

(続紙 1)

京都大学	博士 (理学)	氏名	増井 陸
論文題目	A study on antiferromagnetic spin-1 chains coupled to environments: the ground-state properties and the computational power of mixed states (環境と結合した反強磁性的スピン1鎖の研究: 基底状態の性質と混合状態の計算能力)		
(論文内容の要旨)			
<p>環境と結合した量子系の振る舞いは、純粋に学術的に興味深いのみならず、たとえばデコヒーレンスの下での量子計算の安定性など、実用上も大変重要な問題である。本博士学位論文において、申請者の増井陸氏は磁氣的、トポロジカルに興味深い性質を示す一次元のスピン1モデルが、環境と見なせる別の部分系と結合した際に示す性質について研究を行った。本学位論文は扱う対象、問題によって二部から成る。</p>			
<p>第一部では、環境として相互作用のない伝導電子系を考え、それがスピン1ハイゼンベルクモデルと磁氣的な交換相互作用(近藤結合)で結合したモデル(近藤-ハイゼンベルクモデル)の基底状態の示す磁氣的性質、電気伝導性などについて数値計算と解析計算の両面から調べている。増井氏は、まず近藤結合が伝導電子の運動エネルギーやスピンモデルの相互作用エネルギーのスケールよりも十分大きい場合に強結合展開を行い、低エネルギーの有効ハミルトニアンを求めた。この有効モデルの解析から、近藤結合が十分に強い場合には伝導電子の占有率が各サイト当たり1個の場合(ハーフフィリング)を除き、幅広い領域にわたって一般的に強磁性金属状態が基底状態であることを数学的に厳密に示した(これは局在スピンの大きさが$S \geq 1$なら成り立つ)。いっぽう、ハーフフィリングの時はスピン相関が反強磁性的かつ臨界的な絶縁相となる。次に、近藤結合が中間的な値の場合を調べるために、密度行列くりこみ群と有限サイズ効果を最小化する特殊な境界条件を組み合わせた数値解析を行った。その結果、近藤結合が十分大きい時に見出された強磁性金属相は局在スピン間のハイゼンベルク相互作用との競合により不安定化し、絶縁相が出現することがあることがわかった。</p>			
<p>続いて第二部では、考察しているスピン1系が「対称性に護られたトポロジカル相(SPT相)」と呼ばれる励起ギャップのあるトポロジカル相にあることに着目し、そこに外部環境からの擾乱が加わった際にトポロジカル相がどうなるかを考察した。波動関数が中心的役割を果たす孤立系におけるSPT相については、近年著しく理解が進み既によく理解されている。いっぽう、密度演算子により状態が定義される開放量子系においてSPT相をどのように定式化するか、という問題はまだ未解決であり、現在この分野の中心的問題のひとつとなっている。この問題に対し増井氏は、孤立系のSPT相の状態が「測定型量子計算」と呼ばれる量子計算手法におけるリソース状態となることに着目し、外界の影響下に置かれたSPT状態が孤立系の時と同じ計算能力を持つことをもって、開放量子系がSPT相にあるための判定条件とすることにした。この計算能力は、実現したい量子ゲートの種類によって異なる「ゲート・フィデリティ」と呼ばれる量によって定量化されるが、これを具体的に計算することで、ゲート・フィデリティが孤立系のSPT相の研究で広く用いられてきた「ストリング秩序演算子」と呼ばれるものの期待値と本質的に同一であることを見出した。また、ストリング秩序演算子が雑音下で減衰しない条件として先行研究で提案されていた「強い対称性」の条件は、測定型量子計算が計算能力を保持することと同値であることも解析的、数値的に示した。</p>			

(続紙 2)

(論文審査の結果の要旨)

本論文は、それ自身が非自明な基底状態を持つ、スピン1のハイゼンベルク模型およびその拡張モデルが外部の系と結合した場合にどのような性質を示すかを、大きく分けて2種類の場合について考察している。

第一部では、着目系が伝導電子と結合した、いわゆるスピン1の近藤-ハイゼンベルク模型の性質を考察している。スピン部分がスピン1/2の場合は過去にいろいろ調べられてきているが、スピン1以上の場合は、そもそも結合が弱い極限で実現する反強磁性状態がスピンの大きさ S に依存して定性的に異なるため理論的に非自明であるだけでなく、最近重い電子系の文脈でこのような系が実現する可能性も指摘されており、実験的にも興味深いと考えられる。本論文での考察は主として、近藤結合が他のエネルギースケールに比して大きい領域に関するものであるが、その領域ではかなり一般的に強磁性金属が基底状態になること、また、この金属相は局在スピン間の相互作用との競合で不安定化し、反強磁性ゆらぎが支配的な絶縁体になることもあり得ることを解析的、数値的に示したことは、この系の相構造の理解の上で重要な一歩である。いっぽう、外界との相互作用の影響という観点からは近藤結合が小さい領域の振る舞いも興味深い、これについては今後の研究が待たれる。

第二部は、最近関心を集めている「量子開放系における対称性に護られたトポロジカル相 (SPT相)」の問題に測定型量子計算の視点からアプローチしたものである。状態が密度行列で指定される開放系の場合には、孤立系の場合に確立している定式化の方法がそのままでは適用できないので定式化すること自体がチャレンジングな問題となっている。この問題に関しては、何らかの秩序演算子を用いる方法、形式的に密度演算子を「波動関数」に書き直した上で、孤立系で開発された手法を当てはめるアプローチなどが提案されているが、それらの妥当性は必ずしも明らかではなかった。本学位論文で増井氏が提案した、孤立系のSPT相に特有の性質を用いて量子計算を行う測定型量子計算の計算能力が保持されているかどうかを以て開放系のSPT相を定義するアプローチは、その妥当性の根拠が明白な定式化であるのみならず、結果的に、これまでに提案されていた秩序演算子を用いる定式化を量子計算の立場から解釈、正当化するのにも役に立つ大変意味のあるものである。本論文では、ある特定のSPT相に対してこのアプローチの有効性を示したが、これは、より一般的なSPT相への拡張、これまでに提案されてきている他のアプローチとの関連の解明などの今後の開放系SPT相の研究の出発点となると思われる。

以上の理由から、本論文は博士(理学)の学位論文として価値あるものと認める。また、令和6年7月10日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。

要旨公表可能日： 年 月 日以降