

(続紙 1)

京都大学	博士 (情報学)	氏名	山崎 遼也
論文題目	Convergence Analysis of Mean Shift Type Algorithms (平均値シフト型アルゴリズムの収束解析)		
<p>(論文内容の要旨)</p> <p>平均値シフト (MS) アルゴリズムは、ベクトル値データからなるデータセットとカーネルとから構成されるカーネル密度推定 (KDE) の局所最大点を求める反復アルゴリズムであり、主にパターン認識の分野で、モード推定、クラスタリング、画像のセグメンテーション、物体追跡などに広く応用されている。一方で、アルゴリズムの収束性を含む性質に関する理論的知見は少ない。本学位論文では、MSアルゴリズムおよび関連するいくつかの反復アルゴリズムについて、収束性や収束レート等に関する理論解析を行った結果を取りまとめたものである。</p> <p>第1章は序論であり、本学位論文の概要、および各章の内容について述べている。</p> <p>第2章では、本学位論文で使用する表記、および本学位論文の収束解析で使用する基礎的な事項である下界最大化 (MM) アルゴリズムおよびKurdyka-Łojasiewicz (KL) 性についてまとめている。</p> <p>第3章では、MSアルゴリズムの収束解析を行っている。MSアルゴリズムの収束性については、データが1次元の場合、およびEpanechnikovカーネルを使用した場合についての収束保証が知られていたが、多次元データに対してEpanechnikovカーネル以外のカーネルを使った場合の収束性や、収束する場合の収束レートに関してはほとんど知られていなかった。本学位論文では、KL性および関連する概念を使用することで、カーネルが微分可能でリプシッツ連続な勾配をもち、さらに解析的もしくは劣解析的である場合には、MSアルゴリズムが与えるモード推定値系列がKDEの停留点に収束することを示している。この結果は、実用上よく使われるガウスカーネルなどの解析的カーネルやバイウエイトカーネルなどの連続的微分可能な区分的多項式カーネルを使用した場合のMSアルゴリズムの収束性を明らかにしたという点で特に重要である。また、アルゴリズムの収束レートが、収束点におけるKDEのKL指数とよばれる量で特徴づけられることを示している。さらに、同様の解析が条件つきMSアルゴリズムを含む重みつきMSアルゴリズムや、データごとに異なる帯域幅パラメータ値を使うMSアルゴリズムの収束解析にも適用可能であることを論じている。</p> <p>第4章は、カーネルモード線形回帰 (KMLR) について議論している。KMLRは、与えられた説明変数の値に対する目的変数の条件つき確率密度関数の大域的な最大点を説明変数の線形モデルで予測する回帰手法である。KMLRの主要な既存手法であるモーダルEMアルゴリズムについては、ガウスカーネルを使用した場合には閉形式反復が得られるとともに、収束解析もなされている。いくつかの既存研究では、ガウスカーネル以外のカーネルを使用した場合にも閉形式反復が得られる反復再重みづけ最小二乗 (IRLS) 法</p>			

が使われているが、その収束性は明らかにされていなかった。本学位論文では、KMLRに対するIRLS法がMMアルゴリズムとして定式化できることを示し、広いクラスのカーネルに対してIRLS法が与える目的関数値系列が収束すること、およびEpanechnikovカーネルを使用した場合にはIRLS法が有限回の反復で収束することを示している。

第5章は、ぼかしMS (BMS) アルゴリズムについて議論している。MSアルゴリズムは与えられたデータセットを固定してKDEの局所最大点を求めようとしているのに対し、BMSアルゴリズムはすべてのデータ点に対して並列にMSアルゴリズムの更新式を繰り返し適用して「ぼかしデータ点」の系列を生成し、ぼかしデータ点系列の極限によってクラスタリングをおこなう。BMSアルゴリズムはMSアルゴリズムと比較しても高速に収束することが経験的に知られている一方で、その収束性に関しては、データが1次元の場合や、ぼかしデータ点系列が1点に収束する場合などの限定的な条件のもとで示されていたにとどまっていた。本学位論文では、BMSアルゴリズムの各反復におけるぼかしデータ点集合の配置をグラフ理論の枠組みにもとづいて特徴づけるBMSグラフを新たに導入し、BMSアルゴリズムの収束点をBMSグラフにもとづいて特徴づける結果を与えたのち、KL性および関連する概念を使用して、カーネルに対するMSアルゴリズムの収束解析と同様な条件のもとで、BMSアルゴリズムが与えるぼかしデータ点系列の収束を示している。さらに、収束点の幾何学的な特徴づけに着目することにより、KL性にもとづく議論と比較してより緊密な収束レートを導いている。この結果は、ぼかしデータ点系列が複数個の点に収束するというクラスタリングの観点で重要な場合を含んでいるという点、およびBMSアルゴリズムが典型的には3次収束することを示しているという点で特に重要である。

第6章は結論であり、本学位論文で得られた研究成果をまとめている。

(続紙 2)

(論文審査の結果の要旨)

データのクラスタリングは様々な応用領域で使われている一方で、発見的に提案されたクラスタリングのアルゴリズムには、収束性に関する性質がよく理解されていないものも少なくない。本学位論文で取り上げる平均値シフト(MS)アルゴリズムもそのような事例に該当している。本学位論文では、MSアルゴリズムおよびいくつかの関連する反復アルゴリズムについて、最適化理論の分野での近年の知見を援用するという新規な観点から、収束性や収束レートに関する理論解析を試みた結果がまとめられている。

本学位論文の主要な貢献は、以下のようにまとめられる。

応用上広く使われている一方で理論的な検討が限定的にしかなされていなかったMSアルゴリズムの収束解析に対し、最適化理論の分野で研究されてきたKurdyka-Lojasiewicz(KL)性および関連する概念が適切に適用できることを新たに見出し、KL性に関する近年の研究成果を援用することで、MSアルゴリズムで使用するカーネルに関する緩い仮定のもとでアルゴリズムの収束性を示している。さらに、MSアルゴリズムの収束レートに関する結果を得ている。これらの研究成果は、MSアルゴリズムの収束解析におけるKL性の有効性を示すものであることに加え、実用的な状況を含む緩い仮定のもとでのMSアルゴリズムの収束性についての理解を格段に広げるものである。

カーネルモード線形回帰(KMLR)に対して、ガウスカーネルを使用したモーダルEMアルゴリズムとは別の閉形式反復を与えるIRLS法に対して、目的関数値系列の収束性、およびEpanechnikovカーネルを使用した場合の有限回の反復での収束を示している。これらの結果は、KMLRの解法の選択肢を広げるものである。

ほかしMS(BMS)アルゴリズムに対しては、KL性のみならず、新規に提案されたBMSグラフにもとづくほかしデータ点集合の配置の特徴づけや、収束点の幾何学的な特徴づけに着目した収束レート解析などの新規な着想を援用することで、BMSアルゴリズムがMSアルゴリズムと比較しても非常に速い収束を示すことを理論的に示している。これらの結果は、BMSアルゴリズムに関するさらなる理論的検討や実問題への応用を促す点で特に重要である。

以上に記したように、本学位論文は、クラスタリング等のデータ解析のためにパターン認識分野を中心として応用上幅広く使われているMSアルゴリズム、および関連するいくつかの反復アルゴリズムに対し、カーネルについての実用的かつ緩い条件のもとで、その収束性や収束レートに関して理論的な結果を与えるものであり、MSアルゴリズムおよび関連するアルゴリズムの理論解析に関する新たな枠組み、およびそれらのアルゴリズムに関する今後の研究や応用に大きく寄与する内容を含んで

いる。よって、本学位論文は博士（情報学）の学位論文として価値あるものと認める。また、令和6年2月16日に論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。併せて、本論文のインターネットでの全文公表についても支障がないことを確認した。