

(続紙 1)

京都大学	博士 (理学)	氏名	菅野颯人
論文題目	Anomaly and Superconnection (量子異常と超接続)		
(論文内容の要旨)			
<p>本学位論文はディラック・フェルミオンを含む場の量子論において、フェルミオンの質量が時空の座標に依存するような場合の量子アノマリーを議論したものである。この論文で扱われている量子アノマリーは、古典的な作用にある対称性が量子効果によって破れる現象であり、場の量子論や数学の分野への幅広い応用があることから古くから場の量子論における重要な研究対象となっている。従来から、考えている対称性に付随する背景ゲージ場を導入して、量子アノマリーが背景ゲージ場にどのように依存するのかが議論されてきたが、本研究では、これを拡張して、背景ゲージ場に加えて、背景スカラー場を導入し、量子アノマリーがそれらにどのように依存するのかを詳細に調べた。背景スカラー場の値はフェルミオンの質量に対応するので、以下ではこの背景スカラー場のことを単に「質量」と呼ぶことにする。</p> <p>本論文は5つの章からなっており、その構成は以下のとおりである。第1章は導入で、研究の背景や概要が述べられている。第2章は量子アノマリーの従来の取り扱いのレビューであり、本論文を理解する上で必要な基礎知識がまとめられている。第3章と第4章が本論文のメインパートで、Progress 誌に掲載された論文 “Anomaly and superconnection” PTEP2022(2022)1, 013B02 に基づき、時空の座標にある場合の量子アノマリーの一般公式を導出し、その応用が議論されている。そして、第5章で結論と今後の展望が述べられて、締めくくられている。</p> <p>以下で、本論文のメインとなる第3章と第4章の内容をより詳しく述べる。第3章において、まずフェルミオンの経路積分の測度の変換性を藤川メソッドによって解析し、量子アノマリーを表す、経路積分のヤコビアンが背景ゲージ場と質量を組み合わせ得られる超接続と呼ばれる量を用いたコンパクトな公式で書かれることを示している。これは従来から知られている偶数次元で質量項がない場合の量子アノマリーの公式で、ゲージ場を超接続に置き換えたような形で与えられており、従来から知られた量子アノマリーの自然な拡張になっている。これは本論文の核となる重要な結果である。従来の解析では時空の座標に依存する質量項は量子アノマリーには寄与しないとされていたが、ここで得られた公式を用いると、質量が時空のある領域で発散するような場合を考えると量子アノマリーに寄与があることが示される。特に、従来、量子アノマリーはないとされていた奇数次元の場合でも、そのような質量項があると量子アノマリーが存在しうることを見いだした点が興味深い。また、フェルミオン数に対応する $U(1)$ 対称性の量子アノマリーについては、上記の公式から超接続を用いたチェーン類で書かれることが示される。この章ではさらに、これらの結果の超弦理論における役割も議論されている。タイプII超弦理論の非BPS Dブレーン系の有効作用には、チェーン・サイモンズ項と呼ばれる、Ramond-Ramond 場とDブレーン上のゲージ場との結合を表す項があり、これが超接続を用いた形で書かれることが以前から知られている。ここで、超接続はDブレーン系にあるゲージ場とタキオン場を組み合わせで定義される。このタキオン場は系に含まれるフェルミオンに対して質量として働くため、上で述べた、時空の座標に依存する質量を持つフェルミオンの系を実現している。この系のフェルミオンの量子効果から生じる量子アノマリーは、ここで得られた公式から超接続を用いて書かれることが期待されるが、これがちょうど超接続を用</p>			

いて書かれるチャーン・サイモンズ項のゲージ変換から生じる項と相殺することが分かり、上記の公式は超弦理論における量子アノマリーの相殺機構と整合していることが示されている。

第4章では、第3章で得られた量子アノマリーの公式の様々な系への応用が議論されている。まず質量が Kink や Vortex やその高次元版であるような配位を考え、上記の公式によって得られる量子アノマリーを計算し、それらの系におけるフェルミオンのゼロモードから生じる量子アノマリーと一致することを具体的に確かめている。そして、質量が時空のある部分で急激に大きくなる配位をとることで、実質上、フェルミオンが境界のある多様体上に束縛した状態を作ることによって、境界のある多様体上のフェルミオン系におけるアノマリーを議論している。さらに、Atiyah-Singer や Atiyah-Patodi-Singer の指数定理を奇数次元や時空に依存する質量がある場合にも通用する形に拡張し、その応用として、Callias の指数定理が導けることなどが示されている。

(続紙 2)

(論文審査の結果の要旨)

論文の審査は主査と2名の副査による論文審査委員に加え、1名の専門外の研究者を含む2名の方々にも加わって頂き、計5名によって行われた。上記のように論文の内容はオリジナルで十分に興味深いものであり、また詳細な計算も含めてしっかりと良く書けている。私(主査)は本論文の基となった研究の共同研究者であるが、申請者の寄与は非常に大きく、共同研究において中心的な役割を果たした。令和6年1月16日に公聴会を開き、申請者に論文の内容を発表してもらったが、丁寧な分かりやすい解説で、その場で出た様々な質問にも的確に答えていた。このことから、申請者が本論文の内容に精通していることは明らかである。公聴会の後に上記の5名を含む教員で審議したが、全く問題なく全員一致で合格と判断した。以上のように、本論文は博士(理学)の学位論文として価値あるものと認める。

要旨公表可能日： 年 月 日以降