

# A Simple Stick-Slip Model

京大・基研 佐藤勝彦 (Katsuhiko Sato\*)

Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University

平成13年7月4日

ある簡単なスティックスリップモデルを提案する。このモデルは高分子のスリップ現象の考察から作られたものであるが、もっと広く岩、粉体、紙などのスリップ現象にも適用できると信じている。

## 1 高分子のスリップ現象からモデルの構築

高分子での滑っている界面を拡大すると図1のようになっているだろう。まったくずりがかかっていないときは、壁間間際の高分子は壁では壁との分子間力により壁に接着され、バルク内では（バルク内の）他の高分子と絡み合っている。

そこに強いずりが加えられると、壁間際の高分子は壁との分子間力の欠損が起こる、もしくはバルク内でのほかの高分子との絡みの解けが起こ

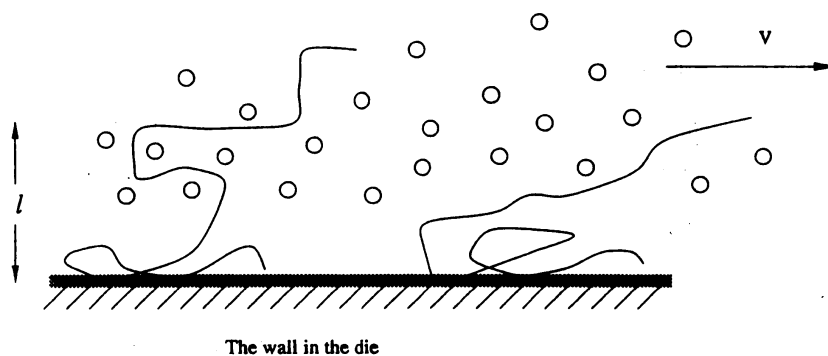


図 1: 高分子の壁間際でのイメージ図

\*e-mail: ksato@yukawa.kyoto-u.ac.jp

り、スリップ現象が起こる。

高分子のスリップの原因は分子間力の欠損なのか、はたまた高分子同士の間が原因なのか（あるいはその両方なのか）その決着はついていないが、どちらの場合であったとしても、周りとの物質との位置関係を一気に忘却してしまうと言う意味では同じように見ることができるので、簡単のために、高分子のスリップの原因はバルク内での解けであると仮定して考察を進める。

この状況を絵的にモデル化すると、階層が深いものから順に図2-2のようなものが考えられる。

図2のモデルではバネは壁間際の高分子鎖一本をあらわし、高分子鎖のバルク内での絡み解けをバネの（周りからの揺動力による）確率的なポテンシャルへの落ち込みと脱出とで表現している。バルク内での高分子同士の間で中途半端な絡みをポテンシャルへの中途半端な落ち込みなどによって表現することができるという意味で、次に述べるモデルより（このモデルは）深い階層のモデルとなっている。

図3のモデルではバネ一本が壁間際の高分子鎖一本にあたるということでは図2のモデルと同じであるが、バルク内での絡み解けを板との確率的な吸着・脱着によって0-1的にあらわしている。このモデルではバルク内での高分子鎖の間で中途半端な絡みなどは表現できないが、依然ミクロ的なモデルとなっている。

図4は図3のモデルをより縮約したモデルである。 $\alpha$ 状態は図3のモデルでいえばバネがくっついている状態にあたり、高いずり応力を示す部分である。 $\beta$ 状態は図3のモデルでいえば、バネの外れている状態にあたり、低いずり応力を示す部分である。 $\alpha$ 状態と $\beta$ 状態はすべり速度 $v$ に依存するある緩和時間で入れ替わるものとする。

さて、絵的に3つのモデルを提案したわけであるが、どのモデルを採用したらよいのであろうか？その答えは、一般的によく言われるように、モデル自身が持っているのではない。我々が何を説明したいかによって決まるのである。

スリップ現象は平衡から著しく遠く離れたところの現象であるためか、定量的に正確な実験を行うことが難しく、出される結果は定性的なものであることが多い。よってモデルもまずは定性的な結果をよく説明できるものであればよい。

なので、モデルを提案する側もまずは荒いモデルから入り、（もちろんそのモデルの物理的意味ははっきりしていなければならないが）そして、

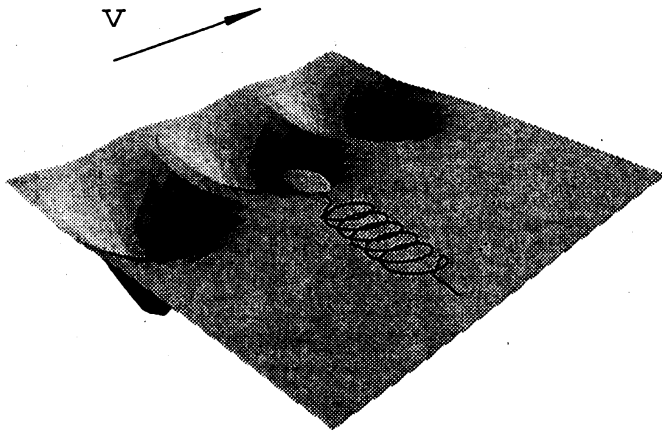


図 2: モデル A

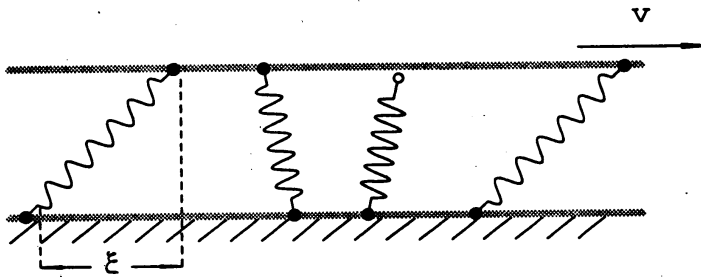


図 3: モデル B

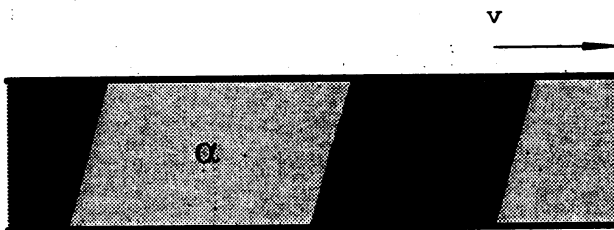


図 4: モデル C

そのモデルで説明できないものにおつかったならよりミクロ的な階層の深いモデルに移行すればよいとなる。

つまり、我々はスリップ現象を説明するとき、まずもっとも簡単なモデル C を採用すればよいということになる。この際、モデル A, B を考えたことは完全に無駄になるわけではなく、階層の低いモデル C を具体的に数学的に表現するときの物理的制約を提供してくれるものとなる。

## 2 モデル C の数式化

$\alpha$  状態の割合を  $X$  とし ( $\beta$  状態のそれを  $1-X$  とし) その  $X$  の発展式を以下のようなとする。

$$\dot{X}(t) = -\frac{X(t)}{\tau_-(v(t))} + \frac{1-X(t)}{\tau_+(v(t))} \quad (1)$$

ここに  $\tau_-, \tau_+$  はそれぞれ  $\alpha$  状態から  $\beta$  状態へ、 $\beta$  状態から  $\alpha$  状態へ移る時の緩和時間である。モデル A, B のイメージから (すべり速度  $v$  大きいほどバネは外れやすいだろうから)  $\tau_-$  は  $v$  に関する単調減少関数とする。モデル A のイメージから ( $v$  が大きいほどバネがポテンシャルに落ち込むことは難しくなるので)  $\tau_+$  は  $v$  の単調増加関数とするのがよい。

次に、分量  $X$  と応力  $\sigma$  との関係は

$$\sigma(t) = \alpha(v(t))X(t) + \beta(v(t))(1-X(t)) \quad (2)$$

で与えられるとする。ここに、 $\alpha(v), \beta(v)$  はそれぞれ  $\alpha, \beta$  状態のときのずり応力 (摩擦力) である。 $\alpha$  状態、 $\beta$  状態の定義 ( $\alpha$  状態は高いずり応力を示す。 $\beta$  状態は低いずり応力を示す) から全ての正のすべり速度に対して  $\alpha(v) > \beta(v)$  を満たすものである。

モデルの絵的な考察ではこれ以上の制約を  $\tau_{\pm}, \alpha, \beta$  に与えることはできない。これらの関数形は実際の現象に合うように決めてやるしかない。

$\tau_{\pm}, \alpha, \beta$  の関数系を適当に決めてやると、実際に実験で観測される、(外のシステムとこのスリップモデルをカップリングさせたときの) 定常状態のスーパークリティカル的な不安定化 (システムの硬さなどを変化させたとき振幅が徐々に大きくなる振動が現れる) や、サブクリティカル的な不安定化 (有限の振幅を持つ振動がパラメーターを変えていったとき突然現れる) などの現象が再現できることがわかっている。

### 3 このモデルの利点と注意点

このスリップモデルは常微分方程式であるために、数学的な取り扱いが（モデル A,B に比べて）極めて簡単で  $\tau$  の関数形を変えたシミュレーションなどを気楽に行うことができる。ゆえに、実験で不可思議な事実が新たに観測されたとしても、すぐさま  $\tau$  の形などを試行錯誤し現象の本質は何であるのかを探ることができる。また、もし、このモデル C で実験が再現できなかつたとしても、このモデル C は他の現象論的に（常微分方程式的に）作られたスリップモデルの多くの特徴を含んでいるものと思われるので、その現象は常微分的なモデルではもはや説明がつかないミクロ的な性質を反映させた興味深い現象であるという予想を我々に与えてくれる。

最後にこのモデルの注意点を述べておく。このモデルでは、 $\tau_{\pm}, \alpha, \beta$  はその瞬間のすべり速度  $v$  で決まるとしてあるとしているが、ここにははすべりの界面を構成している要素（以下単に「バネ」と呼ぶ）のはがれ・接着のダイナミクスよりすべり速度の変化のほうがかなり遅いということが暗に仮定されている。つまり、このモデル C は速いすべり速度の変化が起こるようなものには適していない。たとえば外から力づくで高速の微振動のスリップ速度を与えられたときのその応力の応答などはモデル C では再現できない。バネの接着・はがれのサイクルとスリップ速度の変化の時間が同じような状況を解析するときはより深い階層のモデル (A,B) に移る必要がある。

この象徴的な話としては、高分子メルトがよく示す粘弾性はまさしく高分子同士の間との位置関係の記憶を喪失するスピードとずり速度の変化の速度とが近くなったために観測されるものであるが、モデル B では粘弾性は表現できるが、モデル C ではそれを表現することはできない。

このことはモデル C を使うとき強く念頭においておくべきことである。