

装置の構造解析のための
負荷分布理論を用いた直動ガイドの
モデル化手法

2024

青山 将大

目 次

第1章	緒 言.....	1
1.1	案内要素.....	1
1.2	直動ガイドの歴史.....	3
1.3	工作機械のシミュレーション環境.....	6
第2章	直動ガイドの力学モデルと解析手法.....	8
2.1	緒論.....	8
2.2	直動ガイドに作用する荷重と転動体に作用する荷重のつり合い.....	10
2.3	キャリッジ・レールの剛性を考慮した負荷分布計算.....	14
2.3.1	解析方法.....	14
2.3.2	FEM と接触部剛性の逐次計算法.....	15
2.3.3	解析精度.....	19
2.4	キャリッジ・レール変形の近似による負荷分布計算.....	22
2.4.1	キャリッジ変形の定式化.....	22
2.4.2	レール変形の定式化.....	25
2.4.3	解析精度の確認.....	29
2.5	結論.....	34
第3章	装置の構造解析のための直動ガイドの力学モデルと解析手法.....	35
3.1	緒論.....	35
3.2	有限要素モデルと負荷分布モデルを組み合わせた解析手法.....	36
3.2.1	有限要素法と負荷分布の逐次計算法.....	36
3.2.2	パイロット節点と非線形ばねを用いた直接計算法.....	38
3.3	静剛性の推定と検証.....	41
3.3.1	垂直荷重作用下での検証.....	41
3.3.2	垂直荷重とモーメント作用下での検証.....	46
3.4	実際の装置を対象とした実験と解析による静剛性の比較.....	51
3.5	結論.....	54

第4章	直接計算法で得られた負荷分布の検証とその利用	55
4.1	緒論	55
4.2	直動ガイドの姿勢変化測定による負荷分布計算の検証	57
4.2.1	実験の概要	57
4.2.2	装置の温度分布	59
4.2.3	検証結果	62
4.3	負荷分布の利用による直動ガイドの状態推定	66
4.3.1	温度条件の違いによる装置の変形状態の比較	66
4.3.2	直動ガイドの負荷分布の比較	67
4.3.3	装置の温度変化の理論寿命への影響	69
4.4	結論	71
第5章	動解析における直動ガイドのモデル化手法	72
5.1	緒論	72
5.2	モデル化手法	73
5.3	解析モデルの検証	74
5.4	直動ガイドの剛性を変化させた場合の解析例	79
5.5	結論	82
第6章	結 言	83
6.1	研究のまとめ	83
6.2	今後の展望	85

第1章 緒 言

1.1 案内要素

機械構造におけるテーブル送り機構は主に、モータなどの駆動装置、ボールねじやラックピニオンなどの運動伝達要素、そして案内要素によって構成される¹⁾。また、案内要素にはすべり案内、転がり案内、静圧案内、磁気案内、平行ばねなどがあるが、直動ガイドは転がり案内に分類される。すべり案内は移動側と固定側が面接触状態でのすべりによる相対的な移動であるため摩擦力が大きく、スティックスリップや摩耗を避けることができず、高速の移動も困難である。また、軌道面をそのままなぞることから接触面の加工精度の管理にも注意が必要となる。しかし、剛性や減衰性が高く大きな工作物の重切削をおこなう大型のマシニングセンタで用いられることが多い。また、静止時の安定性も他の案内要素よりも高いことから高精度な機械にも用いられる場合がある。転がり案内は移動側と固定側の間にボールやローラといった転動体を介する方式である。剛性や減衰性はすべり案内に劣るが、摩擦が小さいためスティックスリップが起こりにくく、高速の移動が可能である。また、摩耗が少なく長期間精度を維持でき、寿命の予測も可能である。さらに、グリース潤滑をおこなえばメンテナンスも容易で、市販品が豊富であり組立調整も他の方式より簡便である。

静圧案内は移動部と案内面の間に潤滑油や空気など加圧された流体を送り込み運動部を浮上させて支える方法である。運動部と案内面が完全に非接触であるため転がり案内よりもさらに摩擦抵抗が小さく、超精密位置決め装置用の案内要素として用いられる場合が多い。しかし、一般的に静圧案内は受注生産であり高価である。また、潤滑油を用いる場合には油の管理や汚染の問題があり、空気を用いる場合には剛性が低いという欠点がある。

超精密位置決め専門委員会では 1986 年から 4 年ごとに国内の企業や大学、高専等を対象としてアンケート調査²⁾をおこなっており、回答者が研究、開発、生産している装置に使用される案内要素について調査されている。そのなかで、転がり案内が採用される割合は 1990 年から 2010 年までは 40%前後を推移していたが、2014 年に 58%、2018 年に 69%と近年急激に増加していることが報告されており、主要な案内要素となっていることがわかる。これは直動ガイドの経済性や使いやすさに

加えて、剛性や走行精度といった性能が向上し、従来のすべり案内や静圧案内が採用されていた領域にも直動ガイドが使用されるようになったことが理由であると推察されている。

1.2 直動ガイドの歴史³⁾

転がり案内の歴史は 1944 年に開発されたボールブッシュから始まった。ボールブッシュは、図 1.1 に示すように軸とナット間に転動体としてボールが組み込まれており、ナットの移動に伴ってボールが転がり、ナット端部でターンし循環することで無限直線運動をおこなう案内要素である。ボールブッシュはボールと軸およびナットとの接触面積が小さいことから許容荷重が小さく、剛性と動き（転がり抵抗）が上手くバランスする予圧範囲が小さいという課題もあった。また、ナットは軸まわりの回転方向に拘束されない構造であるため、軸まわりのモーメントが作用するとボールがすべることでナットは回転してしまい故障の原因となることから実用上の制約もあった。

ボールスプラインはこれらのボールブッシュの欠点を改良したものである。軸とナットにボール形状に近似した軌道面を設けることで接触面積が大きくなり、許容荷重が増加するとともに、ナットの回転が拘束されることからトルクの伝達が可能となった。初期のボールスプラインは軌道面が 2 つの円弧からなるゴシックアーチ形状と呼ばれる構造であったため、予圧を付与することができず若干のガタが生じてしまう欠点があった。図 1.2 に示す 1971 年に開発されたアンギュラ形ボールスプラインでは軸に突起を設けてその突起をボールで挟み込む構造となっている。軌道面は単一の円弧からなるサーキュラーアーク形状であることから予圧を付与することができ、剛性の向上とガタの解消を実現した。

ボールスプラインは軸の両端を支持したときに荷重によって軸自体がたわみ、精度や剛性が低下してしまう場合があった。そこで 1972 年に、図 1.3 に示すように 6 条ある条列のうち 4 条を残して、あとの 2 条の部分に取付台を設けた直動ボールガイドが開発された。これにより軸のたわみが解消され案内精度が向上するとともに、高剛性化、コンパクト化が実現された。これを基に現在では様々な種類の直動ガイドが開発されている。

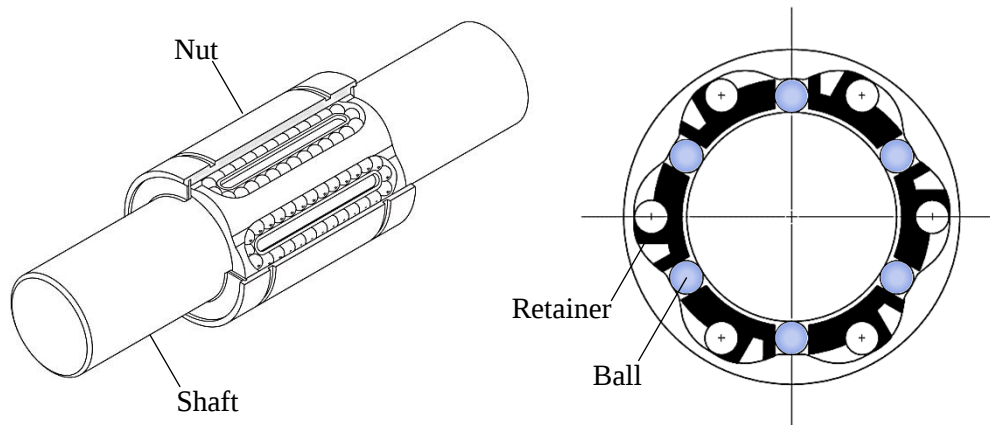


Fig. 1.1 Structure and cross section of ball bush

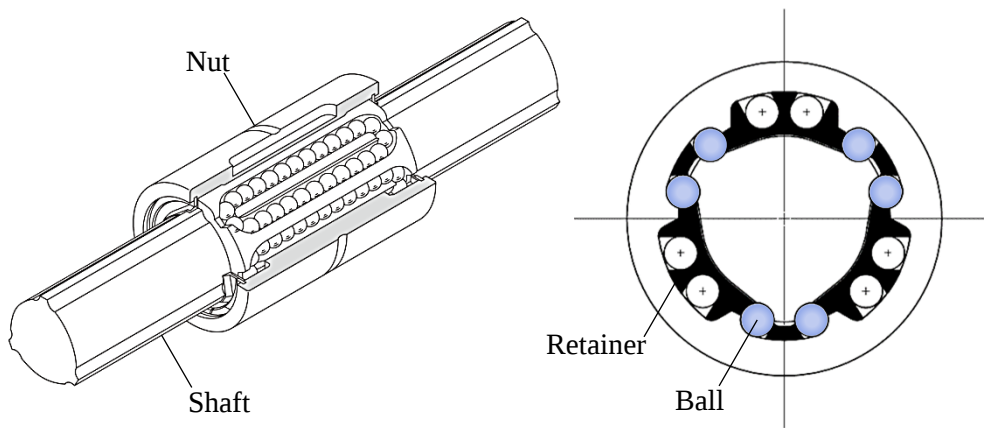


Fig. 1.2 Structure and cross section of ball spline

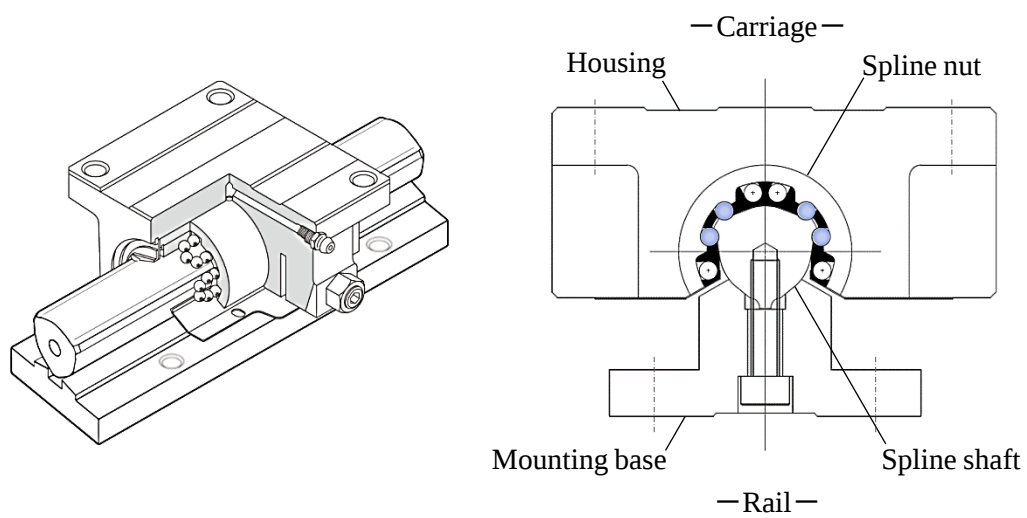


Fig. 1.3 Structure and cross section of LSR that is first linear motion ball guide

前述したように直動ガイドは比較的歴史の浅い要素部品であり、研究例もそれほど多くはない。直動ガイドが開発された後、数年後から研究が報告されており、そのうちの一つは直動ガイドの負荷分布に関するものであった。負荷分布の理論的な解析方法⁴⁾⁵⁾についてやひずみゲージ、二次元光弾性による測定結果⁶⁾⁷⁾について等の複数の研究が報告されている。直動ガイドに荷重やモーメントが作用すると、個々の転動体に荷重が分配され転動体と軌道面の接触部に変形が生じてキャリッジは姿勢変化する。また、その接触部には接触面圧が分布し、その表層化にはころがり寿命に影響する動的せん断応力が生じる。したがって直動ガイドの転動体に作用する荷重の分布（負荷分布）を知ることは、直動ガイドの剛性や寿命を予測するために必要となる重要な研究テーマであったと考える。また、直動ガイドはすべり案内と比べて摩擦が小さいことが大きなメリットであることから、摩擦抵抗⁸⁾⁹⁾やその変動¹⁰⁾についての研究例もみられる。

その後、1980 年台から 1990 年台では直動ガイドの寿命、基本動定格荷重に関する研究¹¹⁾¹²⁾や精度、剛性に関する研究¹³⁾がおこなわれている。基本動定格荷重はこれらの研究を基にして ISO で計算式が規定されることとなった。また、従来から知られていた案内面の仕上げ精度よりも直動ガイドの精度が良くなる精度平均化効果が理論的に実証されたのもこの頃である¹⁴⁾¹⁵⁾。直動ガイドでは精度、剛性、寿命、摩擦といった性能が重要であると考えるが、これらの基本的な性能に関する研究が進められてきた。

2000 年代以降には、微小変位領域であらわれる非線形ばね特性についての研究¹⁶⁾¹⁷⁾¹⁸⁾がみられる。これは直動ガイドに進行方向の印加力を与えた時、印加力と変位の関係がヒステリシスを生じて非線形性を示す現象である。非線形ばね特性は転動体が転がり始めるときや転がり方向を反転するときにあらわれることが知られ、精密・超精密の位置決め精度に悪影響を及ぼすといわれている¹⁹⁾。非線形ばね特性があらわれる数十ミクロン以下の領域の位置決め精度が求められるような場合には重要な課題であり、様々な摩擦モデルの提案や制御方法の開発がおこなわれている²⁰⁾²¹⁾²²⁾。

1.3 工作機械のシミュレーション環境

近年、工業製品は複雑さを増し、ライフサイクルが短くなるにつれて、製品を開発する際の試作品の製作が大きなボトルネックになっている。製品の欠点を見つけたり設計の最適化をおこなうために、何度も試作品を製作したり試験をおこなうための時間的、コスト的な余裕はないといえる。開発期間の短縮や開発コストの削減を目的として、試作品による試験や設計変更をおこなう代わりに設計段階において CAE (Computer Aided Engineering) が用いられる場合が多い。

シミュレーション用ソフトウェアの工業的な利用は航空機や自動車の分野で始まった。現代では試作品を作る前に様々なシミュレーションを実施することができる。工作機械においても設計の段階に応じて様々なシミュレーション方法が用いられている。

設計の初期段階では機構解析や 1D シミュレーションが用いられることが多い。機構解析は、個々の部品を剛体として扱い、それぞれの部品間をジョイントや力要素で連成し運動方程式の形にモデル化してその動きをシミュレーションする手法である。特にパラレルリンク機構を持つ装置ではその運動学的な構成が性能に大きな影響を及ぼすため、機構解析が効果的であると考えられる。また、シミュレーションによる仮想的な試作は設計段階だけではなく、加工シミュレーション等にも応用されている。

最も一般的に広く活用されているのは有限要素法 (FEM : Finite Element Method) である。FEM は静的、動的な構造解析、伝熱解析、流体解析など幅広い物理現象をシミュレーションすることが可能な手法である。コラムやベッドといった個々の部品を解析する場合は難易度も低く、ほとんどの製品開発で利用されていると考える。しかし、装置としての性能は個々の部品の解析のみでは不十分であり、装置全体を対象としたシミュレーションが必要となる。その場合、ボルト締結部や軸受、直動ガイド、ボールねじといった部品間の接合部のモデル化が課題となる。機械構造全体で多数使用されるボルト締結部に対しては、おねじやめねじ間の接触を再現した解析モデルにすると解析コストが膨大になってしまうため、それらを簡易化しながら解析精度を保つようなモデル化手法が提案されている²³⁾²⁴⁾。また、転がり軸受についてはその剛性が開示されていたり、解析ソフトウェア内に軸受をモデリングするための機能が搭載され、各社軸受の形番を選択することで軸受部のモデリングが

完了するような機能²⁵⁾²⁶⁾が存在したりする。

直動ガイドの場合には一般的には剛性は開示されておらず、解析ソフトウェア内にモデリング機能が搭載されていないため、そのモデリング方法についていくつか提案されている。甲斐ら²⁷⁾や高橋ら²⁸⁾は直動ガイドを 1 方向のみのばねで等価し、そのばねの剛性はインパルス応答試験等に合致するような値を用いている。また、Liang ら²⁹⁾や Hung ら³⁰⁾は直動ガイド内のそれぞれの転動体を 1 つまたは 2 つのばねに置き換え、その剛性値は Hertz の接触理論を適用するかインパルス試験に合致する剛性値を採用している。これらのモデリング手法ではその剛性値を推定するために直動ガイド単体、あるいは実験対象の装置を用いて事前に測定が必要なものが多いが、選定の際に多岐に渡る直動ガイドの形番を対象として検討することが難しいことから汎用性が高いとはいえない。また、解析モデル作成に非常に手間がかかるものや、直動ガイドの挙動を完全には再現できないものもある。そこで、本研究では装置全体を対象とした解析をおこなうための直動ガイドのモデル化手法を考案し、その妥当性を検証した。一方、直動ガイドからの視点で見ると、装置内に組み込まれたキャリッジには 5 方向の荷重やモーメントが作用することになるが、それらは直動ガイドで構成される案内機構の様々な性能を左右することになるため、本モデル化手法による直動ガイドへの作用荷重・モーメントの算出についても検証をおこなった。

本研究の構成は以下の通りである。第 2 章では直動ガイド単体の解析手法である負荷分布理論の概要と、キャリッジやレールの変形を FEM 等を用いて考慮することで負荷分布理論の解析精度を向上させた内容について説明する。第 3 章では装置全体を対象とした構造解析をおこなうために直動ガイドのモデル化手法を考案し、その静剛性について検証する。第 4 章では考案した解析モデルを用いて直動ガイドへの作用荷重・モーメントを算出できるか検証し、求めた荷重・モーメントから直動ガイドの種々の性能を計算する。第 5 章では動的な構造解析に適用可能な直動ガイドのモデル化手法を提案し、その検証や活用について考察した。第 6 章は以上の内容をまとめた結論である。

第2章 直動ガイドの力学モデルと解析手法

2.1 緒論

直動ガイドは1章でも述べたようにキャリッジとレールは、ボールやローラーといった転動体を介して接触しており、転動体が転がることでキャリッジが運動する構造である。キャリッジに作用する外部荷重は個々の転動体に分配され不静定問題となる。

類似の構造を持つ例として転がり軸受があげられる。外部荷重が作用した場合、直動ガイドではレールとキャリッジの相対変位、軸受では内外輪の相対変位は外部から作用する荷重が個々の転動体にどのように分配され、それぞれの接触部においてどのくらい変形するかによって決まるが、その計算は単純ではない。軸受の剛性については Stribeck が Hertz の接触理論³¹⁾を適用し解析した研究から始まる。内外輪の相対変位から各転動体の接触部変形量と転動体荷重を求めて、転動体荷重の総和と外部荷重が釣り合うように相対変位を求める。当時は相対変位を逐次変化させて、外部荷重と釣り合うように計算したが現在ではコンピュータを用いた収束計算で簡単に解を得ることができる。

この計算ではハウジングや軸を剛体と仮定して転動体と軌道面の接触部の変形のみを考慮しているが、実際には剛体と考えるには剛性が低く、計算した荷重分布と実際の転動体荷重分布が異なる場合もある。したがって、軸受自身やその周辺部品の変形が荷重分布に及ぼす影響を把握することは重要であり、様々な研究がおこなわれている。初めにこれらの研究に取り組んだのは T.A.Harris³²⁾であり、軸受外輪が変形した場合の荷重分布を理論解析により求め、軸受周辺部品の変形が寿命に与える影響について調べた。W.Cheng³³⁾や P.A.Tibbits³⁴⁾は荷重分布を解析するために、より複雑な形状の変形を考慮することが可能な FEM を用いた。また、G.Cavallaro³⁵⁾らは軸受とハウジングの変形を定式化し、荷重分布の変化について調べた。

直動ガイドにも同様の研究例がみられる。清水らはキャリッジやレールは剛体と仮定して転動体と軌道面の接触に Hertz の接触理論を適用し、キャリッジとレールの相対変位から各転動体の変形量と荷重を幾何学的に計算して転動体荷重の総和と外部荷重の釣り合いから相対変位を求める手法である負荷分布理論を考案した

³⁶⁾ その後、今井らによりキャリッジとレールの変形を FEM を用いてモデル化し、負荷分布理論に適用した理論およびキャリッジの変形量と転動体荷重の関係を定式化して負荷分布理論に適用した理論に拡張された³⁷⁾。負荷分布理論はキャリッジとレールの相対変位を求める手法であることから、直動ガイドの剛性を計算することはもちろん、精度平均化効果の立証³⁸⁾³⁹⁾や寿命予測⁴⁰⁾、クラウニングやテーブル剛性、ミスアライメントがウェービングに与える影響の予測⁴¹⁾⁴²⁾⁴³⁾などさまざまな研究へと応用されており、直動ガイドの性能を予測するために負荷分布を知ることの重要性がわかる。

本論文では次章以降においてこの負荷分布理論を利用して FEM における直動ガイドのモデル化について論じるため、まずは負荷分布理論の内容について説明する。本章では清水らの構築した負荷分布理論の基本的な考え方を述べ、今井らによる FEM を適用したキャリッジとレール変形の考慮とキャリッジの変形の定式化について説明し、最後にさらなる解析精度向上を目的とした著者らによるレール変形の定式化の取り組みについて述べる。

2.2 直動ガイドに作用する荷重と転動体に作用する荷重のつり合い³⁵⁾

まずは、清水らの考案した負荷分布理論について述べる．図 2.1 に示すように、座標原点は x 軸方向はキャリッジの中央、 y 軸、 z 軸方向は 4 つの軌道面の中央として座標軸を設定する．この座標系 xyz はキャリッジの移動に伴って原点位置が変化する座標系である．直動ガイドの剛性は進行方向に垂直な水平方向と垂直方向の荷重 F_y , F_z と各軸周りのローリング、ピッチング、ヨーイングモーメント M_x , M_y , M_z に対する 5 方向の変位と変位角 α_y , α_z , α_{rx} , α_{ry} , α_{rz} の関係であらわされる．

直動ガイドの剛性に影響するのが、転動体と軌道面の接触位置と接触状態である．図 2.2 は条列番号 j 、転動体番号 i の任意の転動体と軌道面の断面をあらわしている．構造物や接触部の変形によってレールに対してキャリッジの位置と姿勢が相対的に変化する．このとき、レールの曲率中心点 A_{rij} から見てキャリッジの曲率中心点 A_{cij} は A'_{cij} に移動する．接触角はレールの曲率中心点 A_{rij} とキャリッジの曲率中心点を結んだ線のなす角度であり、初期接触角 γ_i から β_i へ変化する．この結果、転動体とキャリッジ、レールのそれぞれとの接触箇所では接触部弾性変形量 δ_{ij} が生じ、これに応じた荷重 P_{ij} が作用する．ここで、キャリッジ曲率中心の移動量 δ_{ij} と δ_{zj} はキャリッジの姿勢変化とキャリッジ曲率中心点の座標 x_{cij} , y_{cij} , z_{cij} を用いて

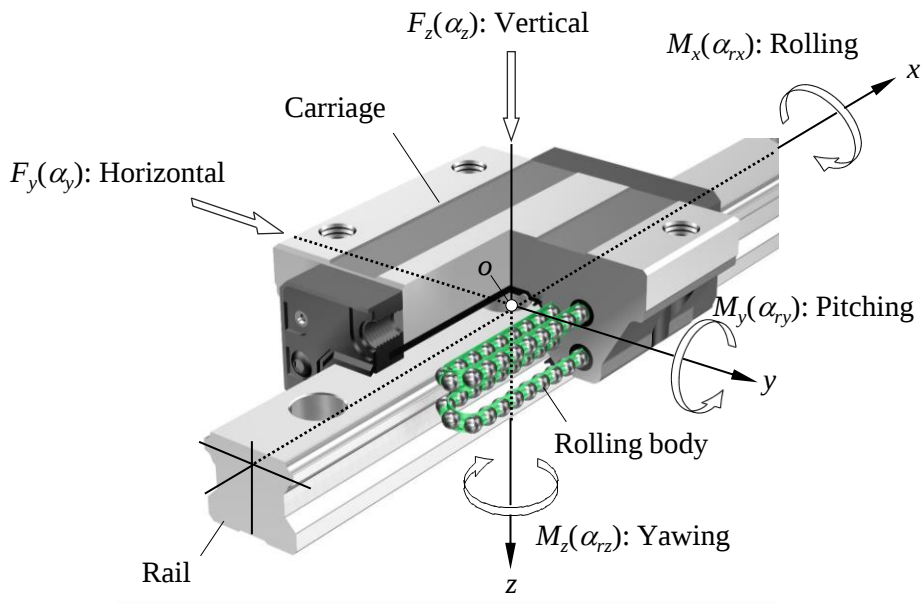
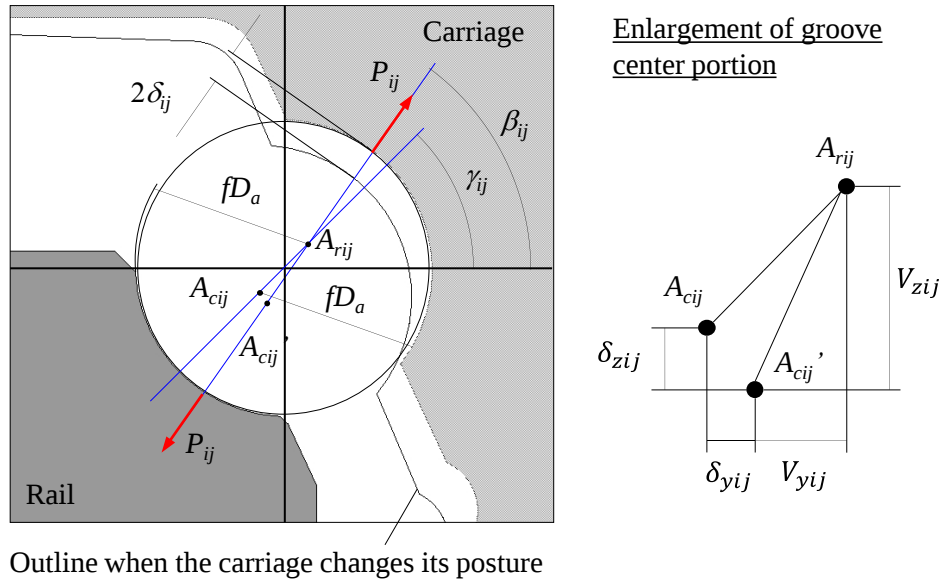


Fig. 2.1 Linear guide coordinate system



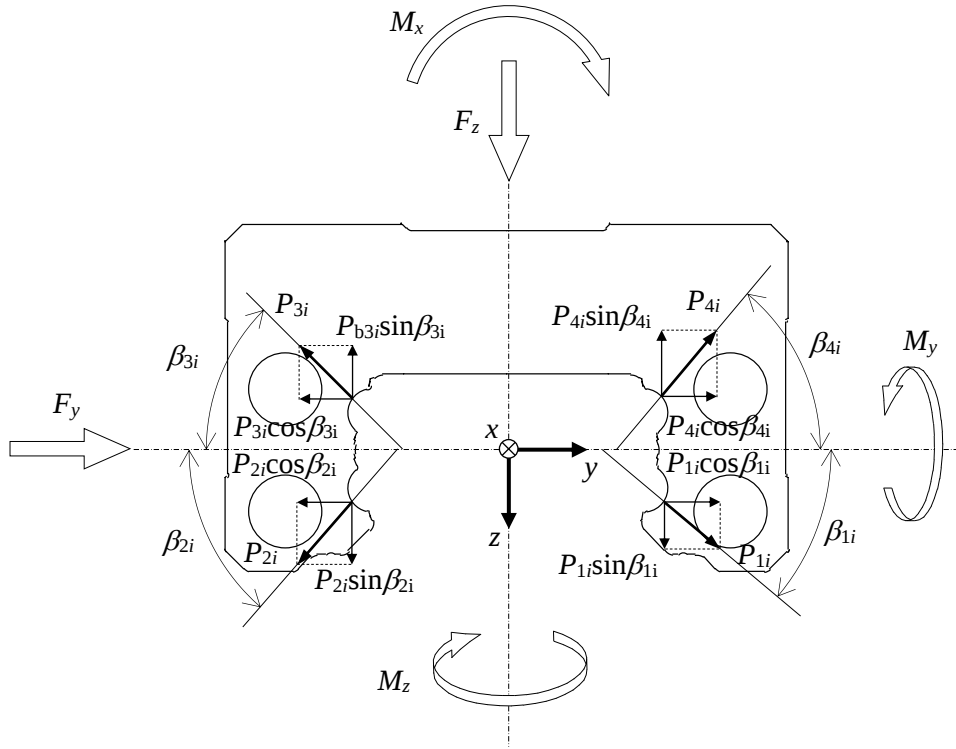


Fig. 2.3 Loads acting on the linear guide

$$P_{ij} = C_b \delta_{ij}^{\frac{3}{2}} \quad (9)$$

と表せる．このように転動体荷重や接触角は 5 方向の変位 α の関数として表すことができる．

以降、ひとつの転動体から、キャリッジ全体に拡張して考えると、図 2.3 に示すように、キャリッジには外力 5 成分が作用し、 $j = 1 \sim 4$ の各軌道面には各転動体からの荷重が作用することで、静的に釣り合うことになる．キャリッジに作用する力とモーメントのつり合い式は以下のように表せる．

$$F_y + \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^Z P_{ij} \cos \beta_{ij} = 0 \quad (10)$$

$$F_z + \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^Z P_{ij} \sin \beta_{ij} = 0 \quad (11)$$

$$M_x + \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^Z P_{ij} (y_{ij} \sin \beta_{ij} - z_{ij} \cos \beta_{ij}) = 0 \quad (12)$$

$$M_y + \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^Z P_{ij} \sin \beta_{ij} x_{ij} = 0 \quad (13)$$

$$M_z + \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^Z P_{ij} \cos \beta_{ij} x_{ij} = 0 \quad (14)$$

式(10)～(14)は変位 $\alpha_y, \alpha_z, \alpha_{rx}, \alpha_{ry}, \alpha_{rz}$ を未知数とする非線形連立方程式であり, Newton Raphson 法を用いて解くことにより, 直動ガイドの姿勢変化や転動体荷重分布などの様々な情報を算出することができる.

以降では, 構成部品を弾性体として考慮した負荷分布理論と区別するため, 剛体モデル負荷分布理論と呼ぶ.

2.3 キャリッジ・レールの剛性を考慮した負荷分布計算

2.3.1 解析方法

直動ガイドの転動体と軌道面の接触を含む系の力学計算においては負荷分布理論以外にも FEM を用いる方法がある．Pawelko ら⁴⁴⁾はローラーを転動体とする直動ガイドのレール，ローラー，キャリッジを要素分割し，接触変形に起因する非線形な荷重と変位の関係を計算で示した．FEM では転動体と軌道面の接触部は要素数の増大と非線形性の強さから解析コストが大きくなってしまいう傾向がある．そのため，長手方向には限られた寸法（例えば転動体 1 個分のキャリッジ長）でモデル化を行うことが多い．

キャリッジやレールをそれぞれ単体で計算すれば，非線形性の強い現象である接触を考慮する必要がなく，要素数も少なく済むことから解析コストは低減できると考えられる．一方で負荷分布理論では接触部は Hertz の接触理論により計算されており解析時間は FEM に比べて非常に高速である．そこで，解析コストを低減するために，接触部は負荷分布理論のように Hertz の接触理論を基に計算し，キャリッジとレールの有限要素解析と連成した研究例が多い．その解析方法は大きく分けて次の 2 種類がある．

- (1) 負荷分布の計算結果を用いてキャリッジやレールを FEM で解析し，繰り返し計算をおこなって収束判定する．
- (2) 転動体の負荷と変位の関係を非線形関数あるいは線形関数としてモデル化し，FEM に組み込む．

ここで (1) の繰り返し計算法には様々な研究例がある．Jiang らは複合荷重や多方向の相互依存する変形を無視して，水平，垂直，ローリング，ピッチング，ヨーイングの 5 つの方向に関して静的剛性方程式を個別に算出した⁴⁵⁾．Ma ら⁴⁶⁾や Zou と Wang⁴⁷⁾は 2 次元断面のキャリッジの剛性を考慮した上で，垂直方向，水平方向，ローリング方向の 3 自由度の解析をおこなった．太田ら⁴⁸⁾は予圧状態の直動ガイドの垂直剛性に着目し，キャリッジ断面と長手方向の剛性を考慮した解析モデルを提案している．Tang ら⁴⁹⁾は FEM でキャリッジ剛性を考慮し，5 自由度の直動ガイドの剛性マトリクスを算出した．上記 (2) の計算法については，Dadalau ら⁵⁰⁾は軌道面とボールの接触部の非線形な剛性を有限要素モデルであらわし，2 次元解析をおこなった．Dunaj らはボールを 4 つのロッド要素により近似化し，解析コストを大

幅に低減できることを報告している⁵¹⁾。

2.3.2 FEM と接触部剛性の逐次計算法³⁶⁾

負荷分布理論は転動体と軌道面の接触部以外の構成部品であるキャリッジやレールは剛体と仮定して計算しているが、実際にはそれらの構成部品の変形は無視できず負荷分布理論の精度向上のためにはそれらを考慮する必要がある。今井らはキャリッジとレールの FEM 解析と負荷分布解析を組み合わせ、5 自由度の荷重に対する変位と負荷分布の計算方法を提案した。これは、先ほどの解析方法（1）に分類されるものであり、以下にその概要を述べる。

図 2.4 にキャリッジとレールに対する境界条件の設定法を、図 2.5 に FEM モデルの構成例を示す。直動ガイド内の転動体と軌道面の接触部にはだ円状の接触面が形成され、その面内には Hertz 応力が分布する。だ円の大きさは長軸半径を a_{ij} 、短軸半径を b_{ij} として

$$a_{ij} = \mu \sqrt[3]{\frac{3}{E} \left(1 - \frac{1}{m^2}\right) \frac{P_{ij}}{\sum \rho}} \quad (15)$$

$$b_{ij} = \nu \sqrt[3]{\frac{3}{E} \left(1 - \frac{1}{m^2}\right) \frac{P_{ij}}{\sum \rho}} \quad (16)$$

$$\sum \rho = \frac{4f - 1}{f D_a} \quad (17)$$

$$\cos \tau = \frac{1}{4f - 1} \quad (18)$$

と表される。ここで E は縦弾性係数、 $1/m$ はポアソン比、 μ および ν は Hertz 係数と呼ばれ、補助変数 $\cos \tau$ により決定される係数である。したがって、 a_{ij} 、 b_{ij} は転動体荷重 P_{ij} のみの変数となり負荷分布理論で計算できる。

軌道面の曲率中心 A_{cij} 、 A_{rij} に節点を配置し、これらの節点は軌道面上の接触幅 $2a_{ij}$ の範囲にある節点群と剛体ビーム要素で接続されている。 A_{cij} 、 A_{rij} に配置した節点には接触角 β_{ij} 方向に転動体荷重 P_{ij} を作用させることで剛体ビーム要素を介して軌道面上の節点群に荷重が伝達する。接触だ円の短軸半径 b_{ij} は FEM モデル作成に用いていないが、これは長軸半径 a_{ij} に比べて十分に小さく影響も小さいと考えら

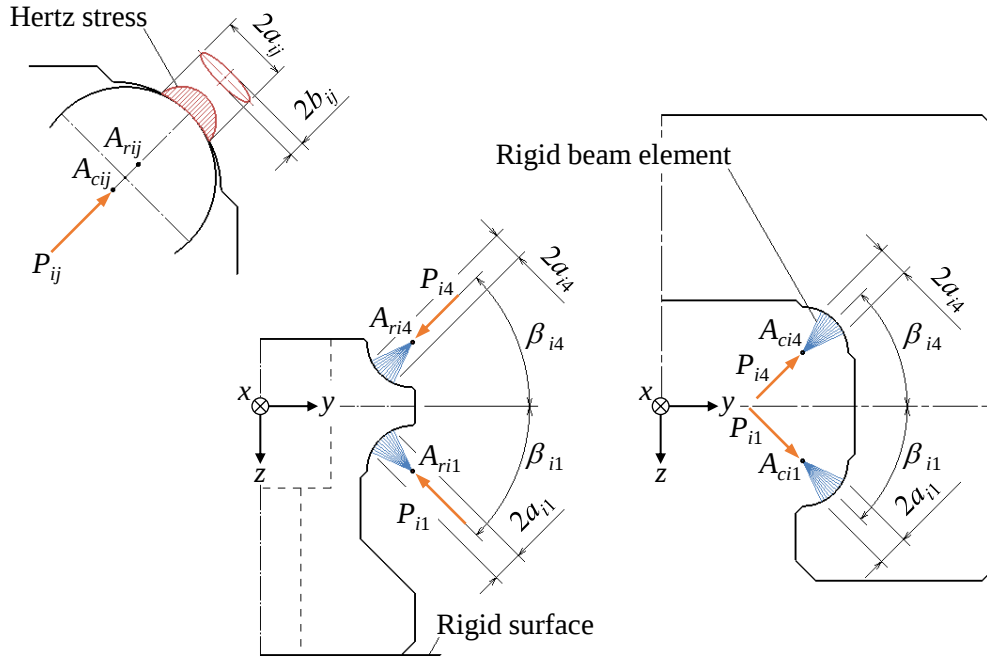


Fig. 2.4 Boundary condition setting method

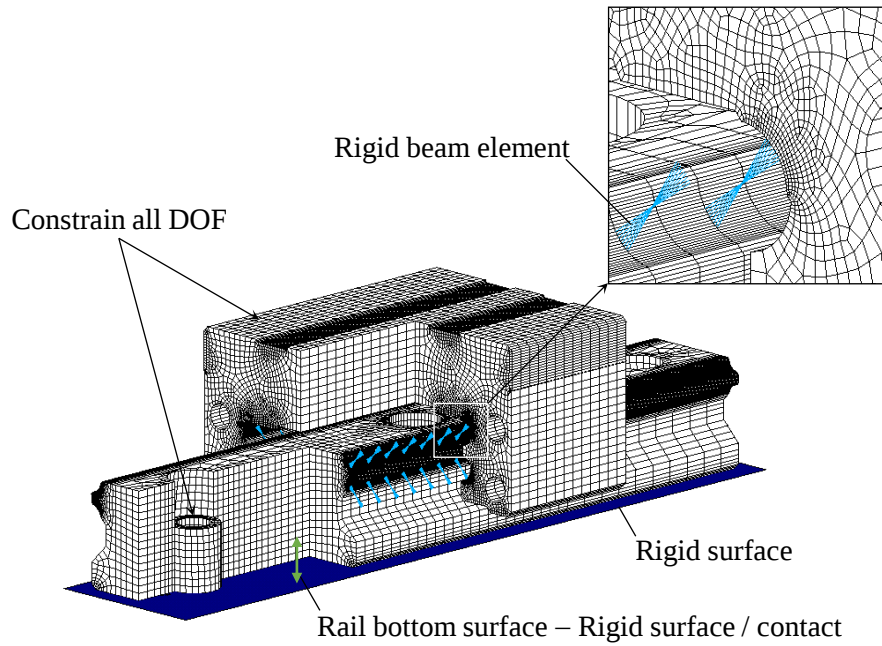


Fig. 2.5 Carriage and rail finite element model

れることに加え、 b_{ij} の幅に複数の節点が存在するように要素分割するとキャリッジやレール全体の要素数が膨大になってしまうからである。また、キャリッジは上面全体を拘束し、レールは取付穴の座面を拘束した上でレール仮面と仮想剛体面との接触を定義した。

軌道面変位は図 2.6 に示した弧 $n_a-n'_a$, $n_b-n'_b$ 上の接点群の y 方向変位の平均値 ζ_{cyij} , ζ_{ryij} と z 方向変位の平均値 ζ_{czij} , ζ_{rzij} とし, キャリッジ側およびレール側について転動体位置毎に算出する. この軌道面変位を負荷分布理論における曲率中心点間距離を表す式 (3), (4) に増分として加えると

$$V_{yij} = (2f - 1)D_a \cos \gamma_{ij} - f_{yj}(\delta_{yij} + \zeta_{cyij} + \zeta_{ryij}) \quad (19)$$

$$V_{zij} = (2f - 1)D_a \sin \gamma_{ij} - f_{zj}(\delta_{zij} + \zeta_{czij} + \zeta_{rzij}) \quad (20)$$

となる. この式により負荷分布を計算すると転動体荷重は初めに計算したものと異なる値となり, 軌道面変位も変化するため負荷分布解析と FEM の収束計算が必要となる. 図 2.7 にその計算フローを示す. まずは負荷分布解析をおこない P_{ij} , β_{ij} , a_{ij} を算出する. 次に, 算出した値を用いて FEM 解析をおこない, 得られた軌道面変位から次回の負荷分布解析に用いる軌道面変位を計算する. そして, 計算回数 N を 1 とし同様の計算をおこない, 収束を判定する. 収束条件を満たせば計算が終了し, そうでなければ $N = N + 1$ として一連の計算を繰り返す.

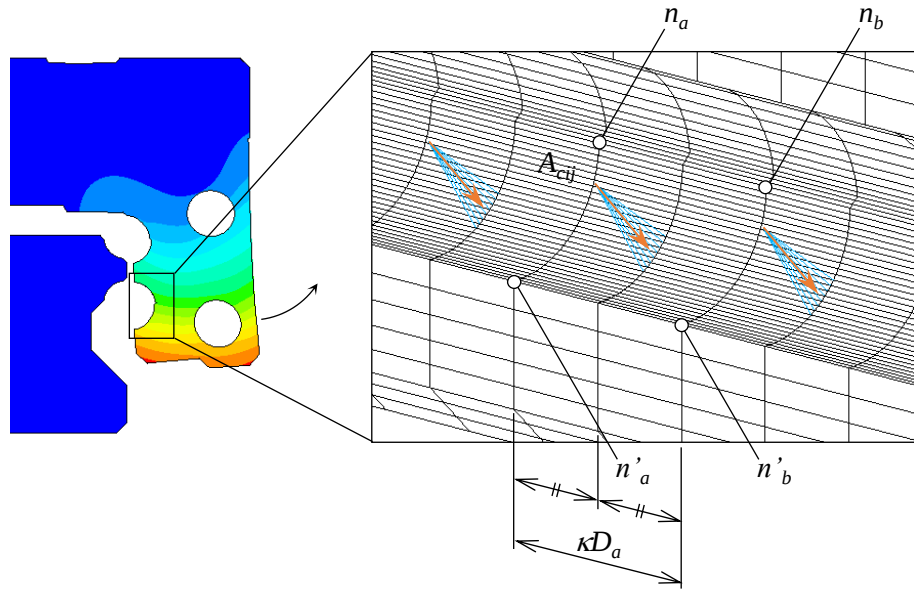


Fig. 2.6 Output of displacement of raceway due to deformation

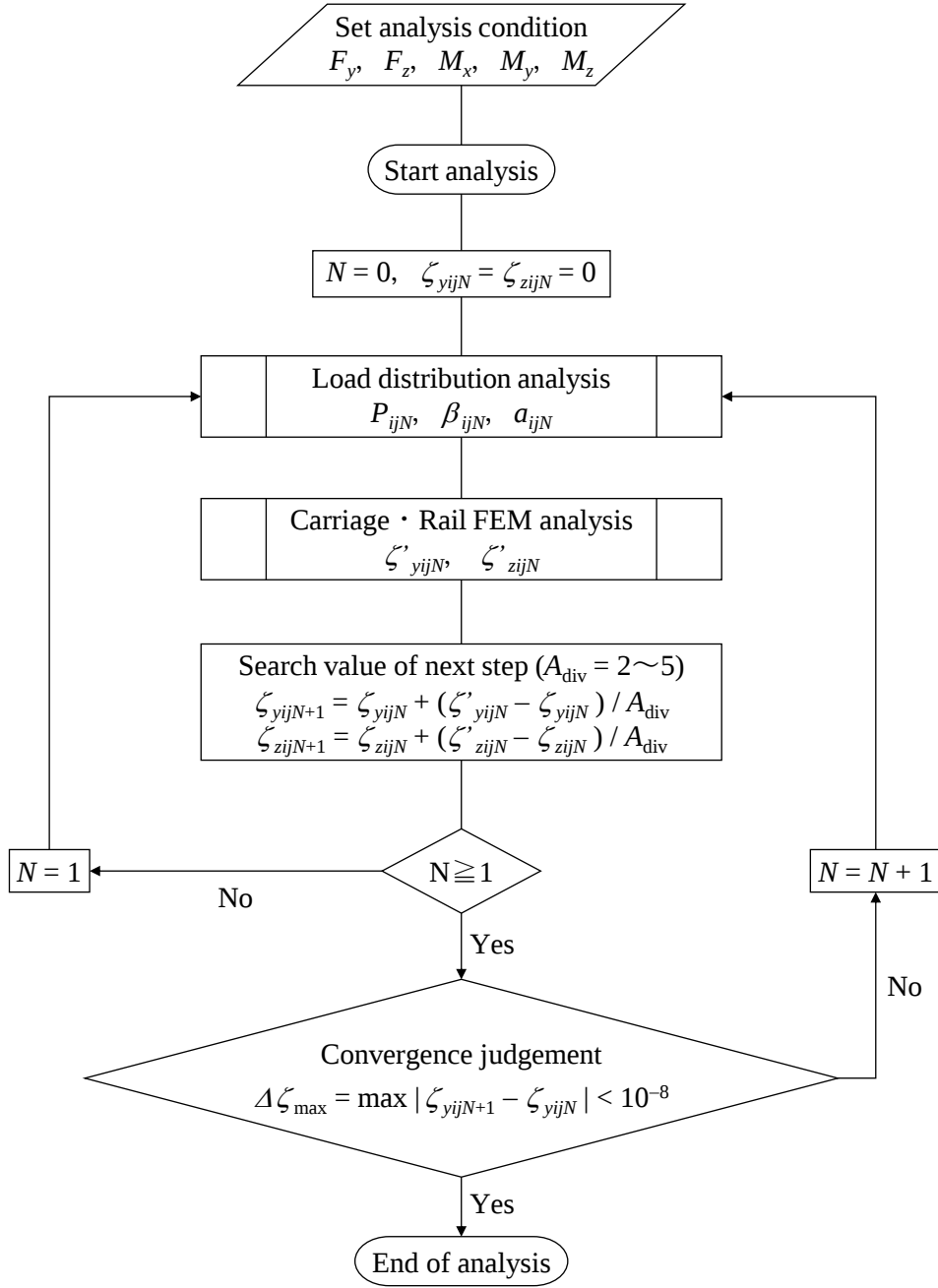


Fig. 2.7 Analysis flowchart

2.3.3 解析精度³⁶⁾

理論の妥当性を検証するために、実測剛性と理論剛性を比較した。剛性試験は表 2.1 に示す諸元の直動ガイドを対象とし、測定時にキャリッジはレールの取付穴ピッチの中央に配置した。

図 2.8, 図 2.9 にそれぞれ垂直方向およびローリング方向の剛性の測定結果と計算結果を示す。図中の理論値は剛体モデル負荷分布理論とキャリッジ・レール FEM モデル負荷分布理論による計算結果である。

垂直剛性においてラジアル方向 ($F_z > 0$) の方が逆ラジアル方向 ($F_z < 0$) よりも剛性が高いのは、今回対象とした直動ガイドがラジアル形と呼ばれ、上軌道面の接触角が 90° で下軌道面の接触角が 30° と異なる接触角を持つことや、キャリッジおよびレールの変形挙動が荷重方向により異なることが原因である。キャリッジ・レール FEM モデル負荷分布理論ではラジアル方向、逆ラジアル方向の両方で実測値に概ね一致した結果が得られていることがわかる。一方で、剛体モデル負荷分布理論では、ラジアル方向については比較の実測値およびキャリッジ・レール FEM モデル負荷分布理論に近い値であるが、逆ラジアル方向についてはそれらとの乖離が大きい。これはラジアル荷重が作用し、上軌道面に荷重が作用する場合には構成部品の変形が小さく、逆ラジアル荷重が作用し、下軌道面に荷重が作用する場合には変形が大きいからであると推察できる。このように荷重の方向によって、構成部品の変形が直動ガイドの剛性に与える影響は異なることがわかる。

Table 2.1 LMBG specifications

Type	#25 (THK)
Ball diameter D_a mm	3.969
Ball pitch κD_a mm	4.20
Carriage length $2U_x$ mm	59.8
Conformity factor f	0.520
Initial contact angle γ_j deg	$\gamma_{1,2} = 30$ $\gamma_{3,4} = 90$

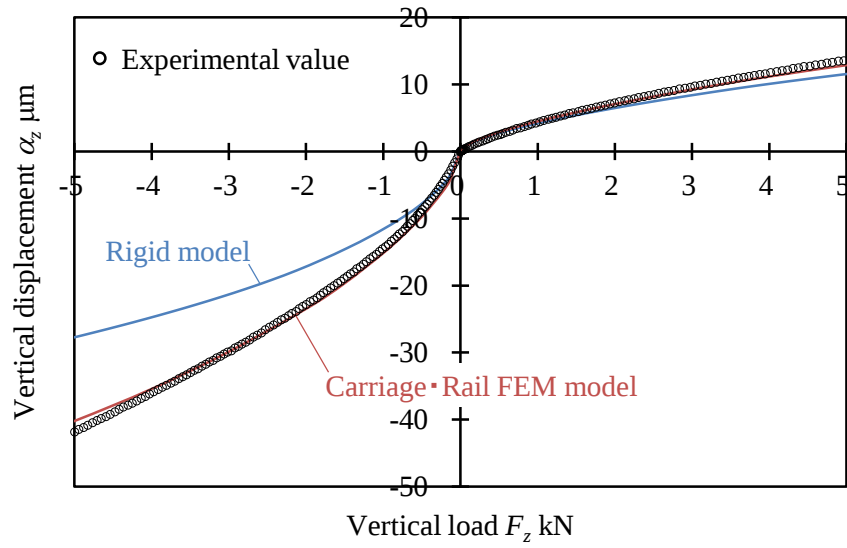


Fig. 2.8 Vertical stiffness diagram

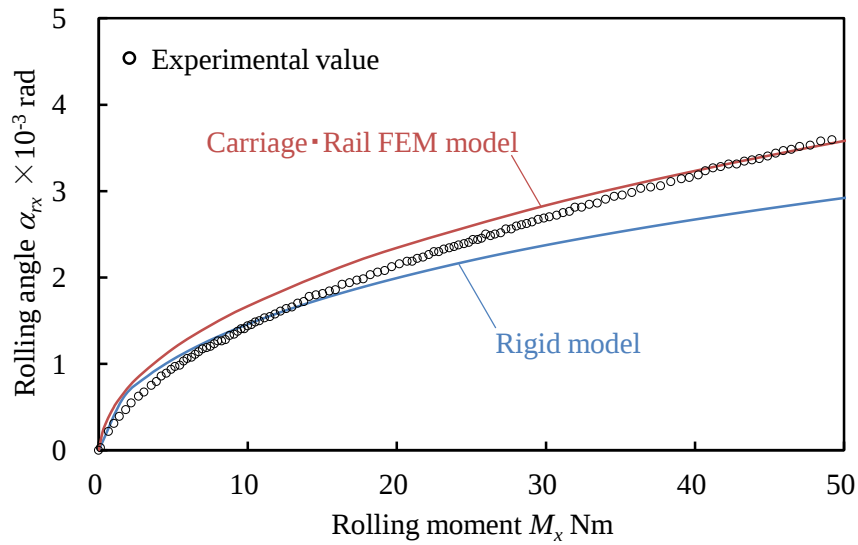


Fig. 2.9 Rolling stiffness diagram

ローリングモーメントが作用した場合、上軌道面 $j=4$ と下軌道面 $j=2$ に転動体荷重が分布し、図 2.10 に示すように構成部品が変形する。図中において、上軌道面側はラジアル荷重と同様に变形が小さく、下軌道面側は逆ラジアル荷重作用下の变形に近い状態であるといえ、下軌道面側の变形が、ローリング剛性に及ぼす影響が大きいといえる。作用モーメントが小さい領域では剛体モデルの方が実測値に近い場合もあるが、作用モーメントが大きい領域や全体的な変位の傾向はキャリッ

ジ・レール FEM モデルが実測値に近く，構成部品の変形を考慮した効果が示されている．

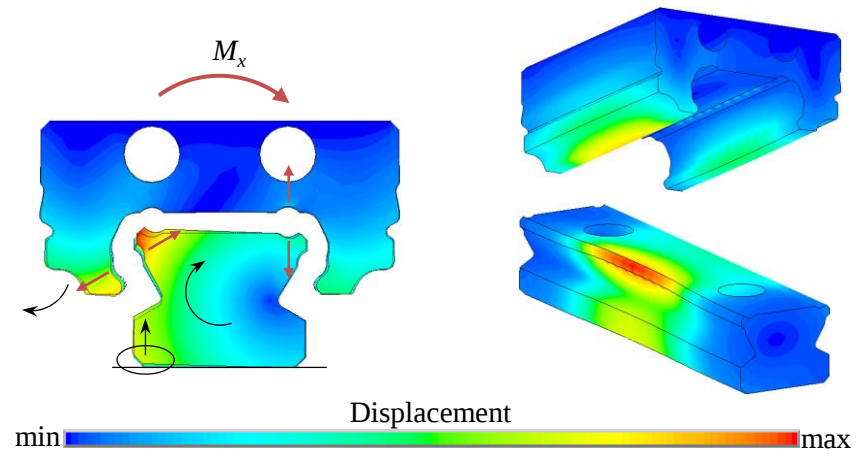


Fig. 2.10 Deformation phase diagram when rolling moment is applied

2.4 キャリッジ・レール変形の近似による負荷分布計算

2.4.1 キャリッジ変形の定式化³⁶⁾

負荷分布理論に FEM で計算した構成部品の変形を考慮することで解析精度が向上することが確認できたが、FEM の解析コストは負荷分布解析よりも大きいこと、負荷分布解析と FEM の逐次計算により複数回の解析をおこなう必要があることから解析コストは増大してしまう。そこでキャリッジの変形量を数式化して負荷分布理論に組み込むことで解析時に FEM を必要としないような解析モデルを構築した。

キャリッジ変形の数式化には FEM を用いる。図 2.11 に数式化用の FEM モデルを示す。キャリッジ長はボール 1 つ分の κDa であり、逆ラジアル荷重もしくはラジアル荷重のそれぞれ 5 水準を作用させて前述のキャリッジ FEM モデル負荷分布解析をおこなう。キャリッジの変形は x - z 断面に対して対称であるため図中の右側の軌道面について説明する。逆ラジアル荷重作用下では条列番号 $j = 1$ に転動体荷重 P_{i1} が作用したときに $j = 1$ の変位 ζ_{yi1} , ζ_{zi1} と $j = 4$ の変位 ζ_{yi4} , ζ_{zi4} が生じる。これらの関係には若干の非線形性が見られる場合もあることから指数関数で近似する。同様にラジアル荷重作用下でも転動体荷重と軌道面変位の関係を近似式で表す。この状態では上下どちらかの軌道面のみに荷重が作用した場合のみしか軌道面変位を計算できないため、上下軌道面に同時に荷重が作用した場合に拡張するとそれぞれの近似式の和をとることになり、 $j = 1$ の場合

$$\zeta_{yij} = A_{yj}(P_{ij} \cos \beta_{ij})^{B_{yj}} + C_{yj}(P_{i4} \cos \beta_{i4})^{D_{yj}} \quad (21)$$

$$\zeta_{zij} = A_{zj}(P_{ij} \sin \beta_{ij})^{B_{zj}} + C_{zj}(P_{i4} \sin \beta_{i4})^{D_{zj}} \quad (22)$$

$j = 2$ の場合

$$\zeta_{yij} = A_{yj}(P_{ij} \cos \beta_{ij})^{B_{yj}} + C_{yj}(P_{i3} \cos \beta_{i3})^{D_{yj}} \quad (23)$$

$$\zeta_{zij} = A_{zj}(P_{ij} \sin \beta_{ij})^{B_{zj}} + C_{zj}(P_{i3} \sin \beta_{i3})^{D_{zj}} \quad (24)$$

$j = 3$ の場合

$$\zeta_{yij} = A_{yj}(P_{i2} \cos \beta_{i2})^{B_{yj}} + C_{yj}(P_{ij} \cos \beta_{ij})^{D_{yj}} \quad (25)$$

$$\zeta_{zij} = A_{zj}(P_{i2} \sin \beta_{i2})^{B_{zj}} + C_{zj}(P_{ij} \sin \beta_{ij})^{D_{zj}} \quad (26)$$

$j = 4$ の場合

$$\zeta_{yij} = A_{yj}(P_{i1} \cos \beta_{i1})^{B_{yj}} + C_{yj}(P_{ij} \cos \beta_{ij})^{D_{yj}} \quad (27)$$

$$\zeta_{zij} = A_{zj}(P_{i1} \sin \beta_{i1})^{B_{zj}} + C_{zj}(P_{ij} \sin \beta_{ij})^{D_{zj}} \quad (28)$$

と表される． A ， B ， C ， D はキャリッジ FEM モデル負荷分布理論により近似式を作成することで求められ，キャリッジの断面形状により決まる値であることからキャリッジ断面係数と呼ばれる．

式 (21)～(28) はボール 1 個分の厚さにスライスされたキャリッジの荷重と変位の関係を表しているが，実際にはある転動体位置の変位は隣接する転動体位置の変位に影響を与える点を考慮する必要がある．そのため，重み付平均値が採用され，例えばある条列 j の玉番号 $i = 3$ において 1 列あたりの有効玉数が 6 個であった場合の y 方向の軌道面変位 ζ'_{y3j} は

$$\zeta'_{y3j} = \frac{\frac{1}{2}\zeta_{y1j} + \frac{1}{1}\zeta_{y2j} + \zeta_{y3j} + \frac{1}{1}\zeta_{y4j} + \frac{1}{2}\zeta_{y5j} + \frac{1}{3}\zeta_{y6j}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{1} + 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} \quad (29)$$

と表される．

この重み付けの係数の設定はキャリッジ FEM モデル負荷分布理論による軌道面変位の計算結果と比較して決定した．このように転動体荷重と軌道面変位の関係を数式化して適用した理論をキャリッジ剛性近似モデル負荷分布理論と呼ぶ．

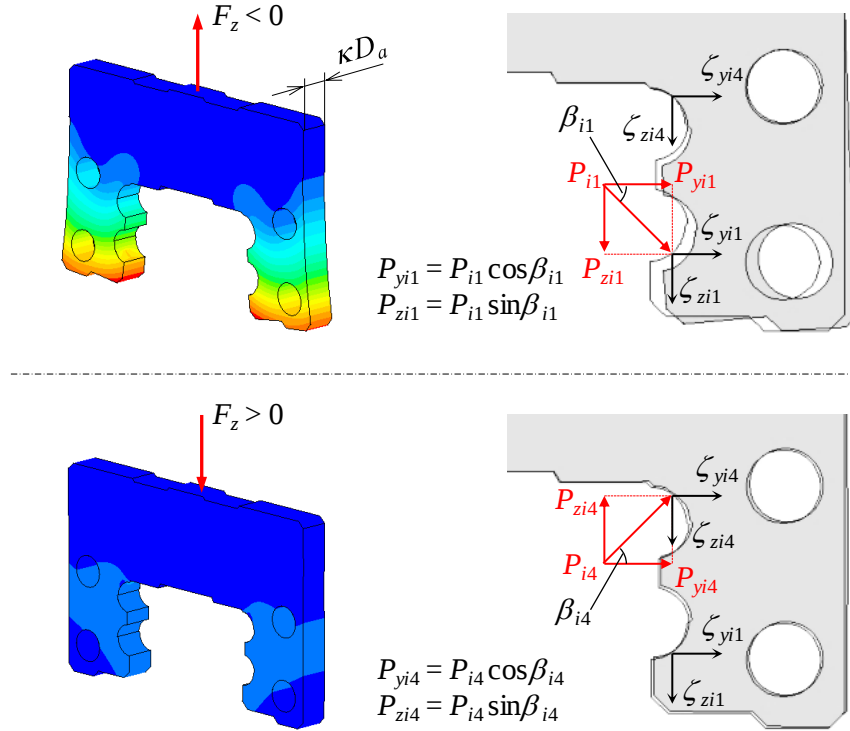


Fig. 2.11 Pre-analysis overview

図 2.12 は逆ラジアル荷重作用下における条列番号 $j=1$ の軌道面変位を示している。重み付け平均を使用しない場合は FEM モデルの結果と一致しない箇所が多く、特にクラウニング部ではキャリッジ端部に全く変位が生じない結果となっている。一方で、重み付け平均を用いた場合にはクラウニング部を含むキャリッジ全域にわたって、FEM モデルとよく一致していることが確認できる。

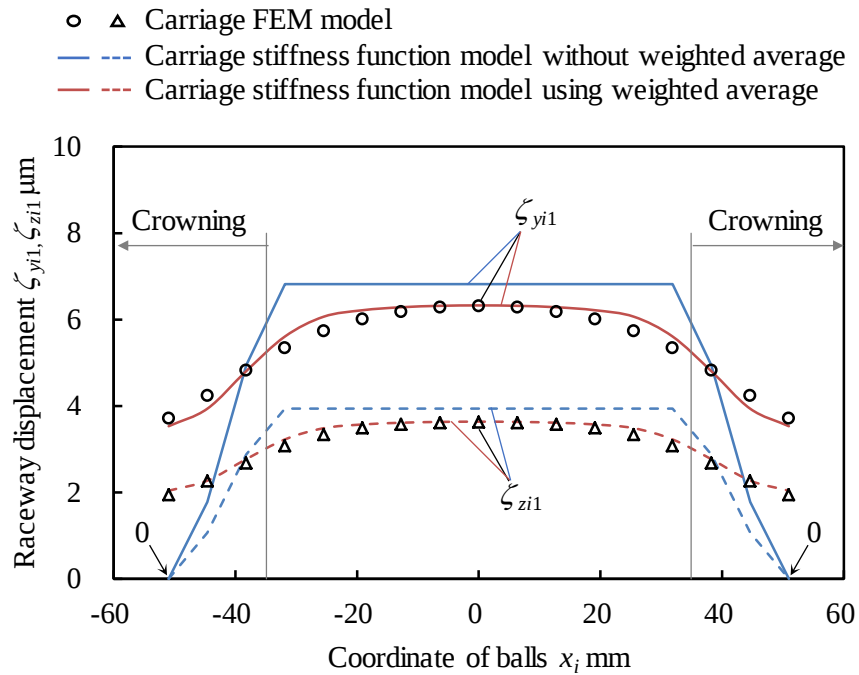


Fig. 2.12 Distribution of raceway displacement, $F_z = -10\text{kN}$

2.4.2 レール変形の定式化

ここまで、様々な研究者による研究例や清水ら、今井らの取り組みを解説したが、以降は著者による研究について述べる。

レールの変形は図 2.13 に示すようにキャリッジとは異なり、断面形状に由来する変形以外にボルト締結間の浮き上がりが生じる。また、キャリッジ変形の数式化においてキャリッジの変形は x - z 断面に対して対称であることから、式 (21)~(28) は着目する軌道面と同じ側の荷重から生じる変位のみを考慮していた。しかし、レールの場合にはある軌道面に荷重が作用した場合には 4 つの軌道面すべてに変位が生じることがある。したがってキャリッジの断面変形の数式をそのままレールに転用することはできない。

まず、断面形状に由来する変形の定式化について説明する。通常、直動ガイドが使用される環境下ではキャリッジやレールは弾性域で用いられることが想定されているため、重ね合わせの原理が成り立つ。軌道面変位と転動体荷重の関係を線形式で記述し、その係数を A_{yyij} のように表すとする。添え字は前から順に、転動体荷重方向、着目する軌道面変位の方向、荷重が作用する軌道面番号、変位が生じる軌道面番号を表している。この係数は FEM を用いて、ある軌道面の一方向のみに荷重を作用させたときのそれぞれの軌道面の変位から算出することができる。例えば、軌道面 $j = 1$ の垂直方向の変位 ζ_{z1} を求める場合には、線形式をもちいて軌道面 $j = 1$ に作用する荷重の水平方向成分 P_{y1} から変位 ζ_{z1}' を計算し、また、軌道面 $j = 1$ に作用する荷重の鉛直方向成分 P_{z1} から変位 ζ_{z1}'' を計算するといったように、

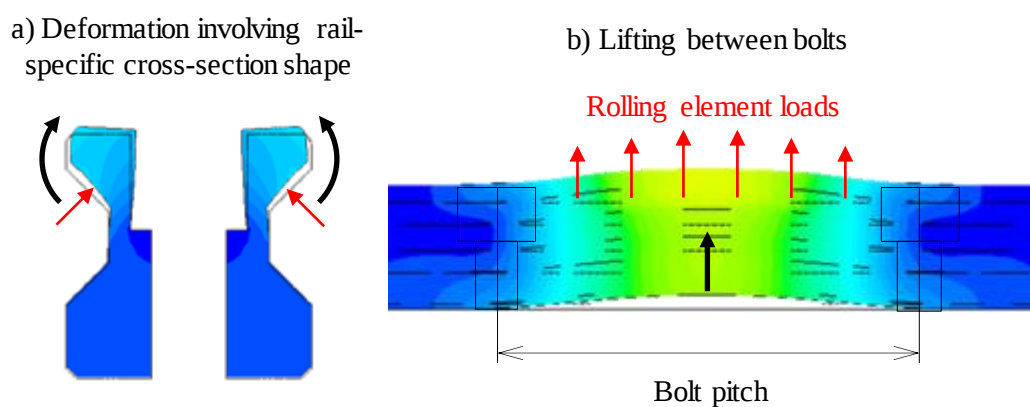


Fig. 2.13 Deformation of rail under reverse radial load

各軌道面に作用する荷重の各方向成分からそれぞれ変位を計算し、すべてを合算する．具体的にはこれらは以下の式で表すことができる．

$$\zeta_{ryij} = \sum_k^4 (A_{yykj} P_{yik} + A_{zykj} P_{zik}) \quad (30)$$

$$\zeta_{rzi} = \sum_j^4 (A_{yzkj} P_{yik} + A_{zzkj} P_{zik}) \quad (31)$$

次に、レールの浮き上がりについての数式化をおこなう．レールの浮き上がりは取付穴ピッチやキャリッジと取付穴との位置関係によって変位量が変化するため、軌道面変位は転動体荷重だけの関数として表すことはできない．そこで、キャリッジやレールの断面変形のように FEM を用いるのではなく梁理論により近似式を立てることを考えた．Bernoulli-Euler の梁では曲げ変形のための計算をおこなうが、直動ガイドのレールの場合には取付穴ピッチに対してレール高さが比較的大きいのでせん断変形の影響を無視することができず、両者を考慮することができる Timoshenko の梁⁵²⁾を用いることとした．

図 2.14 に示すように取付穴間を 1 つの両端固定梁と仮定した．転動体荷重が作

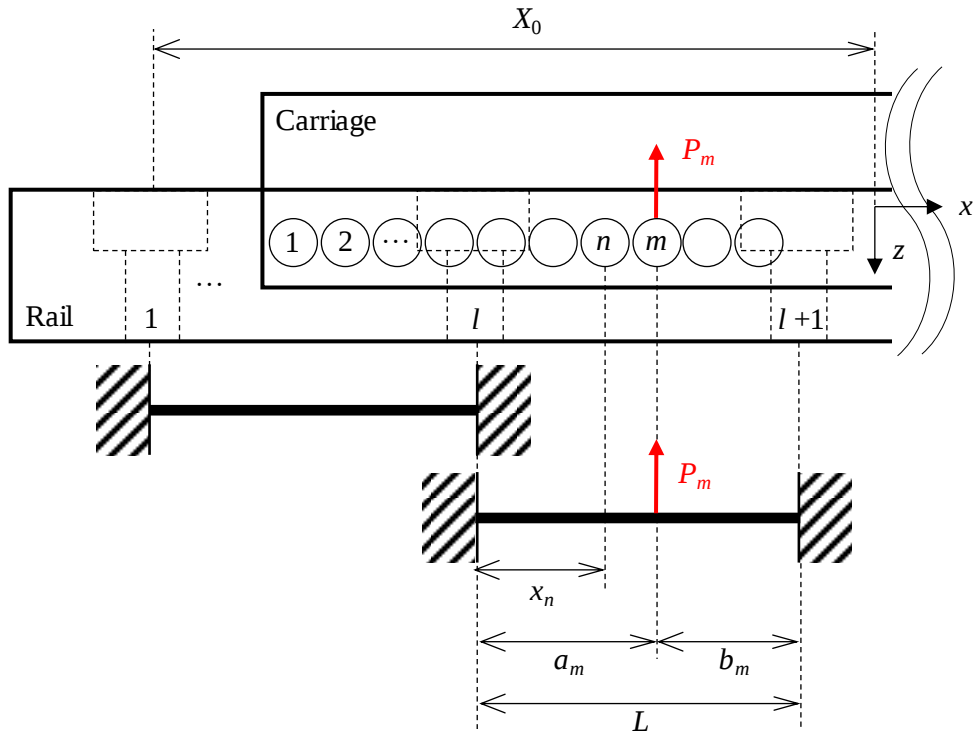


Fig. 2.14 Positional relationship when considering rails as beams

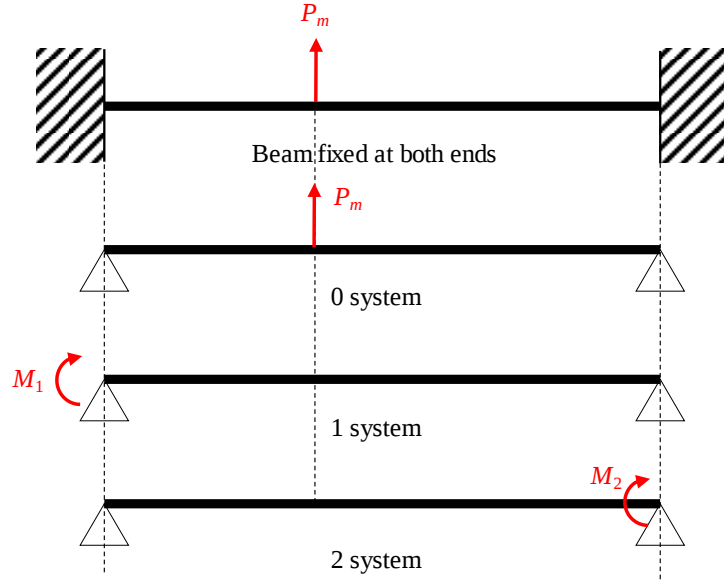


Fig. 2.15 Decomposition of a beam fixed at both ends using a simple beam

用する転動体番号を m ，軌道面変位を計算する転動体番号を n ，1 本目の取付穴と直動ガイドの座標原点との距離を X_0 ，取付穴間ピッチを L ，着目する梁の左側の取付穴番号を l とする。

固定端の場合には不静定梁となり様々な解法があるが，固定端をピン支点に置き換え単純梁の変位の足し合わせによって計算することとした⁵³⁾。図 2.15 に示すように固定端のはりを，集中荷重 P_m の作用する単純梁（0 系）と，それぞれ支点に不静定モーメント M_1 ， M_2 が作用する単純梁（1 系，2 系）で表す。各支点での回転角が 0 という条件から M_1 ， M_2 を求め，それぞれの系の曲げたわみ v_{b0} ， v_{b1} ， v_{b2} とせん断たわみ v_{s0} ， v_{s1} ， v_{s2} を足し合わせることでたわみを計算する。

まず，荷重が作用する位置の a_m と b_m および，たわみを計算する位置 x_n は転動体の x 座標 x_{cij} を用いて以下のように表せる。

$$a_m = x_{cm1} + X_0 - L(l - 1) \quad (32)$$

$$b_m = L - a_m \quad (33)$$

$$x_n = x_{cn1} + X_0 - L(l - 1) \quad (34)$$

各軌道面の x 方向の転動体座標は同じと仮定していることから $j = 1$ の軌道面における座標を用いた。

P_m は各軌道面の転動体荷重の垂直方向成分の総和であることから

$$P_m = P_{m1} \sin \beta_{m1} + P_{m2} \sin \beta_{m2} - P_{m3} \sin \beta_{m3} - P_{m4} \sin \beta_{m4} \quad (35)$$

となり、 $0 < P_m$ の場合に浮き上がりの計算をおこなう。 0 系の曲げたわみ v_{b0} とせん断たわみ v_{s0} は

$0 \leq x_n \leq a_m$ のとき

$$v_{b0mn} = \frac{P_m a_m^2 b_m^2}{6LEI} \left(\frac{2x_n}{a_m} + \frac{x_n}{b_m} - \frac{x_n^3}{a_m^2 b_m} \right) \quad (36)$$

$$v_{s0mn} = \frac{\kappa P_m b_m x_n}{GAL} \quad (37)$$

$a_m \leq x_n \leq L$ のとき

$$v_{b0} = \frac{P_m a_m^2 b_m^2}{6LEI} \left(\frac{2(L-x_n)}{b} + \frac{L-x_n}{a_m} - \frac{(L-x_n)^3}{a_m b_m^2} \right) \quad (38)$$

$$v_{s0} = \frac{\kappa P_m a_m}{GAL} (L-x_n) \quad (39)$$

と表せる。また、1,2 系の曲げたわみ v_{b1} , v_{b2} とせん断たわみ v_{s1} , v_{s2} は

$$v_{b1mn} = \frac{M_{1mn} L^2}{6EI} \frac{L-x_n}{L} \left\{ 1 - \left(\frac{L-x_n}{L} \right)^2 \right\} \quad (40)$$

$$v_{b2mn} = -\frac{M_{2mn} L^2}{6EI} \frac{x_n}{L} \left\{ 1 - \left(\frac{x_n}{L} \right)^2 \right\} \quad (41)$$

$$v_{s1mn} = v_{s2mn} = 0 \quad (42)$$

$$M_{1mn} = \frac{a_m b_m}{L} \frac{\frac{GAb_m L}{\kappa} + 6EI}{\frac{GAL^2}{\kappa} + 12EI} P_m \quad (43)$$

$$M_{2mn} = -\frac{a_m b_m}{L} \frac{\frac{GAa_m L}{\kappa} + 6EI}{\frac{GAL^2}{\kappa} + 12EI} P_m \quad (44)$$

となる。ここで E はヤング率、 G は横せん断係数、 I はレールの断面二次モーメント、 A はレールの断面積、 κ はせん断修正係数であり、Timoshenko の梁理論で一般的に用いられる矩形中実断面の 1.5 を用いた⁵⁴⁾。

これらは m 番目の転動体に荷重が作用した時の変位であるため、すべての転動体荷重により生じる変位を足し合わせることで、 n 番目の軌道面の浮き上がり v_n は

$$v_n = \sum_{m=1}^Z (v_{b0mn} + v_{s0mn} + v_{b1mn} + v_{b2mn}) \quad (45)$$

と表せる．

このようにして計算された各転動体位置でのレールの変位量を式(31) のレール軌道面の増分に加えて負荷分布解析に適用することで浮き上がりを考慮することが可能となる．以上のようにキャリッジとレールの剛性を数式化した計算方式をキャリッジ・レール剛性近似モデルと呼ぶ．

2.4.3 解析精度の確認

キャリッジ・レール剛性近似モデルの解析精度を検証するため，キャリッジ・レール FEM モデルとの比較をおこなった．図 2.16, 17 は逆ラジアル方向とローリング方向の剛性である．逆ラジアル方向の剛性に関しては，赤の実線で示したキャリッジ・レール剛性近似モデルの計算結果と，黒丸で示したキャリッジ・レール FEM モデルの計算結果はほぼ一致していることが確認できる．ローリング方向についても比較的よく一致していると考えるが，逆ラジアル方向に比べると若干の誤差も見られる．これは，図 2.10 に示したように，ローリングモーメントが作用したときにレール底面の片側が浮き上がる場合があるが，レールの浮き上がりを数式化する際にレール全体を 1 つの梁として計算したため片側だけが浮き上がる現象を再現できないからであると考ええる．

次に図 2.18～21 に示すようにレールの変形量の比較をおこなった．レールの変形は取付穴ピッチやキャリッジと取付穴の位置関係によって変化するため，標準的な取付穴ピッチ $L = 60\text{mm}$ でキャリッジ中心が取付穴間にある場合と取付穴の直上にある場合，倍ピッチ $L = 120\text{mm}$ で取付穴間にある場合，ハーフピッチ $L = 30\text{mm}$ で取付穴間にある場合の 4 通りで比較した． $L = 120\text{mm}$ の結果のみ縦軸が大きく異なることに注意が必要である．変位コンター図はキャリッジ・レール FEM モデルの計算結果を用いた．

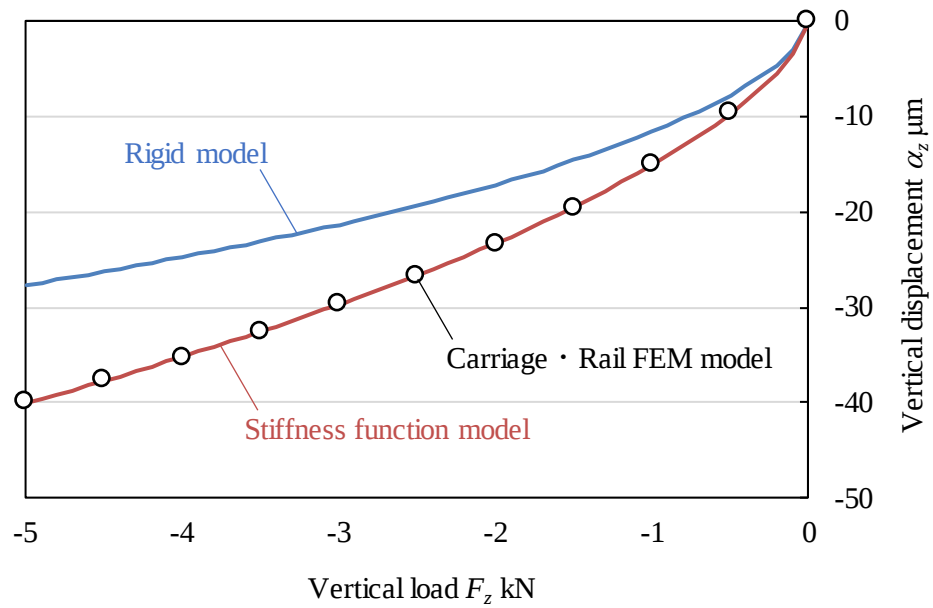


Fig. 2.16 Reverse radial stiffness

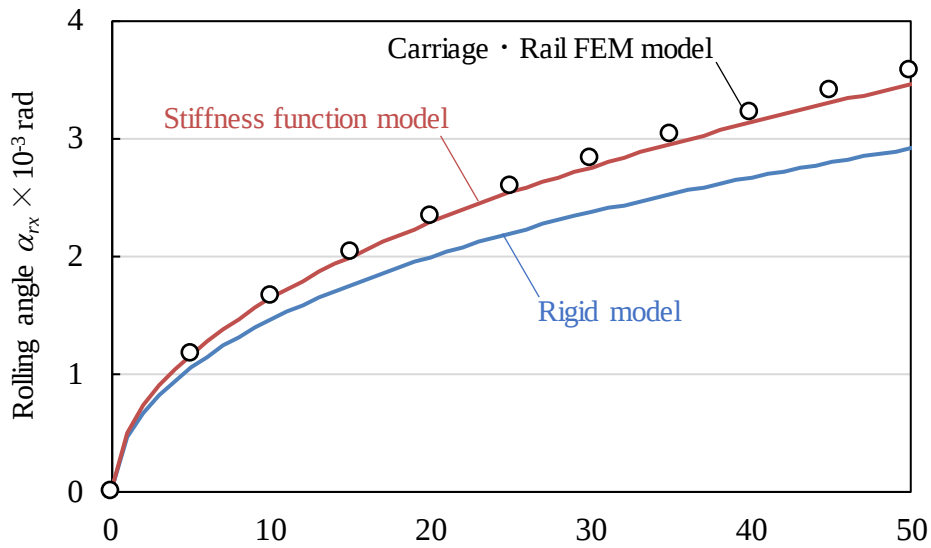


Fig. 2.17 Rolling stiffness diagram

$L = 60\text{mm}$ と $L = 120\text{mm}$ で取付穴間にある場合にはどちらもキャリッジは取付穴とほとんど重なっておらず似た傾向の変形となっているが、 $L = 60\text{mm}$ では近似式の方が垂直方向変位が小さいのに対して、 $L = 120\text{mm}$ では比較的よく一致している。これは、取付穴部を固定端としてレールの浮き上がりを計算しており、FEM における取付穴の拘束よりも強い拘束として扱っていることが原因であると考えられる。 $L = 120\text{mm}$ のように大きな取付穴ピッチになると固定端の影響が薄れ、FEM の結果に近づいていると推察する。数値としては完全には一致していないものの近似モデ

ルによる計算でレール変形の挙動を定性的に再現できていることが確認できる。 $L = 60\text{mm}$ で取付穴の直上にある場合と $L = 30\text{mm}$ で取付穴間にある場合についてはキャリッジと取付穴が重なっている箇所がある。これらは数値帯としては概ね近い値であるが、キャリッジ・レール FEM モデルの計算結果に見られる波打ったような変形挙動がキャリッジ・レール剛性近似モデルでは確認できない。これは、取付穴が存在することでその周辺のレールの剛性が低下していることが原因であると考えている。キャリッジ・レール剛性近似モデルでは断面形状の変形についてはレール全長にわたってどの転動体位置でも同じ剛性であると仮定しており、また、浮き上がりについてもレールを単純な梁とみなして計算していることから、取付穴による局所的な剛性の低下は再現できない。

キャリッジ・レール剛性近似モデルは事前準備をおこなうことで、FEM を用いずに数秒でそれらの剛性を考慮した負荷分布解析を実施することができる大きなメリットである。レールの変形挙動については完全には再現できていないが、その数値帯や傾向は概ねとらえることができおり、また、剛性については FEM モデルと遜色ない結果が得られている。直動ガイドでは膨大な形番がラインナップされており、様々な使用条件での解析を短時間で、高精度で実施することが可能な本理論は有用であると考えている。

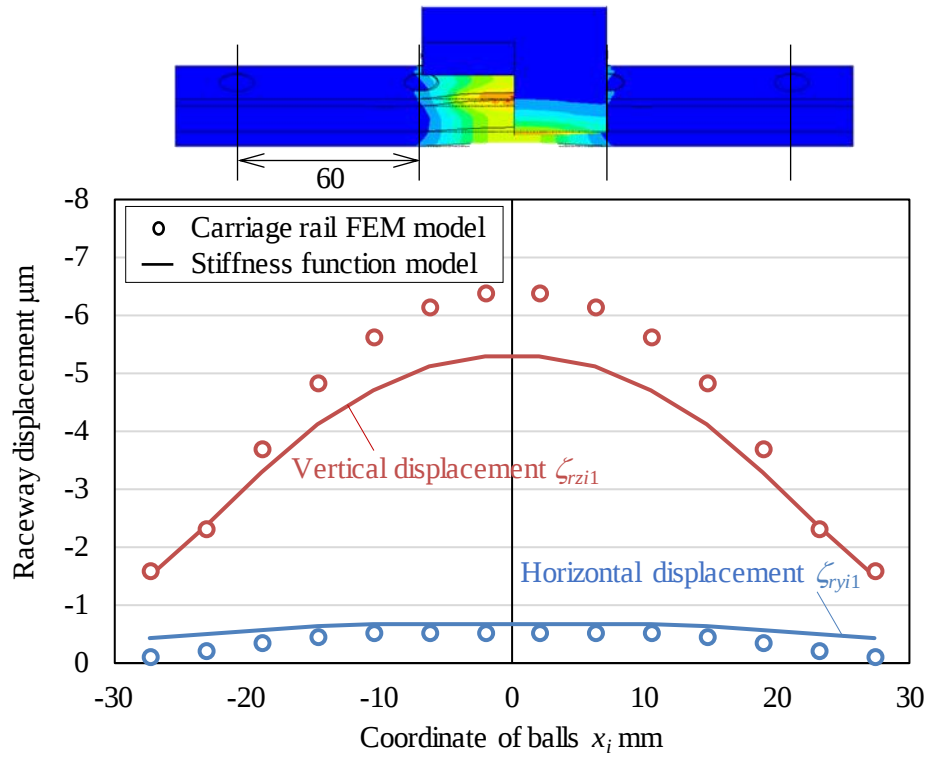


Fig. 2.18 Comparison of rail raceway displacement ($L = 60$, Between the bolt)

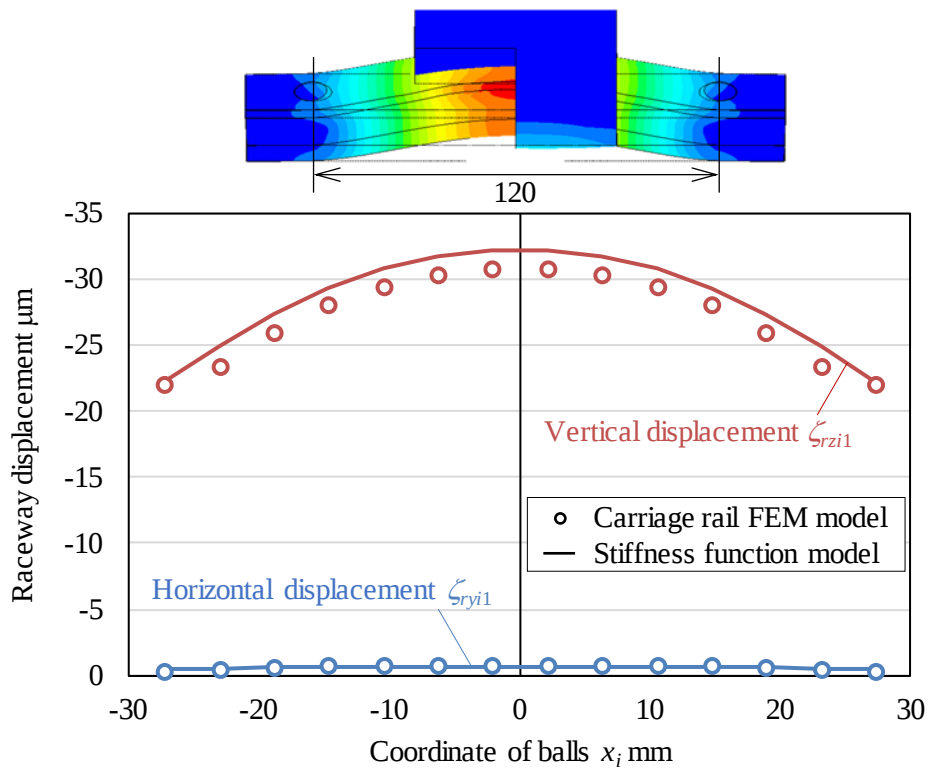


Fig. 2.19 Comparison of rail raceway displacement ($L = 120$, Between the bolt)

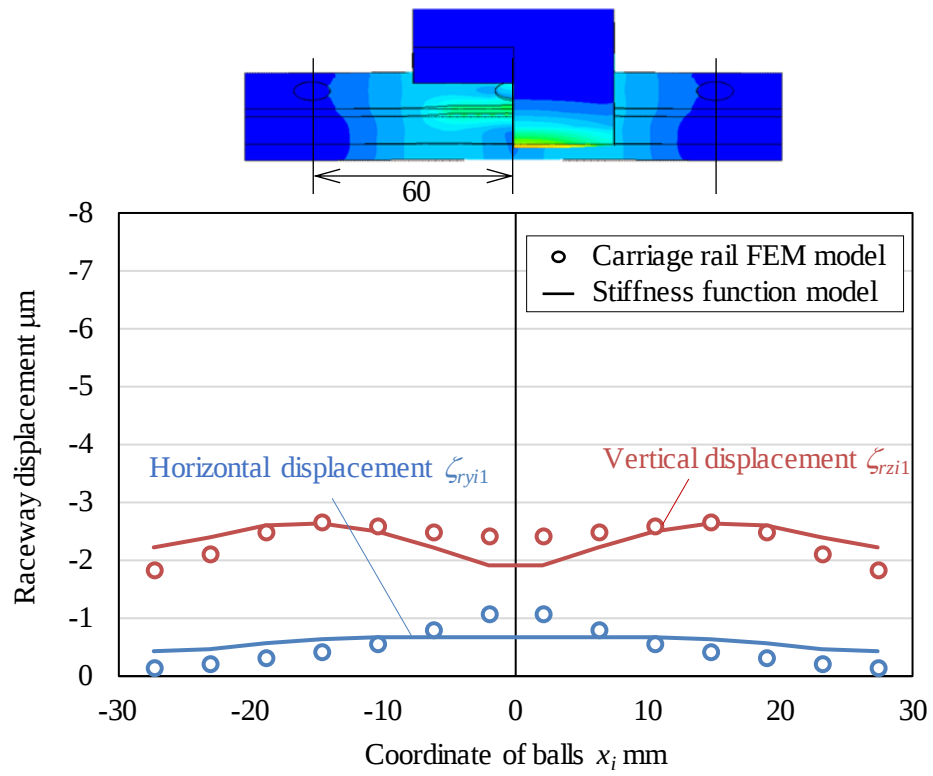


Fig. 2.20 Comparison of rail raceway displacement ($L = 60$, On the bolt)

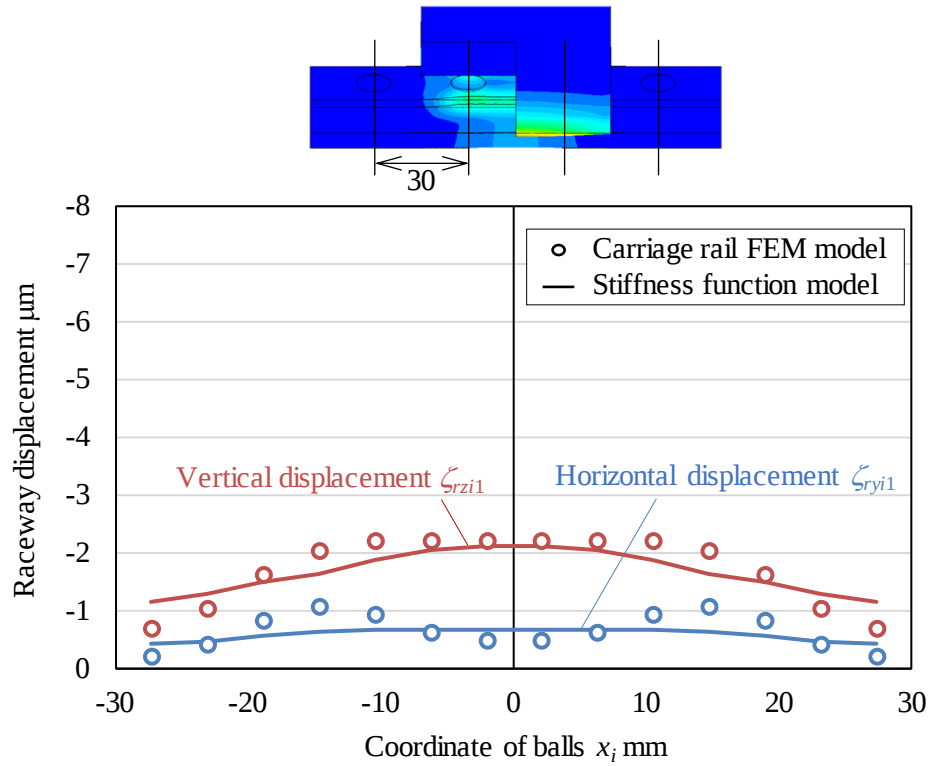


Fig. 2.21 Comparison of rail raceway displacement ($L = 30$, Between the bolt)

2.5 結論

直動ガイドの負荷分布理論と FEM を用いたその高精度化に関する研究について整理した。また、レールの変形を数式化することで FEM を用いずにレール変形を考慮した負荷分布解析が可能となった。得られた結論は以下の通りである。

- (1) 負荷分布理論にキャリッジやレールの変形を考慮する方法について、複数の研究例がある。今井らが構築したキャリッジ・レール FEM モデル負荷分布理論は実測剛性とよく一致することが確認された。
- (2) 今井らによるキャリッジ変形の数式化と、著者によるレール変形の数式化によりキャリッジ・レール FEM モデル負荷分布理論と同等の解析精度でありながら非常に短時間での解析が可能なキャリッジ・レール剛性近似モデルが確立された。

第3章 装置の構造解析のための直動ガイドの力学モデルと解析手法

3.1 緒論

従来から機械装置には高剛性，高精度化の要求はあったが，近年，ますますその要求が高まっているため，直動ガイド単体ではなく装置全体でのシミュレーションによる性能予測が不可欠となっている．可動部全体を支える直動ガイドは装置の剛性や精度といった性能に与える影響が大きく，また，案内要素の寿命は機械設計において重要な因子であるため選定の際には無視することはできない．しかし，シミュレーションの手段として一般的によく用いられる有限要素法（Finite Element Method: FEM）によって直動ガイドの解析を行うには，ボールあるいはころといった転動体とキャリッジやレールの軌道面との接触箇所が多く，厳密な計算を行うためには接触部の要素数が膨大となってしまう上に，非線形性の強い解析となり収束までの繰り返し計算も多く必要となってしまうことから解析コストが非常に大きくなってしまいうという問題がある．

Pawelko らの研究⁴³⁾では直動ガイド単体の場合で解析に 70 時間かかっており，一般的に複数の直動ガイドで構成される機械装置をすべて FEM で計算することは現実的ではない．そのため，第 1 章でも述べたように直動ガイドの簡易的な有限要素モデルの作成方法についていくつか研究が行われている^{26)~29)}が，これらの研究では直動ガイドの挙動を完全には再現できない，選定の際に多数の直動ガイドの形番を検討することが難しいといった課題がある．

直動ガイドの解析には，第 2 章で説明した負荷分布理論と呼ばれる手法がある．この理論は Herz の接触論に基づいたものであり，高精度化の取り組みやその解析精度についての検証が十分おこなわれている．また，FEM に比べて非常に解析時間が短いことが大きな利点である．そこで本章では，この負荷分布理論を用いて直動ガイドの特性をモデル化して適用した有限要素解析手法を提案する．

3.2 有限要素モデルと負荷分布モデルを組み合わせた解析手法

3.2.1 有限要素法と負荷分布の逐次計算法

直動ガイドの剛性を考慮した有限要素解析モデルについて、ここでは2つのモデル化手法を提案する。両モデルに共通しているポイントは転動体および軌道面間の接触をモデル化せずに、テーブルが直動ガイドで支持された状態を再現する点にある。

一つ目はFEMと負荷分布解析による逐次計算法である。そのモデル化方法の説明のため、図3.1にキャリッジ4つで支持される1軸テーブルのFEMモデルを示す。テーブルとキャリッジの接触面内における各節点と直動ガイド中心に作成した仮想節点（パイロット節点）を剛体ビーム要素で接続することでテーブルが直動ガイドに支持される状態を表現する。これによりキャリッジの変位挙動をパイロット節点によって制御することができる。

図3.2に解析モデルのフローチャートを示す。まず、直動ガイドの5方向の変位と変位角 α_y , α_z , α_{rx} , α_{ry} , α_{rz} をゼロとしてパイロット節点の変位を拘束しテーブルのFEM解析を行うことで、パイロット節点への反力、つまり直動ガイドへの作用荷重・モーメント F_y , F_z , M_x , M_y , M_z を求める。次に、求めた荷重・モーメントを用いて各キャリッジ毎に負荷分布解析を行い、キャリッジの変位、変位角 α_y' , α_z' , α_{rx}' , α_{ry}' , α_{rz}' を算出する。キャリッジが変位することでテーブルの変形状態も変化し作用荷重も変化することを意味する。したがって、負荷分布解析によって得られた変位5成分を用いて計算した値 $\alpha_{iN+1} = \alpha_{iN} + (\alpha_{iN}' - \alpha_{iN}) / A_{div}$, $i = y \text{ or } z \text{ or } rx \text{ or } ry \text{ or } rz$ をパイロット節点の強制変位として入力し、再度テーブルのFEM解析を実施する。

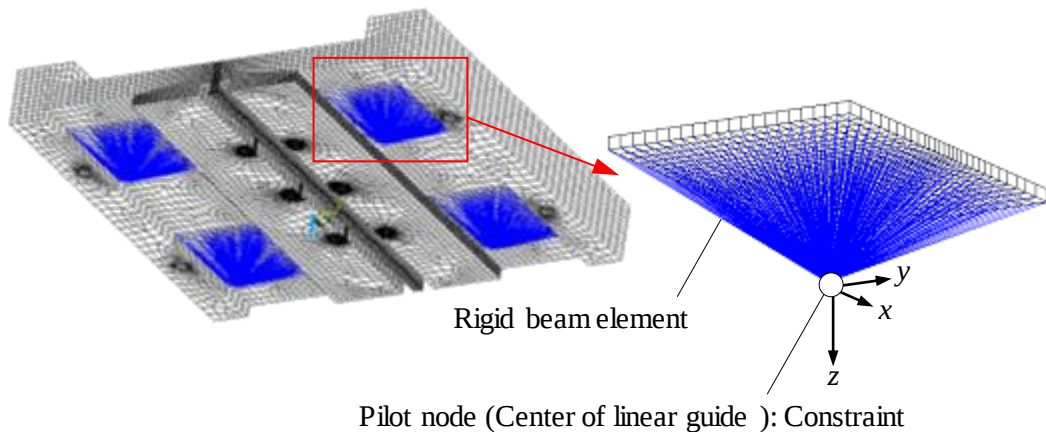


Fig. 3.1 FEM model of table and modeling of linear guide

ここで，分割数 A_{div} は収束度合いに応じて適宜調整を行う．その結果新たな作用荷重 5 成分が得られ，上記の計算を繰り返し行うことにより FEM 解析と負荷分布解析の結果を収束させる．収束判定は $\Delta\alpha_{imax} = \max |\alpha_{iN}' - \alpha_{iN}| < T_{fc}$ によって行い，解析コストと解析精度を考慮しながら T_{fc} を決定する．

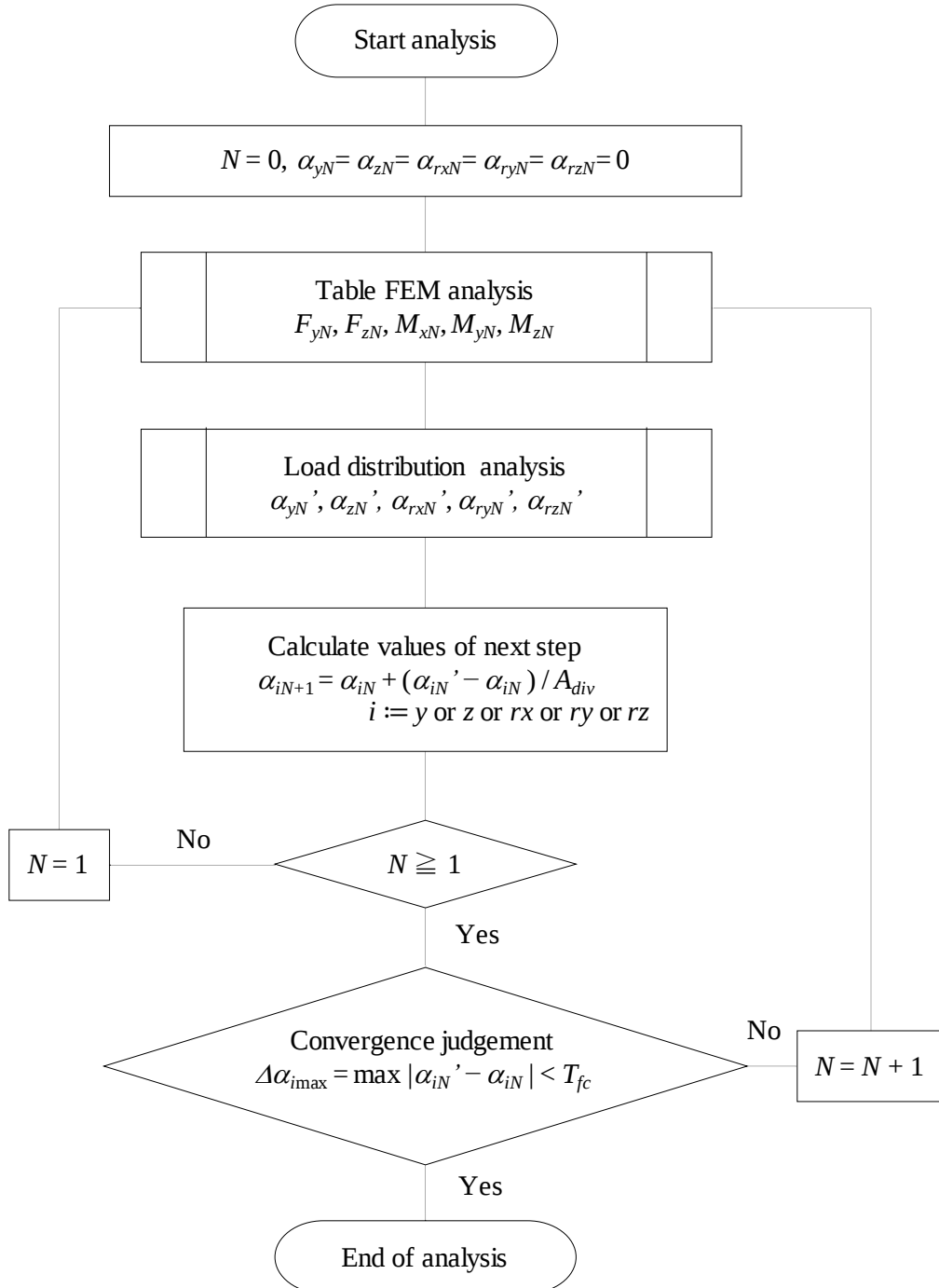


Fig. 3.2 Analysis flowchart

3.2.2 パイロット節点と非線形ばねを用いた直接計算法

前述した逐次計算法は解析条件によるが、1 軸のテーブルの場合で収束するまでに最低でも 100 回以上の繰り返し計算が必要であり、解析時間は 10 時間以上かかる場合が多い。2 軸以上の装置ではそれぞれの軸の解析結果も相互に影響を与え合うので収束までの繰り返し数がさらに増大し、また、有限要素モデルの要素数も多くなることから実用的な解析時間で解を得ることが難しい。解析コストの増大をまねく一番の要因は繰り返し計算であるため、3 軸の直動軸で構成されるような装置の解析にも適用できる解析手法として繰り返し計算が不要で解析コストが小さい非線形ばねによる直接計算法を検討した。

まず、直動ガイド部のモデル化について説明する。図 3.3 に示すように、FEM モデルでは剛体ビーム要素を用いてキャリッジ軌道面とキャリッジ側パイロット節点を、レール軌道面とレール側パイロット節点を接続する。それぞれのパイロット節点はどちらも直動ガイド中心と同じ位置に作成した独立した節点であり、これによりキャリッジやレールの挙動をそれぞれの節点によって制御することができる。

次に、図 3.4 に示すように、この 2 節点間を長さゼロの 5 方向の非線形ばねで接続する。各方向の非線形ばねの剛性は負荷分布解析によってあらかじめ計算する。具体的には一方向のみの荷重・モーメントを、大きさを変化させながら作用させて負荷分布解析を行い、与えた荷重の方向に相当する変位・変位角を求めることにより 5 方向の剛性データを導出できる。ただし与えた荷重以外の方向の変位は無視している。たとえば、直動ガイドに水平方向の荷重が作用したときにはローリング方向の傾きが同時に生じるといったように、作用した荷重・モーメントとは別の方向の変位・変位角が生じる場合もあるが、これらの影響を考慮していないことになる。また、負荷分布理論はキャリッジ剛性近似モデルを用い、FEM 上ではキャリッジを剛体、レールを弾性体として扱う。

非線形ばねを使う理由は、接触部剛性がヘルツの接触論に基づくため直動ガイドの剛性も非線形となるためである。図 2.8 の直動ガイドの剛性の測定結果と解析結果からも特に低荷重領域で非線形性が強いことがわかり、また、直動ガイドの形番によっては作用荷重の正負によって異なる剛性をもつことがわかる。事前に直動ガイドへの作用荷重を推定することは難しいので線形ばねでは直動ガイドの剛性を再現することは困難であると考える。

本解析モデルでは、転動体のモデルは作成せず FEM 上で接触は考慮しないが、Herz 接触を考慮した負荷分布理論に基づいたばねでキャリッジとレールの関係を定義することで接触が考慮された直動ガイドの剛性をモデル化している。なお、ばねの反力、反モーメントから個々のキャリッジに作用する荷重・モーメントが得られ、それを用いて負荷分布解析を行うことで個々の直動ガイド内の詳細な負荷分布状態、つまり転動体荷重や接触面圧、接触角等を解析することもできる。

直接計算法では繰り返し計算が不要であるため、逐次計算法と比較して大幅に解析コストを削減することができる。一方で、解析精度については逐次計算法よりも劣る可能性が高い。それは、逐次計算法では繰り返し計算の負荷分布解析の際に直動ガイドの全ての方向の剛性が考慮されているが、直接計算法では前述したように剛性を求める際に、与えた荷重以外の方向の変位は無視しているためである。

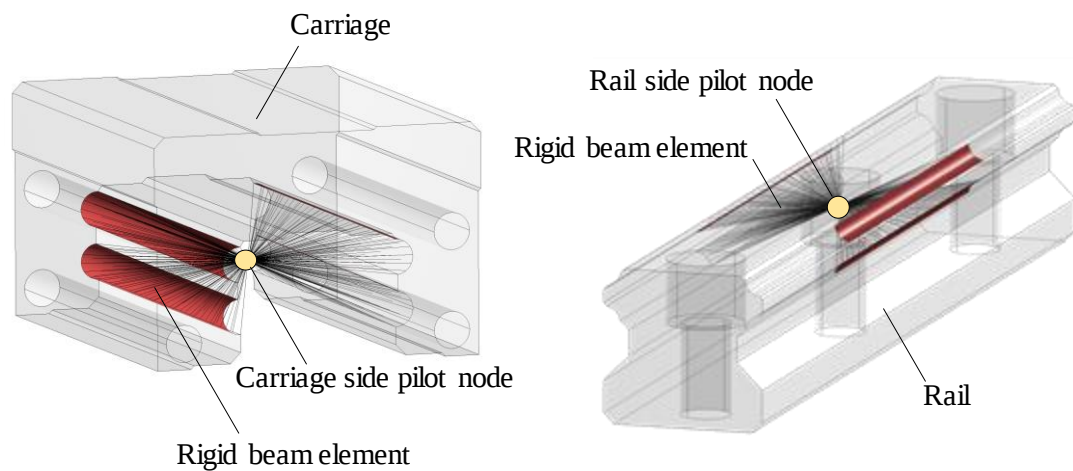


Fig. 3.3 Control of carriage and rail by pilot node

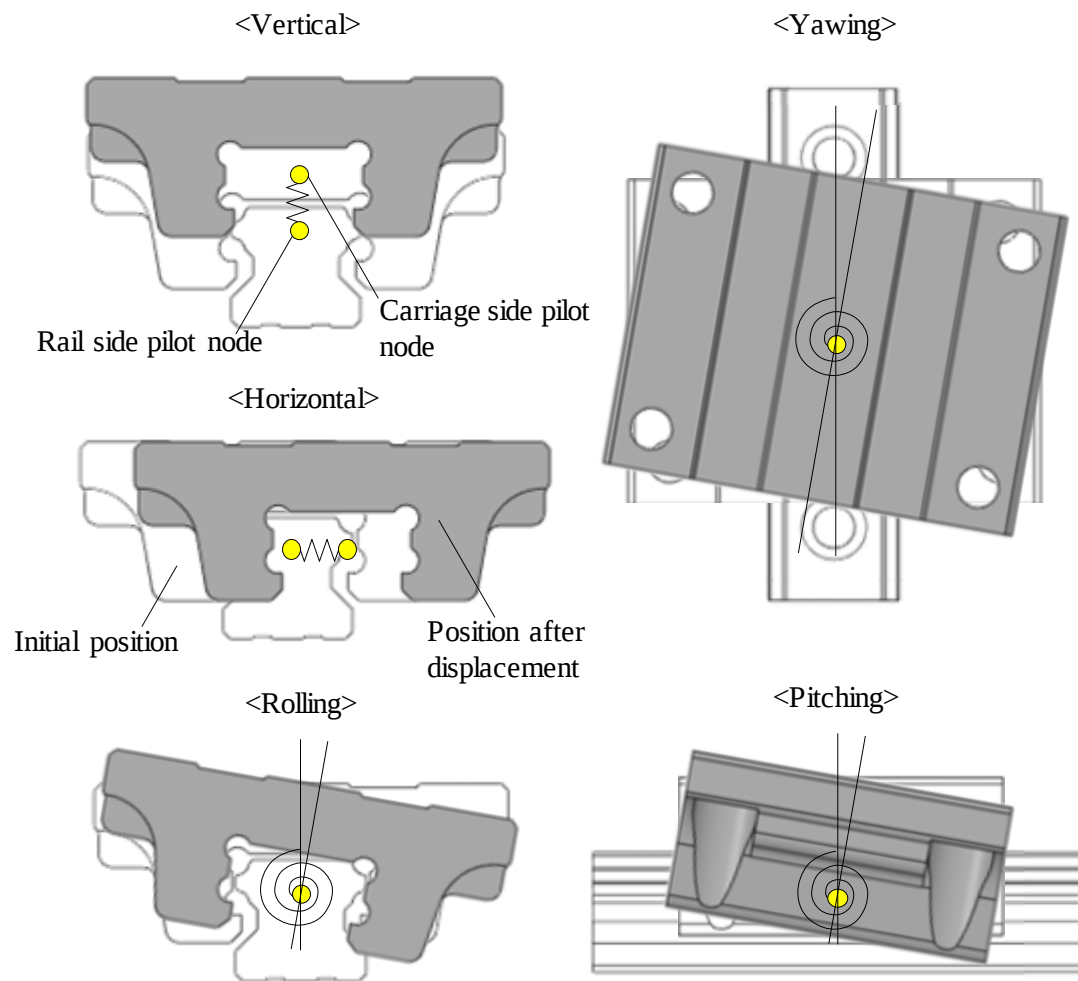


Fig. 3.4 Non-linear spring in five directions

3.3 静剛性の推定と検証

3.3.1 垂直荷重作用下での検証

提案した解析手法では，負荷分布解析による剛性の予測精度や，直動ガイドに与えた荷重以外の方向の剛性は無視していることの影響などの誤差要因が存在している．そこで，解析手法の妥当性を検証するために実験を行った．

まずは，簡易的な条件として図 3.5 に示すように 2 本のレールに 1 つずつのキャリッジを配置した構造の実験装置を用いた．図中の座標系 $x'y'z'$ はテーブル下面の中央に固定された点を原点に持つ座標系である．使用した直動ガイドは表 3.1 に示

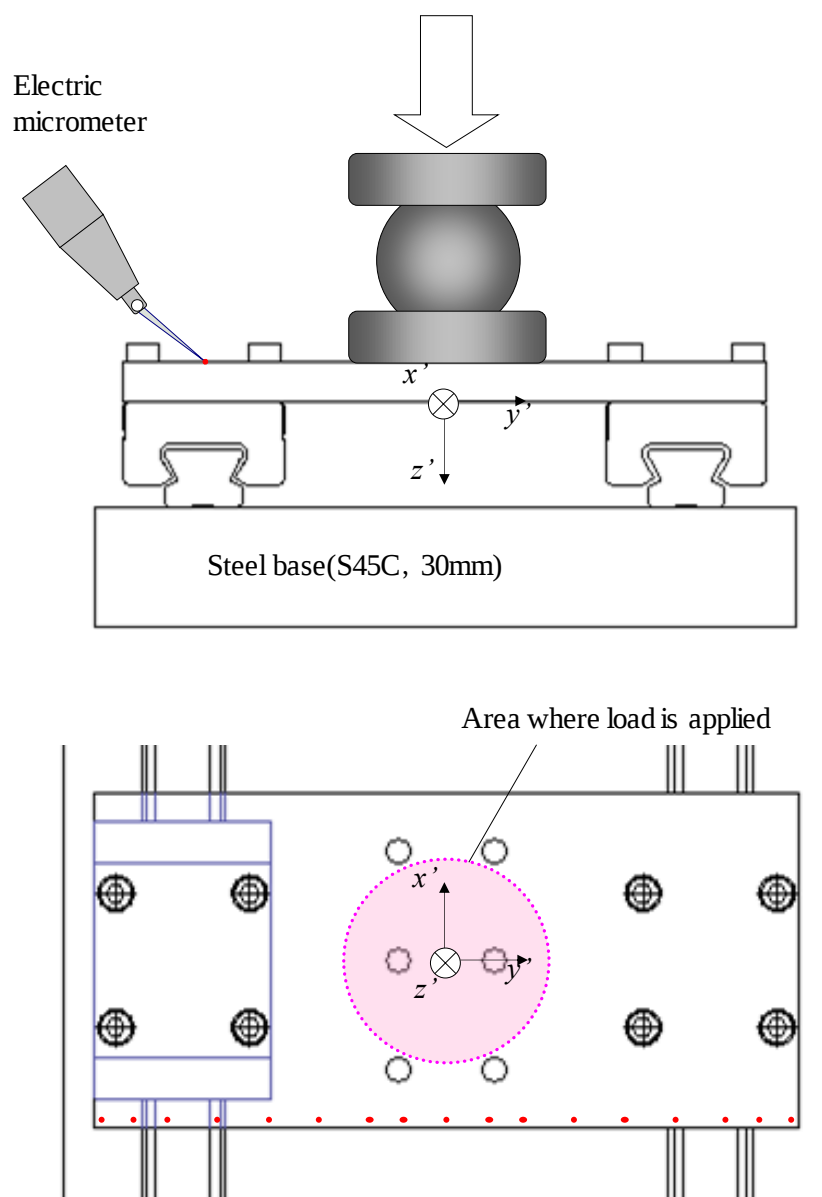


Fig. 3.5 Loading and displacement measurement methods

す#20 相当とした．テーブルの材質と寸法は表 3.2 に示すように 4 通りの材質と寸法の組み合わせを用いた．CD-5 は低熱膨張鋳鉄⁵⁵⁾である．荷重はテーブル中央に 250～1700 N を作用させ，テーブル上面の鉛直方向変位を電気マイクロによって測定した．図 3.6 に測定の外観とテーブルを取り外した状態の外観を示す．

解析手法による違いを比較するため，提案した解析手法に加えて負荷分布理論と FEM をそれぞれ単独で用いた場合での計算も実施した．負荷分布理論単独の場合はテーブルを剛体と仮定して直動ガイドの姿勢変化のみを考慮し，FEM 単独の場合は直動ガイドを剛体としてテーブルの変形のみを考慮している．

テーブル上面変位の実測値と負荷分布解析単独，FEM 単独，逐次計算法，直接計算法の 4 つの解析手法の比較を図 3.7 に示す．負荷分布理論単独ではテーブルの変形を考慮することはできないため，テーブル全域に渡って一定の変位を示している．また，FEM 単独の場合には直動ガイドを剛体として扱っており，その変位や傾き

Table 3.1 Detailed specifications of linear guide for testing

Linear guide (THK)	#20	#25	#35	#45
Ball diameter D_a mm	3.175	3.969	5.556	6.350
Carriage length mm	46.6	59.8	79.0	140.0
Contact angle γ_j deg	$\gamma_{1,2} = 30$ $\gamma_{3,4} = 90$	$\gamma_{1,2} = 30$ $\gamma_{3,4} = 90$	$\gamma_{1,2} = 40$ $\gamma_{3,4} = 90$	$\gamma_{1,2} = 45$ $\gamma_{3,4} = 45$
Conformity factor f	0.520	0.520	0.510	0.515
Accuracy grades	Precision	Precision	Precision	Precision

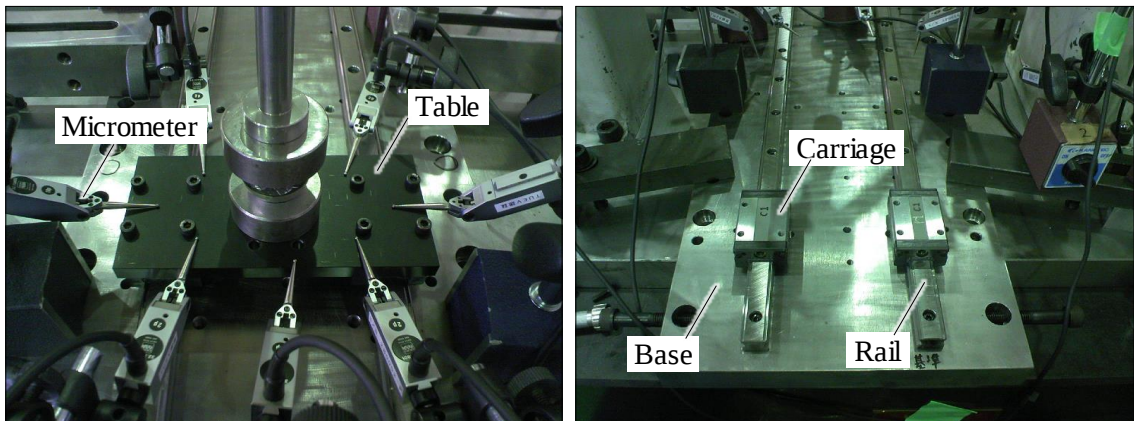


Fig. 3.6 Measurement appearance

が考慮されないためテーブルの両端固定による曲げ変形のみとなり，全体的に実測値よりも小さな変位となっている．一方，提案した2つの手法ではテーブルと直動ガイドの両方の変位を考慮できるため，実測値と良く一致していることがわかり，負荷分布理論やFEMを単独で用いる場合と比べて解析精度は格段に向上しているといえる．提案した手法同士で完全には一致しない原因としては，前述したように直動ガイドの剛性を完全に考慮しているかどうかの違いや，逐次計算法はキャリッジから上の部分しかモデル化できない一方で直接計算法ではレールやベースの変形を考慮できるといった違いに起因していると考えられるが，概ね一致していると考えられる．

次に，4通りのテーブル材質，寸法に対して，荷重を250Nから1700Nの5通り

Table 3.2 Table material and dimensions

Material	A5052	CD-5	SS400
$w \times d \times t$ mm	$168 \times 80 \times 10$ $168 \times 80 \times 20$	$168 \times 80 \times 10$	$168 \times 80 \times 10$
Young's modulus GPa	70	115	206
Poisson's ratio	0.33	0.37	0.30

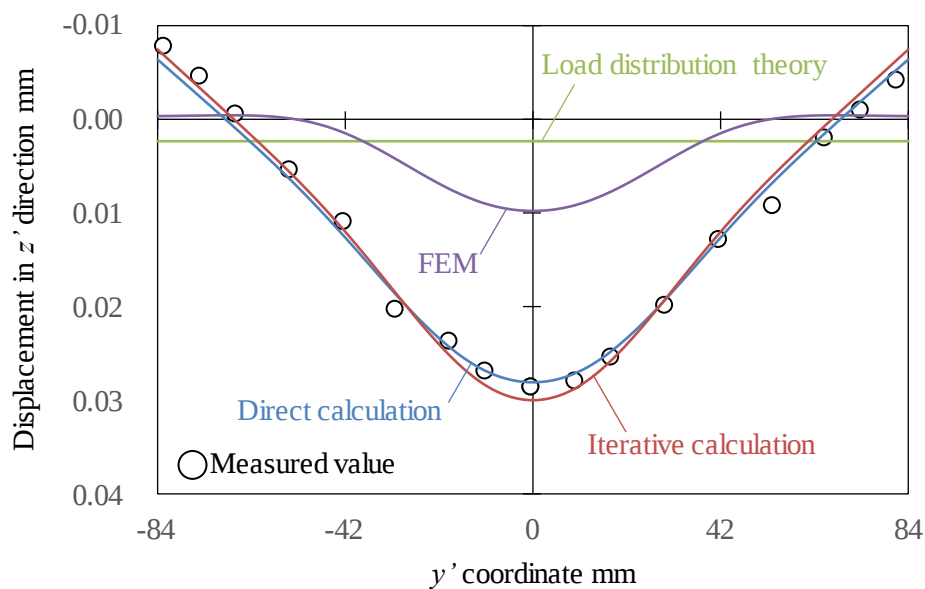


Fig. 3.7 Comparison of calculated and measured displacement

作用させた場合の実測値と直接計算法による解析値の比較を図 3.8～11 に示す。概ねどのような材質，寸法，荷重でも実測値と解析値がよく一致していることが確認できた。

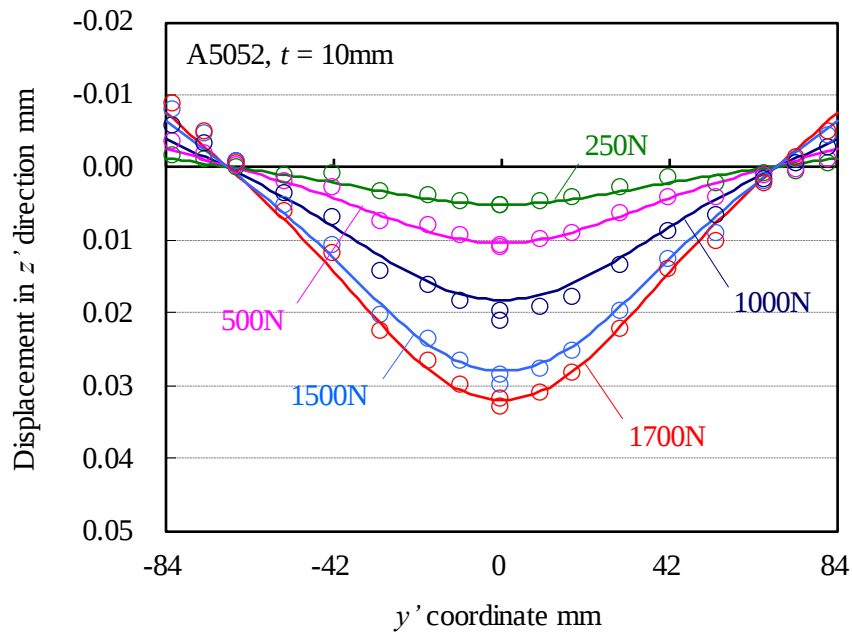


Fig. 3.8 Table displacement by measurement and analysis (A5052, $t = 10\text{mm}$)

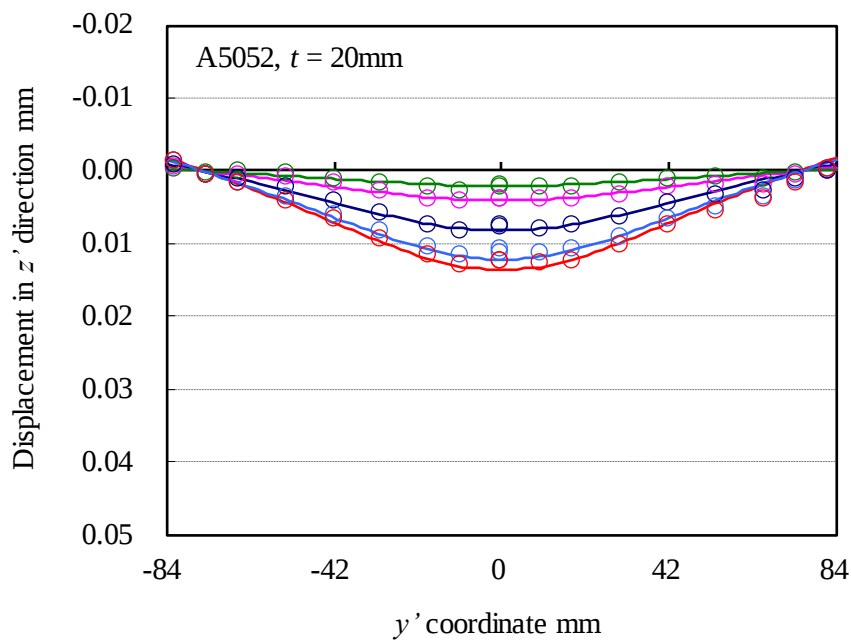


Fig. 3.9 Table displacement by measurement and analysis (A5052, $t = 20\text{mm}$)

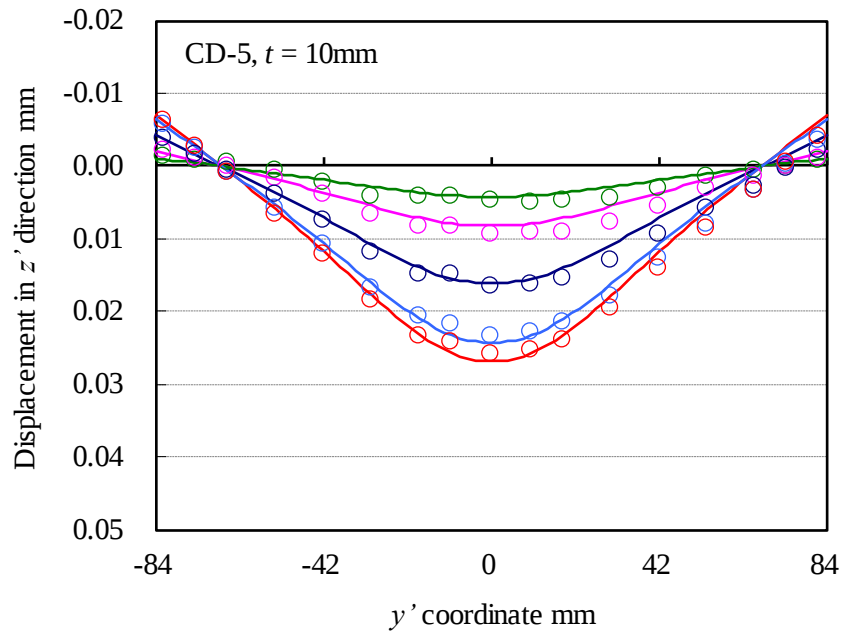


Fig. 3.10 Table displacement by measurement and analysis (CD-5, $t = 10\text{mm}$)

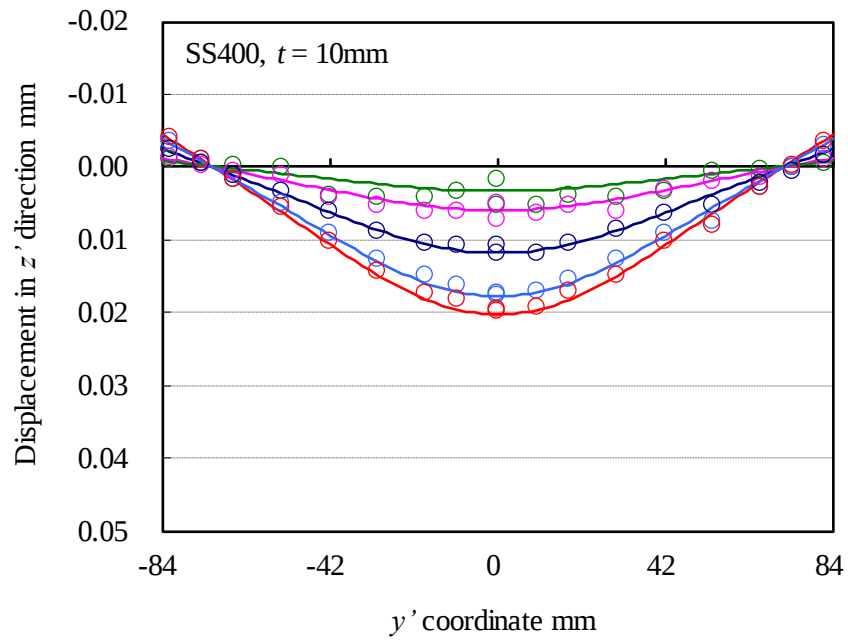


Fig. 3.11 Table displacement by measurement and analysis (SS400, $t = 10\text{mm}$)

3.3.2 垂直荷重とモーメント作用下での検証

垂直荷重作用下での検証実験から、提案した2つの手法が共に実測値と良く一致することが確認できた。しかし、その検証ではテーブル中央に垂直荷重だけが作用し直動ガイドに作用するモーメントもローリング方向のみである。しかし、実用を考えるとテーブルにはモーメントが作用する場合、テーブルも複雑な変形を示すことから直動ガイドは多方向の荷重・モーメントを受けることが想定され、十分な検

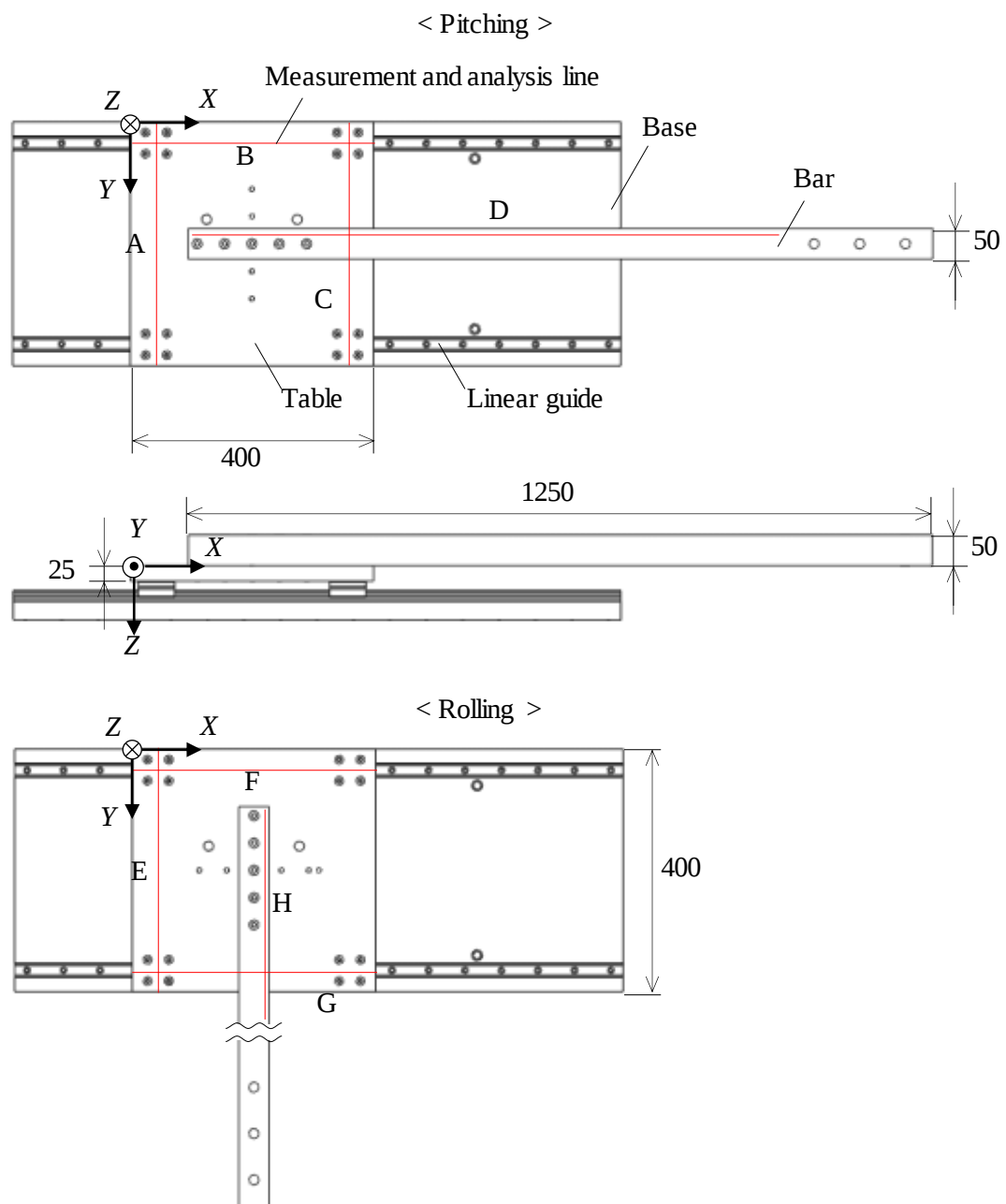


Fig. 3.12 Experimental layout of one axis table

証とは言えない可能性がある。

そこで、図 3.12 に示すように 4 隅にキャリッジを配置したレイアウトのテーブルにモーメントを作用させる実験を行った。図 3.12 中に示した座標系 XYZ はテーブル上面の左上隅に固定された点を原点に持つ座標系である。用いた直動ガイドは表 3.1 に示す #25 相当で、転動体のオーバーサイズ径 λ が $0\mu\text{m}$, $+5\mu\text{m}$, $+10\mu\text{m}$ の 3 種類の予圧状態とした。ベース、テーブルの材質は A5052, テーブルに締結されるバーは SS400 とした。バーの先端には約 9.8kg の重りを 10 枚載せ、テーブルに対して荷重とモーメントを複合して作用させた。バーは方向を変えて取り付けることができ、テーブルに対してピッチング方向のモーメントとローリング方向のモーメントを作用させることができる構造とした。図中に赤の破線で示す箇所のテーブ

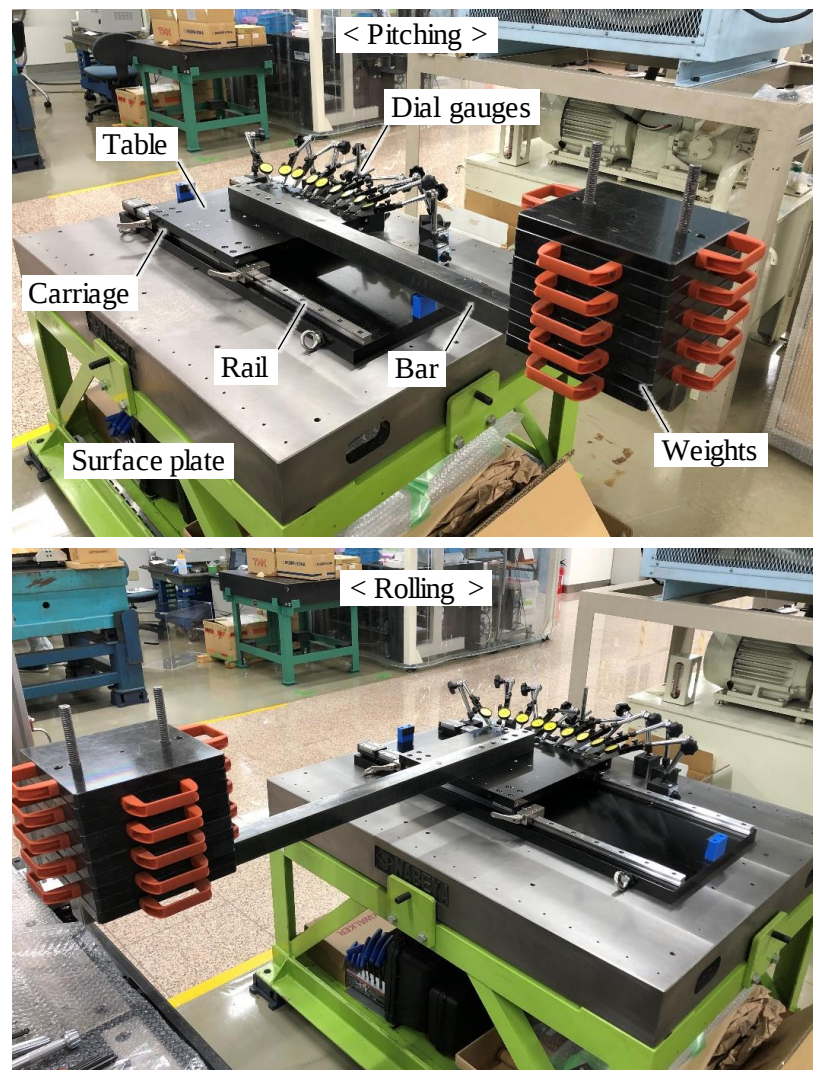


Fig. 3.13 Overview of the experiment

ル上面とバー上面の変位をダイヤルゲージで測定した．図 3.13 に測定の外観の一例を示す．

解析に用いた有限要素モデルの総節点数は約 212,000 で六面体要素を中心としたメッシングを行った．図 3.14 に 970N（重り 10 枚分の荷重）作用時の変形状態図を示す．テーブルは複雑な変形状態となっており，直動ガイドへの作用荷重・モーメントを推定したところ水平方向，ラジアル方向，ピッチング方向，ローリング方向が複合した荷重状態であることがわかった．

実験と直接計算法による解析の変位量の比較を図 3.15, 16 に示す．ここで，+5 μ m の場合の結果は+0 μ m，+10 μ m の場合と同様の傾向であり，グラフには記載していない．A~H の記号は図 10 に赤の破線で示した変位の測定箇所を示している．まず，テーブルの変位（図 3.15 A,B,C，図 3.16 E,F,G）に着目すると，本実験条件のような複雑なテーブル変形も傾向や数値帯をよくとらえていることが確認できる．バー上面の変位（図 3.15 D，図 3.16 H）は特に先端部において，工作機械の加工点などの機械として精度が求められる点をイメージしている．図からわかるようにバーの先端まで実測と解析の結果はよく一致している．このことから直動ガイドへ締結されたテーブルの剛性だけでなく，テーブルに取り付けられる部品の剛性も精度よく予測することが可能な手法であることが確認できた．さらに，予圧状態の違いによる変位の差も理論と実測で表現できていることが確認できる．

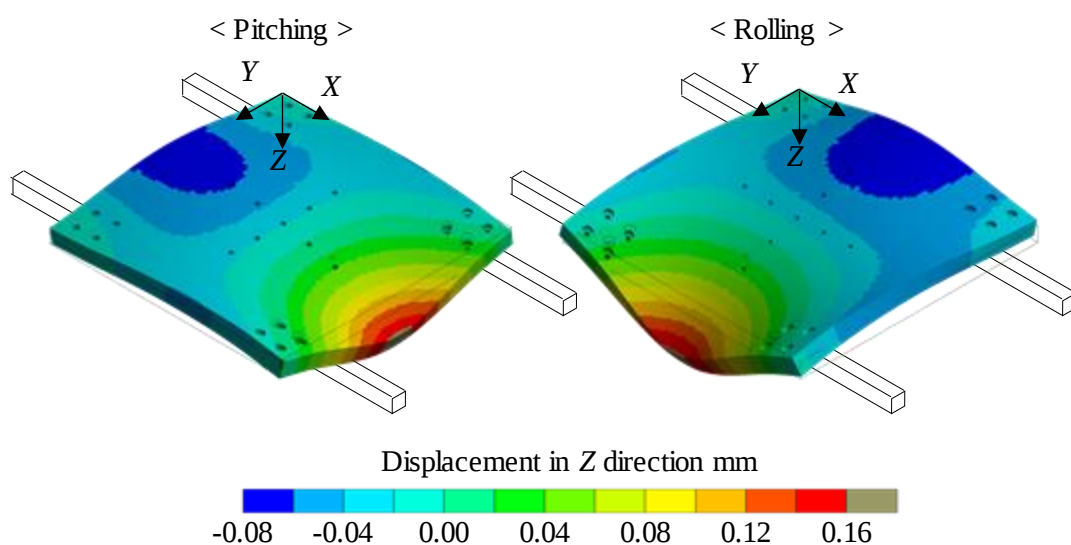


Fig. 3.14 Deformation diagram of the table

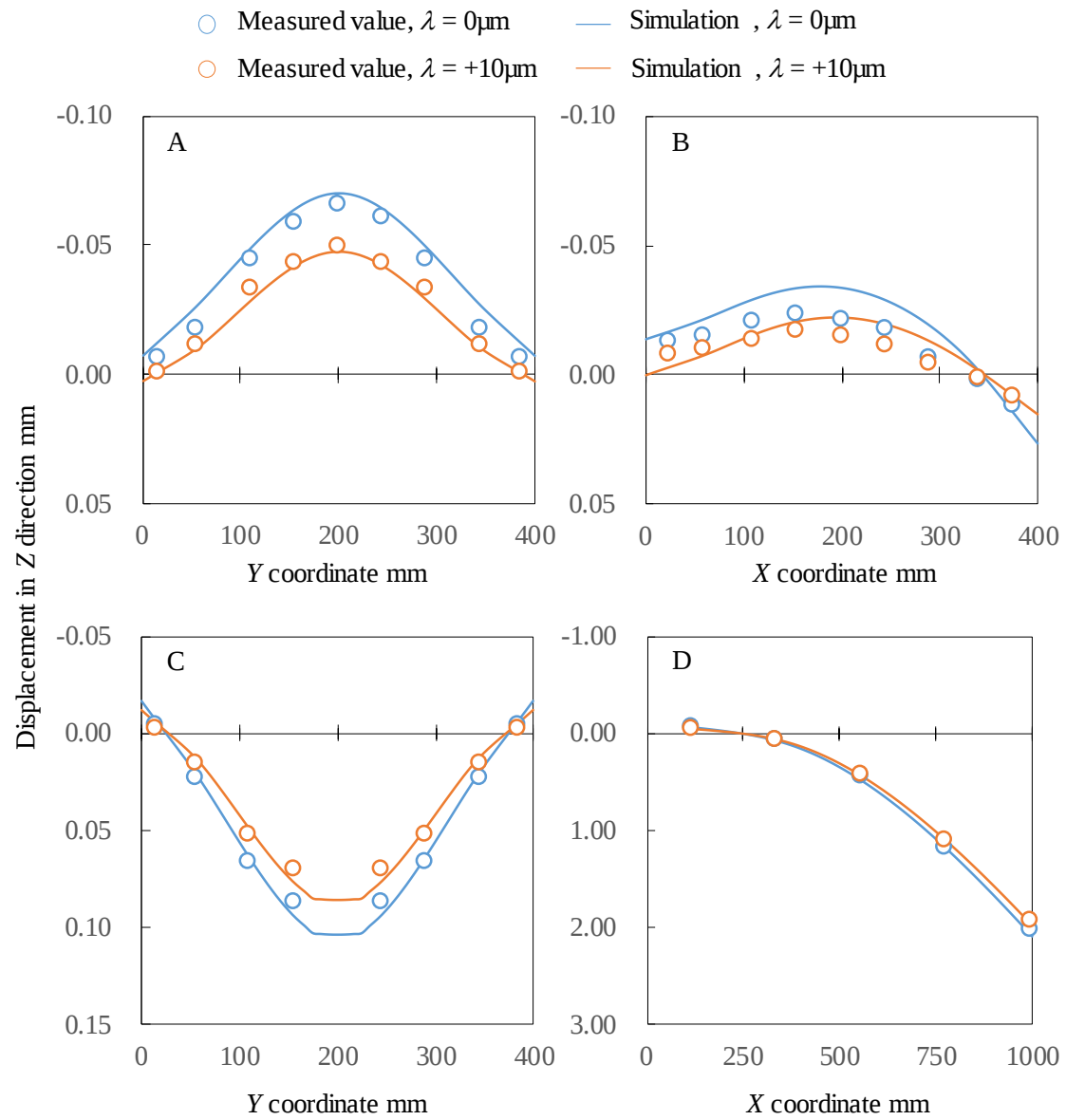


Fig. 3.15 Comparison of calculated and measured table displacement (Pitching)

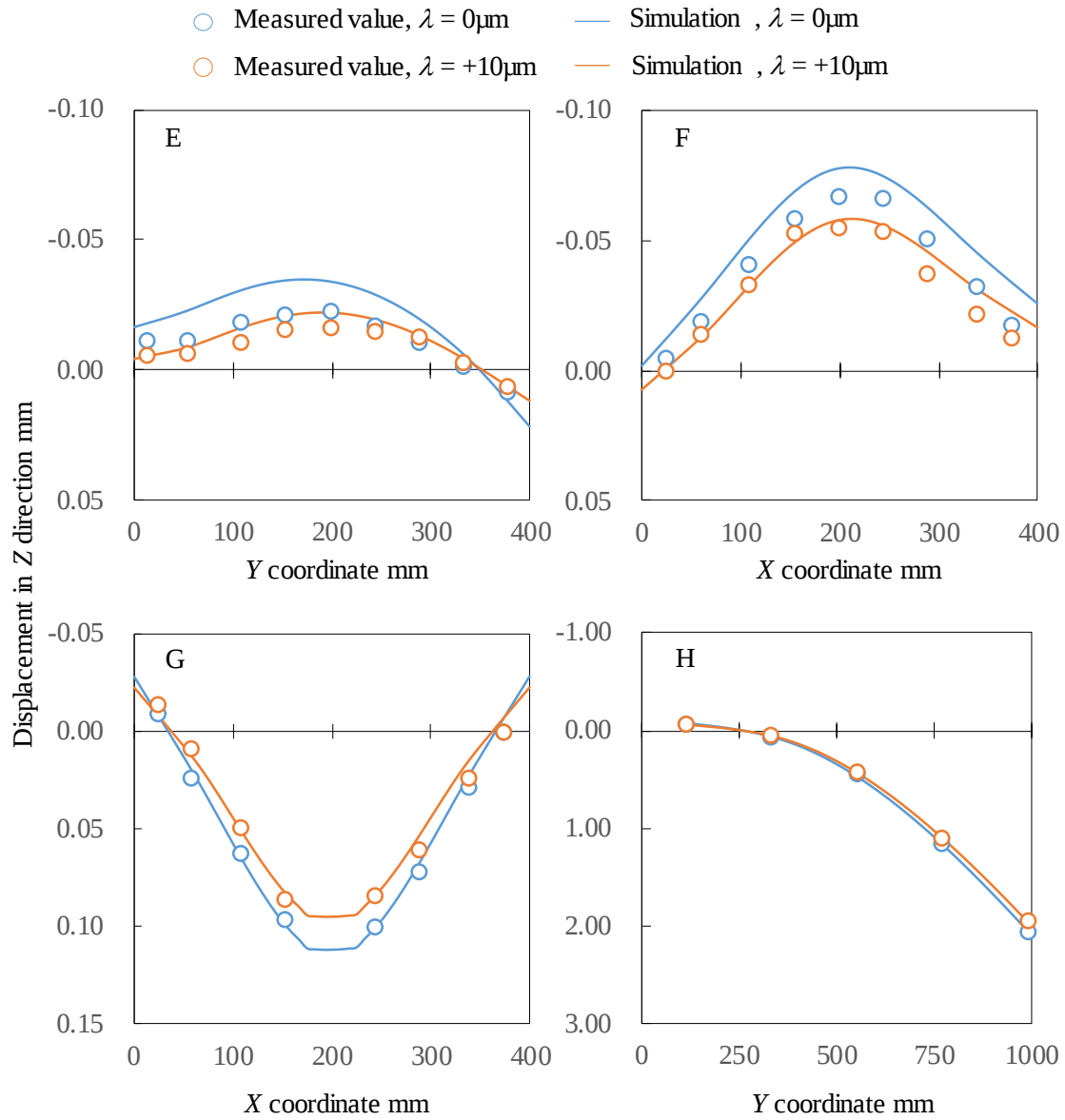


Fig. 3.16 Comparison of calculated and measured table displacement (Rolling)

3.4 実際の装置を対象とした実験と解析による静剛性の比較

次に、図 3.17 に概略図を示すような立て形マシニングセンタを用いた剛性測定実験を行った。座標系 X' Y' Z' はベースの端部を原点とする座標系である。この装置は3つの直動軸で構成され、それぞれの軸は2本のレールと4つのキャリッジから構成されている。また、それぞれの直動軸に用いた直動ガイドは Y' 軸が表 1 に示す#35 相当、 X' 軸と Z' 軸は#45 相当である。図中に示すように主軸とテーブル間にブロックを設置し、主軸を Z' 方向に移動させることにより主軸とテーブルに荷重を作用させた。ブロックと主軸の間にはロードセルを配置し、作用している荷重値を測定した。スピンドルには静電容量変位計を3つ取り付け、テーブル上に設置した基準片との水平方向の相対変位を測定した。それぞれの測定箇所は高さが異なっているため、その差分からスピンドルのピッチング方向の傾きを求めることができる。また、スピンドルを介さずに主軸に荷重を作用させたのでスピンドルの傾きは主軸の傾きと一致する。

次に解析条件について述べる。ベースの脚部を変位拘束し、主軸とテーブルに垂

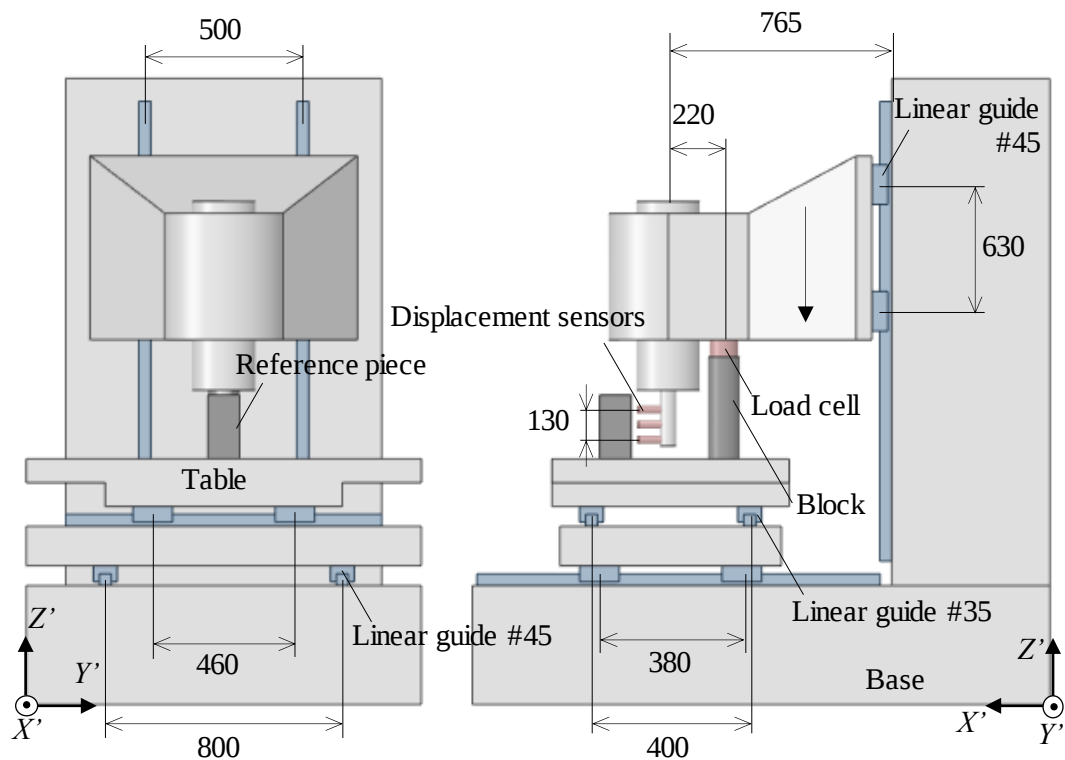


Fig. 3.17 Simplified figure of machining center

直方向の荷重を作用させ、図 3.17 に示した構成部品すべての変形を考慮した。直動ガイドは直接計算法を用い、ボールねじ部はナットと軸間を進行方向のみ拘束した。また、自重のみが作用した状態を基準とし、自重と荷重が作用したときの解析結果から自重のみが作用した時の結果を引いたものを実験結果との比較に用いた。また、直動ガイドのキャリッジとレールの結合を剛体とした解析も行うことで、装置の構造体のみによる変位を推定し、直動ガイドが装置全体の剛性にどのような影響を与えるか確認した。

3つの変位計の測定結果から主軸のピッチング方向の傾きを算出した結果と有限要素解析による解析結果を、作用荷重 1000N の場合について図 3.18 に示す。実験結果と直接計算法による解析結果は比較的良好に一致しており、本手法は装置全体を対象としてもその変位を精度良く予測できることがわかる。ボールねじやサポートベアリングの剛性をモデル化していないのに実測と解析が一致しているのは、それらの剛性の影響が小さい方向の変位を比較しているからであると考えられる。また、直接計算法による解析結果と直動ガイドを剛体とした場合の解析結果との差が直動ガイドに起因する変位であるといえる。もちろん対象とする装置によってその割合は変化するが、直動ガイドの形番やレイアウトの変更による剛性向上の余地はどの

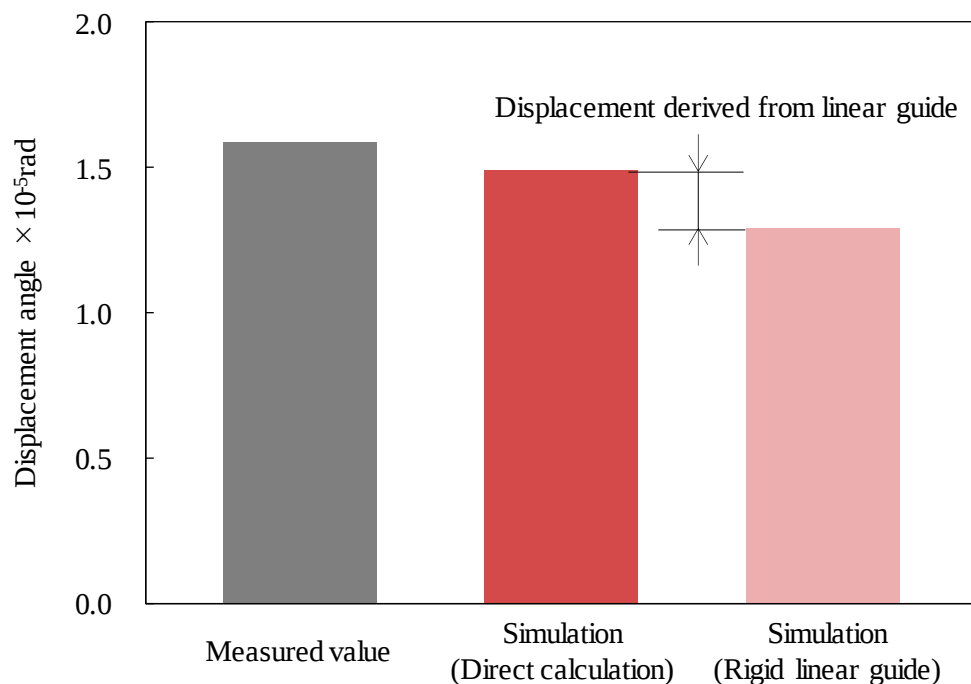


Fig. 3.18 Pitching angle of main shaft

程度あるのかなどを判断する際の参考にできると考える．このように提案した解析手法を用いることで直動ガイドのレイアウトや形番を変えたり，装置の構造を変化させた場合の剛性の変化を計算上比較することが可能となる．

3.5 結論

有限要素法において、直動ガイドの剛性を考慮するために負荷分布理論を利用した二通りのモデル化方法を提案した。1 軸テーブルを用いた解析手法の検証実験と立て形マシニングセンタを用いた実験と解析を行った。その結果得られた結論は以下の通りである。

- (1) 垂直荷重下での検証実験から、提案した解析手法である逐次計算法と直接計算法は負荷分布理論や FEM を単独で用いるよりも、テーブルの変形を精度よく予測できることが確認できた。
- (2) モーメントを受けるような、より実用的なテーブルにおいても直接計算法による変位の解析結果は実測値とよく一致し、さらにテーブル上だけではなくテーブルに取り付けられた部品の変位の解析精度についても妥当性が確認できた。
- (3) マシニングセンタのス핀ドルの傾き角は実測と解析で比較的良好一致した。また、直動ガイドを剛体とした場合の解析結果との比較から直動ガイドに起因する変位の割合を推定することができる。

第4章 直接計算法で得られた負荷分布の検証とその利用

4.1 緒論

一般的に機械設計者は装置の自重や加工反力等が作用した状態を想定して寿命を満足するように直動ガイドの形番を選定するが、その際に装置を構成する部品は剛体と仮定されている。しかし、装置が変形すると装置内部に組み込まれた直動ガイドには設計時には想定していない荷重やモーメントが作用することで、寿命低下による早期破損や摩擦抵抗の増大、さらには精度劣化を引き起こすことがある。装置の変形要因としては、構成部品の剛性不足だけでなく熱変形が問題視されるケースもある。これは、寿命だけでなく精度劣化を招くことから、その影響を事前に予測するには熱変形した際の、負荷分布を知る必要がある。第2章で述べたように、負荷分布理論では、直動ガイドに外的に作用する荷重とモーメントから、負荷分布や直動ガイドの姿勢変位を計算できる。しかし、装置に組み込まれた個々の直動ガイドに作用する荷重とモーメントを求めることは測定でも解析でも容易ではない。例えば、ロードセルを組み込んで測定しようとする、ロードセル自身が介在することで寸法や剛性バランスが変化し、測定された値はロードセル設置前の作用荷重・モーメントとは異なる値になってしまう。また、解析をするにしても、直動ガイドの剛性と装置の温度分布や剛性のバランス等によって作用荷重・モーメントが変化するため、直動ガイドおよび装置を構成する全ての部品を同時に考慮できる解析手法が必要となる。

第3章ではFEMを用いた低解析コストでの直動ガイドのモデル化手法として逐次計算法と直接計算法を提案した。両者を比較すると逐次計算法の方が解析コストが大きく、一般的に3軸で構成される装置すべてを対象にすることは困難である。どちらの解析モデルでも装置の剛性については実測との比較から妥当性の検証をおこなったが、直接計算法では直動ガイドに入力として作用する荷重方向以外の変位は生じないという前提をおいている。これにより、例えば直動ガイドに水平方向荷重が作用した際にローリング方向の傾きが複合して生じるといったような状態は表現されていないということになる。したがって、装置全体の剛性は一致していても、直動ガイド単体に着目したときの作用荷重・モーメントと変位・変位角は測定と解析に差が生じる可能性があり、その点については検証をおこなう必要がある。

そこで、本章では、1 軸テーブルに意図的に熱変形を付与した実験をおこない直動ガイド部の姿勢変位に着目して測定と解析を比較することで、直動ガイドのモデル化手法の検証をおこなった。さらに、装置の温度上昇が直動ガイドの負荷分布に与える影響について解析を実施し考察した結果を報告する。

4.2 直動ガイドの姿勢変化測定による負荷分布計算の検証

4.2.1 実験の概要

直動ガイドに作用する荷重・モーメントを解析的に算出することができるかどうかについて検証が必要であるが、作用荷重・モーメントを直接測定することは困難である。そこで、今回は直動ガイドのレールに対するキャリッジの変位と変位角を測定し解析との比較検証をおこなうこととする。

検証実験には図 4.1 に示す市販のリニアモータ駆動の 1 軸位置決めテーブル（THK 製 GLM20AP⁵⁶⁾）を用いた。リニアモータ駆動の装置は可動子が熱源となることでテーブルが昇温し、熱膨張する。その際の温度の違いによって、直動ガイドに作用する荷重やモーメントが変化するであろうと予測し、この装置を検証の対象とした。本装置はアルミベースに直動ガイドのレールが 2 本取り付けられ、それぞれのレールに 2 つずつ、合計 4 つのキャリッジでテーブルが支持された構造となっている。ベースには固定子、テーブルには可動子を取り付けられている。

図 4.2 に実験の様子を示す。テーブルの上面中央部に出力 40W のヒータを張り付けてテーブルを昇温させた。実際にはテーブルに締結されるリニアモータの可動

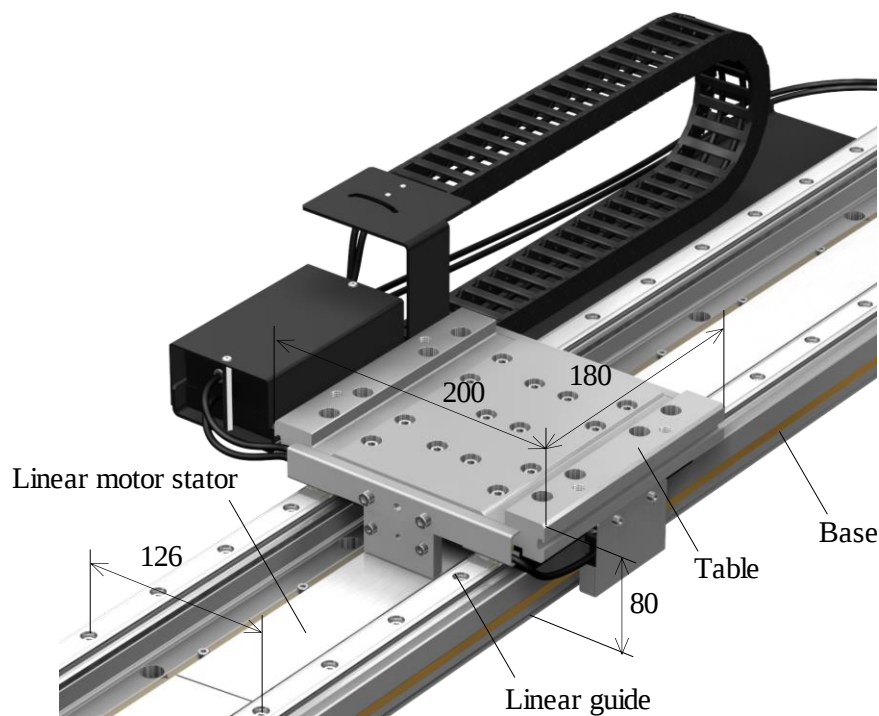


Fig. 4.1 Figure of 1-axis table driven by linear motor

子が発熱源となるが、今回は温度管理の容易なヒータを用いることにした。装置の温度はサーモグラフィと、テーブル、レール、ベースの各箇所に張り付けた熱電対で測定した。予備実験において、熱電対はレール側に2か所(図 4.2(a)中の TL1, (b)中の TL2)、テーブル上面5か所(図 4.2(a)中の TT1, (b)中の TH, TT2~TT4)、ベース部1か所(図 4.2(b)中の TB)、テーブル近くの空中(環境)1か所に設置した。THはヒータとテーブル間に設置しているので、どちらの温度かは不明であり、オーバヒートのチェックのみに利用した。TL2, TT2, TT3, TT4はサーモグラフィとの対応を観察するため測定した。また、実験装置を黒幕で覆い外部からの光を遮断した状態で予備実験をおこない、レール側とテーブル側温度に対して、熱電対とサーモグラフィの測定温度が概ね等しくなるようにサーモグラフィ測定の放射率を0.65~0.55に設定した。放射率が高い値となっているのは、酸化膜の影響による

(a) Entire view (Thermocouples in (b) is not shown)

(b) Side view (Thermocouple locations)

と考える.

変位計を設置するスペースの関係でキャリッジやレールの変位を直接測定することが難しいため、垂直方向変位の測定時はテーブル上面とレール上面に、水平方向変位の測定時はテーブル側面とベース側面にそれぞれ測定ゲージを張り付けて、その両端の変位を静電容量式変位計により測定した. 測定ゲージの材質は鋼であり、テーブルやベースと異なっているが、線膨張係数の違いによるプレートの反りに関しては寸法と線膨張係数を考慮して影響はないと考える.

4.2.2 装置の温度分布

装置の熱変位を構造解析で計算するためには、解析条件として温度分布を入力する必要がある. そこで、本実験条件においてどのような温度分布となるのかをサーモグラフィにより確認した.

図 4.3 にサーモグラフィにより測定した温度分布を示す. 図中で白く表示される部分がヒータであり、ほぼ一様に赤く表示される部分がテーブルとキャリッジ、青の部分はベースとレールである. ここで、レールの境界が判別しにくいいため、破線でレールの外形線を示している. テーブルはほぼ一様に 30°C 前後であるが、端部のみ青色で温度が低く見える箇所がある. これはテーブル上の部品取付面であり、研削加工により他の部分と反射率が異なっているため、見かけ上の温度が低く表示されている. このときの、TT2~TT4 の温度はいずれも $30.0\sim 31.0^{\circ}\text{C}$ 、レール側の TL2 の温度は約 21.5°C であり、サーモグラフィの測定値とは 2°C 程度のオフセットがあった. なお環境温度は約 $18.5\sim 20.5^{\circ}\text{C}$ の変動があった. 軸受において転動体と軌道面の接触熱抵抗の計算式が提案されており、その値は比較的大きいことが知られている⁵⁷⁾. 今回の温度分布も、この接触熱抵抗によりキャリッジから転動体を介してレールへ熱が伝わっていないことが原因であると考ええる. 以上のように、今回の実験ではテーブル、直動ガイド、直動ガイド付近のベース部はそれぞれほぼ一様な温度であったことから、以後の構造解析では各部品に一様な温度を定義しておくこととした.

また、直動ガイドの接触熱抵抗が温度分布にどのような影響を与えるか確認するため定常伝熱解析を実施した。図 4.4 に解析モデルを示す。カバーやリニアモータ等の剛性に関与しないと考えられる部品は除き、テーブル、ベース、直動ガイドのみを解析対象とした。最大温度を実測値に合わせるためヒータを 32°C とし、各部品と空気との熱伝達係数は $10\text{W/m}^2\text{K}$ 、環境温度および初期温度は 20°C とした。転動体と軌道面間の接触熱抵抗の計算式では各転動体に作用する荷重が必要となり計算が難しいことから、本解析では簡単のために断熱とした場合と接触部の熱抵抗はないものとした場合の 2 通りで解析をおこなった。

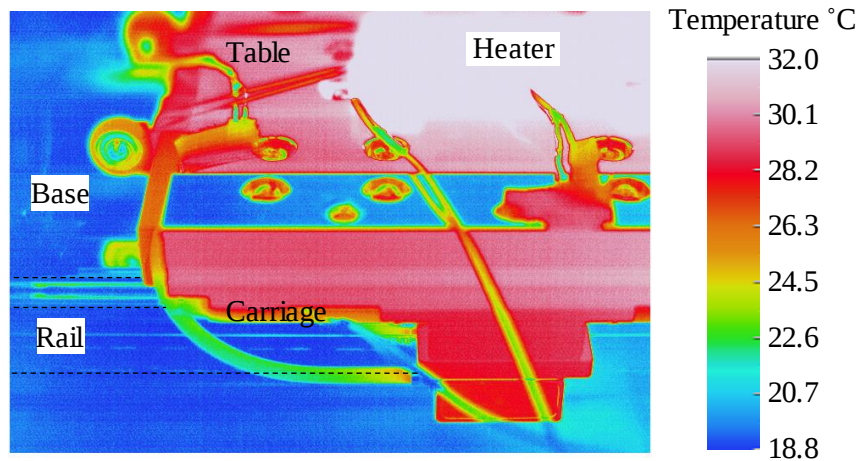


Fig. 4.3 Temperature distribution by measurement

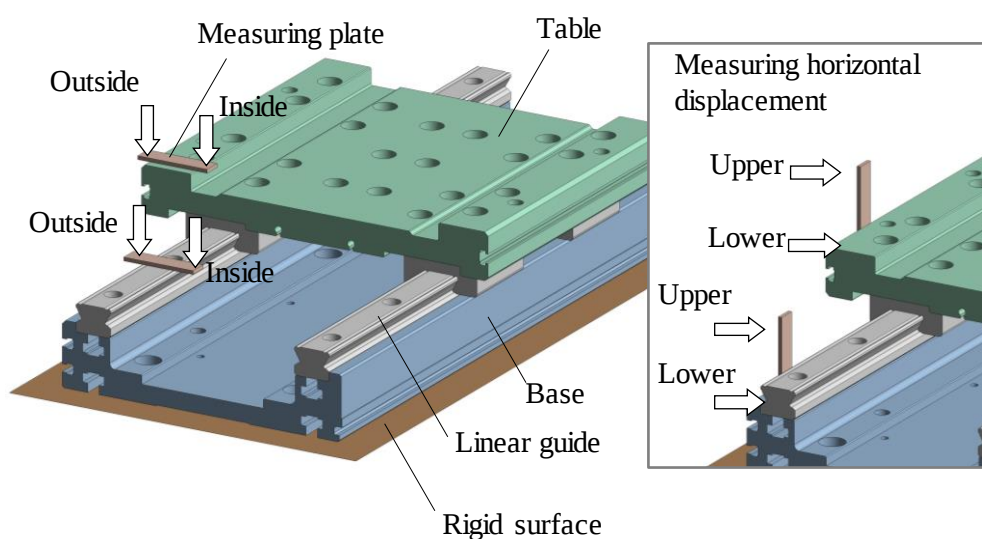


Fig. 4.4 Analysis model

図 4.5 に伝熱解析による温度分布を示す．それぞれの温度分布を比較すると，断熱の場合ではベースや直動ガイドのレールはほとんど昇温しないのに対して，熱抵抗がない場合では3～6℃程度昇温していることが確認できる．また，テーブルは断熱の場合ではほぼ様な温度分布であるのに対し，熱抵抗がない場合では中央部分が最も温度が高く，直動ガイドのキャリッジが締結される端部に向かって温度が低下する結果となっている．

以上のことから，直動ガイドの接触熱抵抗は最終的な温度分布に大きな影響をあたえることが確認できる．また，測定結果に近いのは断熱の場合であり，実際の直動ガイドの接触熱抵抗は軸受と同様に大きいことが予測できる．

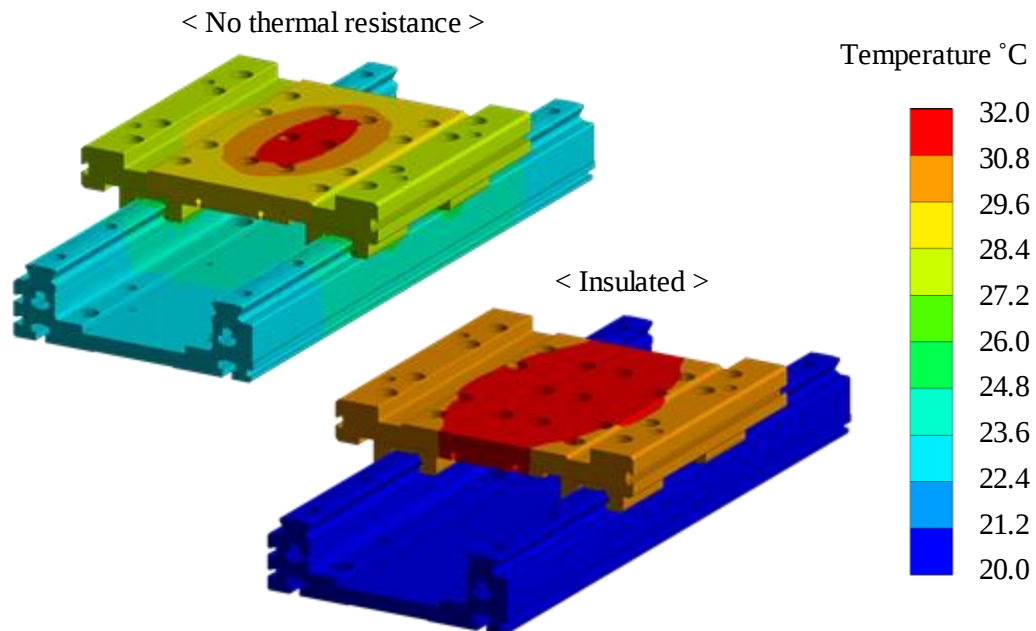


Fig. 4.5 Temperature distribution by analysis

4.2.3 検証結果

今回用いた直動ガイドのモデル化手法では剛性マトリクスの対角項のみを考慮し非対角項はゼロとして扱っているが、実際にはすべてがゼロではない。4.1 節でも述べたように直動ガイドに水平荷重のみが作用したとき、キャリッジは水平方向に変位するとともにローリング方向の傾きも複合して生じる。このように、入力荷重に対して複数の出力変位が生じる組み合わせはいくつか存在する。今回の試験はテーブルを意図的に昇温させているので、その熱膨張によって直動ガイドに水平方向荷重が作用する。よって水平方向変位およびローリング方向の傾きに着目して、測定と解析を比較することにした。

構造解析には伝熱解析と同様に図 4.4 に示した解析モデルを用いた。テーブルとベースはアルミニウム合金製、直動ガイドは鋼製である。直動ガイド部は転動体の 3D モデルは作成せず、第 3 章で述べた直接計算法を用い非線形ばねによりモデル化した。また、ベースの 6 箇所を取付穴ザグリ面を拘束し、ベース底面と剛体面間に接触を定義した。これは、底面を完全拘束した場合、ベース底面の熱膨張や浮き上がりの変形も拘束してしまうためである。なお、4.2.2 節の結果からここでの解析では、各 부품の温度は測定で得られた値を採用し、一様の分布として設定した。

図 4.6 にテーブルとレール上面に張り付けた測定ゲージの垂直変位を、図 4.7 にテーブルとベース側面に張り付けた測定ゲージの水平変位を示す。変位は変位計に近づく側を正、遠ざかる側を負としている。図 4.8 に垂直変位の差から計算したローリング角を、図 4.9 に水平変位の差から計算したローリング角を示す。まず、図 4.6 と図 4.8 に示す垂直変位およびその差から換算したローリング角に着目する。垂直変位には測定値と解析値に差があるが、ローリング角ではその差が小さいことが確認できる。高さ寸法と線膨張係数から単純に計算したところ 1°C の温度誤差により垂直変位に数 μm の誤差が生じると考えられる。実験で、ベースやレールの温度を定常状態であると判定しても、実際には 1°C 程度の温度変化はあるため、これが垂直方向の変位の乖離要因であると考えられる。温度誤差は垂直変位に対しては無視できない影響を与えるが、ローリング角を計算する際には打消し合うため影響が小さいと考えられる。次に、図 4.7 と図 4.9 に示す水平変位およびその差から換算したローリング角に着目する。水平変位と水平変位から計算したローリング角はテーブル温度が低い領域ではよく一致しているものの、高温域では最大で約 20%の

誤差を生じていることがわかる。解析がほぼ線形であるのに対し測定では若干の非線形性がみられるのは、ボルト締結部等の接触部において解析では完全に固着状態であるが、実際にはすべり等が生じることが原因であると考える。

負荷分布理論では姿勢変位を入力として逆計算することで荷重・モーメントを計算することが可能である。そこで、測定で得られたキャリッジの姿勢変位を用いて直動ガイドに作用する荷重・モーメントを推定した。図 4.10 に、測定から推定した荷重・モーメントと、解析で求めた荷重・モーメントを示す。今回の実験条件で

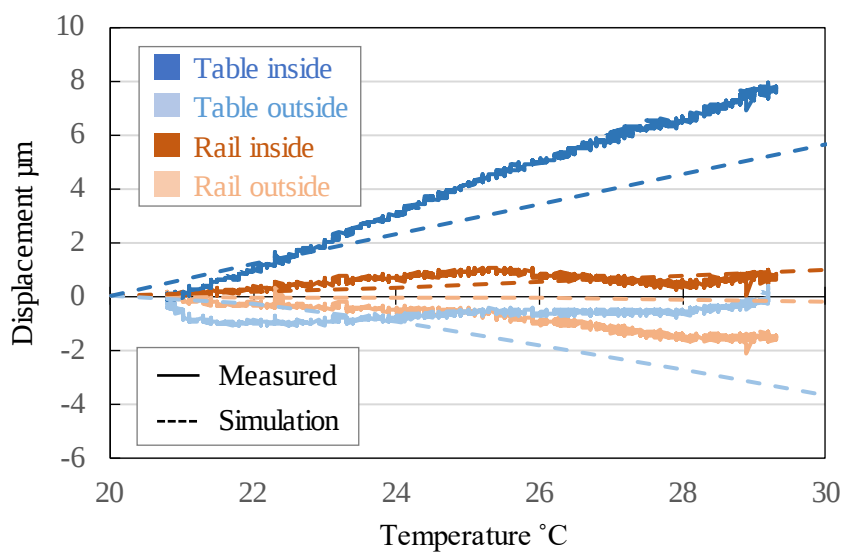


Fig. 4.6 Vertical displacement of table and rail

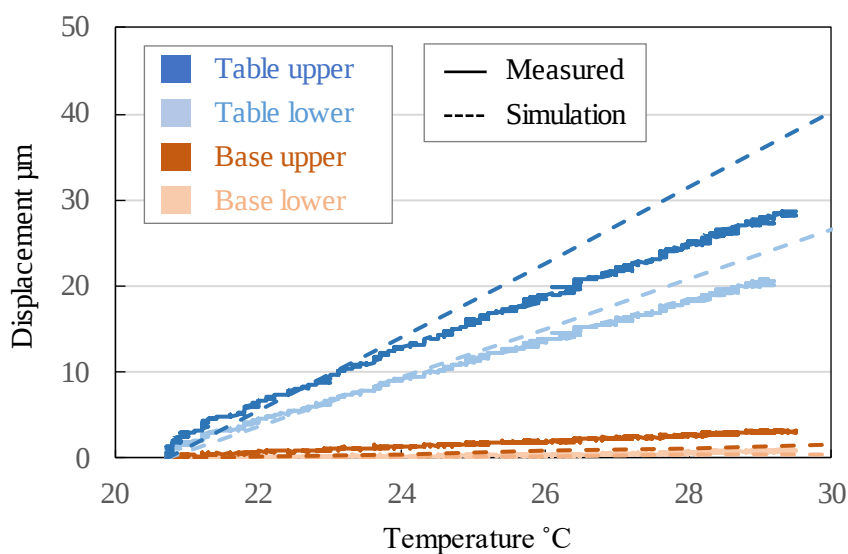


Fig. 4.7 Horizontal displacement of table and base

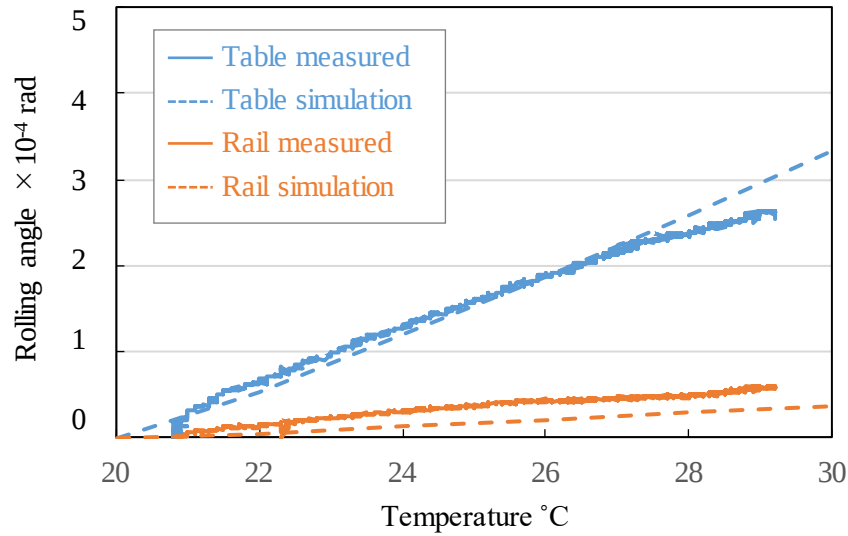


Fig. 4.8 Rolling angle calculated from vertical displacement

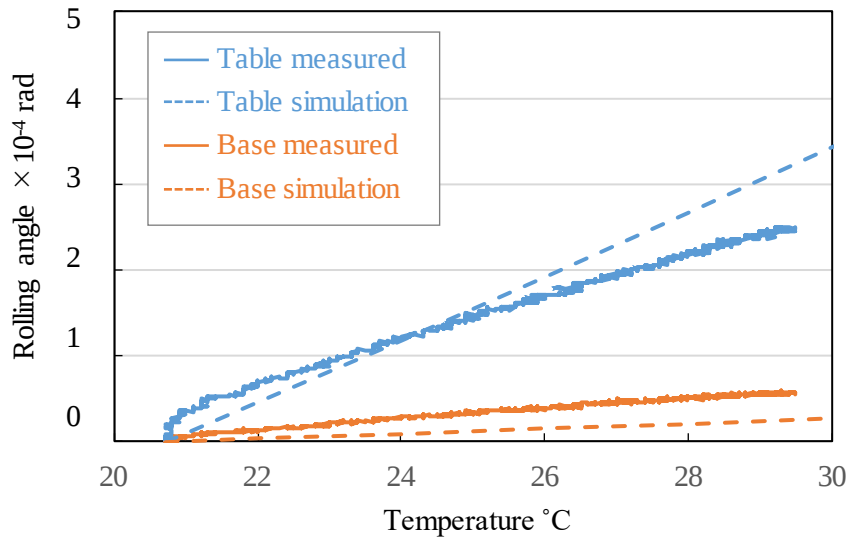


Fig. 4.9 Rolling angle calculated from horizontal displacement

はピッチングおよびヨーイング方向の変位はローリング方向に比べて微小であるため、水平荷重 F_y と垂直荷重 F_z 、ローリングモーメント M_x のみを示している。変位や変位角が測定よりも解析の方が大きいことから荷重とモーメントも解析の方が大きい傾向であることがわかる。

定量的に比較すると、測定と解析の差は水平荷重と垂直荷重で約 20%、モーメントで約 10%であった。その要因としては、直動ガイドのモデル化の誤差の他に、構造解析における温度条件や接触条件等の解析条件による誤差、測定誤差等が考えら

れるが，定性的にみるとキャリッジに作用する荷重・モーメントの方向や数値帯を概ね予測できているものと考えている．

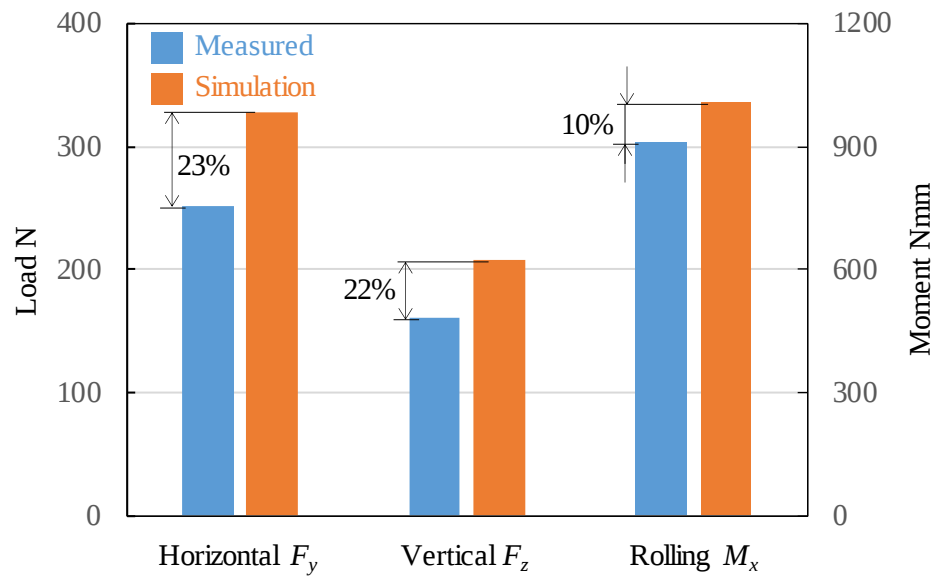


Fig. 4.10 Loads and moment acting on a linear guide

4.3 負荷分布の利用による直動ガイドの状態推定

4.3.1 温度条件の違いによる装置の変形状態の比較

直動ガイド単体への作用荷重・モーメントを予測できれば、それらの荷重作用下における負荷分布を求めることができる。負荷分布がわかれば直動ガイドの寿命や摩擦力、剛性といった諸性能を机上で予測することが可能となる。ここでは、装置の温度変化により生じる負荷分布を計算し、直動ガイドの理論寿命の変化について考察した。

解析モデルは4.2節と同様のものを用い、温度条件はテーブルだけではなくベースの温度も変化させて解析をおこなった。なお、キャリッジはテーブルと、レール

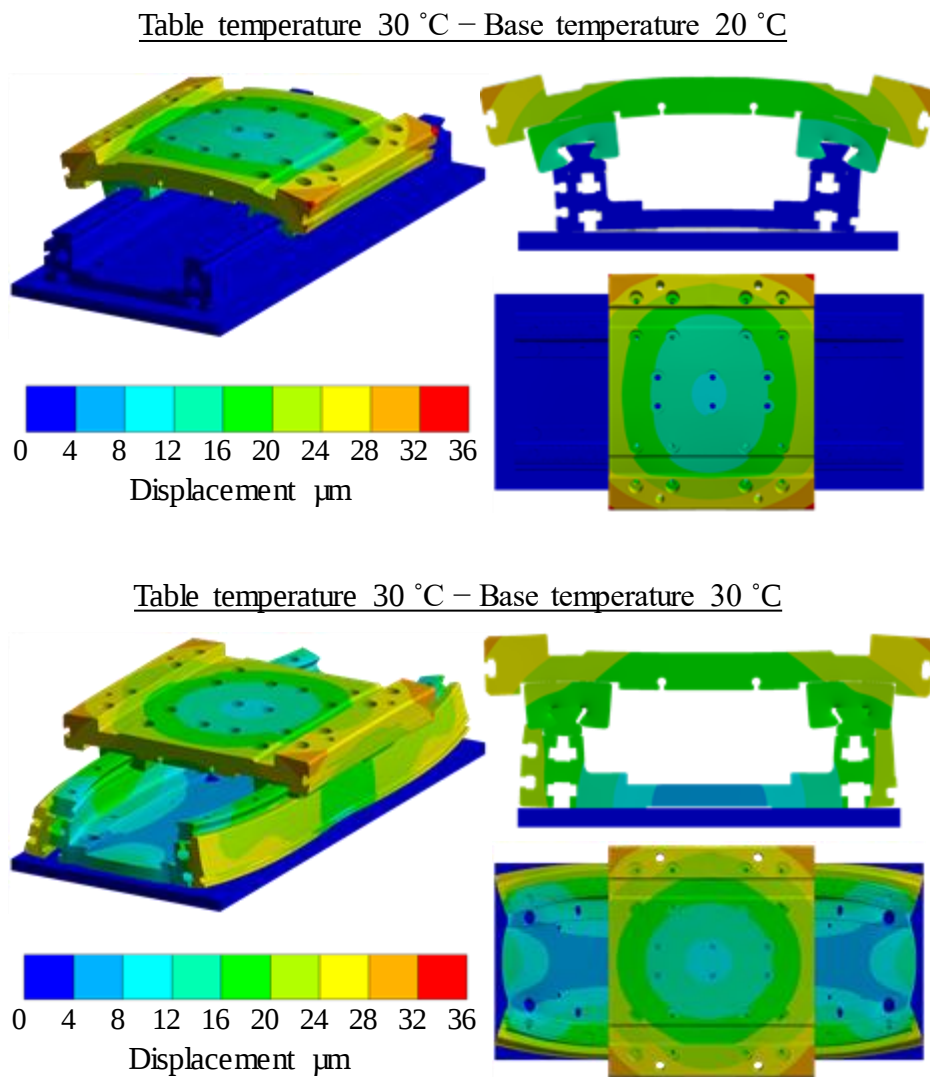


Fig. 4.11 Deformation diagram of the 1-axis table

はベースと同じ温度とした．図 4.11 にテーブルの温度を 30°C ，ベースの温度をそれぞれ 20°C と 30°C とした場合の，環境温度 20°C を基準状態とした変形量コンター図を示す．図中において左に全体の図を，右上に正面から見たキャリッジ端面の断面図を，右下に上面図を示しており，変形倍率は 800 倍である．ベースが 20°C の場合には環境温度と同じ温度であるためほとんど変形していないが，ベースが 30°C の場合には温度上昇に応じて変形していることが確認できる．ベースは取付穴ザグリ面が拘束されていることから取付穴付近では熱膨張が抑制されたような変形となっている．また，ベース温度の違いによるテーブルの特徴的な変形挙動としては，ベースが 20°C の場合にはテーブルは上に凸の形状に変形し，キャリッジがローリング方向に大きく傾いている．これは，熱膨張によるテーブル変形が直動ガイドで抑制され，直動ガイド部の姿勢変位とつり合いを保つ過程でテーブルが曲げ変形することが理由である．一方で，ベースが 30°C の場合にはほとんど曲げ変形を伴わずに熱膨張していることがわかる．

4.3.2 直動ガイドの負荷分布の比較

図 4.12 に装置に組み込まれた直動ガイドの各条列における負荷分布を示す．キャリッジは 4 個あるが，今回検証した装置はほぼ対称な構造であり作用荷重・モーメントは各キャリッジで同等であるため，図 4.11 の左側レールの手前側キャリッジの負荷分布を評価した．

横軸は転動体位置であり，キャリッジ中央をゼロとして長手方向の座標を示している．ここで，各条列の転動体はキャリッジ中央に対して対称に整列していると仮定した．解析で推定した荷重とモーメントは，ベースが 20°C の場合は主に水平方向の荷重とローリングモーメントであり，これは図 4.11 の直動ガイドの姿勢変位と整合性がある．その結果， $j=2$ と $j=4$ の条列では転動体は接触しておらず，特に $j=1$ の条列の転動体荷重が大きいことが確認できる．今回の直動ガイドは $j=3,4$ の条列が 90° ， $j=1,2$ の条列が 30° の初期接触角を持っており，水平荷重とローリングモーメントの両方が $j=1$ の条列に作用することが原因である．したがって，テーブルが昇温した状態で装置を稼働すると右下の軌道面位置で破損が起こる可能

性が高いと考えられる。一方で、ベースが 30℃ の場合には負荷する条列が変化し、その転動体荷重も小さくなっていることがわかる。これはテーブルとベースの両者が熱変形することで、キャリッジとレールの相対変位が小さくなり転動体荷重も小さくなったと考えられる。

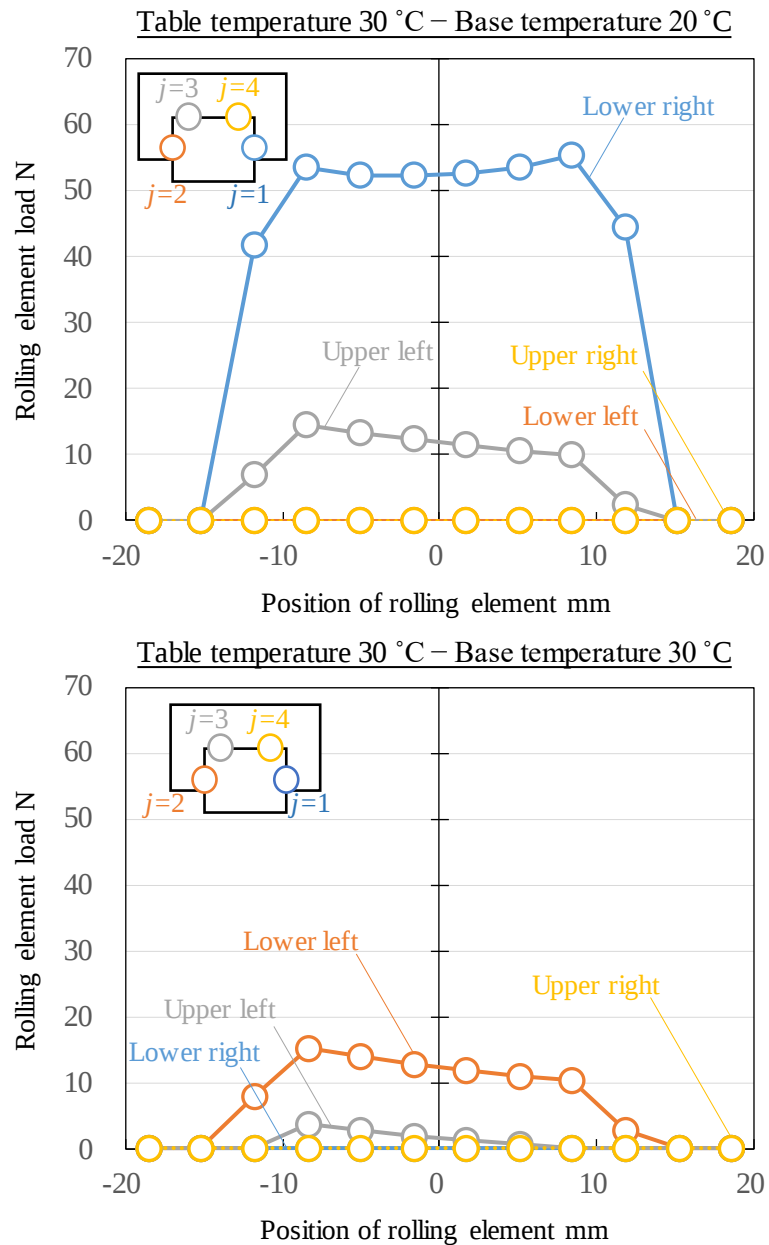


Fig. 4.12 Load distribution of each rolling element

4.3.3 装置の温度変化の理論寿命への影響

清水らは次式に示す直動ガイドの理論寿命計算式を提案している³⁹⁾。

$$L = \left[\sum_{j=1}^4 \left\{ \left(\frac{Q_{cg}}{F_{eqj}} \right)^{-w} + \left(\frac{Q_{cr}}{F_{eqj}} \right)^{-w} \right\} \right]^{-\frac{1}{m}} \quad (46)$$

ここで、 F_{eqj} は等価平均転動体荷重であり、前項で計算した各転動体荷重から求めることができる。また、 Q_{cg} 、 Q_{cr} は走行条件から決まる応力繰返し数と応力長さに対して、ある軌道面全体が90%の信頼度で剥離を生起しない転動体荷重であり、走行条件が決まれば一定値となる。今回はキャリッジのストロークをキャリッジ長さの2倍として計算した。 g と r はそれぞれキャリッジとレールをあらわしている。なお、 w 、 m は接触状態に応じて決まる定数でありボールガイドの場合には w は $10/3$ 、 m は $10/9$ となる。以降では、前項で計算した負荷分布から理論寿命を計算し比較した。

図 4.13 にベース温度を 20°C と 30°C としてテーブルの温度を任意に変化させたときの直動ガイドの理論寿命を示す。横軸はテーブル温度とベース温度の差であり、テーブル温度がベース温度より高い場合が正、低い場合を負とした。解析をおこなった温度差をグラフ中に丸で示している。自重や外部荷重を考慮していないため、ベースとテーブルの両方が 20°C の場合は荷重が作用せず等価平均転動体荷重がゼロ、つまり寿命は無限となってしまう直動ガイドの寿命を計算することができない。そのため $+1^{\circ}\text{C}$ と -1°C での解析をおこなった。これらの結果からベースが 20°C の場合は温度差ゼロで、ベースが 30°C の場合は温度差 $+2^{\circ}\text{C}$ で寿命は最大となり、そこから温度差が大きくなっても小さくなっても寿命が低下することがわかる。これは、直動ガイドに作用する荷重はベース側に固定されたレールとテーブル側に固定されたキャリッジの相対変位で決まるため、ベース側が熱変形することでテーブル側の熱変形が解放され、その結果、直動ガイドへの荷重・モーメントが緩和されたものと推察される。

寿命が最大となる温度差が異なるのは、ベースとテーブルの熱膨張の違いが原因であると考えられる。ベースとテーブルがどちらも 30°C の場合、ベースは取付穴が拘束されていることからキャリッジ付近では熱膨張量がテーブルよりも大きくなっており、ベースが 30°C 、テーブルが 32°C 付近で両者の熱膨張量が近づくのだと推

察する．また，温度差が 10°C 以上の場合にはベース温度が異なっても温度差が同じであれば同等の寿命であることが確認できる．これは，ベースとテーブルの熱膨張の違いの影響よりも温度差の影響が支配的になるからだと考える．

以上より，今回の熱変形のみに着目した解析例では各部品の絶対温度の上昇を抑制するよりもテーブルとベースの温度差を小さくすることが寿命向上の観点で有効であるといえる．一方で，実際のリニアモータ駆動装置では，部品内に温度勾配により複雑な熱変形を示すケースや，吸引力や外部荷重により寿命に対する支配因子が変化することも想定される．そういった場合にも，本手法を用いて境界条件を適切に設定することで，より実用に即した寿命予測に応用が期待できると考えている．

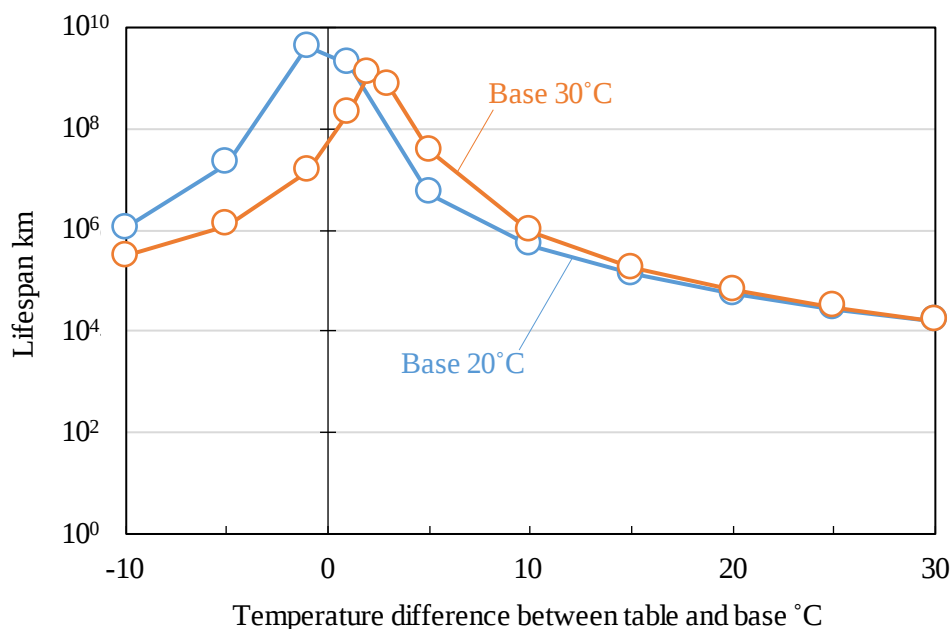


Fig. 4.13 Lifespan at each temperature

4.4 結論

本研究では、機械装置の熱変形が直動ガイドの荷重・モーメントに与える影響を予測するために、負荷分布理論を用いて直動ガイドを非線形ばねでモデル化する方法を用いた。本モデルによる計算で求めた直動ガイドへの作用荷重・モーメントを検証するため、1 軸テーブルを熱膨張させたときの直動ガイドの姿勢変化について測定と解析で比較した。また、装置の温度変化が直動ガイドの負荷分布や理論寿命に与える影響について解析し、その結果を考察した。

結論は以下の通りである。

- (1) 1 軸テーブルを昇温させたときのテーブルとレールの傾きが測定と解析で比較的良好に一致していた。得られた変位から計算した直動ガイド単体への作用荷重とモーメントの解析誤差はそれぞれ約 20% と約 10% と見積もることができた。
- (2) 解析により装置が温度変化した際の負荷分布の変化を予測した。今回用いた装置ではテーブル昇温時に、その熱膨張により直動ガイドには水平荷重やローリングモーメントが作用し、特定の条列の転動体荷重が大きくなることが明らかになった。このように、直動ガイドに組み込まれた個々の転動体の負荷分布が推定できれば、現品の軌道面における破損傾向と照合することが可能になる。よって、本技術は破損要因の推定等への活用が見込まれる。
- (3) テーブルやベースの温度変化に対する理論寿命の変化を解析した。2 通りのベース温度に対してテーブル温度を変化させて解析をおこなうことで、今回用いた装置ではテーブルとベースの温度差が小さいほど寿命が長くなる可能性が示された。これは、各部品の絶対温度ではなく、テーブルとベースの温度差によって寿命が左右されることを示している。

なお、構造解析の温度分布については実測で得られた値から各部品に一律な温度を定義したが、実用的には解析で温度分布を求めることが必要になる。その際には、直動ガイドの接触熱抵抗をどのように求めるかが課題であると考えられる。解析精度や温度分布の算出等の課題は残るものの、直動ガイドへの作用荷重・モーメントを予測することは寿命や走行精度を計算するために必須であり、有用な解析モデルであると考えられる。

第5章 動解析における直動ガイドのモデル化手法

5.1 緒論

これまで、第3章では負荷分布理論と非線形ばねを用いた直動ガイドのFEMモデル化手法（直接計算法）を提案した．このモデル化手法はFEMでは解析コストの大きい軌道面と転動体の接触部の計算を負荷分布理論が担うことによって、直動ガイドが複数使用される装置全体の解析を実現することが可能である．また、第3章と第4章では、本モデル化手法をもちいて、装置全体の剛性や直動ガイドに作用する荷重やモーメントの算出に関する妥当性の検証をおこなった．これらはすべて静的構造解析を対象としたモデル化や検証であり、装置のコンポーネントと直動ガイドの剛性バランスを考慮した状態での装置全体の剛性予測や直動ガイドの寿命予測などへの利用を想定しているが、実用上は動的な解析が望まれる場合も多い．

例えば、工作機械ではびびり振動がその加工能力や加工精度に与える影響が大きく⁵⁸⁾⁵⁹⁾⁶⁰⁾⁶¹⁾、その低減に関する研究がおこなわれてきた．びびり振動への対策として切削条件や工具、切削油の変更などがなされるが一般的に加工効率の低下を伴うことが多いため、工作機械本体がびびり振動を抑制できる構造を有することが重要である．また、スピンドル先端の動剛性に対して、他のコンポーネントの影響も複合することからスピンドルのみを対象とした解析では十分でなく⁶²⁾⁶³⁾、工作機械全体の動解析モデルを作成してその挙動を予測する必要がある．さらに、工作機械は多くの部品で構成される装置であることから、各部品の影響だけではなくそれぞれの接合部の影響も大きく、Zhang と Huang らの研究では工作機械全体の動剛性の約60%と減衰の90%が接合部に由来することが示されている⁶⁴⁾．

提案した直動ガイドの解析モデルを動的な解析に用いるには課題がある．一般的にFEMによる動解析はモーダル解析、周波数応答解析、時刻歴応答解析の3種類である⁶⁵⁾．特にモーダル解析、周波数応答解析は動的な問題に対して多くの情報が得られるが、これらは線形解析であり非線形性を考慮することはできない．したがって、提案したモデルのように非線形ばね要素を用いることができず、直動ガイドの剛性の非線形性を考慮するためには別の手段が必要となる．

5.2 モデル化手法

モーダル解析や周波数応答解析は線形な解析手法であるため非線形ばねを用いることはできず、線形ばねにより非線形性を表現するためには特定の荷重下における剛性値をあらかじめ計算しておく必要がある。よって、事前に非線形ばねを用いた静解析をおこない各キャリッジに作用する荷重とモーメントを算出する。ここで、あるキャリッジに作用する水平方向の荷重を F_y 、変位を α_y としたときの剛性値 K_y の計算方法について述べる。前述した静解析による外力 5 成分が作用した状態で、水平方向には F_y に微小量 δ を加算・減算した $F_{y1} = F_y + \delta$ 、 $F_{y2} = F_y - \delta$ を入力して負荷分布解析をおこない変位 α_{y1} と α_{y2} を計算する。 K_y は以下の式で計算され、残りの垂直、ピッチング、ヨーイング、ローリングの 4 方向についても同様の方法で剛性値を計算する。

$$K_y = \frac{F_{y1} - F_{y2}}{\alpha_{y1} - \alpha_{y2}} \quad (47)$$

図 5.1 に剛性線図の例と K_y の算出イメージを示す。計算される剛性値は作用荷重により変化するため、それぞれのキャリッジ毎に剛性値の計算をおこなう。次に、静解析で用いた非線形ばねを線形ばねに置き換え、事前に計算した剛性値を入力することで線形解析でも LM ガイドの非線形性を疑似的に考慮することとした。

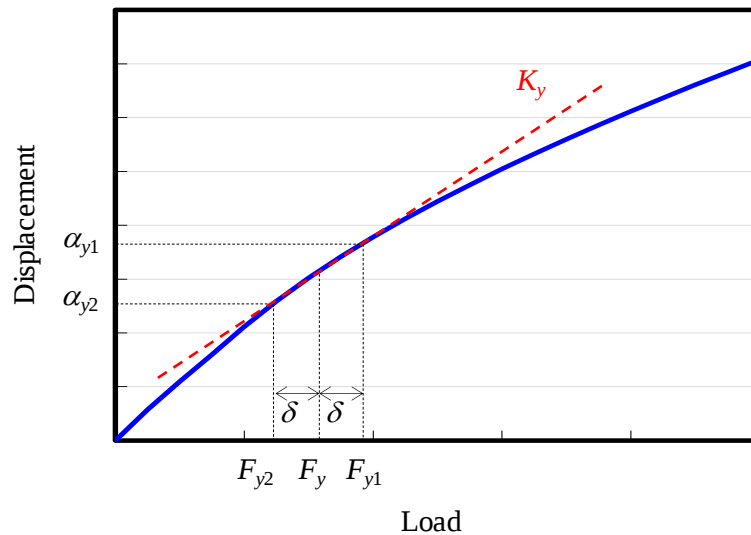


Fig. 5.1 Rigidity diagram

5.3 解析モデルの検証

図 5.2 に検証用の装置の 3 次元モデルを示す．立て形マシニングセンタを模しており，被削材が搭載される XY テーブルとスピンドルが搭載される Z テーブルの 3 軸構成である．ベッド下部の 6 か所の脚部はアンカーボルトにより固定しており，完全拘束に近い状態とした．

測定点移動式の打撃加振法による動剛性評価を実施した．動剛性評価では，図 5.3 に示すようにインパルスハンマで加振することで生じる振動を加速度センサで取得する．これを図 5.4 に示すように装置各所に設置した多数のセンサに対して繰り返し行い，各モードの固有振動数と対応する変形形態を可視化する．また，加速度センサの応答から各測定点での周波数応答関数を求めた．

この装置は加振する箇所や方向に応じて様々な振動モードが生じるが，例えば装置全体のロッキングモード等は主として設置部の剛性、つまりアンカー固定の有無等で振動特性が決まり，直動ガイドのモデル化の検証としては着目すべきではない．直動ガイドが関与する振動モードとして一般的に考えられるのが，テーブルのヨーイングモードである． XY テーブルは 2 軸の直動ガイドが組み合わさっており，また片側に搭載したモータにより荷重バランスが左右で異なることからヨーイングモードが現れやすいと考え， XY テーブルを Y 方向に加振した場合の XY テーブル

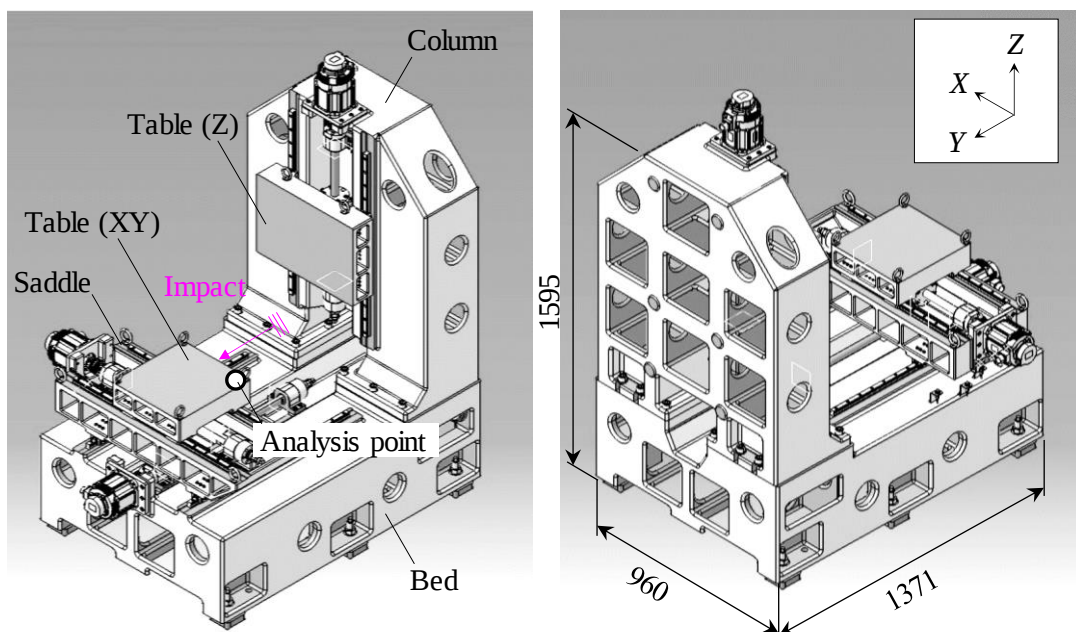


Fig. 5.2 Appearance and dimensions of the testing machine

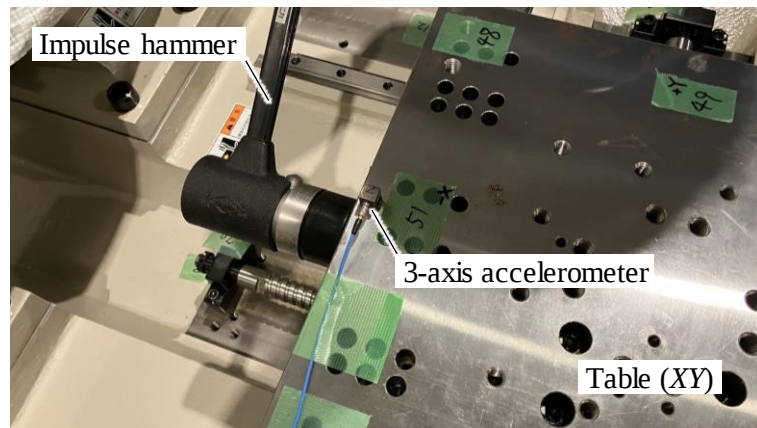


Fig. 5.3 The way to do a hammering test

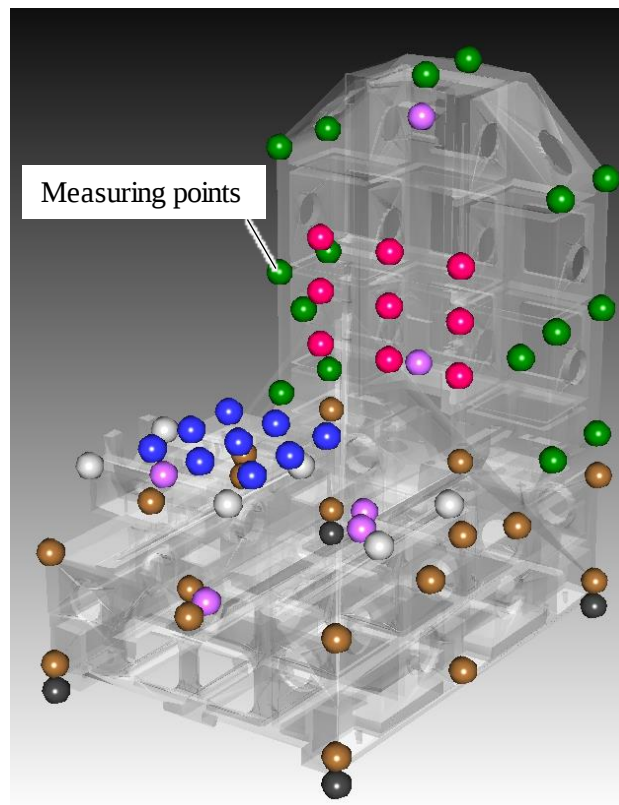


Fig. 5.4 Points where accelerometer were installed

角部の周波数応答とモード形状を測定と解析で比較した。

解析は、ベッド下部の6か所の脚部を拘束し自重のみが作用した状態における静解析をおこない、各キャリッジに作用する荷重とモーメントを算出した。その荷重とモーメントが作用した状態における負荷分布解析で、各キャリッジの線形剛性を求め動解析における各方向の線形ばねの剛性とした。動解析はテーブルへの入力荷

重を 1N とし、その周波数を 1Hz から 400Hz まで 1Hz 刻みとして周波数応答解析をおこなった。また、構造全体の減衰特性として構造減衰を用い、その値は一定減衰比 0.01 とした。直動ガイドや他の要素部品の減衰については個別に設定していない。

図 5.5 に測定と解析のそれぞれの周波数応答を示す。図中において、各ピークの絶対値が異なることから 0～100Hz までと 100～400Hz で縦軸のレンジを調整して示す。また、図 5.6, 7 にコンプライアンスが $0.05\mu\text{m}/\text{N}$ 以上のそれぞれの共振周波数におけるモード形状の解析結果を示す。解析における 61Hz, 65Hz, 139Hz, 301Hz がそれぞれ実測における 44Hz, 55Hz, 143Hz, 283Hz に対応している。測定による振動モードも同様にアニメーションとして確認することができ、固有振動数には若干の差があるものも含まれるが、解析と測定で 4 つのピークに対応するモード形状は同様であることを確認している。61Hz と 65Hz の結果は XY テーブルの Y 方向の並進変位が主となるモードであり、XY テーブルとコラムの揺れの位相が異なることでピークが分離していると考えられる。139Hz のモードは XY テーブルのヨーイングが主となっており、このモードに関しては固有振動数および、コンプライアンスの値も測定と解析で比較的良好に一致していることが確認できる。301Hz のモード

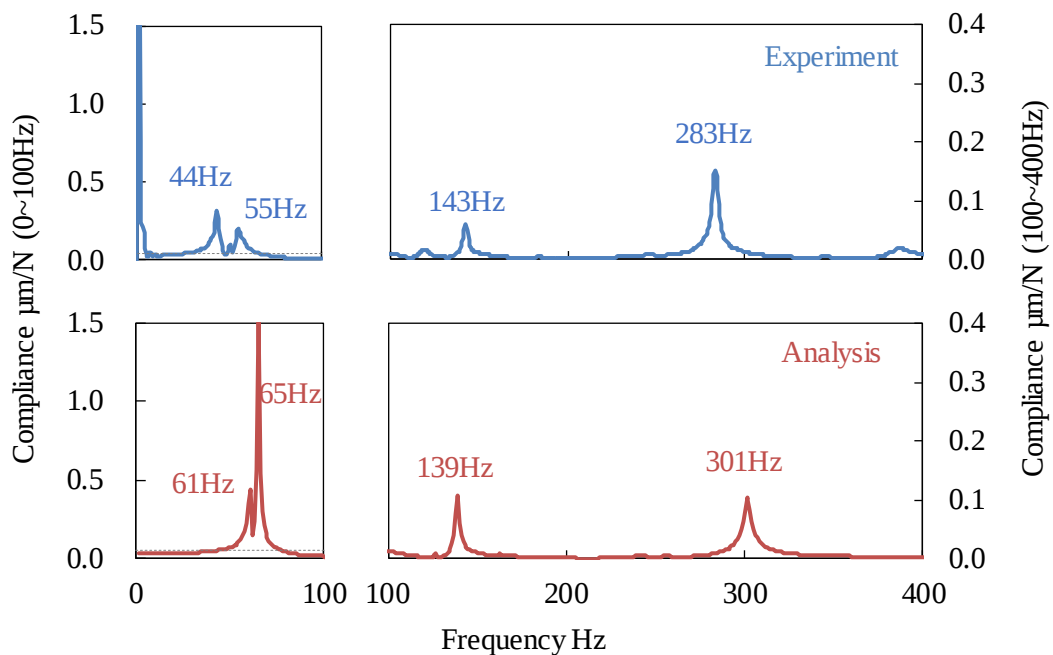


Fig. 5.5 Comparison of frequency response by measurement and analysis

はサドルの変形と XY テーブルのローリングが複合した変形と考えられる。

139Hz のモードは他の 3 つのモードと異なり、ボールねじの剛性がほとんど関与しないことから固有振動数が測定と解析でよく一致していると考えられる。今回の解析

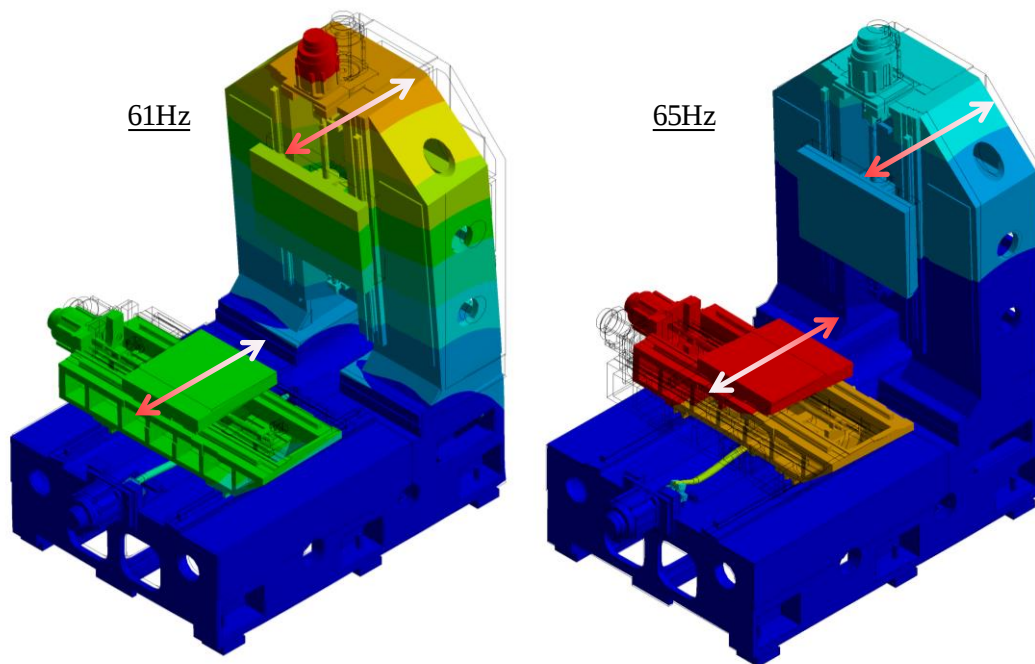


Fig. 5.6 Vibration mode shape at 61 and 65Hz

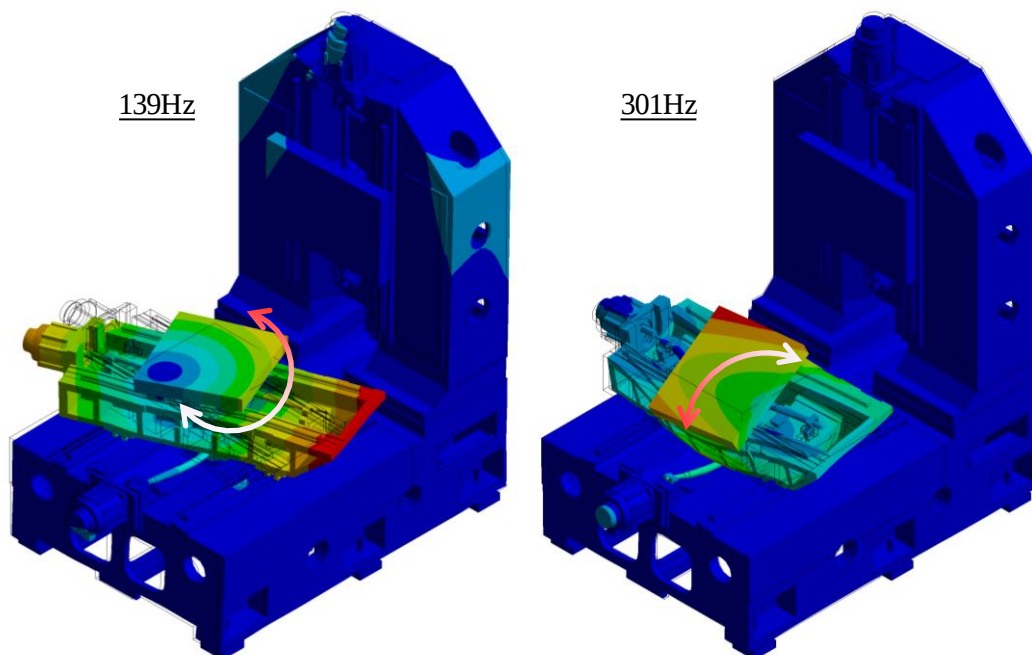


Fig. 5.7 Vibration mode shape at 139 and 301Hz

ではボールねじやサポート軸受の剛性はカタログ記載の数値を使用しているが、実際にはこれらの剛性もボールと軌道面の接触に起因する非線形性を持つため、誤差要因と考えられる．61Hz と 65Hz で固有振動数とコンプライアンスの誤差が大きいのも、サドルの Y 方向の並進変位は直動ガイドの剛性よりもむしろボールねじの剛性に依存する割合が大きいからだと推察する．したがって、直動ガイドのモデル化の検証として考えると 139Hz のモードで比較するのが望ましいと考えられ、測定と解析の結果は比較的良好に一致していることから、さらなる改良の余地はあるものの本解析モデルの妥当性が確認できたと考える．

5.4 直動ガイドの剛性を変化させた場合の解析例

提案した手法の有用な活用法として、直動ガイドの剛性の違いによる装置の振動特性の変化を予測できる点が挙げられる。そこで、解析例として直動ガイドの剛性を付与した場合（標準剛性モデル）およびその剛性を 0.1 倍（剛性 0.1 倍モデル）もしくは剛体（剛体モデル）とした場合の 3 通りで比較して考察した。解析結果を図 5.8 に示す。

まずは標準剛性モデルの固有振動数が 61Hz と 65Hz であったピークに着目する。これらのモードでは標準剛性モデルと剛体モデルでほとんど変化が見られないことから、直動ガイドの影響はあまり小さくなく、Y 軸のボールねじやサポート軸受に依存していると推察する。一方で、剛性 0.1 倍モデルの場合には 2 つのピークの周波数差が大きくなっており、さらに周波数の低い側のコンプライアンスが大きくなっている。これは剛性が 0.1 倍と顕著に低下した場合には X 軸の直動ガイドの影響も現れてくることから固有振動数やコンプライアンスに変化が生じたのだと考える。

次に、139Hz のモードはテーブルとサドルのヨーイングが関与するモードであるため、回転中心になるボールねじの剛性はほぼ影響がなく、直動ガイドの剛性が支配的なモードであると考えられる。したがって、剛体モデルの場合に固有振動数が 199Hz に増加し、コンプライアンスが低下していることは理にかなっている。一方で、剛性 0.1 倍モデルの場合には固有振動数が下がり、コンプライアンスは大きくなると予測できるが、それに反して 158Hz にピークが存在している。図 5.9 に示したモード形状は標準剛性モデルに見られた 4 つのモードと異なっており、サドルのピッチングとテーブルのローリングが複合した形状である。モード形状が変化したことから、単純な予測とは異なった固有振動数のピークになったのだと考える。このように構造体やボールねじと直動ガイドの剛性バランスによってモード形状が変化したり、新たなモードが生じたりする可能性が確認できた。

最後に、301Hz のモードに関しても同様に、剛体モデルの場合には固有振動数の増加とコンプライアンスの低下が確認でき、剛性 0.1 倍モデルの場合には異なるモード形状の振動が現れていることがわかった。

直動ガイドが関与すると考えられるテーブルのヨーイングやローリング変形のモードに対して、直動ガイドの剛性を変化させた場合の効果予測をおこなった。単

純な結果としてはモード形状は同一のまま固有振動数やコンプライアンスが剛性に伴って変化する場合もある。一方で、他の構造部品やボールねじなどの要素部品との剛性バランスによってモード形状が決まるため、直動ガイドのみの剛性を変化させてもモード形状が変化してしまい予想外の周波数応答となってしまう場合もあることがわかった。今回の解析では剛体や剛性が 0.1 倍といった極端な仮定をおいていることもあり実際の直動ガイドの形番同士の比較よりも顕著な差があることに注意が必要であるが、装置全体の振動特性は部品ごとの解析では予測することが難しく、すべての要素を考慮した解析が必要であるといえる。

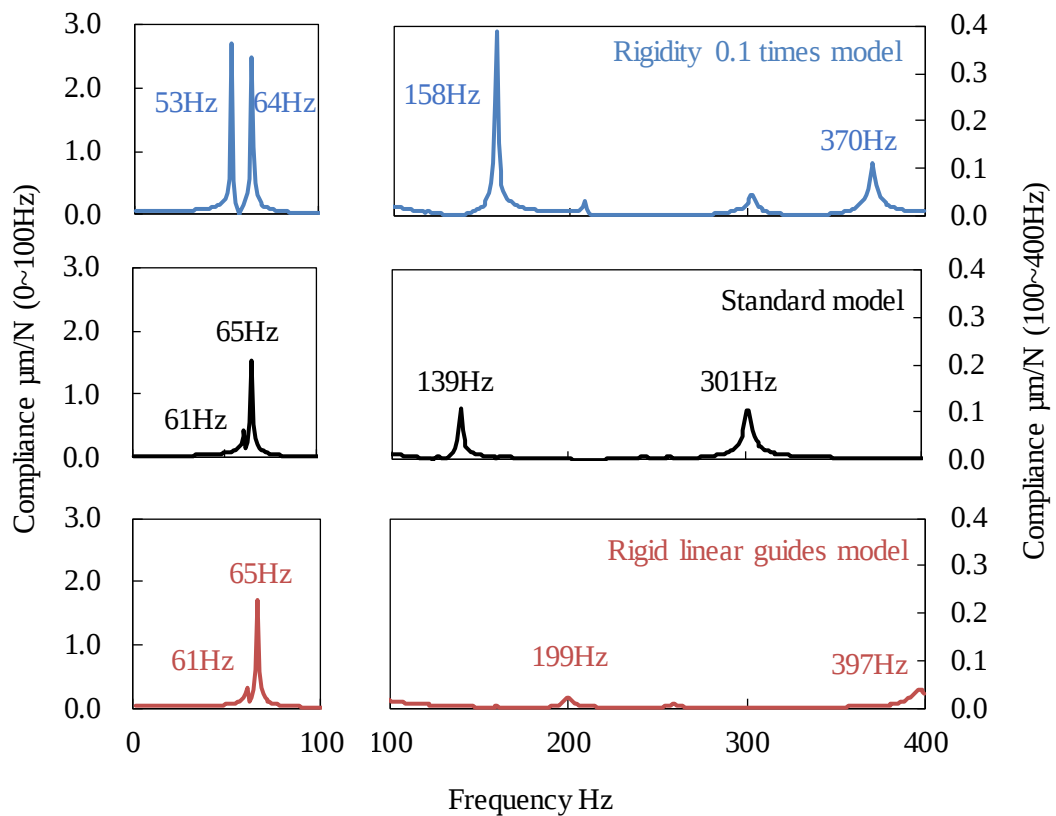


Fig. 5.8 Change in frequency response when the stiffness of linear guides change

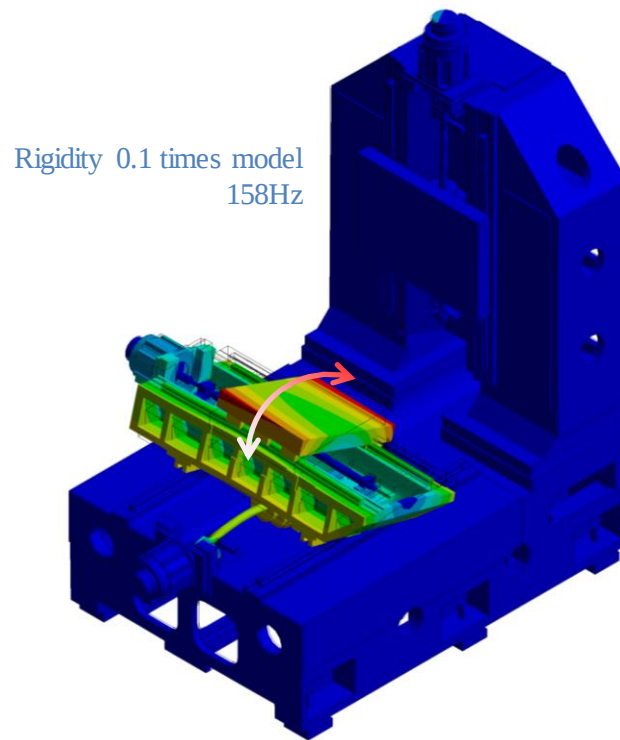


Fig. 5.9 Vibration mode shape at 158Hz

5.5 結論

本章では、モーダル解析や周波数応答解析といった線形の動解析において、直動ガイドの非線形性を考慮した解析モデルを提案した。また、提案したモデルの検証のため、立て形マシニングセンタを模した装置において打撃加振法による実験と周波数応答解析の比較をおこなった。さらに、直動ガイドの剛性が変化した場合の周波数応答の変化についても解析した。

得られた結論は以下の通りである。

- (1) テーブルのヨーイングモードのように直動ガイドが主に関与する振動モードに関しては、提案した解析モデルによる解析結果と実験結果では固有振動数やコンプライアンスが近い結果が得られた。
- (2) 装置全体のロッキングモードやボールねじ等の他の要素部品の関与するモードに関しては差が大きい場合もあり、装置全体のモデル化方法としては課題が残る。
- (3) 直動ガイドの剛性を変化させた場合、固有振動数やコンプライアンスの増減は単純な予想通りにはならず、振動モード自体が変化する場合もあることがわかった。これは直動ガイドだけではなく、構造部品や要素部品との剛性バランスで装置全体の振動モードが決まるからであると考えられる。このことから装置を構成する要素すべてを対象とした解析の重要性が確認できる。

第6章 結 言

6.1 研究のまとめ

本研究では装置を対象とした構造解析をおこなうための直動ガイドの有限要素モデル化手法を考案した。第2章ではモデル化の基礎として、直動ガイドの剛性や転動体荷重分布を解析する手法である負荷分布理論の概要とその高精度化、高速化について述べた。第3章では提案したモデルによる剛性解析の妥当性検証をおこない、実際の立て形マシニングセンタを用いた測定と解析をおこなった。第4章では提案したモデルを用いて、装置が外力を受け変形した際に直動ガイドに生じる作用荷重やモーメントを算出することができるか確認した。第5章では静的構造解析だけではなく、動的構造解析においても直動ガイドの非線形性を考慮することができるように提案モデルを改良し、その検証と実用例について述べた。得られた結論を以下に示す。

- (1) 負荷分布理論においてキャリッジやレールの変形を考慮するために FEM を用いたキャリッジ・レール FEM モデルは実測剛性とよく一致している。
- (2) キャリッジやレールの断面形状に由来する変形を FEM を基に定式化し、レールの取付穴間の浮き上がりを梁理論により定式化することで、解析コストを低減しながらキャリッジ・レール FEM モデルと同等の解析精度を実現できた。
- (3) FEM において直動ガイドをモデル化する手法として逐次計算法と直接計算法の2つを提案した。両者共に剛性の実測値とよく一致した結果が得られたが、解析コストと解析精度の面で一長一短がある。
- (4) 直接計算法は解析コストが低く、一般的に3軸で構成されるような装置を対象にすることが可能であり、立て形マシニングセンタを用いた実験と解析では主軸のピッチング角を精度よく予測できた。また、直動ガイドの剛性を変えて解析することも可能であり、対象とした装置では変位に占める直動ガイドの割合は大きくなかった。
- (5) 1軸テーブルを昇温させたときの直動ガイドの姿勢変化から直動ガイドに作用する荷重とモーメントを推定し、直接計算法で解析した結果と比較した。

直動ガイド単体への作用荷重とモーメントの解析誤差はそれぞれ約 20% と約 10% と見積もることができた。

- (6) テーブルやベースの温度変化に対する理論寿命の変化を解析した。2 通りのベース温度に対してテーブル温度を変化させて解析をおこなうことで、今回用いた装置ではテーブルとベースの温度差が小さいほど寿命が長くなる可能性が示された。
- (7) 打撃加振法による測定結果と周波数応答解析の結果では、直動ガイドが関与するテーブルのヨーイングモードに関しては固有振動数とコンプライアンスがよく一致していた。一方で、装置全体のロッキングモードやボールねじ、サポート軸受等が関与する振動モードは誤差が見られた。

6.2 今後の展望

第4章では直動ガイドの接触熱抵抗は転がり軸受と同様に比較的大きいことが確認できた。本研究における実験条件では直動ガイドを介したテーブルからベースへの熱伝達は小さく、各部品はほぼ様な温度として解析をおこなった。実際にはそれらは温度分布を持つ場合もあり、その計算には直動ガイドの接触熱抵抗が必要となる。軸受の場合にはボールと軌道面の接触状態から接触熱抵抗を計算する式が提案されておりこれを直動ガイドにも適用できるのではないかと考えている。提案した解析手法を用いて装置内の直動ガイドに生じる負荷分布を予測できることが確認できたので、今後、負荷分布から接触熱抵抗を計算し、それらの検証をおこなうことを予定している。

第5章では減衰は構造減衰のみを考慮した。しかし、装置全体の減衰の内、直動ガイドを含む接合部が占める割合が90%ともいわれており、より厳密な解析をおこなうためには直動ガイドの減衰を設定する必要がある。

今井らはボールと軌道面との接触状態を変化させて測定をおこなうことで、接触状態と直動ガイドの減衰比の関係を表す数式を確立した⁶⁶⁾。一般的にFEMでは要素減衰として減衰係数を用いるため減衰比をそのままFEMに適用することはできないが、なんらかの形で変換することができれば机上で直動ガイドの剛性と減衰を考慮した解析が可能となる。

本研究では主に直動ガイドの剛性のモデル化に取り組んだが、上述したように接触熱抵抗、減衰についてもモデル化することができれば、静的構造解析、動的構造解析、伝熱解析で直動ガイドの性能を考慮することが可能となり、デジタルツインの実現に近づくと考えている。

謝 辞

本研究を進めるにあたり，京都大学大学院工学研究科マイクロエンジニアリング専攻教授 松原厚博士には，ご多忙にもかかわらず終始変わらぬご指導・ご鞭撻を賜りました．ここに，深く御礼申し上げます．

また，学位審査の副査をお引き受けいただきました機械理工学専攻 小森雅晴博士，平山朋子博士に厚く感謝申し上げます．

本研究を遂行するにあたり，貴重なご助言とご協力を賜りました京都大学大学院工学研究科マイクロエンジニアリング専攻准教授 河野大輔博士，同特定助教 森幸太郎博士，大和駿太郎博士に深く感謝申し上げます．

博士課程への進学・通学にあたっては，勤務先である THK 株式会社の多くの皆様に多大なるご支援・ご協力をいただきました．進学を後押ししてくださった常務執行役員 産業機器統括本部 技術本部長 星出薫氏に心より御礼申し上げます．

本研究のきっかけと機会を与えていただくとともにご助言とご支援を賜りました技術本部フェロー 高橋徹博士，試験研究部部長 三浦徹也博士に心より感謝申し上げます．また，研究を遂行するにあたり多大なるご協力を頂きました試験研究部 試験研究課の皆様にも厚く御礼申し上げます．

最後に，業務と研究を並行して進められる環境を整えていただくとともに公私にわたりご助言，ご協力を頂きました基礎技術研究所所長 今井竜也博士，信頼性・解析研究課課長 築比地悟氏，信頼性・解析研究課 松永智善氏をはじめとする同部門の皆様に感謝申し上げます．

参 考 文 献

- 1) 井澤 寛：精密位置決め技術，工業調査会，（1989）86.
- 2) 大岩孝彰：超精密位置決めにおけるアンケート調査，精密工学会誌，**86**，10（2020）735.
- 3) リニアシステム編集委員会：リニアシステム事始め，日刊工業新聞社，（2000）.
- 4) 井沢実，清水茂夫：軸方向運動球軸受の負荷分布に関する研究(第1報)，精密機械，**40**，12（1974）1079.
- 5) 井沢実，清水茂夫：軸方向運動球軸受の負荷分布に関する研究(第2報)，精密機械，**41**，6（1975）533.
- 6) 清水茂夫，井沢実：軸方向運動球軸受の負荷分布に関する研究(第3報)，精密機械，**42**，5（1975）328.
- 7) 清水茂夫，井沢実：軸方向運動球軸受の負荷分布に関する研究(第4報)，精密機械，**42**，11（1976）1015.
- 8) 石川義雄，須田捻，塚崎重多郎：直動玉軸受の摩擦抵抗について，精密機械，**40**，7（1974）564.
- 9) 須田捻，石川義雄：予圧を与えた直動玉軸受の摩擦抵抗，精密機械，**41**，10（1975）1007.
- 10) 須田捻，石川義雄：直動玉軸受の摩擦力変動，精密機械，**47**，12（1981）1498.
- 11) 清水茂夫，井沢実：直動玉軸受の寿命に関する研究(第1報)，精密機械，**45**，8（1979）981.
- 12) 清水茂夫，井沢実：改良型直動玉軸受の基本動定格荷重に関する研究，精密機械，**48**，10（1982）1367.
- 13) 清水茂夫：直動ボールガイドシステムの負荷分布と精度・剛性に関する研究，精密工学会誌，**56**，8（1990）1445.
- 14) 清水茂夫：直動ボールガイドシステムの負荷分布と精度・剛性に関する研究－精度平均化効果の理論的検証－，精密工学会誌，**57**，10（1991）1814.
- 15) 清水茂夫：直動ボールガイドシステムの精度平均化効果に関する研究，精密工学会誌，**58**，11（1992）1873.
- 16) 大塚二郎，青木一平，石河智海：転がり要素の非線形ばね特性の研究（第1報），精密工学会誌，**66**，6（2000）944.
- 17) 田中淑晴，大岩孝彰，大塚二郎：精密位置決め制御のためのリニアボールガイドの摩擦モデルに関する研究，精密工学会誌，**72**，4（2006）470.
- 18) 佐藤隆太，堤正臣，今木大輔：直動転がり案内における摩擦特性の実験的挙動解析，日本機械学会論文集，**73**，734（2007）2811.
- 19) 鶴田和寛，村上輝夫，二見茂：転がり案内における速度反転時の非線形摩擦挙動，精密工学会誌，**69**，12（2003）1759.
- 20) T. Tanaka, T. Oiwa, J. Otsuka : Study on Friction Model of Linear Ball Guideway for Precision Positioning, Journal of the Japan Society Precision Engineering, **72**，4（2006）470.
- 21) 田中淑晴，大岩孝彰，大塚二郎：精密位置決め制御のためのリニアボールガイドの摩擦モデルに関する研究（第2報），精密工学会誌，**73**，4（2007）465.
- 22) 田中淑晴，大岩孝彰，大塚二郎，増田郁郎：精密位置決め制御のためのリニアボールガイドの摩擦モデルに関する研究（第3報），精密工学会誌，**74**，11（2008）1172.

- 23) 高橋良一：接触要素を用いたメカトロ機器の剛性シミュレーション，日本機械学会 材料力学カンファレンス，(2013) OS1011.
- 24) T. Fukuoka : Analysis of the Tightening Process of Bolted Joint With a Tensioner Using Spring Elements, *Journal of Pressure Vessel Technology*, **61**, 582 (1994) 443.
- 25) サイバネット，<https://www.cybernet.co.jp/ansys/product/ria/> 2023.5.9 アクセス.
- 26) Hexagon, https://hexagon.com/-/media/files/tk_adams_gearat_ltr_w.pdf, 2024.5.30 アクセス.
- 27) 甲斐義章，福田将彦，松原厚，河野大輔：超精密加工機の動特性評価，日本機械学会論文集 (C 編)，**79**, 808 (2013) 99.
- 28) 高橋良一：メカトロ機器で使用される機構要素部品の有限要素法モデル (LM ガイドのモデル化)，日本機械学会 2006 年度年次大会講演論文集，(2006) 45.
- 29) Liang MI, Guo-fu YIN, Ming-nan SUN, Xiao-hu WANG : Effects of preloads on joints on dynamic stiffness of a whole machine tool structure, *Journal of Mechanical Science and Technology*, **26**, 2 (2012) 495.
- 30) Jui-Pin Hung, Yuan-LungLai, Ching-YuanLin, Tzu-LiangLo : Modeling the machining stability of a vertical milling machine under the influence of the preloaded linear guide, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, **51**, 9 (2011) 731.
- 31) Heinrich Hertz : Ueber die Berührung Fester elastischer Körper, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **92**, 2 (1881) 156.
- 32) A. B. Jones, T. A. Harris : Analysis of a rolling element idler gear bearing having a deformable outer-race structure, *ASME Jour. Of Basic Eng.*, **85**, 2 (1963) 273.
- 33) Wangquan Cheng : Experimental and numerical study of multibody contact system with roller bearing part II : semi-finite element analysis, *Tribology Transactions*, **39**, 1 (1996) 166.
- 34) P. A. Tibbits : Effect of pillow block deformation on ball bearing load distribution, *ASME conference proceedings*, **4**, 4 (2004) 771.
- 35) G. Cavallaro, D. Nelias, F. Bon : Analysis of high-speed intershaft cylindrical roller bearing with flexible rings, *Tribology Transactions*, **48**, 2 (2005) 154.
- 36) 清水茂夫：直動ボールガイドシステムの負荷分布と精度・剛性に関する研究，精密工学会誌，**56**, 8 (1990) 1445.
- 37) 今井竜也，青山将大，濱田喜大，高橋徹，野口昭治：直動ボールガイドの静剛性の解析に関する研究，精密工学会誌，**86**, 5 (2020) 353.
- 38) 清水茂夫：直動ボールガイドシステムの負荷分布と精度・剛性に関する研究 — 精度平均化効果の理論的検証 —，精密工学会誌，**57**, 10 (1991) 1814.
- 39) 清水茂夫：直動ボールガイドシステムの精度平均化効果に関する研究，精密工学会誌，**58**, 11 (1992) 1873.
- 40) 清水茂夫，瀧澤秀樹：直動ボールガイドシステムの寿命に関する研究，精密工学会誌，**62**, 6 (1996) 865.
- 41) 高橋徹，野口昭治：直動ボールガイドシステムの高精度化に関する研究 — クラウニングとウェービングの関係 —，精密工学会誌，**86**, 3 (2020) 225.
- 42) 高橋徹，野口昭治：直動ボールガイドシステムの高精度化に関する研究 — テーブル剛性がウェービング振幅値に与える影響について —，精密工学会誌，**86**, 10 (2020) 793.

- 43) 高橋徹, 野口昭治 : 直動ボールガイドシステムの高精度化に関する研究 —ミスアライメントがウェービング振幅値に与える影響の理論解明—, 精密工学会誌, **87**, 5 (2021) 433.
- 44) P. Pawełko, S. Berczyński, Z. Grządział : Modeling roller guides with preload, Archives of Civil and Mechanical Engineering, **14**, 4 (2014) 691.
- 45) S. Jiang, Y. Wang, Y. Wang : Modeling of Static Stiffness for Linear Motion Roller Guide, J. Tribol., **141**, 11 (2019) 111102.
- 46) Y. Ma, C. Li, J. Wei : An Analytical Model of Static Stiffness for Linear Rolling Guideway Considering the Structural Deformations of Carriage, Proc Inst Mech Eng Part C, **236**, 1 (2022) 370.
- 47) H. T. Zou, B. L. Wang : Investigation of the Contact Stiffness Variation of Linear Rolling Guides due to the Effects of Friction and Wear during Operation, Tribol. Int., **92**, (2015) 472.
- 48) H. Ohta, K. Tanaka : Vertical Stiffnesses of Preloaded Linear Guideway Type Ball Bearings Incorporating the Flexibility of the Carriage and Rail, J. Tribol., **132**, 1 (2009) 011102.
- 49) V.-C. Tong, G. Khim, S.-W. Hong, C.-H. Park : Construction and Validation of a Theoretical Model of the Stiffness Matrix of a Linear Ball Guide with Consideration of Carriage Flexibility, Mechanism and Machine Theory, **140**, (2019) 123.
- 50) A. Dadalau, K. Groh, M. Reuß, A. Verl : Modeling Linear Guide Systems with CoFEM: Equivalent Models for Rolling Contact, Prod. Eng. Res., **6**, (2011) 39.
- 51) P. Dunaj, S. Berczyński, P. Pawełko, Z. Grządział, M. Chodźko : Static Condensation in Modeling Roller Guides with Preload, Archives of Civil and Mechanical Engineering, **19**, 4 (2019) 1072.
- 52) S. P. Timoshenko : On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars, Phil. Magazine, **41**, (1921) 744.
- 53) 三好崇夫, 加藤久人, https://www.akashi.ac.jp/miyoshi/str_eng/str_eng.html 2024.5.30 アクセス.
- 54) 稼農知徳, 薄木征三, 堀江 保 : せん断変形を考慮した薄肉断面直線ばりの理論, 土木学会論文報告集, **282**, (1979) 1.
- 55) 榎本新一 : 低熱膨張鑄造材料, 鑄造工学, **68**, 12 (1996) 1063.
- 56) THK : リニアモータシリーズ GLM カタログ, (2023) .
- 57) 中島克彦 : 宇宙用深溝玉軸受内の接触熱抵抗に関する理論的検討, 日本航空宇宙学会誌, **40**, 462 (1992) 376.
- 58) Y. Altintas : Manufacturing automation, Cambridge Univ. Press, (2000)
- 59) 佐藤壽芳, 工作機械の振動について, 生産研究, **24**, 8 (1972) 349.
- 60) Guillem Quintana, Joaquim Ciurana : Chatter in machining processes: A review, International Journal of Machine Tools and Manufacture, **51**, 5 (2011) 363.
- 61) 佐藤壽芳 : 工作機械の振動問題, 日本機械学会誌, **97**, 911 (1994) 848.
- 62) Y. Cao, Y. Altintas : A general method for the modeling of spindle bearing systems, Transactions of the ASME, Journal of Mechanical Design, **26**, (2004) 1089.
- 63) P. Kolar, M. Sulitka et al. : Simulation of dynamic properties of a spindle and tool system coupled with a machine tool frame, International Journal of Advance Manufacture, **54**, (2011) 11.

- 64) G. P. Zhang, Y. M. Huang et al. : Predicting dynamic behaviours of a whole machine tool structure based on computer-aided engineering, International Journal of Machine tools & Manufacture, **43**, (2003) 699.
- 65) 岸正彦：構造解析のための有限要素法実践ハンドブック，森北出版株式会社，(2006) 142.
- 66) 今井竜也，野口昭治：直動ボールガイドの減衰性に関する研究 ―玉と R 溝の接触における減衰モデルの提案と検証―，精密工学会誌，**87**，8 (2021) 704.