

普遍記述言語としての数学

～学校教育言語としての日本語を視野に～

名古屋大学名誉教授 浪川幸彦¹

Yukihiko NAMIKAWA

Prof. Emer. Nagoya University

0. はじめに

「数学は言語である」と言われる。この命題を、本研究集会のキーワードである「教育数学」を提唱された蟹江幸博氏もその構想を論ずる出発点とされ（[K&S1] p5）、さらにそれを深める論考（[K1]）および「数学教師に必要な数学能力云々」と題される一連の研究集会講究録における故佐波学氏²との浩瀚な共著論考（[K&S2] 等）中でもこの観点が扱われている³。それらには比べるべくもなく、また筆者自身が多くの知識をそこから学んでいるのであるが、言葉としての数学について考え続けている者の一人としてまとまらない随想を記す。

なお題名に変更を加えた。当初「教育数学」における日本語の在り方を併せて考えることを企図したが、当日の発表で日本語については語る時間がなく、また叙述としても、数学についての関連する記述の場に適宜対比的にコメントを挿入する形の方が適切と気付いて、本稿はその形を取った。実際数学言語が母語（我々の多くは日本語）の基礎の上にあることを踏まえると、数学言語を教育の立場で考えることは教育の場で「学習言語」を考えることに深く通じる（[A]）。

蟹江氏はさらに「教育数学」を「教育を明確に意識しながら、数学についてきちんと論じるための場（プラットフォーム）」とも規定されている（[K2]）。大学基礎教育の改善を図るための議論の場で、他分野の専門家とのコミュニケーションがいかに難しいか、身を以て体験した筆者には、この意味での「教育数学」の必要性は実によく分かる。本研究集会が「教育数学」という場の（一つの）現実化（a realization）であるとして、拙文がそこに幾ばくかの寄与ができればうれしい。

同時に教育を論じるためのこうした場の必要性は、数学のみならず他分野においても現在世界的レベルで課題として認識されている。その流れに筆者もいささか関わりを持っているが、脚注でコメントするには長過ぎるので、最後に補説として加えることとした。

¹ 筆者は JSPS 科研費 20K03283 の助成を受けた。

² この機会に故佐波学氏を覚え、冥福を祈りたい。

³ [K&S1] では教育についてはデューイ、言語についてはソシュールを基本にまとめられている。後者は「一般記号学」としてその後進展を見せているが、彼自身は音韻を持つ（通常）言語を深く追求した。一方で記述言語と通常言語の関連はむしろ「意味論」（semantic）として展開され、「文学」の場で議論されているようであるが、数学については別の議論が必要と思われる。また教育については、ブルーナーの「教育の過程」にある方向を支持したい。これについては補説で言及する。

1. 数学は言語である

そもそも「言語」とは何であろうか？

辞書 (*Petit Robert*) には次のように書かれている：

言語：I. 表現とコミュニケーションのシステム。

1. 思考の表現と人間同士のコミュニケーションの機能（中略）；

2. 当該機能を果たすための音声または記述記号。（以下略。引用終）

・数学はまさに 1. の機能を果たしている。特に思考を担うことが重要である。

・数学は 2. の記述記号を独自に持っており（数式記号）、さらに通常言語で（音声として）「読み上げる」ことができる。

したがって、数学は言語であると言える。ただし通常言語とはいささか異なる特殊な言語である。両者の関係を以下より詳しく見よう。

2. 数学は記述言語であり、数式記号は表意文字である

通常言語における記述記号「文字」は古代文明の発祥と共に、すなわち社会文化の成立と共に現れ、社会を支え、文化を記述する基盤となった。「数」は最も基本的な抽象概念（こと⁴）の一つであるが、その「数」を表す記号として「数字」が発案され、それをういた計算が行われ、数学という学問（技術を含む）も生まれた。

ここで本質的に重要なのは、数学は「記述される」ことが普通であり、しかもその中心的役割を果たす「数字」が（真の意味での）「表意文字」(ideogram) であり続けたことである⁵。それによって（実用を含む広い意味での）数学文化は異文化間の垣根を越えて、コミュニケーション可能なものとなった（次節）。

この数学言語文化の特色は、(西欧を中心とする) 近代文明の発展の中で、「科学文化の基礎を支える言語」としてより強化され、現代数学に至るまで一貫して保持されている。

まとめると「文化」としての数学は（本質的に）記述言語であり、そこで用いられる数式記号は表意文字である。同時に、数学は通常言語として（音韻による）表現が可能であり、「個人」の理解・思考は通常言語である母国語（および習得した外国語）で行われる。

⁴ 数学固有の言葉はすべて「こと」であって「もの」ではない ([H] の用語とやや違うが)。日本語では、抽象概念が本来的に「こと」「ことば」「こえ」として、(一般的な) 言語に結び付いている。日本語の名詞は、この漢字が示すように「な」として、むしろ言語を使う側と関係がある者(もの)のようである。一方日本語の「数」の呼び方(命名法)では、「ひい-ふう、みい-むう、よう-やあ」との独特の対応を持っている。これは日本語の基本リズム感が(音節ではなく) モーラを基調とする 2 拍子系(七五調)である事実と関連しているのかも知れない。

⁵ 殆どの文字は表意的な象形文字に由来するが、抽象概念を表現する「ことば」が増えると共に、多くはやがて表音文字 (phonogram) へと変化した。これに対し東アジアでは、音節単位の表語文字 (logogram) としての「漢字」が用いられるが、こちらは漢字の枠内で種類を増やす方向に進む(象形→指示→会意→形声→仮借)。これが王朝の交代を越え、文化の接続性、周囲への伝播に寄与すべく、その「表意文字」的使用が長く続いた。この意味で「漢字」がなお通常言語の表意文字として用いられている日本の状況は極めて特殊である。

3. 数式記号は global (全地球的) である。特に数の表記法。

数学は数式記号と通常言語を共に含む形で表現されるが、主要な意味は（表意文字である数式記号で記述される）数式がこれを担い、（記述された）数式のみで多くの場合およその意味内容が掴める。これは中国語の漢字のみで「筆談」ができるのと同様である。数学者が議論する場合黒板を好むのはこの理由による。通常言語を含む数学の文章は日本語の漢字仮名交り文に対応する。

しかもこの「数式記号」は、その通常言語としての「読み方」（狭義 signifiant）こそ違え、記述言語としての「数式」（広義 signifiant）はほぼ世界的に共通で、しかもその意味（signifié）と正確に対応する。「ことば」が人類共通なのである。これが「筆談」を可能にしている⁶。

特に「数」の表現は、アラビア数字による位取り記数法がその伝播以降世界中ほとんど全ての人々に理解され、用いられるものになった。これは「数」の概念そのものの重要性に加え、機能的にも理論的にもこの記数法が最も優れたものだったからである（[N2]）。人類が生んだ最高の発明（の一つ）と言ってよい。

◎位取り記数法の優れている点を簡単に書くと次の通りである：

- 1) 数を表す記号（数字）が**有限種類**でよい（2進法なら2個でよく、これが最少）；
- 2) **大小の比較**が容易に（見ただけで）できる（辞書式順序）；
- 3) **計算**（加法・乗法）のアルゴリズムが（逆演算を含め）明確である；
- 4) **情報量**が桁数として見える（対数量）；
- 5) （恐らく）最も**効果的**な表し方になっている。

◎当初この「記数法」は自然数のみを記述するものであったが、さらに負数の記号、小数点を用いた小数の記法（+収束概念の確立）により、実数を記述できるものとなり、解析幾何学が誕生して、ピタゴラスの唱えた（とされる）「数の原理（アルケー）」による数学の統一が実現した。しかしなお数学は「長さ」を基本とする幾何的直観と動的概念の基礎である「時間」を最も基本的な概念として併せ用いている⁷。

◎この「数」の表記法（広義 signifiant）を見たとき、算盤は（原理的に）ほぼ同じ機能を持っていることに注意したい。日本で「読み書き算盤」として、江戸時代後半には一般の教育水準がかなり高水準に達していた歴史的事実は、「開国」以降の迅速な「西洋文明」導入（「文明開化」）を可能にした大きな要因の一つであったと思われる⁸。

ヨーロッパでは、対数を用いた筆算方式が、算盤計算派と激しく争ったようであるが、最

⁶ その「汎用性」は数学を基礎とする学問文化が世界共通のものとして成立する根拠である。

⁷ 「不確実性」をどう位置付けるべきかは今世紀の課題である。

⁸ この時代、多くの訳語が考案され、現在も用いられている。中国に逆輸入されているものも少なくない。当時の「知識人」達の持っていた十分な漢学の素養がこれを可能にした。この結果一般の人々が「日本語で」西洋文化を学べるようになった（脚注13参照）。

最終的に前者が勝利を収めた⁹。これはケプラーの例でも分かるように、当時精密計算が必要だったのは主に三角法で、そこでは「数表」が用いられていた。そこで計算のために「三角関数の対数値」の数表が作成され用いられた。これは算盤派の及ばないところであった¹⁰。尤も前世紀からのコンピュータの爆発的発展は、算盤派の「巻き返し」と取れなくもない。◎またこれも筆者の想像に過ぎないが、デカルトが彼の「幾何学」において、2数の積 xy を「長さ」として作図した（2次の比例を導入した）ことが解析幾何学の誕生にとって決定的であったことは周知として、その着想はこの位取り記数法から得たのではなかろうか？位取り記数法の数式としての表現¹¹は多項式そのものであり、これがユークリッド環としての整数環と（体上の）1変数多項式環との類似につながっている¹²。

4. 数式は通常言語として読める—ただし統辞法は印欧語に倣っている

上に述べたように、数式のための記述により、その意味の大意は理解できるので、異言語間での翻訳も十分可能である。これは通常言語による記述、特に文学作品のそれとの決定的な違いである。この問題については節を改めて論じよう¹³。

ここで「教育」の立場から一つ問題を提起したい。現在日本で言われている大きな問題点（の一つ）として、多くの人々に「数式が言語（の一部）である」あるいは「数式には意味がある」との意識が極めて薄く、彼らは数式を（形式的な）「記号の羅列」としか見ていない（らしい）、という事実がある。

以前から日本では、「数学は暗記だ」との標語が跋扈し、多くの学校数学学習者にとって、数学の問題を「解く」とは、使うべき「公式」を記憶から取り出し、それを適用して「答」を得るという、「手順の実行」に過ぎず、「なぜその公式が成り立つのか？」「なぜその公式を適用して（正しい）答が得られるのか？」といった「意味」は考えない、との問題点が指摘され続けてきた。しかしその根底には、**数学者でさえも**数式は「(通常)言語として読める」と意識していない現実がある。これは筆者が故柴田勝征氏から自らの経験として直接伺った事実¹⁴で、筆者自身も数学教育を考える上で原点としている問題点である。

⁹ [T]等参照。しかしいずれにせよ数の表記法としては位取り記数法の原理を用いている。

¹⁰ ケプラーの第3法則など、対数を取れば気付きやすい。

¹¹ 例えば「数」365を「数式」で定義すれば、 $3 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 5 \times 10^0$ であり、「数」365について何かを「証明」しようとするれば、この「数式」の形に戻らねばならない。

¹² ここでの作図には「比」を用いるので、「単位の長さ」の指定が必要であることを想起しておこう。現代の私達は「座標」に慣れ過ぎていて、ともすると数直線では0と同時に1の位置を決めることが必須である事実を忘れがちである。微分積分学誕生当時の文献の図を見ると、必ず「単位の長さ」が表記されている。

¹³ 一つだけ問題を記せば、(数学から通常言語への)翻訳を完全な形で遂行するためには、数式(の意味)に対応する通常言語での読み方(訳語)が定められなければならない。しかし近年は原語(多くの場合英語)をそのまま「外来語」(あるいはその頭文字達)として「読み」とする場合が多い(脚注8参照)。これは近年の日本語自体の貧困化とセットになった問題と思われてならない。

¹⁴ 氏はその経験を基に言語としての日本語への考察を深め、浩瀚な著書([S1][S2])を刊行されたが、惜しくも早世された。それらを踏まえた上野健爾氏の論考をぜひ参照されたい([U])。

その原因は、数学言語の「統辞法」が西欧言語のそれを踏襲している事実にある¹⁵。

例えば $a^2 + b^2 = c^2$ とあれば、英語なら “a square plus b square is (equal to) c square.” とそのまま「読める」が、日本語では「a の二乗と b の二乗との和は c の二乗に等しい」と読む記号の順序を変えなければならない。漢文の「読み下し文」で「返り点」に従って読む文字の順序を変えるのと同じである¹⁶。

このような「読み替え」が正確にできるためには、(数式の) 意味内容まで理解することが必要になる。日本語で(音声として) 読まれた数学の文章を私たちが理解するためには数学者であっても欧米人より長時間を要する。むしろ多くの場合一度記述された「数学の文」としてイメージし直す、つまり(日本語ではなく)「数学語に戻す」ことが多い。

これは教育の場においては、学習する数式の意味・数学の理解についての混乱も生じうる。小学校でのかけ算の学習で $2 \times 3 = 6$ を日本では(普通)「2 の 3 倍は 6」とするので 2 が被乗数、3 が乗数だが、英語では “2 times 3 is (equal to) 6” と読むので 2 が乗数、3 が被乗数になる。しかしこの話題にはこれ以上立ち入らない。

問題の背景として、東洋では「アルゴリズム的思考」が主流で、ユークリッド幾何学の方法論(次節参照)は近代に至るまで広まらなかった歴史が関連するのかもしれない¹⁷。

しかし一方でこの問題は、グローバルな問題、すなわち成長過程での通常言語から数学言語への接続の問題として考えるべきかも知れない、と思うようになってきた。中学校での「数学嫌い」の顕著な増加は以前から問題とされ、数学教育の場では多くの実践もなされている。いずれにせよ根源的な数学サイドからの考察が欠けているのではなかろうか?¹⁸

実際に欧米においても「学校での言語」と「家庭での言語」との差異が教育に与える影響について論じられている(学習言語 [A] p13)。そのように捉え直せば、これは数学のみならず、日本の英語教育、国語教育にも深く関わる問題である¹⁹。

5. 定義から演繹的推論によって得られたもののみが「正しい」命題である

数学の文章で用いられる「文」は「命題」(statement)とよばれるが、これは以下の性質を持たなければならない：

- ・「正しい」か「正しくない」かが定まっている。命題が変量を含む場合(命題関数)はその変量を用いて「正しい」場合の条件が定まっている。
- ・「正しい」とは、(既に「正しい」と分かっている)命題達から、(推論規則に従う)演繹

¹⁵ 多くの欧米数学者は(当然ながら)この事実に全く気付いていない。

¹⁶ 日本語の統辞法は、いわゆる「逆ポーランド記法」に従い、文がツリー構造を持っている。計算機と「考えるパターン」の基本が似ているのである。

¹⁷ 一方ヨーロッパでも、中世の教育で(4科 quadrivium の一である)「幾何学」は学修者に全く理解されず、「教育」として機能していなかったと言われる。

¹⁸ その意味で遠山啓氏の「量の理論」をこうした観点から捉え直すことは有意義と思われる。その一方で、我々にも歯が立たない「数学難問」の成績を大学医学部への合否判定に用いることの不合理性を数学界はきちんと指摘すべきであろう。

¹⁹ 「数学」の欧語での語源は(意図的に)「学ばれるべきもの」の意であることを想起したい。

的推論によって「証明」されることである。

通常この方法論はユークリッドの「原論」で「確立」されたとされ、数学理論の基本とされる。読者には周知と思われるが、この言い方をもう少し厳密にしておこう。

0) ユークリッドは基本的に通常言語を用いて理論を記述している。記号は考察対象（「点」等）の「名称」（な）として用いられるのみである。

1) ユークリッドは、演繹的推論に先立って「定義」(definition), 「要請」(postulate), 「公理（共通概念）」(axiom)を置く。これらの命題は（以下で）「常に正しい」とされる。

2) 「定義」は数学用語の意味を「定める」。しかしその記述に数学用語が必要になるため、幾つかの用語は定義なしに用いられる。ヒルベルトは「点」「直線（線分）」等を「無定義用語」としたが、ユークリッドは例えば「線とは幅のない長さである」等として、むしろ「幅」「長さ」が無定義用語である。考え方によってはこの方が意味の深い定義と言える。

3) 「要請」は後世で一般に「公理」と言われてきたものであるが、正確には「以下の論述では『正しい』として議論を進める」という著者と読者との間の「約束」の内容である。「原論」ではこの最後の命題がいわゆる「平行線の公理」であるが、これが「自明でない」ことはおそらく本人が一番よく承知していた。それはこの「公理」なしに証明できる命題をまず第1巻前半にまとめて記述し、後半の（ピタゴラスの定理を含む）諸命題はこの「公理」が証明に不可欠なものとなっていることで分かる。命題の表現を含め、絞りに絞った「要請」が「平行線の公理」だったのである。

4) これに対し、一般的に成り立つ原理的命題を証明のために列挙したのが「原論」での「公理」であり、その多くは「加法的量」に関するものである。これはもちろん「対角線」などに現れる「無比量」(irrational quantity)を扱うためであった。

以上を踏まえて、現在の数学での扱いは次のようである（と筆者は了解している）。

0) 数学理論全体の基礎は数学基礎論がこれを扱うが、普通は「素朴集合論」と呼ばれる理論の上に数学理論が建設されているものとする。数学理論を全て「数式」で記述するというヒルベルト・プログラムはゲーデルの不完全性定理によって破綻した²⁰。

1) 理論の出発点（または途中初めて用いられる箇所）には（諸概念の）「定義」を置く。

「ユークリッド幾何学」のような場合には「公理系」の形とし、これを「満たすもの」として「定義」する（例えば「ペアノの公理系」による自然数の定義）。

一般の定義の場合、その本質を表すものとして必ず「数式」に対応する記述があり、以後定義を「証明」等に用いる場合にはその数式から出発する（脚注11参照）。初学者が習い始めに躓くのは、定義の（通常言語による）「ことば」のイメージに止まり、数式で書かれた定義にまで立ち戻らないためである場合が少なくない。

逆に（定義された）術語の正確かつ多様なイメージを得るためには幾つかの「代表的な」具体例を同時に記憶することが極めて有効である。できれば「定義に当てはまらない」例を

²⁰ 不完全性定理の証明は数学言語においても「意味論」が不可欠であることを示している。これは現在話題になっている chatGPT などの生成 AI の問題を考える上でも参考になるだろう。

併せて幾つか持っているといふ。定義にある条件の必要性が分かる。一方で「自明な」例も考え違いの防止に役立つ。

2) 推論規則は通常言語のそれと同じである。

すなわち「言語」は本来「論理的」なのである。おそらく話している本人も自分が推論規則に従ってものを言っているとの意識さえなかろう。

数学の「証明」でも形式を推論規則に合うものとするだけで、一々どの推論規則によるとは言わない。全てを列挙することもできない。

そして実際、(形式的に表現すれば必要になる)多くの部分を省略して表現する。しかしその省略部分について問われた場合にきちんと説明できなければ、「証明を理解している」とは言えない²¹。

3) 数学以外の一般的な場では、推論・対話の補助として、帰納的推論、類推などの蓋然性の範囲に止まる論法が用いられる。数学でも私達が「考える」あるいは「議論する」過程では、そのような推論を用いている。しかし最終的に「演繹的推論」による導出が得られなければ(数学で)「正しい」とは認められない。

哲学の思考法はこれに「近い」。また近代の学問はほぼこの流れの上にある(理性主義)。少なくとも「演繹的推論」ができない部分を(実験結果等によって)どう蓋然的に正しいとするかが明確になっていなければならない²²。

一方東洋の数学では歴史的に計算過程がしっかりしていることで十分とされてきた。近年数学教育ではカリキュラムの「効率化」を図るべく「アルゴリズム的思考」が注目されている([ICMIStudy24])。しかしこれが諸刃の剣であることは、日本での受験数学の問題を見れば明らかである。

4) 一方で(個人により異なる)「情緒的」記述は徹底して排される。これが通常言語、特に「文学作品」に用いられる言語との決定的な違いである²³。

6. 数学の(価値ある)創造物は「汎用的な理論」である

通常言語を用いて表現される(学術的な)文化は「人文科学」(humanities)と総称されるが、それと対比すべきは「自然科学」(natural science),あるいはより狭く「理論科学」(theoretical science)²⁴であり、数学と対照的な存在としては「文学作品」がある(そしてこれを「研究」する学問として「文学」がある)。すなわち数学が言語であるとして、数学言語で表現される価値ある「作品」は「数学理論」とするのが妥当であろう。

²¹ これはいわゆる(テキスト講読)「ゼミナール」で数理系学生が鍛えられるところである。

²² その「水準」あるいは「表現」が当該学問(discipline)を担う共同体の文化で共有される(パロール)。教育に関する「共通のプラットフォーム」では、その多様性が「共有」されねばならない(お互いに見えて、比較・議論できる)。

²³ 簡単に言えば、「三科」(trivium)で言う、「修辞学」に関係する部分。これに対し数学言語は「論理・弁証法」、言葉そのものが「文法」に対応する。

²⁴ 分かりやすいのは日本学術会議の第一部と第三部の対比であろうか。なお人文科学と自然科学の中間に「社会科学」がある。

・数学理論は汎用性に価値があり、いかにその理論が様々な問題に対して、それを考えるのに相応しい概念（言葉）を、それを解決するのに有効な手段を提供するかが重要である。これに対し「文学作品」は個性的なもので、その「独創性」が重要で、しかしそれを読んだ者の「感動」の大きさ（の共通性）が価値を決める。作品はそれぞれの「言語」で書かれるから、異なる言語間では「翻訳」に依ることとなる²⁵。

・したがって「数学理論」について考えることは、「言語学」の領域だけではなく、むしろ「文学」が主要な対応する学問分野（discipline）である。すなわち「教育数学」を考えるときには、言語学と文学の双方を対比考察する学術分野として考えることになる²⁶。

◎「数学理論」を「文学作品」と対応させて考えることから、「教育数学」を考える上で「思想史」としての「数学史」を現代に活かすことの重要性を最後に指摘しておきたい。ユークリッドの「原論」は上での考察からも知られるように「教育数学」にとってもまさに今に生きる「古典」なのである²⁷。本研究集会では森田康夫氏の論があるので、ここでは上の指摘にとどめる。

補説：教育を論じるための共通基盤（プラットフォーム）の建設について

補 1. 科学の智プロジェクト

「教育数学」は、本研究集会に先立つ、教員養成系大学の数学者を主体とする（京大数理研）公開研究会で蟹江幸博氏によって提起され、その後の一連の研究集会の中で考察され、深められてきた。ここではさらにその「前史」の存在を想起し、そこからまた別の流れが現在につながっていることを紹介したい。

◎「科学の智プロジェクト」（正式名称：2006-07 年度科学技術振興調整費調査研究「日本人が身に付けるべき科学技術の基礎的素養に関する調査研究」）は、北原和夫、長崎栄三両氏を中心に約 150 名のメンバーで行われ、7 つの専門部会²⁸が設けられ、（総合報告書と併せ）8 冊の報告書がまとめられた（[SfAJ]）。その中の一つに数理科学専門部会があり、メンバーの多くが本研究集会に参加されている²⁹。拙文はその報告内容の一部を発展させたものである。

これは当時その前から大きな問題となっていた「若者の理科離れ」への対応として、日本学術会議が 2003 年に設置した特別委員会での検討に始まる。そこで「学校教育、社会教育

²⁵ 文学作品の翻訳はむしろ新たな創作である。

²⁶ これが[SCJ1]で「言語・文学分野」となっている理由である。対応する数理科学分野の報告[SCJ2]は森田康夫氏を中心にまとめられたが、[SCJ1]での副委員長塩川徹也氏が委員として加わって下さった（補記参照）。

²⁷ 先立つ研究会での斎藤憲氏の一松氏への批判[sa]は、修辞学的な「味付け」として数学史を用いようとした誤りの指摘として当を得ている。

²⁸ 数理科学、生命科学、物質科学、情報学、宇宙・地球・環境科学、人間科学・社会科学、技術。メンバーは各専門分野研究者を中心としつつも、教育関係者、メディア関係者、コミュニケーターなども加わった。また全体を統括する企画推進会議が頻繁に開かれ、意識の統一を図った。

²⁹ 筆者は専門部会長として、企画推進、報告の取りまとめ等を行った。

を含む広い意味での教育のゴールを明示することが必要」との認識に至り、上記プロジェクトが実現した。これらの議論の「場」が正に教育の視点から科学を論じる「共通プラットフォーム」建設の試みであった。

枠組みとしてはアメリカ科学振興協会³⁰（AAAS）による科学教育改革提言の報告書“Science for all Americans”（1989 [SfAA]）に倣い、その日本版兼改訂版を企図した。報告書刊行時の紹介、特に数理科学部会のそれについては[N1]を参照されたい。ポイントとしては、直接教育カリキュラムを具体的に記述するのではなく、「すべての日本市民が持っているほしいゴールとしての智」をスケッチしたことである³¹。その議論を重ねる過程で、筆者も、数学そのものの新しい流れ、全く異なる分野の多様な知識を学ぶと共に、共通の「プラットフォーム」の必要性、一般の人々に自分の専門を理解してもらうための「言語化」の必要性を痛感した³²。

なお日本の「科学技術の智」プロジェクトと同じ時期に AAAS がとりまとめて打ち出したのが STEM 教育振興である³³。

補 2. 大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準

上記プロジェクトの後、日本では同じ北原和夫氏が中心になって日本学術会議に大学教育の分野別質保障委員会が設置され、その主導の下で専門分野毎に「大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準」が次々に出された。これらは「学士課程における各分野の専門教育が、その核として共有することが望まれる基本的な考え方を示し、各大学における教育課程編成の参考にしてもらう（参照してもらう）ことを通じて、大学教育の質の保証に資することをその目的として」いる（日本学術会議「参照基準（解説）」より）。最初に公表されたのは「経営学」次いで「言語・文学」「法学」（いずれも2012年）。数理科学（委員長：森田康夫氏）は翌2013年公表で、現在（2023年9月）までに33分野が公表されている³⁴。詳細は日本学術会議ウェブサイト（[SC.J]）を参照されたい。

この基準自体は研究者の団体である日本学術会議の責任でまとめられている（文部科学大臣の諮問によるものではあるが）。他分野の内容は読むといろいろ教えられ、考える参考になる。「科学の智プロジェクト」と同様に、高等教育を考えるための共通のプラットフォームが目指されている。

³⁰ ジャーナル「サイエンス」の発行元。

³¹ ここで言う「日本市民」も「日本の文化社会の中で生きている成人」の謂である。強調は筆者。

³² 全部に目を通してはいないが、個人的には「技術」「生命科学」報告書から多くを学んだ。

³³ AAAS の活動の重点は現在高等一般教育の場での科学教育に置かれているように感じる。これを見ると、日本の STEM あるいは STEAM 教育なるものが、義務教育レベルに深く関わろうとしていることに、早期英語教育推進と同様強い違和感を覚える。文化的（academic）な言語の育成こそが課題の中心だからである。また STEAM なる用語は意味不明で学術的議論に堪えない。かつての「学力低下問題」の際の「学力」、現在の「生きる力」と同様である。

³⁴ 直近は教育学分野で 2020 年 8 月に公表された（2023 年 10 月現在）。

補 3. ブルーナーの『教育の過程』について

現在の教育の状況は、半世紀前の「現代化」問題と「落ちこぼれ」問題が一度に、しかも世界的規模で現れているように見える。この問題への対処を考えるために、過去をもう一度振り返ることを研究集会で提案した。これについてのコメントで拙稿を閉じたい。

具体的には、当時「現代化」の理論的主柱であった J. S. ブルーナーの『教育の過程』(IB) の提案を現実化すること、すなわちきちんとした学問的検討に基づいて構造化(系統化)された、しかもそれ故に柔軟な(flexible)カリキュラムを構築することである。

特に「どの教科でも、知的性格をそのままに保って発達のどの段階のどの子どもにも教えることができる」との提案に依拠したい(邦訳 1977 年まえがき p xii)³⁵。

・彼は「基本的アイデア」を重視する。これは要素(ストイケイア)ではなく「原理」(アルケー)である。数学ではピタゴラスが「数のアルケー」を最重要視した(アリストテレス『形而上学』)。プラトンは幾何と言えようか:「幾何学を知らざる者はこの門に入るべからず(アカデメイア)」。パスカルはさらに「運動」「数」「空間」と言う(IP p232)³⁶。

・彼は「現代化」弊害の「張本人」のように言われた。特に日本では「集合」が小学校で導入されたことで。しかしこれは彼の主張の根本的無理解に基づく。集合では「属す」「属さない」が「はっきりしていること」がその本質であって、「集合」という数学用語の問題ではない。現在小学校で「三角形」を学ぶが、その内容は(言葉による)「定義」(それは極めて難しい)ではなく、与えられた図形が、三角形か否かが「直観的に(intuitively)区別」できる(さらに三角形でないときにその理由を自分の言葉で言える)ようになることで、それこそが小学校年齢の思考発達段階に適合する「集合」の(本質の)学びである。日本の初等数学教育の優れた実践は十分ブルーナーの目標を実現している。

・問題はむしろその後なのである。初等教育後半辺りから、単なる日常言語だけでなく、「文化」を語る言語の学習が中心になってくる³⁷。

・こうしたカリキュラムの具体的構築には当該学問分野の専門家、教育実践者の協力が必要になる(ブルーナーの言う discipline-based)。専門・立場の枠を越える議論を行うための共通のプラットフォームが不可欠なのである。同時に教育実践の場にある教師達の自由な学びと試みが必須であることもブルーナーは指摘している(IB 117 ページ)。

現在の日本の教育が向かっている方向は正しいのだろうか？

参考文献

[A] 安彦忠彦 『カリキュラム論から見た教員養成教科内容学研究の構想』, 日本教科内容学会誌, 第 5 巻 (2019), 3-16 ;

[B] Bruner, J. S., “The Process of Education”, Harvard Univ. Press, 1960, 1977 ; 邦

³⁵ 筆者所有の邦訳は 48 刷 (2010)。

³⁶ これに「音楽」を加えるといわゆる四科(quadrivium)に、「不確実性」(uncertainty)を加えると、PISA「数学的リテラシー」にある「内容カテゴリー」に対応する。

³⁷ 脳科学の言う前頭前野の完成期に対応。従来から「十歳の壁」として意識されてきた。

- 訳, 鈴木祥蔵, 佐藤三郎, 『教育の過程』, 岩波書店, 1963 ;
- [H] 廣松渉 『もの・こと・ことば』 勁草書房, 1979;ちくま学芸文庫, 2007 ;
- [ICMIStudy24] “Mathematics Curriculum Reforms” ICMI Study 24, Springer, 2023 ;
- [K1] 蟹江幸博 『数学の多様性と普遍性』, 京大数理解析研究所講究録, 2021 号 (2017), 1-50 ;
- [K2] 蟹江幸博 『プラットフォームとしての教育数学』, 京大数理解析研究所講究録, 2245 号 (2023), 24-41 ;
- [K&S1] 蟹江幸博, 佐波学 『言語学から教育数学を構想する』, 京大数理解析研究所講究録, 1867 号 (2013), 4-80 ;
- [K&S2] 蟹江幸博, 佐波学 『数学の教育の個人的側面と社会的側面 ～教育数学の構築に向けて～』, 京大数理解析研究所講究録, 1920 号 (2014), 4-76 ;
- [N1] 浪川幸彦 『21 世紀の数学リテラシー –科学リテラシーとの関係を視野に–』, 科学教育研究, 33 卷 1 号 (2009), 12-21 ;
- [N2] 浪川幸彦 『数学文化の基礎としての十進位取り記数法』, 数学文化, 39 号(2023), 102 ;
- [P] パスカル 『幾何学的精神について』, 塩川徹也・望月ゆか訳 『小品と手紙』, 岩波文庫, 2023 ;
- [Sa] 斎藤憲 『数学史から見た数学教育』, 京大数理解析研究所講究録, 1801 号 (2012), 38-43 ;
- [S1] 柴田勝征 『算数教育と世界歴史言語学』, 花伝社, 2014 ;
- [S2] 柴田勝征 『言語 vs 認知の脳内抗争史』, 花伝社, 2015 ;
- [SCJ] 日本学術会議：大学教育の分野別質保証委員会：参照基準（報告として随時公表）：
<https://www.scj.go.jp/ja/member/iinkai/daigakuhosyo/daigakuhosyo.html>
- [SCJ1] 日本学術会議報告 『大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準
 言語・文学分野』 (2012), 32pp ;
- [SCJ2] 日本学術会議報告 『大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準
 数理科学分野』 (2013), 28pp ;
- [SfAA] AAAS (アメリカ科学振興協会) “Science for All Americans : A Project 2061
 Report”, Oxford Univ. Press, 1989 ;
- [SfAJ] 北原和夫他編 『科学技術の智プロジェクト報告書』, ウェブサイト 『科学の智ラボ
 ラトリ』 : <https://literacy.scri.co.jp>, 参照 ;
- [T] ジョン・タバク 『はじめからの数学 3. 数』, 青土社, 2005 ;
- [U] 上野健爾 『論理と日本語』, 数学文化, 37 号 (2022), 23-33.