

**The *Trisatībhāṣya*, an Anonymous Commentary on the *Trisatī* of Śrīdhara:  
A Study, Critical Edition of the Text, English Translation  
with Mathematical Notes, and Appendices**

徳武 太郎

要約

『トリシャティー』はインドの数学者シュリーダラ（800年頃）がサンスクリットで著した算術書であり、『トリシャティーバーシュヤ』は同書に対する著者未詳の注釈である。本研究の目的は、『トリシャティーバーシュヤ』の校訂本と英訳を提示し、同書をインド算術の歴史に正しく位置付けることである。

『トリシャティー』はシュリーダラの大著『パーティーガニタ』の要約であり、初心者のための簡便な算術教科書である。バースカラ 2 世の『リーラーヴァティー』（1150年）の出現以降は人気の座を譲ることになるが、今でも 10 を超える写本が南北インドで伝えられることから、12 世紀以降も『トリシャティー』には簡便な算術教科書としての需要があったと考えられる。実際に、11 世紀の算術書『ガニタティラカ』に対するシンハティラカ（13 世紀後半）による注釈（以下、シンハティラカ注）をはじめ、後世のテキストにおいて『トリシャティー』は頻繁に引用される。同書は 1899 年に一度出版されているが、そこには編者の S. Dvivedī が参照した写本の情報が与えられていないという重大な問題がある。それにもかかわらず、先行研究の大半は出典不明の同刊本のみを使用してきた。つまり、『トリシャティー』の研究は 120 年以上もの間、信頼に足る基礎資料を欠いた状態が続いている。一方『パーティーガニタ』は、著者未詳の注釈『パーティーガニタティーカー』を伴う、後半が欠落した 1 本の写本にしか残されていない。Shukla1959 はこの不完全な写本に基づき、『パーティーガニタ』を『パーティーガニタティーカー』と共に校訂し、前者のみを英訳した。

『トリシャティーバーシュヤ』は唯一の完全な写本（LD Institute, Ahmedabad, 1559: 以下 A<sub>1</sub> 写本）にのみ伝えられ、Dvivedī の刊本には収録されておらず、先行研究は皆無であった。『トリシャティー』が算術の規則と例題を韻文で簡潔に表現するのに対して、『トリシャティーバーシュヤ』はそれらを散文で説明し、書板上でおこなわれた算術計算の細部を示してくれる。その意味で、『トリシャティーバーシュヤ』はインド算術の歴史的発展の過程を解明するための貴重な資料である。

本研究は第 I 部 Study、第 II 部 Sanskrit Text、第 III 部 English Translation、第 IV 部 Appendices という全 4 部より成る。以下に各部の要約を示す。

### 第 I 部 Study

第 I 部は全 9 章より成る。第 1 章では本研究で扱うテキストとその著者についての情報をまとめた。1.1 節ではシュリーダラの年代および在所、『トリシャティー』をはじめとする彼の著作、インド数学史における『トリシャティー』の位置付けについて、先行研究に基づいて概観した。1.2 節では『トリシャティー』というタイトルの意味、同書の構成、先行訳に関する情報を整理した。1.3 節では『トリシャティーバーシュ

ヤ』というタイトルの意味、同注釈の特徴についてまとめた。1.4 節では現在入手可能な『トリシャティー』の写本 15 本の情報を提示し、A<sub>1</sub> 写本の親写本について得られた情報を整理した。

第 2 章では、『トリシャティーバーシュヤ』の言語的特徴の分析を通じて、その著者の年代と在所の特定を試みた。言語的特徴としては次のものが挙げられる：i) bhāgāhāra-「割り算」ではなく bhāgāhāra-の使用；ii) Middle Indo-Aryan や New Indo-Aryan の数詞の使用；iii) 地方語の影響が見られる九九のような掛け算表の一部への言及；iv) アパブランシャで書かれた詩節の引用；v) 非パーニニ文法学に由来する文法説明；vi) 「利率」という意味での vyāja-の使用。i) の bhāgāhāra-という語形は、著者未詳の算術書『パンチャヴィンシャティカー』に対して古グジャラーティーで書かれた注釈『バーラボーダーンカヴリッティ』（1428/29 年）でも使用されている。vi) についてはシンハティラカ注に加えて、中世グジャラートの文書の集成である『レーカパッダティ』においても vyāja-が「利率」の意味で用いられている。以上を踏まえて、『トリシャティーバーシュヤ』の著者は 12 世紀から 15 世紀の間のどこかの期間にグジャラートで活躍したと暫定的に推定した。次いで、A<sub>1</sub> 写本の冒頭のフレーズと『トリシャティーバーシュヤ』の冒頭の 2 詩節の内容から、その著者の信仰対象の特定を試みた。それを決定付ける記述を見出すことはできなかった。

第 3 章では、『トリシャティーバーシュヤ』にみられる言語的特徴を第 2 章よりも詳しく項目別にまとめた。ただし、その全てが同書に帰せられる言語的特徴ではなく、なかには A<sub>1</sub> 写本の写字生に帰せられる特徴もあるかもしれない。

第 4 章では、『トリシャティーバーシュヤ』の著者が見えていた『トリシャティー』の写本に関する考察をおこなった。まず A<sub>1</sub> 写本と Dvivedī の刊本における詩節の配列順序と韻律の違いをまとめ、A<sub>1</sub> 写本に基づく『トリシャティー』の新たな詩節番号を提示した。A<sub>1</sub> 写本と Dvivedī の刊本の詩節数はそれぞれ 183 詩節半と 179 詩節半であり、『トリシャティー』という書名が示す数 (300) と一致しなかった。次いで、『トリシャティーバーシュヤ』が与える『トリシャティー』の 4 例題に対する解法を Dvivedī の刊本の散文部分が与える解法と比較した。ただし、そのうちの 2 例題の解法については第 6 章にて詳述した。比較の結果、『トリシャティーバーシュヤ』の著者が見えていた『トリシャティー』の写本にも散文部分が含まれていたが、内容の重複を避けるために、彼はそれらを引用しなかったという結論に至った。

第 5 章では、『トリシャティーバーシュヤ』の記述に基づき、平方と平方根を求めるためのアルゴリズムを復元し、それを他のテキストに与えられるアルゴリズムと比較した。その結果、『トリシャティーバーシュヤ』はシンハティラカ注と以下の 2 つの手順を共有することが明らかとなった。i) 平方のアルゴリズムにおいて、途中の計算結果を元の数字の下に書く；ii) 平方根のアルゴリズムにおいて、割り算を実行する前に商を仮に下に書く。シンハティラカは 13 世紀後半にグジャラートで活躍したジャイナ教徒の学者であり、彼の年代と在所は第 2 章で推定した『トリシャティーバーシュヤ』の著者のそれらと重なる。このことから、i) と ii) の手順はグジャラートにおける算術の伝統に由来する可能性があることを指摘した。

第 6 章では、複数の単位で表された量を最高位の単位に統一するための規則である「蔓の同色化」(vallī-savarṇana-) について、『トリシャティーバーシュヤ』における同規則の用法を検討した。『トリシャティーバーシュヤ』は「蔓の同色化」により『トリシャティー』が与える次の 2 例題を解く。i)  $(5 \text{ purāṇa-s} + 3 \text{ paṇa-s} + 1 \text{ kākiṇī} - 1 \text{ varāṭaka} - 1/5 \text{ varāṭaka})$  の単位 (値段) を purāṇa に統一する；ii)  $a : b = c : x$  というタイプの比例

式  $(1 + 1/2 \text{ dṛoṇa-s} + 3 \text{ kuḍava-s}) : 8 = (1 \text{ khārī} + 1 \text{ dṛoṇa}) : x$  における  $x$  を求める。例題 i) では与えられた数値を最高位の単位に統一した後で、今度は逆に、下位の単位で表した元の数値を計算していた。前半は蔓の同色化の通常の用法であり、後半はおそらく検算である。これと同じ用法はシンハティラカ注にもみられた。例題 ii) では  $a$  と  $c$  を同一の単位（体積）にするために、それぞれに対して蔓の同色化の規則を適用するが、与えられた数値を最高位ではなく、最下位の単位に統一し、整数値を求めている。例題 ii) への解法は『パーティーガニタティーカー』にも示されるが、ここでは通常の「蔓の同色化」により最高位の単位に統一していた。そして例題 i) の検算の数値と例題 ii) の最下位の単位に統一された数値は、Dvivedī の刊本における『トリシャティー』の散文部分にも与えられていた。このことから、『トリシャティーバーシュヤ』の著者とシンハティラカは、当該の例題に対する散文部分を含む『トリシャティー』の写本を見ていた可能性が大きいことを指摘した。

第 7 章では *savarṇana*-「同色化」という語の各テキストにおける用法を調査した。この語は「分数の同色化」(*kalā-savarṇana*-) というトピックで扱われる計算に関連して使用され、その意味は次の 2 つに大別される : i) 分数の加減のために分母をそろえること、いわゆる通分 ; ii) 複合分数（複数の分数で表された分数）を、そのままでは足し算などの演算の対象にならないので（四則演算は 2 つの数を対象とする）、演算の対象となり得る 1 つの分数に変換すること。『トリシャティーバーシュヤ』も基本的には i) と ii) の用法に従うが、比例計算の一種である五量法 (*pañca-rāśika*-) の文脈においては、通常とは異なる意味で *savarṇana*-を用いる。すなわち、多量翼 (*bahurāśi-pakṣa*-) の少量翼 (*stokarāśi-pakṣa*-) による割り算の前段階として、複数項から成るそれぞれの翼を 1 つの項（数）にまとめることを意味する。また、現存資料をみる限り、『トリシャティー』の著者シュリーダラは分数の同色化における 6 つの名称—「部分類」「重部分類」「部分付加類」「部分除去類」「部分部分類」「部分母類」—を用いて、6 番目の「部分母類」を導入した最初の数学者であることがわかった。

第 8 章では、『トリシャティーバーシュヤ』の記述から不均等堀の測量方法を復元し、*lamba*-と *kaḍī*-という 2 語の意味について検討した。不均等堀の測量方法は次の 3 段階から成る : i) 複数の不均等な位置に糸を張る ; ii) 糸を一本にする ; iii) 一本の糸を測量した位置の数だけ折り返す。これにより不均等堀における長さ、幅、または深さの平均を求めていることがわかった。『トリシャティーバーシュヤ』では *lamba*-は「垂線」「長さ」「深さ/高さ」という 3 つの意味で用いられていた。*kaḍī*-については、New Indo-Aryan で「梁」や「壁」などを意味する *kata*-という語から派生したものであり、『トリシャティーバーシュヤ』の著者が建築関連の文献から借用した可能性を指摘した。

第 9 章では、第 1~8 章までの内容を踏まえて、インド算術の歴史的発展の過程における『トリシャティーバーシュヤ』の位置付けに関する見解を提示した。同書の著者とシンハティラカは数多くの共通点（年代、在所、アルゴリズムの特徴、見ていた『トリシャティー』の写本の系統、など）を有することから、彼らが同時代人であった可能性もある。しかしながら現時点ではそれを裏付ける決定的証拠は見出せないため、第 2 章で推定した年代と在所に変更はない。『トリシャティーバーシュヤ』の著者がジャイナ教徒であったかは定かではないが、彼の算術、非パーニニ文法学、建築等に関する知識は、ジャイナ教徒たちの学習環境—シンハティラカも同様の環境で研究に従事したのかもしれない—で得られたものと考えすることは十分に可能である。

『トリシャティーバーシュヤ』は、中世グジャラートの文献に共通する特徴を有する

ことから、「グジャラート算術」と呼ばれ得る算術の伝統を伝える史料と位置付けることができる。グジャラートには『トリシャティーバーシュヤ』以外にも『トリシャティー』に対する注釈書が複数現存する。そしてこのことは、同地域において日常生活に必要な計算を学ぶために『トリシャティー』が広く読まれていたことを示す。

## 第 II 部 Sanskrit Text

凡例を示した上で、A<sub>1</sub> 写本と Dvivedī の刊本に基づく『トリシャティー』および『トリシャティーバーシュヤ』の校訂本を提示した。異読 (variant readings) については適宜 apparatus に示した。

## 第 III 部 English Translation

第 II 部のテキストに対応する部分の英訳を提示した。読者が理解しやすいように、原則として段落ごとに数学的内容を解説した Note を付した。

## 第 IV 部 Appendices

第 IV 部は Appendices A~F の 6 部構成である。Appendix A では A<sub>1</sub> 以外の 6 本の写本の奥書のテキストと英訳を提示した。Appendix B では A<sub>1</sub> 写本に含まれる図の画像を列挙した。Appendix C では第 I 部第 6 章で扱った『パーティーガニタティーカー』のテキストと英訳を示した。Appendix D では、『トリシャティー』の規則と例題について、他の数学書におけるそれらとの対照表 (concordance) を提示した。Appendix E は『トリシャティーバーシュヤ』に用いられる算術用語のトピックごとの語彙集 (glossary) である。Appendix F は『トリシャティー』と『トリシャティーバーシュヤ』のそれぞれの索引である。

## Bibliography

本研究において参照した文献を一次資料・辞典 (primary sources and dictionaries) と二次資料 (secondary sources) に分けて提示した。

## Abstract

The *Trīsatī* (“[A book] of three hundred [verses]”) is a Sanskrit arithmetical work composed by Śrīdhara, who was active around 800 CE. It is an epitome of a larger work entitled *Pāṭīgaṇita* (“Mathematics of algorithm”), and the two texts share many arithmetic rules and examples. It is inferred from the wide circulation of the manuscripts that the *Trīsatī* was used as a textbook of arithmetic and mensuration by beginners all over the Indian subcontinent until, at least, the appearance of Bhāskara II’s *Līlāvātī* (1150 CE). After that, the *Trīsatī* was gradually replaced by the *Līlāvātī*, nevertheless the *Trīsatī* seems to have continued to be used by beginners as a concise textbook, as is suggested by the fact that more than ten manuscripts have survived to this day. In 1899, the *Trīsatī* was edited by S. Dvivedī and published at Kāśī (i.e., the present-day Varanasi). The editor gave no information about the manuscripts he had used, and almost all the later studies have been based on his edition for over 120 years. In other words, a *de facto* critical edition of the text is still wanting.

The *Trīsatībhāṣya* (“Commentary on the *Trīsatī*”) is an anonymous commentary on the *Trīsatī*. It is available only in one complete manuscript (LD Institute, Ahmedabad, No. 1559: hereafter A<sub>1</sub>) and is not contained in Dvivedī’s edition. Therefore, nobody has ever tried to edit and translate the *Trīsatībhāṣya* before. The *Trīsatī* briefly illustrates arithmetical rules and examples in verses and is silent in terms of computational processes. On the other hand, the *Trīsatībhāṣya* shows the detailed procedures of calculation in prose. For that reason, this commentary is valuable for elucidating the development of arithmetic practice in India.

The aims of the present dissertation are to produce a critical edition and an English translation of the *Trīsatī* and the *Trīsatībhāṣya*, to restore the recension of the *Trīsatī* which the unknown commentator knew, and to elucidate the role played by the *Trīsatībhāṣya* in the history of Indian mathematics. My method is mainly text-critical and codicological: I will edit the *Trīsatī* with the *Trīsatībhāṣya* on the basis of A<sub>1</sub> as well as Dvivedī’s edition. For the sake of better understanding, I will provide mathematical commentary called “Note” on each paragraph of the English translation.