

数理解析研究所講究録 2285

RIMS 共同研究 (公開型)

# 解析的整数論とその周辺

京都大学数理解析研究所

2024年6月

数理解析研究所講究録は、京都大学数理解析研究所の共同利用研究集会および共同研究の記録として1964年に刊行が開始されました。当研究所が全国共同利用研究所として発足した翌年のことでしたが、以来半世紀、毎年数十巻を刊行し、2016年には第2000巻が刊行されるに至りました。第1巻から第2000巻までに収録された論文数は29,265編、総頁数は342,960頁という膨大なものであり、最先端の数学・数理科学分野の研究状況を伝えるのみならず、我が国の数学・数理科学の発展の歴史を留める文献として、他に類例を見ない論文集となっています。

講究録の内容は当研究所のウェブサイトおよび京都大学の学術情報リポジトリにおいても公開され、年間の総アクセス数は1,380,032回（2017年度）を数えるなど、多数の方にご利用いただいています。

講究録の使用言語は論文著者の判断に任されていますが、結果的に日本語が多用されていることが特徴の一つとなっています。その結果、講究録は、数学・数理科学の広い領域における最先端の専門知識に母国語でアクセスできるものとして、近年の英語化の流れの中で、重要な文献となりつつあります。

当研究所の共同利用事業に参加し講究録の論文を執筆していただいた多数の方々に対し、講究録を大きく成長させていただいたことを深く感謝いたしますとともに、これからも、当研究所の国際共同利用・共同研究拠点(\*)としての活動にご参加いただき、講究録の発展にご協力いただけますよう心よりお願い申し上げます。

\*数理解析研究所は2018年11月13日、共同利用・共同研究拠点の認定が廃止され、新しく国際共同利用・共同研究拠点に認定されました。

講究録

Kôkyûroku

RIMS Kôkyûroku was started in 1964 as the proceedings of symposia, colloquia and workshops supported by RIMS, the Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University. It was the next year of the establishment of RIMS as one of the Nationwide Cooperative Research Centers. For half a century since then, several dozen volumes have been issued each year, and the 2,000th volume was issued in 2016. The volumes of Kôkyûroku from the 1st through the 2,000th, containing enormous 29,265 articles and 342,960 pages, not only deliver the latest research activities in mathematics and mathematical sciences but also constitute valuable and incomparable collections of articles that pass down history of progress of mathematics and mathematical science in Japan.

Articles in Kôkyûroku are available on the websites of RIMS and Kyoto University Research Information Repository. They are very frequently accessed on the internet, with a total of as many as 1,380,032 accesses in 2017.

The authors choose the languages to write articles, and many are written in Japanese, which is one of the characteristics of Kôkyûroku. As a result, Kôkyûroku is regarded as a significant and important literature which allows easy access to the latest specialized knowledge in the large fields of mathematics and mathematical sciences written in native language for Japanese readers, while more and more research papers are being written in English in recent years.

We are deeply grateful to many of those who have participated in cooperative research activities of RIMS and greatly developed Kôkyûroku. We heartily ask for your continuous participation in research activities at RIMS as an International Joint Usage/Research Center(\*) and your warm support and cooperation for the fruitful development of Kôkyûroku.

\* RIMS was certified as an International Joint Usage/Research Center on Nov. 13, 2018.

*RIMS Kôkyûroku 2285*

*Analytic Number Theory and Related Topics*

*October 10 ~ 13, 2023*

*edited by Yu Yasufuku*

*June, 2024*

*Research Institute for Mathematical Sciences*

*Kyoto University, Kyoto, Japan*

This is a report of research done at the Research Institute for Mathematical Sciences,  
an International Joint Usage/Research Center located in Kyoto University.  
The papers contained herein are in final form and will not be submitted for publication elsewhere.

## まえがき

この講究録は、2023年10月10日(火)から10月13日(金)にかけて京都大学数理解析研究所の共同研究(公開型)として開催された研究集会「解析的整数論とその周辺」(Analytic Number Theory and Related Topics)の報告集です。

2023年度は、2019年度以前のような対面形式限定に戻った研究集会も多かったなか、本集会は参加者や講演者の利便性も考えて、2022年度に引き続きハイブリッド形式で開催しました。講演と講演の間の休憩時間に質問することなどは、やはり現地参加でないと難しいものの、学内会議などの事情で京都まで来なくても研究集会の聴講ができることのメリットはあったようで、海外からも含め131名にご参加頂きました。本集会では、ゼータ関数・ $L$ 関数・多重ゼータ関数・超越数論・ディオファントス方程式などの講演に加え、数論的統計学・幾何学と数論の融合などの新しい分野の講演も含めた合計32の興味深い講演が行われました。素晴らしい発表をして下さった講演者の皆様、また、活発な議論で集会を盛り上げて下さった参加者の皆様には厚く御礼申し上げます。

本研究集会の開催にあたり、多くの皆様にご協力いただきました。前年度研究代表者の山崎義徳氏には、企画段階から開催まで多くの助言をいただきました。中筋麻貴氏には、本集会の副代表者としてご参画いただき、色々至らない代表者をしっかり支えていただきました。本集会の組織委員の皆様、及び運営委員の皆様には、プログラムの決定や本集会の今後などに関して、貴重なご意見をいただきました。12名の先生方には座長をお引き受けいただき、スケジュールがタイトな中、円滑な進行と活発な質疑応答の両立にご尽力いただきました。京都大学数理解析研究所研究員の皆様、上智大学と日本大学の学生の皆様には、集会運営の諸業務をご担当いただきました。最後に、京都大学数理解析研究所共同利用掛の皆様には、財政面での援助のみならず、研究集会の申請から本講究録の刊行に至るまで、長期にわたってお力添えをいただきました。以上の方々、そしてここに記すことができなかった多くの方々に深く感謝申し上げます。

本講究録が、今後の解析的整数論分野の更なる発展に貢献できるものとなることを心より祈念いたします。

2024年6月  
安福 悠 (早稲田大学)

---

## Preface

This volume is the proceedings of the conference “Analytic Number Theory and Related Topics” held from October 10 to October 13, 2023 at Kyoto University Research Institute for Mathematical Sciences. During the conference, there were 32 talks on analytic number theory and related topics. Including online participants via Zoom, a total of 131 researchers from all over the world engaged in lively discussions and made the conference a great success. I would like to express my sincere gratitude to all the speakers, participants, and all those who supported the conference. I hope that this volume will contribute to the further development of the field of analytic number theory.

June 2024  
Yu Yasufuku (Waseda University)

## 2023 年度 RIMS 共同研究 (公開型)

### 解析的整数論とその周辺



京都大学数理解析研究所の共同研究事業の一環として、下記のように研究集会を開催しますので、ご案内申し上げます。なおこの集会は京都大学数理解析研究所および JSPS 科研費 19K03412, 22K03274, 22K03263 などにより一部助成を受けております。

研究代表者 安福 悠 (日本大学)  
研究副代表者 中筋 麻貴 (上智大学／東北大学)

#### 記

日時 2023 年 10 月 10 日 (火) 9:45 ~ 2023 年 10 月 13 日 (金) 16:10  
場所 京都大学数理解析研究所 420 号室  
開催形態 「現地 + Zoom ミーティング」によるハイブリッド開催

#### プログラム

##### 10 月 10 日 (火)

- |             |   |
|-------------|---|
| 09:45–09:50 | 開会  |
| 09:50–10:50 | 川田 浩一 (岩手大学)<br>On the Waring–Goldbach problem — techniques developed in the current century  |
| 11:05–11:35 | 中村 隆 (東京理科大学)<br>$L$ -functions with Riemann’s functional equation and the Riemann hypothesis   |
| 11:50–12:20 | 勝田 篤 (九州大学)<br>素数と素閉測地線：類似と相異   |
| 13:40–14:00 | 大塚 瑛介 (東北大学)<br>On iterated integrals on some specific algebraic curves of degree 2   |
| 14:05–14:35 | 安富 真一 (東邦大学)<br>On continued fractions that converge simultaneously under the topology of the real numbers and the $p$ -adic topology |
| 14:50–15:20 | 武田 渉 (東京理科大学)<br>Brocard–Ramanujan problem for norm forms over radical fields   |
| 15:35–16:05 | 山田 智宏 (神戸大学)<br>Lehmer’s totient problem  |
| 16:20–16:50 | 松坂 俊輝 (九州大学)<br>Curious congruences for cyclotomic polynomials  |

##### 10 月 11 日 (水)

- |             |   |
|-------------|---|
| 09:30–10:30 | Michael Coons (California State University, Chico)<br>Towards a characterization of regular sequences |
|-------------|---|

- 10:45–11:15 Alan Filipin (University of Zagreb)  
On the Fibonacci and Lucas numbers as products of three repdigits
- 11:30–12:00 平田 典子 (日本大学)  
Effective method and applications in Diophantine problems
- 13:40–14:00 戸淵 勇一郎 (名古屋大学)  
On the order estimation of the double  $L$ -function
- 14:05–14:35 井上 翔太 (神奈川大学)  
Riemann ゼータ関数の偏角ひねりのモーメントについて
- 14:50–15:20 小林 弘京 (名古屋大学)  
Mean values of the Riemann zeta function on arithmetic progressions
- 15:35–16:05 小野塚 友一 (九州大学)  
Gregory coefficients and Hurwitz–Lerch multiple zeta functions at non-positive integer points
- 16:20–16:50 鈴木 正俊 (東京工業大学)  
Weil のエルミート形式の完備化として定まるヒルベルト空間について

#### 10 月 12 日 (木)

- 09:20–10:20 Gautam Chinta (City University of New York, City College)  
Planes in  $\mathbb{Z}^4$
- 10:35–11:05 峰 正博 (早稲田大学)  
フルヴィッツゼータ関数の弱い形の強普遍性について
- 11:20–11:40 池田 香凜 (九州大学)  
On real zeros of the Hurwitz zeta function
- 11:45–12:15 桂田 昌紀 (慶應義塾大学)  
Mellin–Barnes 型積分の Dirichlet–Hurwitz–Lerch  $L$  関数の 2 乗平均への応用
- 13:40–14:00 竹平 航平 (東北大学)  
力学系の標準高さが与えられた数以下の点の個数について
- 14:05–14:35 齋藤 耕太 (筑波大学)  
Piatetski–Shapiro 列上の線形ディオファントス方程式の解の有限性
- 14:50–15:20 石塚 裕大 (九州大学)  
二元四次形式の指数和とその応用
- 15:35–16:05 津田 優介 (筑波大学)  
Goldbach 方程式を満たす素数の間隔について
- 16:20–16:50 アデイルマ スリアジャヤ (九州大学)  
The average number of Goldbach representations and zero-free regions of the Riemann zeta-function

**10月13日(金)**

- 09:30–10:30     Andrew Booker (University of Bristol)  
All about murmurations
- 10:45–11:15     Min Lee (University of Bristol)  
Selberg type trace formula for automorphic forms of weight 1
- 11:30–12:00     宮崎 隆史 (群馬大学)  
Number of solutions to a special type of Pillai's equation
- 13:40–14:00     角野 裕太 (東北大学)  
On an integral representation of Schur type multiple polylogarithms
- 14:05–14:35     西廣 響介 (東京都立大学)  
多変数荒川-金子型ゼータ関数のある一般化について
- 14:50–15:20     岩田 英人 (名古屋大学)  
ある特別な条件を満たす Selberg class に関する関数の解析的性質について
- 15:35–16:05     関 真一郎 (青山学院大学)  
A new proof of Sakugawa–Seki's and Kontsevich's functional equations via a connector
- 16:05–16:10     閉会



RIMS Workshop 2023  
Analytic Number Theory and Related Topics



Organizers: Yu Yasufuku (Nihon University)  
Maki Nakasuji (Sophia University / Tohoku University)

Date: Tuesday, October 10, 2023 ~ Friday, October 13, 2023  
Place: Room 420, RIMS, Kyoto University, Japan  
Format: Hybrid (On-site and via Zoom Meeting)

**Program**

**Tuesday, October 10**

- |             |   |
|-------------|---|
| 09:45–09:50 | Opening   |
| 09:50–10:50 | Koichi Kawada (Iwate University)<br>On the Waring–Goldbach problem — techniques developed in the current century  |
| 11:05–11:35 | Takashi Nakamura (Tokyo University of Science)<br>$L$ -functions with Riemann’s functional equation and the Riemann hypothesis                                |
| 11:50–12:20 | Atsushi Katsuda (Kyushu University)<br>Prime numbers and Prime closed geodesics: Similarity and Differences   |
| 13:40–14:00 | Eisuke Otsuka (Tohoku University)<br>On iterated integrals on some specific algebraic curves of degree 2  |
| 14:05–14:35 | Shin-ichi Yasutomi (Toho University)<br>On continued fractions that converge simultaneously under the topology of the real numbers and the $p$ -adic topology |
| 14:50–15:20 | Wataru Takeda (Tokyo University of Science)<br>Brocard–Ramanujan problem for norm forms over radical fields   |
| 15:35–16:05 | Tomohiro Yamada (Kobe University)<br>Lehmer’s totient problem   |
| 16:20–16:50 | Toshiki Matsusaka (Kyushu University)<br>Curious congruences for cyclotomic polynomials   |

**Wednesday, October 11**

- |             |  |
|-------------|--|
| 09:30–10:30 | Michael Coons (California State University, Chico)<br>Towards a characterization of regular sequences    |
| 10:45–11:15 | Alan Filipin (University of Zagreb)<br>On the Fibonacci and Lucas numbers as products of three repdigits |

---

This workshop is partially supported by RIMS and JSPS KAKENHI Grant Numbers 19K03412, 22K03274, 22K03263.

- 11:30–12:00 Noriko Hirata-Kohno (Nihon University)  
Effective method and applications in Diophantine problems
- 13:40–14:00 Yuichiro Toma (Nagoya University)  
On the order estimation of the double  $L$ -function
- 14:05–14:35 Shota Inoue (Kanagawa University)  
Moments of the Riemann zeta-function twisted by arguments
- 14:50–15:20 Hirotaka Kobayashi (Nagoya University)  
Mean values of the Riemann zeta function on arithmetic progressions
- 15:35–16:05 Tomokazu Onozuka (Kyushu University)  
Gregory coefficients and Hurwitz–Lerch multiple zeta functions at non-positive integer points
- 16:20–16:50 Masatoshi Suzuki (Tokyo Institute of Technology)  
On the Hilbert space defined as the completion of Weil’s hermitian form

**Thursday, October 12**

- 09:20–10:20 Gautam Chinta (City University of New York, City College)  
Planes in  $\mathbb{Z}^4$
- 10:35–11:05 Masahiro Mine (Waseda University)  
A weak form of strong universality for the Hurwitz zeta-function
- 11:20–11:40 Karin Ikeda (Kyushu University)  
On real zeros of the Hurwitz zeta function
- 11:45–12:15 Masanori Katsurada (Keio University)  
An application to Mellin–Barnes type integrals to some mean squares of Dirichlet–Hurwitz–Lerch  $L$ -functions
- 13:40–14:00 Kohei Takehira (Tohoku University)  
On the number of points with bounded dynamical canonical height
- 14:05–14:35 Kota Saito (University of Tsukuba)  
Finiteness of solutions to linear Diophantine equations on Piatetski–Shapiro sequences
- 14:50–15:20 Yasuhiro Ishitsuka (Kyushu University)  
Exponential sums on binary quartics and its application
- 15:35–16:05 Yusuke Tsuda (University of Tsukuba)  
Gaps between prime numbers that satisfy the Goldbach equation
- 16:20–16:50 Ade Irma Suriajaya (Kyushu University)  
The average number of Goldbach representations and zero-free regions of the Riemann zeta-function

**Friday, October 13**

- |             |   |
|-------------|---|
| 09:30–10:30 | Andrew Booker (University of Bristol)<br>All about murmurations   |
| 10:45–11:15 | Min Lee (University of Bristol)<br>Selberg type trace formula for automorphic forms of weight 1   |
| 11:30–12:00 | Takafumi Miyazaki (Gunma University)<br>Number of solutions to a special type of Pillai's equation  |
| 13:40–14:00 | Yuta Kadono (Tohoku University)<br>On an integral representation of Schur type multiple polylogarithms  |
| 14:05–14:35 | Kyosuke Nishibiro (Tokyo Metropolitan University)<br>On generalization of duality formulas for the Arakawa-Kaneko type zeta functions                 |
| 14:50–15:20 | Hideto Iwata (Nagoya University)<br>On some analytic properties of a function associated with the Selberg class satisfying certain special conditions |
| 15:35–16:05 | Shin-ichiro Seki (Aoyama Gakuin University)<br>A new proof of Sakugawa–Seki's and Kontsevich's functional equations via a connector                   |
| 16:05–16:10 | Closing   |

解析的整数論とその周辺  
Analytic Number Theory and Related Topics  
RIMS 共同研究（公開型）報告集

2023 年 10 月 10 日～ 10 月 13 日  
研究代表者 安福 悠 (Yu Yasufuku)

目次

1.	ON THE WARING-GOLDBACH PROBLEM: A SURVEY .....	1
	川田 浩一 (Koichi Kawada) 岩手大学 (Iwate U.)	
2.	論文 $L$ -functions with Riemann's functional equation and the Lindelöf and Riemann hypotheses の解説 .....	11
	中村 隆 (Takashi Nakamura) 東京理科大学 (Tokyo U. of Science)	
3.	Prime numbers and Prime closed geodesics: Similarities and Differences .....	18
	勝田 篤 (Atsushi Katsuda) 九州大学 (Kyushu U.) / 慶應義塾大学 (Keio U.)	
4.	On iterated integrals on some specific algebraic curves of degree 2 .....	27
	大塚 瑛介 (Eisuke Otsuka) 東北大学 (Tohoku U.)	
5.	Certain Continued Fraction Algorithm Converging Simultaneously under $\mathbb{R}$ and $\mathbb{Q}_p$ ....	36
	安富 真一 (Shin-ichi Yasutomi) 東邦大学 (Toho U.)	
6.	べき根拡大体のノルム形式における Brocard-Ramanujan 問題の解の構成 .....	43
	武田 渉 (Wataru Takeda) 東京理科大学 (Tokyo U. of Science)	
7.	ON LEHMER'S PROBLEM AND RELATED PROBLEMS .....	50
	山田 智宏 (Tomohiro Yamada) 神戸大学 (Kobe U.)	
8.	円分多項式に関する奇妙な合同式について .....	59
	松坂 俊輝 (Toshiki Matsusaka) 九州大学 (Kyushu U.)	
9.	TOWARDS A CLASSIFICATION OF REGULAR SEQUENCES .....	67
	Michael Coons California State University	
10.	Effective method and applications in Diophantine problems .....	75
	平田 典子 (Noriko Hirata-Kohno) 日本大学 (Nihon U.)	

11.	On the order estimation of the double $L$ -function .....	83
	戸潤 勇一郎 (Yuichiro Toma)      名古屋大学 (Nagoya U.)	
12.	Riemann ゼータ関数の偏角ひねりのモーメントについて.....	89
	井上 翔太 (Shōta Inoue)      神奈川大学 (Kanagawa U.)	
13.	Mean values of the Riemann zeta function on arithmetic progressions .....	98
	小林 弘京 (Hiroataka Kobayashi)      名古屋大学 (Nagoya U.)	
14.	Gregory coefficients and Hurwitz-Lerch multiple zeta functions at non-positive integer points .....	106
	小野塚 友一 (Tomokazu Onozuka)      九州大学 (Kyushu U.)	
15.	On the Hilbert space defined as the completion of Weil's hermitian form .....	113
	鈴木 正俊 (Masatoshi Suzuki)      東京工業大学 (Tokyo Inst. of Technology)	
16.	A weak form of strong universality of the Hurwitz zeta-function .....	121
	峰 正博 (Masahiro Mine)      早稲田大学 (Waseda U.)	
17.	On real zeros of the Hurwitz zeta function .....	130
	池田 香凜 (Karin Ikeda)      九州大学 (Kyushu U.)	
18.	AN APPLICATION OF MELLIN-BARNES TYPE INTEGRALS TO THE MEAN SQUARES OF DIRICHLET-HURWITZ-LERCH $L$ -FUNCTIONS.....	138
	桂田 昌紀 (Masanori Katsurada)      慶應義塾大学 (Keio U.)	
19.	On the number of points with bounded dynamical canonical height .....	148
	竹平 航平 (Kohei Takehira)      東北大学 (Tohoku U.)	
20.	CONJECTURES OF DIOPHANTINE EQUATIONS ON PIATETSKI-SHAPIRO SEQUENCES.....	157
	齋藤 耕太 (Kota Saito)      筑波大学 (U. Tsukuba)	
21.	Exponential sums on binary quartic forms and their application .....	162
	石塚 裕大 (Yasuhiro Ishitsuka)      九州大学 (Kyushu U.)	
22.	GAPS BETWEEN PRIME NUMBERS THAT SATISFY THE GOLDBACH EQUATION .....	170
	津田 優介 (Yusuke Tsuda)      筑波大学 (U. Tsukuba)	

23.	ゴールドバッハ表現の平均個数とリーマンゼータ関数の非零領域 .....	175
	アデ イルマ スリアジャヤ (Ade Irma Suriajaya)      九州大学 (Kyushu U.)	
24.	ALL ABOUT MURMURATIONS .....	184
	Andrew R. Booker      University of Bristol	
25.	SELBERG TRACE FORMULA FOR MAASS FORMS OF WEIGHT 0 AND 1 .....	194
	Jonathan Bober      University of Bristol	
	Andrew R. Booker      University of Bristol	
	Joshua Drewitt      University of Bristol	
	Andrew Knightly      University of Maine	
	Muthu Krishnamurthy      University of Iowa	
	Min Lee      University of Bristol	
	Andrei Seymour-Howell      University of Bristol	
	David Lowry-Duda      ICERM	
26.	ピライ方程式の特別なタイプの解の個数について .....	200
	宮崎 隆史 (Takafumi Miyazaki)      群馬大学 (Gunma U.)	
27.	Schur 型の多重ポリログ関数の積分表示について .....	209
	角野 裕太 (Yuta Kadono)      東北大学 (Tohoku U.)	
28.	On generalization of duality formulas for the Arakawa-Kaneko type zeta functions ...	214
	西廣 響介 (Kyosuke Nishibiro)      東京都立大学 (Tokyo Metropolitan U.)	
29.	On some analytic properties of a function associated with the Selberg class satisfying certain special conditions .....	223
	岩田 英人 (Hideto Iwata)      名古屋大学 (Nagoya U.)	
30.	佐久川・関の関数等式とコンセビッチの関数等式のコネクターによる新証明 .....	233
	関 真一郎 (Shin-ichiro Seki)      青山学院大学 (Aoyama Gakuin U.)	