

(続紙 1)

京都大学	博士 (工 学)	氏名	長嶺 英朗
論文題目	Study on Error Estimation of the Cauer Ladder Network Method (カウア回路法の誤差推定に関する研究)		
(論文内容の要旨)			
<p>本論文は、渦電流磁界を少数の未知数で縮約表現する手法として有力な Cauer Ladder Network (CLN)法の数理的な性質を連分数の観点から検討することにより、同法の誤差を解析的に評価する各種手法を開発し、その有効性を有限要素磁界解析により検証した結果をまとめたものであり、7章からなっている。</p> <p>第1章は序論であり、まず、電気機器の設計開発における電磁界解析の重要性を述べ、その解析手法である有限要素法の計算コストが増大する要因について述べている。また、有限要素解析が繰り返し必要とされる場合に、計算精度を維持しながら未知数の数を削減して計算時間を短縮するモデル縮約手法の適用が有力な解決法であることを述べている。モデル縮約手法として有望な CLN 法においては、計算精度が梯子型回路の段数により決定されるが、精度と段数の関係が十分に明らかでないことを指摘している。本論文では、CLN 法と連分数表現の関係に着目して、CLN 法の計算誤差について解析的な評価を与えることを目的とすることを述べ、本論文の章構成を説明している。</p> <p>第2章では、CLN 法に関する議論の準備として、準定常電磁界の支配方程式とその弱形式による定式化について説明している。</p> <p>第3章では、本研究の主題である CLN 法について説明している。CLN 法は、解析領域内の電界分布および磁界分布を、時不変の直交関数（基底）と時変の展開係数の積の和で展開表現し、展開係数を Cauer 回路の電圧と電流により決定する方法である。直交関数を算出するための漸化式と Cauer 回路方程式を与え、数値計算例を示している。</p> <p>第4章では、縮約モデルの入出力特性の誤差の評価を目的として、直交多項式および連分数の手法を用いた数理的な検討を行っている。まず、連続系の電磁界支配方程式に対する、直交多項式を用いた CLN 法の新たな定式化を導出している。CLN 法では、静磁界解析を繰り返し行うことで生成した直交基底を用いて電磁界を再現するが、この電磁界が行列多項式と初期ベクトルとの積によって表現され得ることを基底の生成プロセスから導き出し、電磁界から多項式の部分を抽出することが可能なことを示している。直交多項式に着目することの利点は、多項式への値の代入や多項式の根の求解などを通して CLN 法の特性を知ることができる点にある。この性質を用いて、CLN 法による縮約モデルの誤差評価手法を開発している。提案された近似伝達関数表現により、回路の段数を n としてパデ近似の観点から誤差のオーダーが $O(s^{2n})$ となることに加えて、低周波領域において周波数とともに増大する誤差のオーダーと係数を定量的に評価する手法を提案しており、数値解析例によりこれらの誤差評価手法を検証している。</p> <p>前章の誤差の係数の決定には、余分な計算コストが必要なため、第5章では、追加の計算コストを必要としない精度評価手法として、Henrici と Pflüger による誤差評価手法の応用を検討している。同手法は、連分数を一次分数変換の合成とみなし、その</p>			

京都大学	博士 (工 学)	氏名	長嶺 英朗
<p> 値域の推移を幾何学的に追跡することで連分数の打ち切り誤差を見積もるものであり、この手法を応用した CLN 法の誤差評価手法を開発している。梯子型回路に対して未知のインピーダンスを接続したときの合成インピーダンスを計算する操作は、未知の複素数に一次分数変換を適用する操作と等価とみなせることから、一次分数変換の値域を調べることで、合成インピーダンスが取りうる範囲を算出することが可能であることを示している。得られた手法は追加の有限要素磁界解析を必要とせず、スカラー演算のみで近似伝達関数の実部と虚部の精度を別々に評価することが可能である。数値解析例により、梯子型回路の段数の増加によりインピーダンスの誤差範囲が縮小することを幾何学的に示すとともに、提案手法が、誤差の上限のよい推定を与えることを示している。 </p> <p> 前章までに検討した誤差評価手法は、単一入力単一出力(シングルポート)CLN を対象としたものである。第 6 章では、多入力多出力(マルチポート)CLN 法における誤差評価手法を検討している。マルチポート CLN 法では回路素子が行列で与えられ、伝達関数は行列連分数の形で表現される。マルチポート CLN 法の誤差評価手法はこれまで提案されていない。マルチポート CLN 法に現れる行列連分数は、実部と虚部が半正定値実対称行列である複素対称行列を係数とする。このことから、連分数の well-definedness を示すことはできるが、第 5 章で用いた Henrici と Pflüger の方法をマルチポート CLN 法に拡張することは、行列積の非可換性のため、必ずしも容易でない。そこで、まず、スカラーを係数とする通常連分数の打ち切り誤差の評価式を、電気回路理論的な視点から再検討し、その結果、電気回路の定理を用いても、同じ誤差評価式を導出できることを見出している。この導出手法は、マルチポート回路に拡張することができ、行列連分数の打ち切り誤差に関する新しい評価式を得ている。開発手法を複数電源入力を持つ有限要素渦電流解析に適用し、同手法が、アドミタンス行列の誤差の上限を良い近似で推定することが可能であることを示している。 </p> <p> 第 7 章は結論であり、本論文で得られた成果について要約している。 </p>			

(論文審査の結果の要旨)

本論文は、渦電流磁界のモデル縮約法である CLN 法の数理的な性質を連分数の観点から検討することにより、同法の誤差を評価する手法を開発し、数値計算によりそれらの有効性を検証したものである。本論文により得られた主要な結果は以下の通りである。

(1) 直交多項式を用いた CLN 法の定式化手法を導出し、それに基づく誤差評価手法を開発した。CLN 法における電磁界の基底関数の生成プロセスに着目し、CLN 法により表現される電磁界が、行列多項式と初期ベクトルとの積で表現されることを導いた。直交多項式の性質を用いて、CLN 法による縮約モデルの誤差を評価する手法を開発した。段数を n としてパデ近似の観点から誤差が $O(s^{2n})$ で与えられることに加えて、低周波領域において周波数とともに増大する誤差のオーダーと係数を定量的に評価できる手法を開発した。

(2) CLN 法が生成する Cauer 回路のインピーダンスは連分数の形で表現される。そこで、連分数に対する Henrici-Pflüger の手法を応用することにより、回路打ち切り由来する誤差の範囲を推定する手法を開発した。打ち切り回路の後段には、抵抗あるいはインダクタンスが接続されることから、それらの回路素子が接続された場合の回路のインピーダンスがとり得る範囲を算出することができることを示した。この手法により、梯子型回路の段数の増加により誤差範囲が縮小することを幾何学的に示すことができる。開発手法を渦電流解析に応用することにより、同手法がインピーダンスの誤差の上限を良い近似で評価することが可能なことを示した。

(3) 前述のインピーダンスの連分数表現を、行列連分数表現に拡張することにより、マルチポート (多入力多出力) CLN 法の誤差解析を行う手法を開発した。まず、電気回路理論的な視点から Cauer 回路由来する連分数の打ち切り誤差の評価法を検討し、Henrici-Pflüger の手法と等価な誤差推定法を電気回路の定理から導出できることを示した。その導出法を、マルチポート回路に対して拡張することにより、マルチポート Cauer 回路のインピーダンス行列の打ち切り誤差を推定する手法を開発した。開発手法を複数電源入力を持つ渦電流解析に適用し、同手法が、アドミタンス行列の誤差の上限を良い近似で推定することが可能であることを示した。

上記のように、本論文は、CLN 法の数理的な性質を明らかにすることにより、同法の誤差評価を可能にしており、学術上、實際上寄与するところが少なくない。よって、本論文は博士 (工学) の学位論文として価値あるものと認める。また、令和 6 年 1 月 15 日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行って、申請者が博士後期課程学位取得基準を満たしていることを確認し、合格と認めた。

なお、本論文は、京都大学学位規程第 14 条第 2 項に該当するものと判断し、公表に際しては、当該論文の全文に代えてその内容を要約したものとすることを認める。