して斜め方向にひずみが集中したひずみ帯が生じること，またこの傾向は粒径が数十 μm 程度以下の材料と同様であること^{1,4,28)}を示した。一方で，単純せん断変形下ではせん断方向に対して平行あるいは垂直方向にひずみ帯が生じ，巨視的な変形モードによってひずみ帯の発生方向が異なることを初めて明らかにした。

前報では，変形モードによってひずみ帯の発生方向が異なるメカニズムを巨視的な応力状態に基づいて考察した結果，最大／最小せん断応力が生じる面とひずみ帯の方向に相関がある可能性を示唆した。一方，結晶粒レベルのひずみの不均一性は各結晶粒におけるすべり系活動などから説明できることが期待されるが，そこまで踏み込んだ考察には至っていない。この問題に対して，実験条件を模擬した結晶塑性有限要素法 (CPFEM) の活用が有効である。Delaireら¹⁸⁾は粗大結晶粒鋼材の一軸引張変形解析を行い，粒界三重重点においてひずみ集中が生じるメカニズムを各粒内でのすべり変形および方位回転に基づいて考察した。Baudoinら²³⁾は一軸引張を受ける粗大結晶粒純チタン材の変形について実験とCPFEMで調査した結果，実験的に観察されるすべり線と解析における最大活動すべり系が良好に一致することを示した。Demir and Gutierrez-Urrutia²⁷⁾は粗大結晶粒アルミニウム材の一軸引張変形挙動を実験とCPFEMで比較した結果，結晶粒界近傍の加工硬化にはひずみ勾配が影響していることを示した。Kuboら²⁹⁾は，IF鋼板における二軸引張変形下での表面粗さ発展について

2022年9月26日受付 2022年12月12日受理 2022年12月20日J-STAGE 早期公開 (Received on Sep. 26, 2022; Accepted on Dec. 12, 2022; J-STAGE Advance published on Dec. 20, 2022)

1) 京都大学大学院エネルギー科学研究科 (Graduate School of Energy Science, Kyoto University)

2) 鳥取大学学術研究院工学系部門 (Faculty of Engineering, Tottori University)

3) 本田技研工業 (株) 四輪事業本部ものづくりセンター (Automobile Operations, Monozukuri Center, Honda Motor Co., Ltd.)

4) (株) 本田技術研究所先進技術研究所 (Innovative Research Excellence, Honda R&D Co., Ltd.)

* Corresponding author. E-mail: matsu@tottori-u.ac.jp, Address: Tottori University, 4-101 Koyama-cho-minami Tottori Tottori 680-8552



CPFEMにより解析し、ひずみ比によって粗さ発展が異なるメカニズムをすべり変形に基づいて考察した。しかしながら、本研究で対象とするような複数の結晶粒をまたいだひずみ帯の発生やその変形モード依存性についてCPFEMにより検討した事例は、これまでほとんど報告されていない。

そこで本研究では、前報で報告した実験を模擬して、粗大結晶粒極低炭素鋼の一軸引張および単純せん断変形のCPFEM解析を行った。そして前報で報告した実験結果との比較により解析の妥当性を検証するとともに、ひずみ帯の発生メカニズムをすべり変形に基づいて考察した。また、活動すべり系とSchmid因子の関係や解析パラメータが結果に及ぼす影響などについても合わせて検討した。

2. CPFEM

2・1 結晶塑性モデル

本研究では、著者らがこれまでの研究³⁰⁻³³⁾を通じて開発してきたCPFEMプログラムを用いた。基本的な定式化については既報文献で詳述しているため、本稿では概要のみの説明に留める。本研究で対象とする極低炭素鋼は体心立方金属であることから、解析では活動しうるすべり系として $\{110\}<111>$ すべり系および $\{112\}<111>$ すべり系を考慮した。

すべり系 α のすべり速度 $\dot{\gamma}^\alpha$ を次式のひずみ速度依存型の指数則³⁴⁾で与える。

$$\frac{\dot{\gamma}^\alpha}{\dot{\gamma}_0} = \left| \frac{\tau^\alpha}{\tau_Y^\alpha} \right|^m \text{sign}(\tau^\alpha) \quad (1)$$

ただし、 $\dot{\gamma}_0$ は基準すべり速度、 m はひずみ速度感受性指数である。 τ^α は分解せん断応力であり、次式で与えられる。

$$\tau^\alpha = \sigma : (s^\alpha \otimes m^\alpha) \quad (2)$$

ここで σ はCauchy応力テンソル、 s^α および m^α はそれぞれすべり系 α のすべり方向およびすべり面法線方向を表す単位ベクトルである。 τ_Y^α はすべり系 α のすべり抵抗であり、その初期値は臨界分解せん断応力 τ_0 と一致する。またその硬化発展式は次式で与えられる。

$$\dot{\tau}_Y^\alpha = \sum_\beta h_{\alpha\beta} |\dot{\gamma}^\beta| \quad (3)$$

ただし $h_{\alpha\beta}$ は硬化係数行列であり、本研究では転位密度に基づく次式^{35,36)}で与える。

$$h_{\alpha\beta} = \frac{\mu}{2} g_{\alpha\beta} \left(\sum_\kappa g_{\alpha\kappa} \rho^\kappa \right)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{L^\beta} - 2\gamma_c \rho^\beta \right] \quad (4)$$

ここで、 ρ^α はすべり系 α の転位密度、 μ はせん断係数、 γ_c は転位の対消滅を表す係数、 $g_{\alpha\beta}$ は転位の相互作用行列を表す。 L^α はすべり系 α における転位の平均自由行程であり、

次式で表す。

$$L^\alpha = \frac{K}{\sqrt{\sum_\kappa g_{\alpha\kappa} \rho^\kappa}} \quad (5)$$

K は林転位の影響を表す係数である。なお、式(5)における $g_{\alpha\beta}$ は式(4)のそれとは物理的な意味が異なるが、本研究では簡単のため同一の行列を用いることとする。転位密度の発展は次式で与えられる。

$$\dot{\rho}^\alpha = \frac{1}{b} \left(\frac{1}{L^\alpha} - 2\gamma_c \rho^\alpha \right) |\dot{\gamma}^\alpha| \quad (6)$$

ただし、 b はバーガースベクトルの大きさである。

上述の結晶塑性モデルを材料構成式として有限要素法に導入する。陽的な時間積分を行うこととし³⁷⁾、内力と外力の不釣り合い力の過度な増加を避けるため、 $r_{\min}$ 法により増分を制御する。また、比較的大きな時間増分 Δt 下で安定した時間積分を行うため、rate tangent modulus法³⁸⁾を適用する。

なお体心立方金属では、最近のレビュー論文³³⁾でも指摘されているように、 $\{110\}<111>$ すべり系と $\{112\}<111>$ すべり系での活動の違い^{32,39)}やすべり系間での相互作用^{40,41)}の取り扱い、Non-Schmid則⁴²⁻⁴⁴⁾など、体心立方金属特有の多岐にわたる現象を別途考慮する必要があることが指摘されている。しかしながら、これらを考慮したモデルも提案されているものの^{例えは45,46)}、パラメータ同定の困難さなどから幅広い適用には至っておらず、その妥当性は十分検証されていない。そこで本研究では、古典的ではあるものの体心立方金属にも幅広く用いられている^{例えは47-50)}上述のような比較的簡便なモデルを用いることとした。なお、相互作用行列が解析結果に及ぼす影響については4・4節で議論している。

2・2 有限要素モデル

Fig.1に、電子線後方散乱回折法(EBSD)により測定された試験片平行部の逆極点図マップ¹⁴⁾の一例を示す。試験片の板面法線方向に沿った結晶方位分布を示している。平均粒径は約0.47 mmであった。Fig.2に対応する極点図を示す。ピーク値が小さく、ランダムに近い結晶方位分布を示している。

解析ではFig.1に示す領域のうち、黒枠で囲んだ14.0 × 4.3 mm²の部分抽出して有限要素によりモデル化した。全域を解析対象としなかったのは、計算コスト削減のためと、後述のようにこの領域でも十分に特徴的な不均一変形を捉えることができるためである。

Baudoinら²³⁾は粗大結晶粒純チタンに関する研究において、DIC法のサブセットサイズに合わせて要素サイズを0.113 mmとした基準モデルの他に、0.225 mmとした疎なモデルも用いて解析を行った。その結果、大域的なひずみ分布はほとんど変化しないことを示した。そこで本研究に

においても同様の傾向が成り立つと仮定し、実験で用いたDIC法におけるサブセットサイズ¹⁴⁾に合わせて各要素の一边の長さを0.1 mmとした。Fig.1から明らかなように、粒径は結晶粒によって大きく異なり、0.1 mm以下の粒も多数含まれている。前報の実験で用いた試験片は板厚が0.4 mmもしくは0.6 mmであったため、多くの結晶粒は板厚方向に貫通していなかったと考えられる。一方、Fig.1に示す逆極点図マップに基づいて有限要素モデルを作成する場合、後述するように全ての結晶粒が柱状であると仮定した上で、試験片表面の結晶方位分布が板厚方向で一様に保持されていると仮定する必要がある。この点において実験で用いた試験片と解析モデルには大きな乖離があり、実験と解析の直接的な比較を困難にしている。そこで、本研究では実験との定性的な傾向の比較に留めることとし、その上で適切な有限要素モデルを作成するためいくつかの近似を導入する。以下に、モデル作成法の概要を示す。詳細は既報文献²³⁾を参照されたい。

まず、有限要素には選択低減積分に基づく8節点双一次要素を用いることとし、 $14.0 \times 4.3 \text{ mm}^2$ の領域を 140×43 個の要素で分割した。各要素の一边の長さは前述のように0.1 mmである。また板厚方向には3分割とした。この分割数は、先行研究²³⁾に倣って解析精度および計算コストの観点から決定した。

要素サイズが0.1 mmであることから、解析では粒径が0.1 mm以上の565個の結晶粒のみを考慮した。粒界は、逆極点図マップに基づいて決定した。その際、粒径が0.1 mm未満の微小な結晶粒については隣接する粗大結晶粒に含まれるように粒界を微修正した。各結晶内では結晶方位が均一であると仮定し、代表的な点における結晶方位をその結

晶粒を構成する全ての要素内の積分点に割り当てた。また板厚方向の3層全てで同一の結晶方位を割り当てた。

Fig.3 (a) に作成された有限要素モデルと粒界の模式図を示す。青線は微小な結晶粒を無視するよう微修正された粒界であり、白線で示される逆極点図マップ上で決定した粒界と良好に一致している。なお実際のモデルでは、粒界が要素内を横切る場合はFig.3 (b) のように粒界を近接の要素線へ移動させてモデル化した。

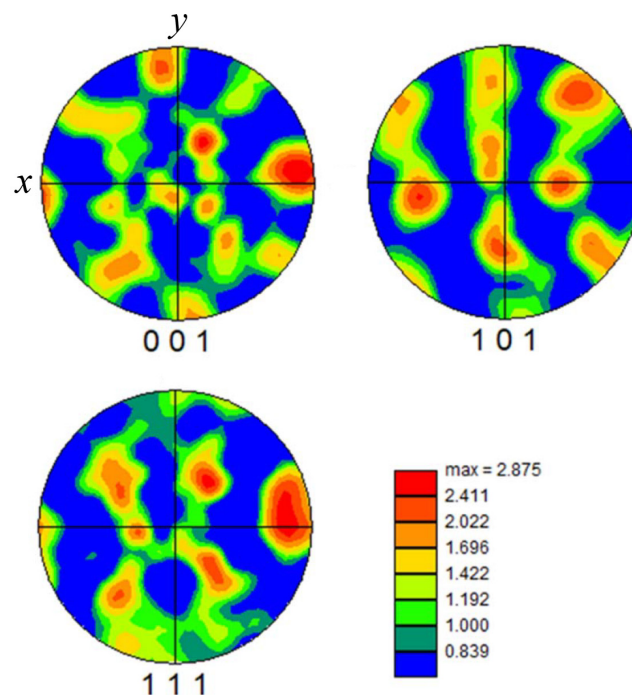


Fig. 2. Pole figures of the steel sheet. (Online version in color.)

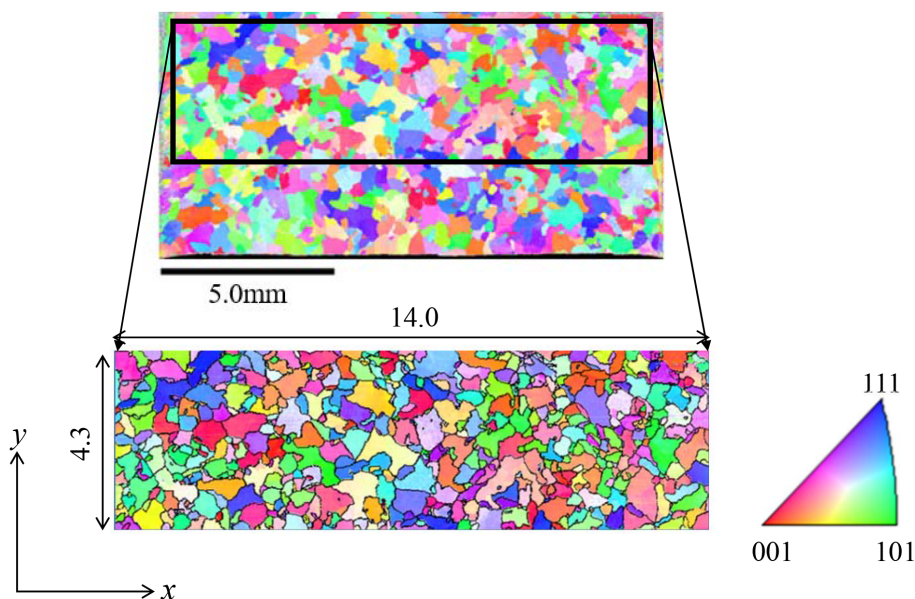


Fig. 1. Inverse pole figure map of a steel sheet obtained from the experiment¹⁴⁾. The area designated by the black box was modeled in the simulation. (Online version in color.)

2・3 境界条件

前節で示した有限要素モデルを用いて、実験を模擬した一軸引張および単純せん断解析を行った。一軸引張解析では、Fig.3 (a) に示す $(x,y,z) = (0,0,0)$ の節点について変位を完全拘束、 $(x,y,z) = (14,0,0)$ および $(x,y,z) = (0,4.3,0)$ の節点について z 方向の変位を拘束、 $x = 0$ 面上の節点について x 方向の変位を拘束、また $x = 14$ 面上の節点に x 方向への微小な変位増分を与えた。それ以外の面は自由表面とした。

一方、単純せん断解析では、 $y = 0$ 面上の節点について変位を完全拘束、 $y = 4.3$ 面上の節点について x 方向への微小な変位増分を与えるとともに y 方向および z 方向に変位を拘束した。単純せん断ではこのように、一軸引張に比べて z 方向へ強い変位拘束を与えている。これは、変形中に面外座屈などの変形不良の発生を防ぐためである。解析では以上のように、同一の結晶粒や結晶方位分布を持つ材料に対して一軸引張および単純せん断下の変形挙動を個別に評価できるのが、実験では得難い大きな特長の一つと言える。

2・4 材料パラメータの同定

体心立方金属では結晶レベルでの弾性異方性が強いいため、結晶塑性解析においてもそれを考慮することが好ましい。しかしながら、本供試材において弾性異方性パラメータを実測することは困難であり、文献値に頼らざるを得ない。一方で文献値に基づいた場合、実験で得られた応力-ひずみ曲線とは必ずしも一致しない可能性が高い。そこで本研究では、簡単のため等方弾性を仮定することとした。ヤング率は後述する理由から 81.9 GPa と決定した。またポアソン比は 0.3 とした。式 (4) におけるせん断係数 μ はヤング率およびポアソン比から決定した。基準すべり速度 $\dot{\gamma}_0$ 、ひずみ速度感受性指数 m 、バーガースペクトルの大きさ b はそれぞれ、 0.001 s^{-1} 、0.02、 $2.48 \times 10^{-7} \text{ mm}$ とした。初期の転位密度 ρ_0 は実測できていないことから、文献値^{32,51)}を参考にすべり系によらず $2.7 \times 10^5 \text{ mm}^{-2}$ と仮定した。なおこの値は、後述する加工硬化パラメータの同定に合わせて文献値から微修正した結果である。転位の相互作用行列 $g_{\alpha\beta}$ は、簡単のため全成分を 0.1 とした。その他の硬化パ

ラメータは、一軸引張変形における応力-ひずみ曲線に基づいて決定した。本研究では後述するように相当ひずみで 0.01 程度までを主な考察対象とすることから、この程度のひずみ域で応力-ひずみ曲線が良好に一致するようにパラメータを決定した。その結果、 $\tau_0 = 43.0 \text{ MPa}$ 、 $\gamma_c = 4.2 \times 10^{-6} \text{ m}$ 、 $K = 2.0$ と同定された。なお本研究では、簡単のため $\{110\}\langle 111 \rangle$ すべり系および $\{112\}\langle 111 \rangle$ すべり系に対して同一のパラメータを与えた。

Fig.4 に、実験および解析で得られた真応力-対数ひずみ線図を示す。真応力は、実験では荷重と体積一定条件に基づいて求められた断面積から算出したのに対して、解析では全積分点における真応力の平均値と定義した。一方で対数ひずみは、実験と解析のいずれにおいても平行部全体での平均値と定義した。解析では巨視的な降伏以降からひずみ 0.01 程度までの範囲で実験結果を良好に再現している。一方、それ以前の巨視的な弾性域では一致は見られない。具体的には、実験結果では変形開始から 30 MPa 程度までは右図中の破線で示す一般的なヤング率 210 GPa を想定した勾配とほぼ一致する一方で、それ以降は明瞭に非線形な挙動を示している。それに対して解析では、降伏応力相当の応力レベルまでは線形な変形を示している。また同様に、ひずみ 0.01 以降においても解析結果は応力を過大に評価している。

実験と解析でこのような大きな差異が生じた要因として、解析では二次元的な柱状粒を仮定していることに加えて、ひずみ分布の不均一性が巨視的な応力-ひずみ曲線に及ぼす影響を解析では適切に評価できていないためと考えられる。このことから、粗大結晶粒材におけるパラメータの同定に際しては、巨視的な応力-ひずみ曲線だけでなく不均一なひずみ分布も同時に高精度に予測することが重要と考えられる。本研究では、既報実験結果と同程度のひずみレベルでひずみ分布を評価するため、巨視的な弾性域における非線形な挙動を前述の仮想的なヤング率 (81.9 GPa) を用いて近似的に評価することとした。巨視的な弾性域および高ひずみ域も含むより高精度な予測については、今後の課題としたい。なお後述するように、本研究では主とし

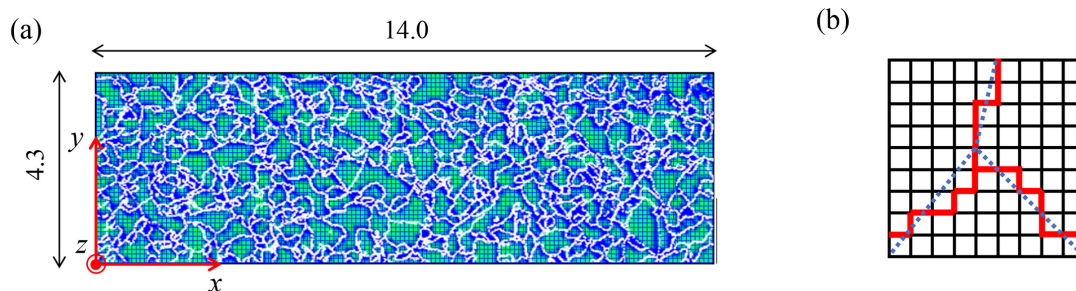


Fig. 3. Finite-element model. (a) Schematic of grain boundaries used in the model, and (b) schematic of grain-boundary discretization. In (a), white and blue lines denote grain boundaries extracted from the inverse pole figure map (Fig. 1) and those assigned to the model, respectively. In (b), blue-dotted and red-solid lines denote grain boundaries assigned to the model and those after discretization, respectively. (Online version in color.)

て平均相当ひずみ0.01以下の結果を議論することから、高ひずみ域でのずれは本研究には大きな影響しないことを付記する。

3. 解析結果

3・1 一軸引張変形

巨視的な塑性変形の開始直後および塑性変形進行後の変形状態の例として、Fig.5に平均相当ひずみが約0.0019および0.042の時の相当ひずみ分布を示す。参考のため、粒界を白線で示している。なおこの粒界は、初期の逆極点図マップから決定した粒界をその後の変形に合わせて画像処理した結果であり、実際の粒界とは完全には一致しない可能性があることを付記する。カラーバーにおける最大ひずみは、それぞれ平均相当ひずみの2倍とした。変形のごく初期（平均相当ひずみ0.0019）から、平均相当ひずみよりもひずみ値が大きい領域と小さい領域が混在し、不均一なひずみ分布が発現している。また、引張方向に対して斜め方向のひずみ帯が発生している。ひずみ帯の境界の多くは粒界に沿って発生している一方で、粒内で強い不均一変形が

生じている粒も見られる。以降では、測定視野におけるひずみの定性的な分布傾向をひずみ分布の不均一性と呼称する。前報と同様に引張方向に対してひずみ帯がなす角度を見積もったところ、 $24^{\circ} \sim 60^{\circ}$ 程度であり、実験（ $40.5^{\circ} \sim 73.9^{\circ}$ ）と定性的な傾向は同様であることが確認できた。また、その分布の傾向は平均相当ひずみ0.042でも大きな変化は見られず、不均一性は変形初期の時点で決定されていることが観察される。このことを定量的に調査するため、ひずみ帯内外の代表的な5点（Fig.5 (a) 中の点A～E）における局所的な相当ひずみの発展をFig.6に示す。いずれの点においても相当ひずみはほぼ線形的に発展しており、この程度の平均相当ひずみの範囲ではひずみ分布の不均一性は変形開始時からほぼ変化しないことを裏付けている。参考として、前報で報告した一軸引張変形時の相当ひずみ分布に関する実験結果をFig.7 (a)¹⁴⁾に示す。以上の解析結果では、実験結果と同様の傾向が得られていることが確認できる。

3・2 単純せん断変形

Fig.8に、平均相当ひずみが約0.0015および0.03における相当ひずみ分布を示す。やはり、変形初期から明瞭な不均

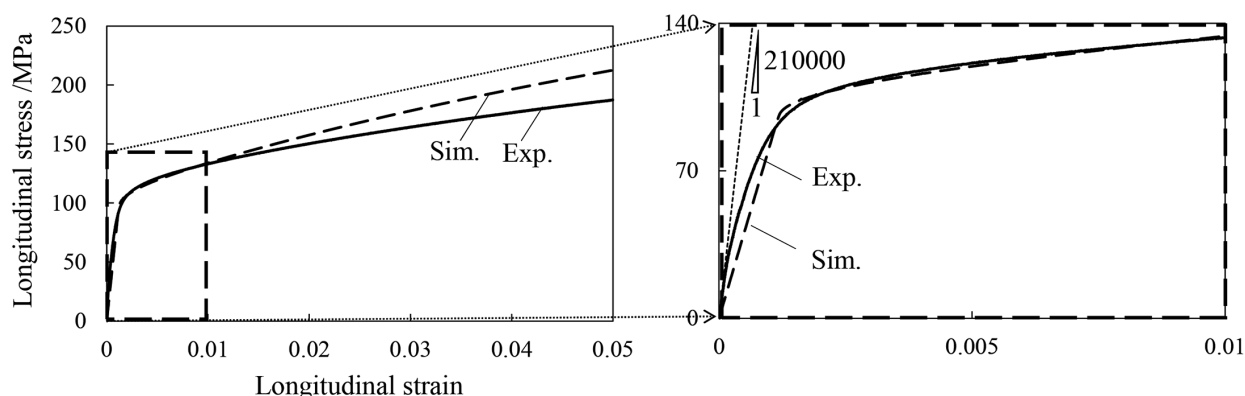


Fig. 4. Average longitudinal stress-longitudinal strain curves under uniaxial tension obtained from the simulation and the experiment. The enlarged figure in the strain range to 0.01 is shown on the right.

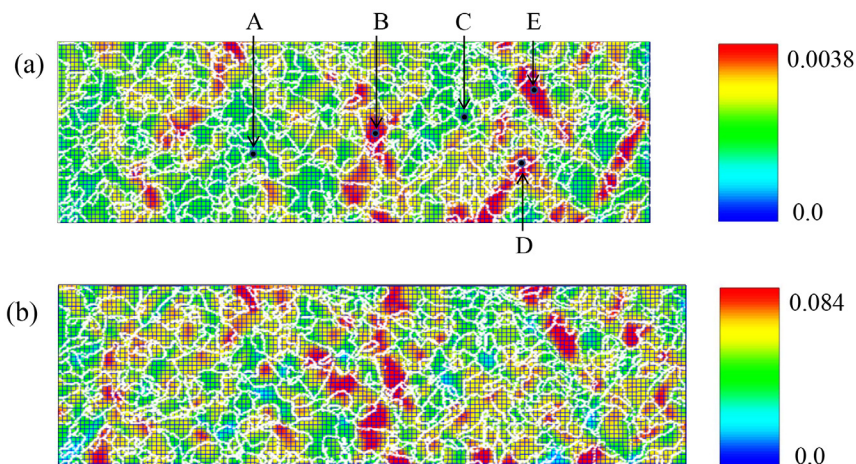


Fig. 5. Equivalent strain distributions at the average equivalent strains of (a) 0.0019 and (b) 0.042 under uniaxial tension. The maximum value of the strain range is set to be 2 times larger than the average strain in each figure. (Online version in color.)

一分布が見られ、せん断方向に対して平行あるいは垂直な方向にひずみ帯が発現している。また、ひずみの不均一分布の傾向は、平均相当ひずみが約0.03においてもほとんど変化していない。詳細は省略するが、各点における局所的なひずみ発展もほぼ線形的であった。以上の傾向は、Fig.7 (b)¹⁴⁾ に示す実験結果と同様であることが確認できる。

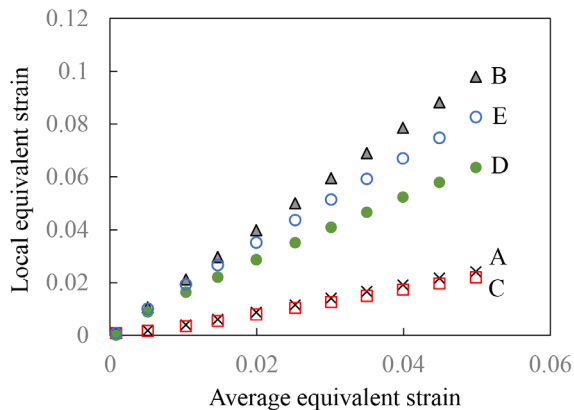


Fig. 6. Evolution of local equivalent strains as a function of average equivalent strain measured at points A to E shown in Fig. 5(a). (Online version in color.)

以上より、本解析結果はいずれの変形モードにおいても実験結果を定性的に再現していることが確認され、解析の妥当性が示された。また、全く同一の結晶粒形状および結晶方位分布を持つ材料においても変形モードが異なればひずみ分布の不均一性が異なることが明らかとなり、実験で見られた変形モードによるひずみ分布の違いは試験片に依存した結果ではないことが確認できた。そこで以降では、解析結果に基づいて変形メカニズムを考察する。また、上述のように変形初期には既にひずみの不均一性が決定されていたことから、以降では変形初期の結果に注目する。

4. 考察

4・1 Schmid因子の分布

一軸引張時の平均相当ひずみ約0.0019におけるSchmid因子の分布をFig.9に示す。なおここでは、全ての積分点に x 方向への一軸引張が負荷されたと仮定してSchmid因子を算出した。またFig.9では、各積分点における全24すべり系の中で最も活動が大きいすべり系のSchmid因子を示している。Fig.5 (a) に示す相当ひずみ分布と比較すると、青

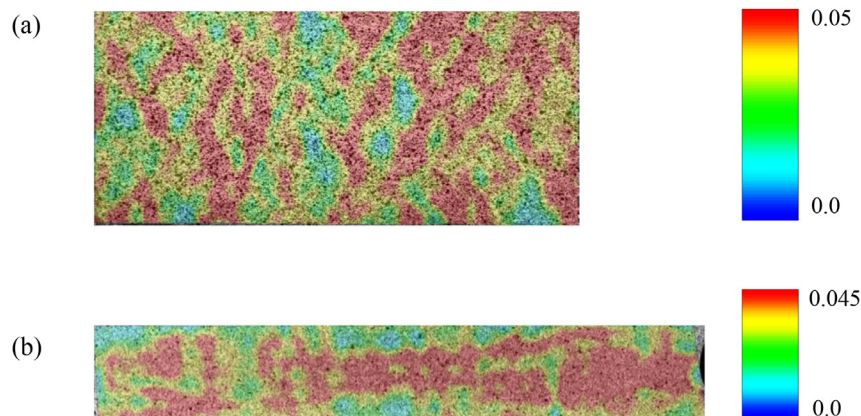


Fig. 7. Experimental results of equivalent strain distributions (a) under uniaxial tension at the average equivalent strain of 0.04 and (b) under simple shear at the average equivalent strain of 0.036¹⁴⁾. (Online version in color.)

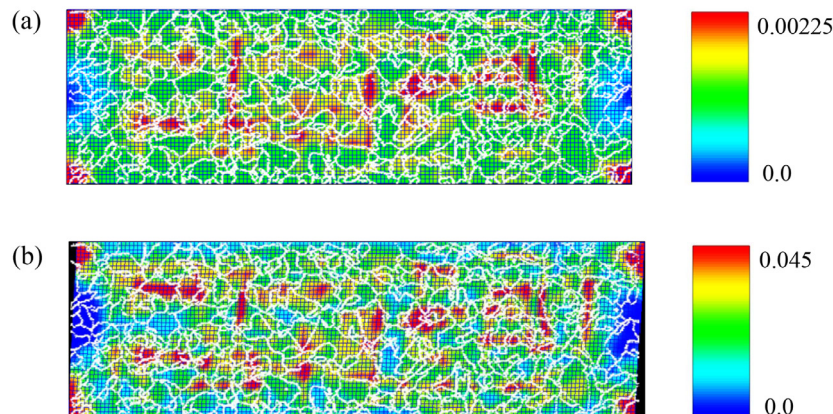


Fig. 8. Equivalent strain distributions at the average equivalent strains of (a) 0.0015 and (b) 0.03 under simple shear. The maximum value of the strain range is set to be 1.5 times larger than the average strain in each figure. (Online version in color.)

色で示される Schmid 因子が 0.4 以下の領域ではいずれもひずみが小さく、ひずみ帯の外側に位置している。一方、Schmid 因子が大きい領域ではひずみが大きい傾向であり、Schmid 因子分布とひずみ分布には強い相関があることがわかる。

同様に、平均相当ひずみが約 0.0015 における単純せん断変形時の Schmid 因子の分布を Fig.10 に示す。なお、単純せん断変形のような多軸の応力状態の場合、一軸応力状態と同じ方法で Schmid 因子を求めることは困難である⁵²⁻⁵⁴⁾。本研究では、各積分点において主応力方向を算出し、主応力方向に対して一軸引張を受けると仮定して Schmid 因子を求めた。ただし、最大主応力と最小主応力の絶対値が同程度であったことから、ここでは最大主応力方向および最小主応力方向に関する Schmid 因子を個別に求め、その平均を用いた。

Fig.8 (a) の相当ひずみ分布と比較すると、一軸引張の場合と同様に Schmid 因子が小さい領域では明らかに相当ひずみが小さく、単純せん断変形においてもひずみ分布と Schmid 因子の分布には強い相関がみられる。以上の結果から、ひずみ分布の不均一性は変形モードに依らず Schmid 因子から説明できることが示唆される。

4・2 ひずみ帯発生メカニズム

そこで本節では、一軸引張変形を対象として、ひずみ帯の発生方向が決まるメカニズムを解析結果に基づいて考察する。まず、各積分点における最も活動が大きいすべり系について、すべり方向と引張方向 (x 方向) のなす角度の度数分布を Fig.11 (a) に示す。なおここでは、すべり方向を板面 (x-y 平面) に投影したベクトルと引張方向の関係を調査した。この結果から、すべり方向が引張方向から板面内に 30~40° 傾いたすべり系が 30% 以上で最も多く、また 20~50° 傾いたすべり系が 70% 以上を占めて支配的であるこ

とがわかる。なお全体の平均値を求めると、およそ 34.6° であった。これらの結果は、ひずみ帯が引張方向から 24~60° 程度傾いているという前述の結果と矛盾しない。

続いて、各積分点において最も活動が大きいすべり系の Schmid 因子の度数分布を Fig.12 に示す。これは、Fig.9 に示す結果に対応する。この結果から、最も活動が大きいすべり系の 75% 以上が、0.45 以上の Schmid 因子を持つことがわかる。そこで、Schmid 因子が 0.45 以上のすべり系だけを

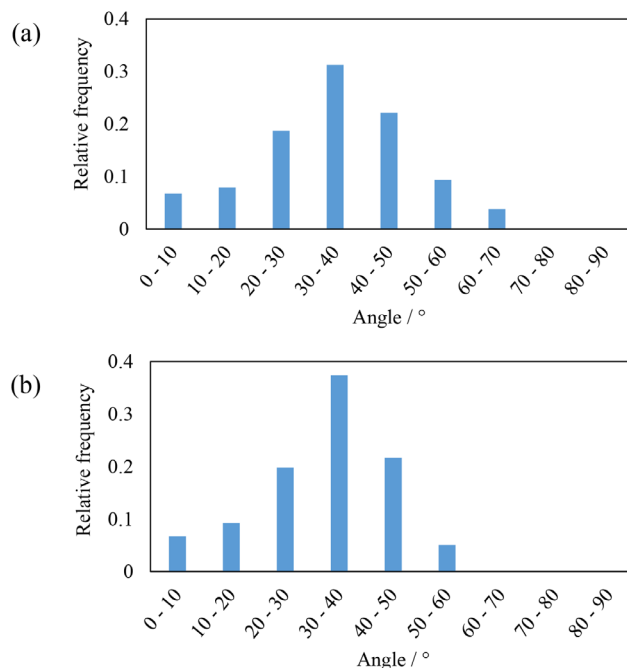


Fig. 11. Relative frequency distributions of angles between the slip direction vector and the uniaxial tensile direction. The results are for (a) all the most active slip systems and (b) those with Schmid factors larger than 0.45. (Online version in color.)

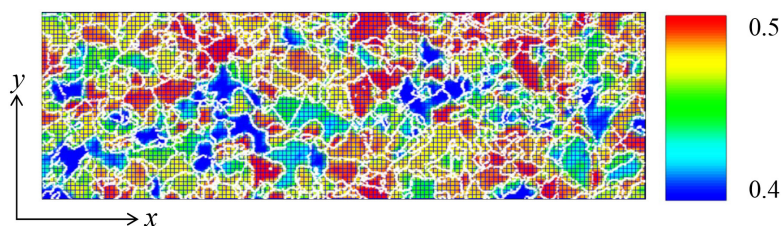


Fig. 9. Distribution of the Schmid factor of the most active slip system in each element under uniaxial tension. (Online version in color.)

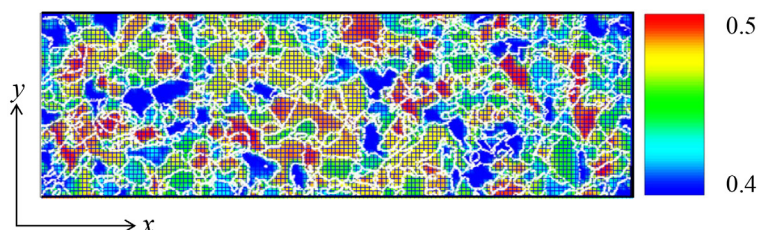


Fig. 10. Distribution of the Schmid factor of the most active slip system in each element under simple shear. (Online version in color.)

抽出してすべり方向と引張方向 (x 方向) のなす角度の度数分布を整理した結果を Fig.11 (b) に示す。分布の傾向は全すべり系の結果 (Fig.11 (a)) と同様であるが、 $20\sim 50^\circ$ 傾いたすべり系が80%以上を占め、支配的な傾向がさらに明瞭に見られている。

以上の結果から、次のような仮説が考えられる。すなわちこの材料では、大部分の結晶粒において0.45以上のSchmid因子を持つすべり系の活動度が最大となり、またそれらのすべり系ではすべり方向が引張方向からおおむね $20\sim 50^\circ$ 傾く。その結果、塑性変形がこの方向に伝達されやすくなったため、ひずみ帯が $24\sim 60^\circ$ 程度の方に生じたと推察される。

同様の分析を単純せん断に対しても実施した。その結果を Fig.13 (a) に示す。単純せん断では、Schmid因子は一軸引張に比べると広く分布するものの、0.4以上を持つすべり系は全体の60%程度であった。Schmid因子が0.4以上のすべり系だけを抽出してすべり方向とせん断方向のなす角度の度数分布を求めた結果を Fig.13 (b) に示す。すべり方向がせん断方向から板面内に $0\sim 20^\circ$ あるいは $70\sim 90^\circ$ 傾いたすべり系が支配的である。この結果は、ひずみ帯がせん断方向から 0° あるいは 90° の方向に発達する結果と矛盾せず、単純せん断においても同様の考察が成り立つことが明らかとなった。

なお以上の結果は本供試材を対象とした結果であり、異なる結晶構造や結晶方位分布を持つ材料に対しても成り立つかは現時点で明らかではない。今後の課題としたい。

4・3 活動すべり系とSchmid因子の関係

以上の考察では、活動が最も大きいすべり系とそのSchmid因子に注目して詳細な分析を行った。本節では一軸引張変形を対象として、活動が最も大きいすべり系とSchmid因子が最も大きいすべり系の対応関係について考察する。各積分点においてSchmid因子が最も大きいすべり系を求め、それが活動が最も大きいすべり系と合致するかを調査した。その結果を Fig.14 に示す。図中では両者

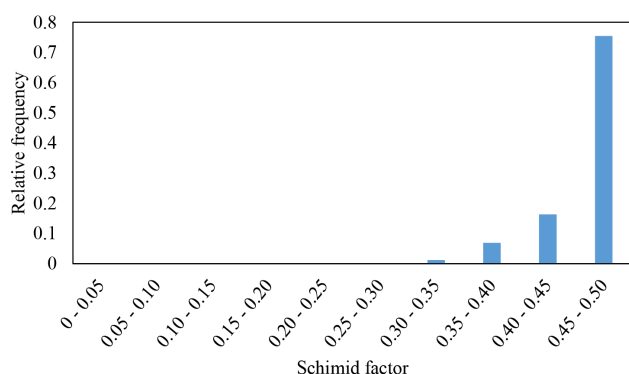


Fig. 12. Relative frequency distribution of the Schmid factors of the most active slip systems under uniaxial tension. (Online version in color.)

が一致する要素を青で、一致しない要素を赤で示している。この結果から、Fig.14 (a) に示す変形初期の段階では最大のSchmid因子を示すすべり系と最も活動が大きいすべり系はおおむね一致する一方で、25%程度の部位では異なっており、その多くは粒界近傍に点在していることがわかる。また粒全体で一致していない部位も見られる。一方、変形の進行に伴って、Fig.14 (b) に示すように両者が一致しない部位が特に粒界近傍で増加している。この結果から、粒界近傍では巨視的な応力状態とは異なる応力状態が生じやすいことが示唆される。このことは、ひずみ帯が粒界に沿って生じやすい傾向とも整合する。また以上の結果から、変形の進展に伴って局所的なひずみ発展も変化することが考えられ、Fig.6で示した局所ひずみ発展の線形性も大変形域では成り立たなくなることが示唆される。したがって、前節までのように変形初期を対象として定性的な議論をする上では巨視的な応力状態から決定されたSchmid因子は十分有効である一方で、粒界近傍の変形あるいは大変形域を詳細に検討する場合は、応力の不均一性を考慮した評価が重要と考えられる。

ところで前報では、ひずみ帯の発達方向は巨視的な最大/最小せん断応力が作用する面と相関があると考察した。Fig.14 (a) から、変形初期では各結晶粒に作用する応力状態は巨視的な一軸引張応力状態におおむね近いと言え、そのため、巨視的な最大/最小せん断応力作用面とSchmid因子が大きくなるすべり面が良好に対応したと考えられる。

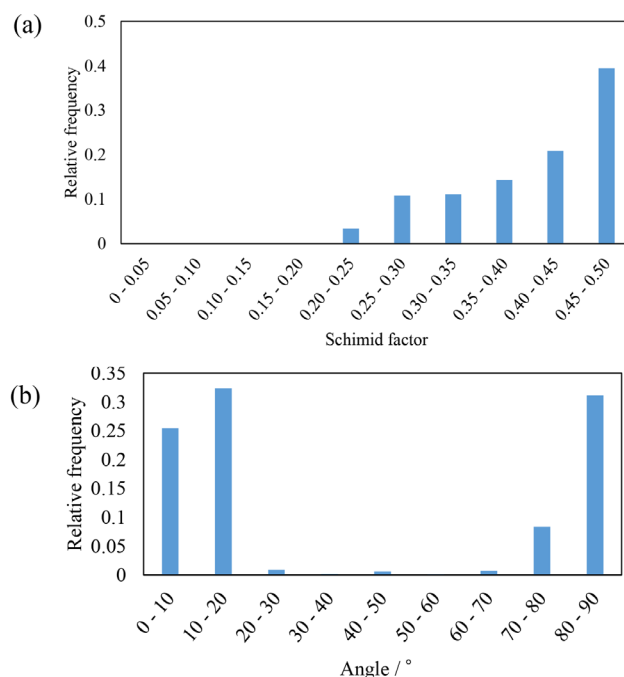


Fig. 13. Results of simple shear. (a) Relative frequency distribution of the Schmid factors of the most active slip systems and (b) relative frequency distribution of angles between the slip direction vector and the shear direction for the most active slip systems with Schmid factors larger than 0.4. (Online version in color.)

4・4 相互作用行列の影響

本研究では、転位の相互作用行列 $g_{\alpha\beta}$ は簡単のため全成分を0.1とした。一方、実際にはすべり系の組みあわせによりその大きさは異なることが知られており、例えばMadec and Kubin^{40,41)}は離散転位動力学によりその成分を評価している。またHamaら³²⁾は軟鋼板の二軸引張解析を行い、相互作用行列の成分によって等塑性仕事面の異方硬化挙動が大きく異なる可能性を示唆している。結晶粒によって活動すべり系が異なることを考えると、相互作用行列の成分によってひずみ分布も異なる可能性がある。

そこで、先行研究³²⁾で示された成分を用いて一軸引張変形解析を実施し、ひずみ分布の比較を行った。解析で用いた相互作用行列成分をTable 1に示す。詳細は割愛するが、Table 1ではMadec and Kubin^{40,41)}に倣って相互作用行列成分を17に分類した上で各成分を示している。詳細は先行文献を参照されたい。

Table 1のパラメータで得られた結果をFig.15に示す。なおFig.15にはFig.5と同じ時点での結果を示しているが、平均相当ひずみはわずかに異なっている。Fig.5と比較する

と、ひずみ帯の発生位置や発生方向に違いはないものの、各部位での局所的なひずみの大きさには大きな違いがみられる。このことから、実験で得られたひずみ分布を高精度に再現するためには、供試材を忠実に模擬した有限要素モデルを用いるだけでなく、相互作用行列成分も含めたパラメータの適切な同定が不可欠であると考えられる。

一方で、材料パラメータは通常は応力-ひずみ曲線や r 値発展など限られた実験結果に基づいて同定する必要がある、実験で得られる条件数をはるかに上回る数のパラメータを一意に決定することが困難という問題がある。この問題への対策として、材料パラメータの同定に際して応力-

Table 1. Interaction matrix moduli³²⁾ used in the simulation to examine the effect of interaction matrix moduli on the strain distribution.

h(1)	h(2)	h(3)	h(4)	h(5)	h(6)	h(7)	h(8)	h(9)
0.1	0.1	0.45	5.5	0.4	0.6	5.5	0.1	0.1
h(10)	h(11)	h(12)	h(13)	h(14)	h(15)	h(16)	h(17)	
5.5	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	

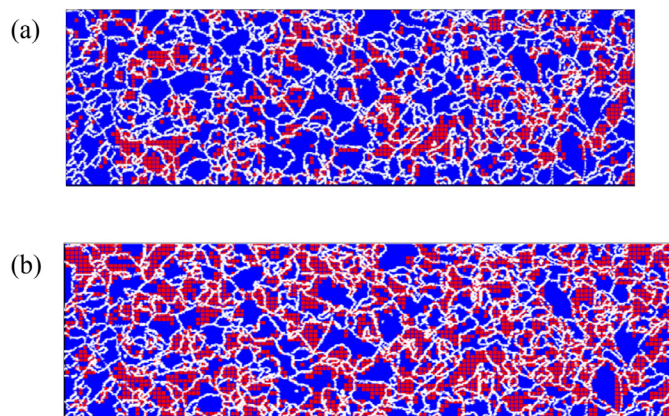


Fig. 14. Correlations between the Schmid factors and the most active slip systems at the average equivalent strains of (a) 0.0019 and (b) 0.042 under uniaxial tension. Blue elements denote that the slip systems with the largest Schmid factor showed the largest activity among the 24 systems, whereas red elements denote that they did not. (Online version in color.)

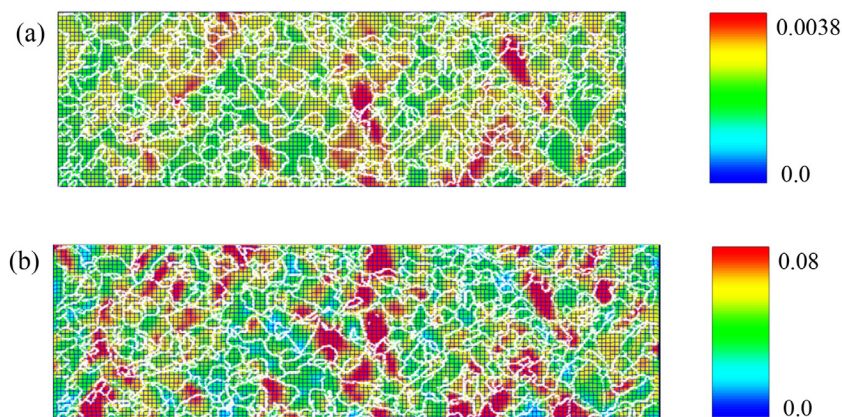


Fig. 15. Equivalent strain distributions under uniaxial tension at the average equivalent strains of (a) 0.0019 and (b) 0.04 obtain by using different interaction matrix moduli. The maximum value of the strain range is set to be 2 times larger than the average strain in each figure. (Online version in color.)

ひずみ曲線という“点”の情報に代わって結晶粒レベルのひずみ分布という“面”の情報を積極的に活用する方法が有効と考えられる。この方法を用いれば、測定視野における局所的なひずみ発展の全てが実験と解析で比較可能なデータとなり、従来に比べて圧倒的に多いデータ数に基づいたパラメータの同定が可能となる。Baudoinら²³⁾は粗大結晶粒純チタン材の一軸引張変形を対象として、底面すべり系の臨界分解せん断応力がひずみ分布の予測精度に及ぼす影響を検討し、ひずみ分布に基づくパラメータ高精度化の可能性を報告している。Grilliら²⁴⁾は粗大結晶粒 α ウラン材について、一軸引張時のひずみ分布を参照してパラメータを同定する手法を提案している。しかしながら、これらの先行研究ではひずみ分布は定性的な一致にとどまっている。この方法によりさらなる高精度化と定量的な一致を実現するためには、“面”に基づく膨大な情報を適切かつ効率よく処理し、パラメータ同定へ反映させることが重要であり、それにはデータ駆動科学が極めて有効であると考えられる。現在、粗大結晶粒材の変形とデータ駆動科学を組み合わせたパラメータ同定法の開発に取り組んでおり、その報告は別の機会としたい。

なお、本研究では局所的なひずみ発展の傾向を簡易なモデルながら定性的に予測し、その妥当性を示してきたが、実験と定量的な一致を得るためには、結晶塑性モデルだけでなく有限要素モデルのさらなるの向上が必要である。本研究のような結晶粒形状を模擬したモデルによる3次元的な結晶塑性解析はこれまでも数多く行われており(例えば55-57)、中にはシリアルセクショニングにより3次元的な形状を忠実にモデル化した研究^{58,59)}も報告されている。しかしながら解析結果と実験結果との比較については、そのほとんどが領域全体での平均的なひずみ発展といった大域的な物理量や、逆に極めて限定的な領域の挙動のみを対象とするにとどまっている。一方、柱状粒を仮定する実験サンプルを用いることで、本研究で対象とするような領域全体にわたる局所的なひずみ分布およびその発展を解析した事例もいくつか報告されている^{20,21,23,27)}。しかしながら、実験との十分な一致が得られていないのが現状である。実験結果と定量的に比較しうるレベルまでの解析精度の向上については、今後の課題としたい。

5. 結言

本研究では、結晶塑性有限要素法により粗大結晶粒極低炭素鋼板の一軸引張および単純せん断変形解析を行い、結晶粒レベルでの不均一なひずみ発展について調査した。得られた主な成果は以下のとおりである。

(1) 一軸引張変形では引張方向に対して $24^{\circ} \sim 60^{\circ}$ 程度傾いた方向に、また単純せん断変形ではせん断方向に対して平行あるいは垂直な方向にひずみ帯が発生し、実験

結果と定性的に一致する解析結果が得られた。

- (2) 本供試材では、変形初期では大部分の結晶粒においてSchmid因子が0.45以上のすべり系の活動度が最大となり、またそれらのすべり系ではすべり方向が引張方向からおおむね $20 \sim 50^{\circ}$ 傾く。その結果、塑性変形がこれらの方向に伝達されやすくなったため、ひずみ帯が $24 \sim 60^{\circ}$ 程度の方向に生じたと推察される。
- (3) 変形初期では各結晶粒に生じる応力状態は巨視的な応力状態におおむね近く、そのため、巨視的な最大/最小せん断応力作用面とSchmid因子が大きくなるすべり面が良好に対応したと考えられる。
- (4) 粒界近傍では、最大のSchmid因子を示すすべり系が必ずしも最大の活動を示さない場合が起こりやすく、また変形が大きくなるとさらにその傾向が顕著になることが明らかとなった。このことから、粒界近傍の変形あるいは大変形域を詳細に検討する場合は、その評価に際して応力の不均一性を考慮することが重要と考えられる。

謝辞

EBSO測定では、大阪産業技術研究所の内田壮平氏に多大なご協力を賜った。ここに記して深甚なる謝意を表す。本研究の一部は、科研費(20H02480)および天田財団(AF-20192004-A3)の助成を受けたものである。

文 献

- 1) M.Sachtleber, Z.Zhao and D.Raabe: *Mater. Sci. Eng. A*, **336**(2002), 81. [https://doi.org/10.1016/S0921-5093\(01\)01974-8](https://doi.org/10.1016/S0921-5093(01)01974-8)
- 2) N.Nakada, K.-i, Ikeda, H.Shuto, T.Yokoi, T.Tsuchiyama, S.Hata, H.Nakashima and S.Takaki: *ISIJ Int.*, **56**(2016), 2077. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.ISIJINT-2016-310>
- 3) E.Héribert, M.Dexet, J.Crépin, L.Gélébart, A.Roos, M.Bornert and D.Caldenmaison: *Int. J. Plast.*, **23**(2007), 1512. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2007.01.009>
- 4) C.Efstathiou, H.Sehitoglu and J.Lambros: *Int. J. Plast.*, **26**(2010), 93. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2009.04.006>
- 5) W.Z.Abuzaid, M.D.Sangid, J.D.Carroll, H.Sehitoglu and J.Lambros: *J. Mech. Phys. Solids*, **60**(2012), 1201. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2012.02.001>
- 6) Y.Z.Guo, F.D.Li, T.Suo, Z.B.Tang and Y.L.Li: *Mech. Mater.*, **62**(2013), 80. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2013.04.001>
- 7) Z.Zhang, D.Lunt, H.Abdolvand, A.J.Wilkinson, M.Preuss and F.P.E.Dunne: *Int. J. Plast.*, **108**(2018), 88. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2018.04.014>
- 8) R.Kakimoto, M.Koyama and K.Tsuzaki: *Tetsu-to-Hagane*, **105**(2019), 222 (in Japanese). <https://doi.org/10.2355/tetsutohagane.TETSU-2018-072>
- 9) J.H.Liu, N.Vanderesse, J.-C.Stinville, T.M.Pollock, P.Bocher and D.Texier: *Acta Mater.*, **169**(2019), 260. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2019.03.001>
- 10) N.Nakada, M.Nishiyama, N.Koga, T.Tsuchiyama and S.Takaki: *Tetsu-to-Hagane*, **100**(2014), 1238 (in Japanese). <https://doi.org/10.2355/tetsutohagane.100.1238>
- 11) N.Ishikawa, K.Yasuda, H.Sueyoshi, S.Endo, H.Ikeda, T.Morikawa and K.Higashida: *Acta Mater.*, **97**(2015), 257. <https://doi.org/10.1016/>

- j.actamat.2015.06.037
- 12) M.Fujisawa, R.Mauchi, T.Morikawa, M.Tanaka and K.Higashida: *Tetsu-to-Hagane*, **102**(2016), 405 (in Japanese). <https://doi.org/10.2355/tetsutohagane.TETSU-2015-099>
 - 13) N.Koga, T.Yamashita and O.Umezawa: *ISIJ Int.*, **60**(2020), 2083. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.ISIJINT-2019-497>
 - 14) T.Hama, T.Nishi, M.Oka, T.Matsuno, Y.Okitsu, S.Hayashi, K.Takada and H.Takuda: *ISIJ Int.*, **61**(2021), 1971. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.ISIJINT-2020-712>
 - 15) M.Kubo, H.Yoshida, A.Uenishi, S.Suzuki, Y.Nakazawa, T.Hama and H.Takuda: *ISIJ Int.*, **56**(2016), 669. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.ISIJINT-2015-534>
 - 16) C.Caër and R.Pesci: *Mater. Sci. Eng. A*, **690**(2017), 44. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2017.02.087>
 - 17) E.Plancher, K.Qu, N.H.Vonk, M.B.Gorji, T.Tancogne-Dejean and C.C.Tasan: *Exp. Mech.*, **60**(2020), 35. <https://doi.org/10.1007/s11340-019-00538-8>
 - 18) F.Delaire, J.L.Raphanel and C.Rey: *Acta Mater.*, **48**(2000), 1075. [https://doi.org/10.1016/S1359-6454\(99\)00408-5](https://doi.org/10.1016/S1359-6454(99)00408-5)
 - 19) N.Zhang and W.Tong: *Int. J. Plast.*, **20**(2004), 523. [https://doi.org/10.1016/S0749-6419\(03\)00100-1](https://doi.org/10.1016/S0749-6419(03)00100-1)
 - 20) Z.Zhao, M.Ramesh, D.Raabe, A.M.Cuitiño and R.Radovitzky: *Int. J. Plast.*, **24**(2008), 2278. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2008.01.002>
 - 21) H.Lim, J.D.Carroll, C.C.Battaile, T.E.Buchheit, B.L.Boyce and C.R.Weinberger: *Int. J. Plast.*, **60**(2014), 1. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2014.05.004>
 - 22) A.Venkataraman, M.Linne, S.Daly and M.D.Sangid: *Materialia*, **8**(2019), 100499. <https://doi.org/10.1016/j.mtl.2019.100499>
 - 23) P.Baudoin, T.Hama and H.Takuda: *Int. J. Plast.*, **115**(2019), 111. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2018.11.013>
 - 24) N.Grilli, P.Earp, A.C.F.Cocks, J.Marrow and E.Tarleton: *J. Mech. Phys. Solids*, **135**(2020), 103800. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2019.103800>
 - 25) N.Iniyan Thiruselvam, R.Jeyaraam, S.J.Subramanian and S.Sankaran: *Materialia*, **18**(2021), 101164. <https://doi.org/10.1016/j.mtl.2021.101164>
 - 26) R.Lehnert, A.Franke, H.Biermann and A.Weidner: *Mater. Sci. Eng. A*, **827**(2021), 142066. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2021.142066>
 - 27) E.Demir and I.Gutierrez-Urrutia: *Int. J. Plast.*, **136**(2021), 102898. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2020.102898>
 - 28) R.Tabata, H.Tsuruzono, S.Sadamatsu and Y.Adachi: *J. Jpn. Soc. Heat Treat.*, **55**(2015), 368 (in Japanese). <https://doi.org/10.14940/netssushori.55.368>
 - 29) M.Kubo, T.Hama, Y.Tsunemi, Y.Nakazawa and H.Takuda: *ISIJ Int.*, **58**(2018), 704. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.ISIJINT-2017-612>
 - 30) T.Hama and H.Takuda: *Int. J. Plast.*, **27**(2011), 1072. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2010.11.004>
 - 31) T.Hama, K.Kojima, M.Kubo, H.Fujimoto and H.Takuda: *ISIJ Int.*, **57**(2017), 866. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.ISIJINT-2017-011>
 - 32) T.Hama, H.Fujimoto and H.Takuda: *Procedia Manuf.*, **15**(2018), 1808. <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2018.07.210>
 - 33) T.Hama: *ISIJ Int.*, **60**(2020), 1849. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.ISIJINT-2020-011>
 - 34) R.J.Asaro and A.Needleman: *Acta Metall.*, **33**(1985), 923. [https://doi.org/10.1016/0001-6160\(85\)90188-9](https://doi.org/10.1016/0001-6160(85)90188-9)
 - 35) C.Teodosiu, J.L.Raphanel and L.Tabourot: Proc. Int. Seminar MECAMAT'91, A.A.Balkema, Rotterdam, (1993), 153.
 - 36) C.Teodosiu: Large Plastic Deformation of Crystalline Aggregates, Springer, Wien, (1997), 21. <https://doi.org/10.1007/978-3-7091-2672-1>
 - 37) T.Hama, T.Nagata, C.Teodosiu, A.Makinouchi and H.Takuda: *Int. J. Mech. Sci.*, **50**(2008), 175. <https://doi.org/10.1016/j.jmesci.2007.07.005>
 - 38) D.Peirce R.J.Asaro and A.Needleman: *Acta Metall.*, **31**(1983), 1951. [https://doi.org/10.1016/0001-6160\(83\)90014-7](https://doi.org/10.1016/0001-6160(83)90014-7)
 - 39) P.Franciosi, L.T.Le, G.Monnet, C.Kahloun and M.-H.Chavanne: *Int. J. Plast.*, **65**(2015), 226. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2014.09.008>
 - 40) R.Madec and L.P.Kubin: Proc. IUTAM Symp.on Mesoscopic Dynamics of Fracture Process and Materials Strength, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, (2004), 69.
 - 41) R.Madec and L.P.Kubin: Proc. 3rd Int. Conf. Computational Modeling and Simulation of Materials, Part A, Techna Group, Faenza, (2004), 671.
 - 42) C.R.Weinberger, C.C.Battaile, T.E.Buchheit and E.A.Holm: *Int. J. Plast.*, **37**(2012), 16. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2012.03.012>
 - 43) A.Patra, T.Zhu and D.L.McDowell: *Int. J. Plast.*, **59**(2014), 1. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2014.03.016>
 - 44) T.Yalcinkaya, W.A.M.Brekelmans and M.G.D.Geers: *Model. Simul. Mater. Sci. Eng.*, **16**(2008), 085007. <https://doi.org/10.1088/0965-0393/16/8/085007>
 - 45) B.Peeters, M.Seefeldt, C.Teodosiu, S.R.Kalidindi, P.Van Houtte and E.Aernoudt: *Acta Mater.*, **49**(2001), 1607. [https://doi.org/10.1016/S1359-6454\(01\)00066-0](https://doi.org/10.1016/S1359-6454(01)00066-0)
 - 46) S.Daroju, T.Kuwabara and M.Knezevic: *Mech. Mater.*, **168**(2022), 104293. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2022.104293>
 - 47) W.Liu, J.Lian, N.Aravas and S.Münstermann: *Int. J. Plast.*, **126**(2020), 102614. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2019.10.002>
 - 48) Q.Li, H.Zhang, F.Chen, D.Xu, D.Sui and Z.Cui: *Int. J. Mech. Sci.*, **176**(2020), 105569. <https://doi.org/10.1016/j.jmesci.2020.105569>
 - 49) H.J.Bong, H.Lim, M.-G.Lee, D.T.Fullwood, E.R.Homer and R.H.Wagoner: *Mater. Sci. Eng. A*, **695**(2017), 101. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2017.04.032>
 - 50) C.C.Tasan, J.P.M.Hoefnagels, M.Diehl, D.Yan, F.Roters and D.Raabe: *Int. J. Plast.*, **63**(2014), 198. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2014.06.004>
 - 51) M.Jafari, N.Saeidi, S.Ziaei-Rad, M.Jamshidian and H.S.Kim: *Mech. Mater.*, **134**(2019), 132. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2019.04.018>
 - 52) L.Jin, J.Dong, J.Sun and A.A.Luo: *Int. J. Plast.*, **72**(2015), 218. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2015.05.010>
 - 53) S.-F.Chen, H.-W.Song, S.-H.Zhang, M.Cheng, C.Zheng and M.-G.Lee: *Scr. Mater.*, **167**(2019), 51. <https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2019.03.026>
 - 54) D.Xia, X.Chen, G.Huang, B.Jiang, A.Tang, H.Yang, S.Gavras, Y.Huang, N.Hort and F.Pan: *Scr. Mater.*, **171**(2019), 31. <https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2019.06.014>
 - 55) T.Zhang, J.Jiang, B.Britton, B.Shollock and F.Dunne: *Proc. R. Soc. A*, **472**(2016), 20150792. <https://doi.org/10.1098/rspa.2015.0792>
 - 56) K.Kapoor and M.D.Sangid: *Mater. Sci. Eng. A*, **729**(2018), 53. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2018.05.031>
 - 57) C.K.Cocke, A.D.Rollett, R.A.Lebensohn and A.D.Spear: *Integr. Mater. Manuf. Innov.*, **10**(2021), 157. <https://doi.org/10.1007/s40192-021-00211-w>
 - 58) Y.S.Choi, M.A.Groeber, P.A.Shade, T.J.Turner, J.C.Schuren, D.M.Dimiduk, M.D.Uchic and A.D.Rollett: *Metall. Mater. Trans. A*, **45**(2014), 6352. <https://doi.org/10.1007/s11661-014-2556-y>
 - 59) S.R.Yeratapally, A.R.Cerrone and E.H.Glaesgen: *Integr. Mater. Manuf. Innov.*, **10**(2021), 196. <https://doi.org/10.1007/s40192-021-00216-5>